极值学院 | 数学家旗下在线教育平台
edu.mathor.com

Solution

Description

- 给定一个 300 个面的骰子，每个面是石头剪刀布三种图案之一，每次游戏先自己出一个手势（剪刀石头布），然后随机抽一个骰子，掷一下，只能得到掷出的最上面的图案，不清楚具体是哪个骰子。如果你获胜 +3 分，平局 +1 分，失败不扣分。

- 现在假设你是一个绝对聪明的人，请输出最优策略下的期望得分。

Solution

- 动态规划。
- 期望具有线性，可以求每一次的最优结果，然后把他们加在一起。

- 那第 i 轮最优得分要怎么算呢？
- 假设我们知道第 i 轮掷出 石头/剪刀/布 的概率，那其实问题很简单，计算三个期望取最大值即可。

- 所以本题最难的点在于怎么计算第 i 轮掷出 石头/剪刀/布 的概率

Solution

- 然而前面掷出的结果会影响这一轮掷出结果的概率。也就是说其实如果只用 f(i,1/2/3) 的话是有后效的。

- n 很小，加大状态，清除后效性。

- $f(i,r,p,s)$ 表示当前目前已经投出石头布剪刀各 r/p/s 个，第i个骰子还没有投出去的概率
- 枚举轮数之后，枚举一个 rps 的组合，再枚举一个骰子把它扔出去，再枚举他扔出的是 r/p/s 的概率，累加一下就是这轮扔r/p/s 的概率了

Solution

- 题目难点变成求解f 了。
- 直接求解有亿点点麻烦，考虑加一维状态来限制范围

- $f(t,i,r,p,s)$ 表示在投出去的骰子编号均在 [1, t] 中这个前提下，投出了r/p/s，第i个骰子还未投出的概率。

Solution

- 注意这时，t 被扔出去的概率时可以计算的，如果我们已经知道 [1,t–1] 的答案，那么只有两种情况：
- 1. t 没扔出去，所有 t–1 的概率对应乘上 t 没被扔出去的概率即可
- 2. t 被扔出去了，我们对应更新每个 i 的答案即可

```
if (i == t) continue; // 第t个骰子在r/p/s中，如果i = t，自然这种情况的贡献是0
if (r > 0) f[t][i][r][p][s] += f[t-1][i][r - 1][p][s] * pr[t] * q; // 考虑第t个骰子投出的是什么，乘上相应概率转移
if (p > 0) f[t][i][r][p][s] += f[t-1][i][r][p - 1][s] * pp[t] * q;
if (s > 0) f[t][i][r][p][s] += f[t-1][i][r][p][s - 1] * ps[t] * q;
```