CONJUNTO DE EJERCICIOS 1.3

1. Utilice aritmética de corte de tres dígitos para calcular las siguientes sumas. Para cada parte, ¿qué método es más preciso y por qué?

a. $\sum_{i=1}^{10} \left({}^{1}/_{i^2}\right)$ primero por $\frac{1}{1}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{100}$ y luego por $\frac{1}{100}+\frac{1}{81}+\cdots+\frac{1}{1}$

b. $\sum_{i=1}^{10} \left({}^{1}/_{i^3}\right)$ primero por $\frac{1}{1}+\frac{1}{8}+\frac{1}{27}+\cdots+\frac{1}{1000}$ y luego por $\frac{1}{1000}+\frac{1}{729}+\cdots+\frac{1}{1}$

2. La serie de Maclaurin para la función arcotangente converge para $-1 < x \leq 1$ y está dada por

$$\arctan x = \lim_{n\to\infty} P_n(x) = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} (-1)^{i+1} \frac{x^{2i-1}}{2i-1}$$

a. Utilice el hecho de que $\tan \pi/4 = 1$ para determinar el número n de términos de la serie que se necesita sumar para garantizar que $|4P_n(1) - \pi| < 10^{-3}$

b. El lenguaje de programación C++ requiere que el valor de π se encuentre dentro de 10^{-10}. ¿Cuántos términos de la serie se necesitarían sumar para obtener este grado de precisión?

3. Otra fórmula para calcular π se puede deducir a partir de la identidad $\pi/4 = 4\arctan\frac{1}{5} - \arctan\frac{1}{239}$. Determine el número de términos que se deben sumar para garantizar una aproximación π dentro de 10^{-3}.

4. Compare los siguientes tres algoritmos. ¿Cuándo es correcto el algoritmo de la parte 1a?

a. ENTRADA $n, x_1, x_2, \cdots, x_n$.
SALIDA PRODUCT.
Paso 1 Determine PRODUCT = 0.
Paso 2 Para $i = 1, 2, \cdots, n$ haga
Determine PRODUCT $=$ PRODUCT $* x_i$.
Paso 3 SALIDA PRODUCT;
PARE.

b. ENTRADA $n, x_1, x_2, \cdots, x_n$.
SALIDA PRODUCT.
Paso 1 Determine PRODUCT = 1.
Paso 2 Para $i = 1, 2, \cdots, n$ haga
Set PRODUCT $=$ PRODUCT $* x_i$.
Paso 3 SALIDA PRODUCT;
PARE.

c. ENTRADA $n, x_1, x_2, \cdots, x_n$.
SALIDA PRODUCT.
Paso 1 Determine PRODUCT = 1.
Paso 2 Para $i = 1, 2, \cdots, n$ haga
si $x_i = 0$ entonces determine PRODUCT = 0;
SALIDA PRODUCT;
PARE
Determine PRODUCT $=$ PRODUCT $* x_i$.
Paso 3 SALIDA PRODUCT;
PARE.

5. a. ¿Cuántas multiplicaciones y sumas se requieren para determinar una suma de la forma

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{i} a_i b_j?$$

b. Modifique la suma en la parte a) a un formato equivalente que reduzca el número de cálculos.

DISCUSIONES

1. Escriba un algoritmo para sumar la serie finita $\sum_{i=1}^{n} x_i$ en orden inverso.

2. Las ecuaciones (1.2) y (1.3) en la sección 1.2 proporcionan formas alternativas para las raíces x_1 y x_2 de $ax^2 + bx + c = 0$. Construya un algoritmo con entrada a, b, c c y salida x_1, x_2 que calcule las raíces x_1 y x_2 (que pueden ser iguales con conjugados complejos) mediante la mejor fórmula para cada raíz.

3. Suponga que

$$\frac{1-2x}{1-x+x^2} + \frac{2x-4x^3}{1-x^2+x^4} + \frac{4x^3-8x^7}{1-x^4+x^8} + \cdots = \frac{1+2x}{1+x+x^2},$$

para $x < 1$ y si $x = 0.25$. Escriba y ejecute un algoritmo que determine el número de términos necesarios en el lado izquierdo de la ecuación de tal forma que el lado izquierdo difiera del lado derecho en menos de 10^{-6}.