

CONJUNTO DE EJERCICIOS

1. Realice las siguientes multiplicaciones matriz-matriz:

a. $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 5 & -4 \\ -3 & 2 & 0 \end{bmatrix}$

c. $\begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & 3 & 0 \\ 5 & 2 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & -2 \end{bmatrix}$

d. $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 0 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -4 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

2. Determine cuáles de las siguientes matrices son no singulares y calcule la inversa de esas matrices:

a. $\begin{bmatrix} 4 & 2 & 6 \\ 3 & 0 & 7 \\ -2 & -1 & -3 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

c. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -4 & -2 \\ 2 & 1 & 1 & 5 \\ -1 & 0 & -2 & -4 \end{bmatrix}$

d. $\begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 7 & 0 & 0 \\ 9 & 11 & 1 & 0 \\ 5 & 4 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

3. Resuelva los sistemas lineales 4 x 4 que tienen la misma matriz de coeficientes:

$$\begin{array}{rcl} x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 6, & x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 1, \\ x_1 - x_3 + x_4 = 4, & x_1 - x_3 + x_4 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 - 4x_4 = -2, & 2x_1 + x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 2, \\ -x_2 + x_3 - x_4 = 5; & -x_2 + x_3 - x_4 = -1. \end{array}$$

4. Encuentre los valores de A que hacen que la siguiente matriz sea singular.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & \alpha \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & \alpha & -\frac{3}{2} \end{bmatrix}.$$

5. Resuelva los siguientes sistemas lineales:

a. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$

6. Factorice las siguientes matrices en la descomposición LU mediante el algoritmo de factorización LU con $l_{ii} = 1$ para todas las i .

a. $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 3 & 9 \\ 3 & 3 & 5 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} 1.012 & -2.132 & 3.104 \\ -2.132 & 4.096 & -7.013 \\ 3.104 & -7.013 & 0.014 \end{bmatrix}$

c. $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1.5 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0.5 & 0 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

d. $\begin{bmatrix} 2.1756 & 4.0231 & -2.1732 & 5.1967 \\ -4.0231 & 6.0000 & 0 & 1.1973 \\ -1.0000 & -5.2107 & 1.1111 & 0 \\ 6.0235 & 7.0000 & 0 & -4.1561 \end{bmatrix}$

7. Modifique el algoritmo de eliminación gaussiana de tal forma que se pueda utilizar para resolver un sistema lineal usando la descomposición LU y, a continuación, resuelva los siguientes sistemas lineales.

a. $2x_1 - x_2 + x_3 = -1,$
 $3x_1 + 3x_2 + 9x_3 = 0,$
 $3x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 4.$

b. $1.012x_1 - 2.132x_2 + 3.104x_3 = 1.984,$
 $-2.132x_1 + 4.096x_2 - 7.013x_3 = -5.049,$
 $3.104x_1 - 7.013x_2 + 0.014x_3 = -3.895.$

c. $2x_1 = 3,$
 $x_1 + 1.5x_2 = 4.5,$
 $-3x_2 + 0.5x_3 = -6.6,$
 $2x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = 0.8.$

d. $2.1756x_1 + 4.0231x_2 - 2.1732x_3 + 5.1967x_4 = 17.102,$
 $-4.0231x_1 + 6.0000x_2 + 1.1973x_4 = -6.1593,$
 $-1.0000x_1 - 5.2107x_2 + 1.1111x_3 = 3.0004,$
 $6.0235x_1 + 7.0000x_2 - 4.1561x_4 = 0.0000.$