×

# Задание к неделе 1



**9/9** points earned (100%)

Back to Week 1

**Continue Course** 

Quiz passed!



1/1 points

1.

Среди следующих утверждений выберите одно верное.

- Не бывает графа с четным числом вершин, у которого все вершины имеют четную степень.
- О Не бывает графа с четным числом вершин, у которого все вершины имеют нечетную степень.
- Не бывает графа с нечетным числом вершин, у которого все вершины имеют четную степень.
- Не бывает графа с нечетным числом вершин, у которого все вершины имеют нечетную степень.

## Correct

Иначе сумма степеней получится нечетной.



1/1 points

2. Сколько всего различных помеченных (простых) графов на 7 вершинах?

2097152

# **Correct Response**

Для каждого из потенциальных  $C_7^2$  ребер графа мы решаем, будет ли ребро в графе, или нет. Эти выборы никак не зависят друг от друга, поэтому ответ  $2^{C_7^2}=2^{21}=2097152$ .



1/1 points

3. Сколько всего различных помеченных графов на 8 вершинах с 6 ребрами?

376740

# **Correct Response**

Из потенциальных  $C_8^2$  ребер мы выбираем подмножество размера 6, поэтому ответ  $C_{C_8^2}^6=C_{28}^6=376740.$ 



1/1 points

4.

Среди следующих утверждений отметьте верные.

В цепи все вершины должны быть различны.

**Un-selected is correct** 



Простая цепь проходит через каждое ребро графа не более одного раза.

Correct



Длина маршрута в графе на 10 вершинах может быть сколь угодно большой.



#### Correct

 $lue{f \Box}$  Длина цепи в графе на 10 вершинах может быть сколь угодно большой.

### **Un-selected** is correct



1/1 points

5.

Среди следующих утверждений выберите верные.



Ориентированных графов на 10 вершинах больше, чем (простых) графов на 10 вершинах.



Ориентированных графов  $4^{C_n^2}$ , поскольку для каждой пары вершин мы имеем 4 разных способа их соединить: без ребра, с ребром в одну сторону, с ребром в другую сторону, с ребрами в обе стороны. Это больше, чем число простых графов  $(2^{C_n^2})$ .

Псевдографов (то есть графов с петлями, но без кратных ребер и без ориентации ребер) на 10 вершинах больше, чем ориентированных графов на 10 вершинах.

## **Un-selected** is correct



Имеется бесконечное число различных мультиграфов на 10 вершинах.

## Correct

Число мультиграфов даже на двух вершинах бесконечно, поскольку мы можем провести сколь угодно ребер между этими вершинами.



1/1 points

6.

Сколько всего помеченных графов на 6 вершинах, которые имеют четное число ребер?

16384

## **Correct Response**

Всего ребер в графе может быть  $C_6^2=15$ . Тогда число таких графов равняется сумме всех четных биномиальных коэффициентов:  $\sum_{i=0}^7 C_{15}^{2i}$ . Как известно, сумма всех четных биномиальных коэффициентов равняется половине суммы всех биномиальных коэффициентов:

$$\sum_{i=0}^{7} C_{15}^{2i} = \frac{1}{2} \sum_{j=0}^{15} C_{15}^{j} = \frac{1}{2} 2^{15} = 2^{14} = 16384.$$



1/1 points

7.

Сколько разных помеченных графов можно получить путем перенумерации вершин полного графа  $K_n$  на n вершинах?

- 0
- n!
- 0

1

## Correct

Такой граф только 1, поскольку множество ребер при любой перенумерации не изменится: оно в любом случае будет состоять из всех пар элементов множества  $\{1,\ldots,n\}$ .

- O
- n
- 0
- $C_n^2$



1/1 points

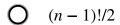
8.

Сколько разных помеченных графов можно получить путем перенумерации вершин пути  $P_n$  вершинной длины n?

- O n!
- $\bigcirc \quad (n-1)!$
- O n!/2

### Correct

По аналогии с задачей про цикл, разобранной на семинаре, для каждой нумерации есть только ещё одна нумерация, в которой получится цепь с тем же множеством ребер. Если в первой нумерации цепь была образована последовательно соединенными вершинами с номерами  $i_1, i_2, \ldots, i_n$ , то другая нумерация, в которой получается та же цепь, это  $i_n, i_{n-1}, \ldots, i_1$ . Во всех других нумерациях одного из ребер  $\{i_j, i_{j+1}\}$  не будет. Поэтому n! перестановок разбиваются на группы по две, которые дают одну и ту же цепь, и число разных помеченных цепей равно n!/2.





1/1 points

9.

Выберите последовательность, которая может являться последовательностью степеней вершин графа на 8 вершинах.

- 0 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0, 0
- 0 6, 6, 5, 1, 1, 1, 1, 1
- O 5, 5, 3, 2, 1, 1, 1, 1
- **O** 5, 4, 3, 2, 2, 2, 2, 2

# Correct

Несложно нарисовать такой граф, стартуя с пути длины 8.

