Задание к неделе 1

Continue Course

Back to Week 1

9/9 points earned (100%)

Quiz passed!

1 / 1
points

1.
Среди следующих утверждений выберите одно верное.

- Не бывает графа с четным числом вершин, у которого все вершины имеют четную степень.
- Не бывает графа с четным числом вершин, у которого все вершины имеют нечетную степень.
- Не бывает графа с нечетным числом вершин, у которого все вершины имеют четную степень.
- Не бывает графа с нечетным числом вершин, у которого все вершины имеют нечетную степень.

Correct
Иначе сумма степеней получится нечетной.

1 / 1
points

2. Сколько всего различных помеченных (простых) графов на 7 вершинах?

2097152

Correct Response

Для каждого из потенциальных C_7^2 ребер графа мы решаем, будет ли ребро в графе, или нет. Эти выборы никак не зависят друг от друга, поэтому ответ $2^{C_7^2} = 2^{21} = 2097152$.

---

1 / 1 points

3. Сколько всего различных помеченных графов на 8 вершинах с 6 ребрами?

376740

Correct Response

Из потенциальных C_8^2 ребер мы выбираем подмножество размера 6, поэтому ответ $C_{C_8^2}^6 = C_{28}^6 = 376740$.

---

1 / 1 points

4.

Среди следующих утверждений отметьте верные.

- [ ] В цепи все вершины должны быть различны.

Un-selected is correct

- [x] Простая цепь проходит через каждое ребро графа не более одного раза.

Correct

Длина маршрута в графе на 10 вершинах может быть сколь угодно большой.

Correct

Длина цепи в графе на 10 вершинах может быть сколь угодно большой.

Un-selected is correct

---

1 / 1
points

5.
Среди следующих утверждений выберите верные.

Ориентированных графов на 10 вершинах больше, чем (простых) графов на 10 вершинах.

Correct

Ориентированных графов $4^{C_n^2}$, поскольку для каждой пары вершин мы имеем 4 разных способа их соединить: без ребра, с ребром в одну сторону, с ребром в другую сторону, с ребрами в обе стороны. Это больше, чем число простых графов ($2^{C_n^2}$).

Псевдографов (то есть графов с петлями, но без кратных ребер и без ориентации ребер) на 10 вершинах больше, чем ориентированных графов на 10 вершинах.

Un-selected is correct

Имеется бесконечное число различных мультиграфов на 10 вершинах.

Correct

Число мультиграфов даже на двух вершинах бесконечно, поскольку мы можем провести сколь угодно ребер между этими вершинами.

1 / 1
points

6.
Сколько всего помеченных графов на 6 вершинах, которые имеют четное число ребер?

16384

Correct Response
Всего ребер в графе может быть $C_6^2 = 15$. Тогда число таких графов равняется сумме всех четных биномиальных коэффициентов: $\sum_{i=0}^{7} C_{15}^{2i}$. Как известно, сумма всех четных биномиальных коэффициентов равняется половине суммы всех биномиальных коэффициентов:
$\sum_{i=0}^{7} C_{15}^{2i} = \frac{1}{2} \sum_{j=0}^{15} C_{15}^{j} = \frac{1}{2} 2^{15} = 2^{14} = 16384.$

1 / 1
points

7.
Сколько разных помеченных графов можно получить путем перенумерации вершин полного графа K_n на n вершинах?

- $n!$
- 1

Correct
Такой граф только 1, поскольку множество ребер при любой перенумерации не изменится: оно в любом случае будет состоять из всех пар элементов множества $\{1, \ldots, n\}$.

- n
- C_n^2

1 / 1 points

8.

Сколько разных помеченных графов можно получить путем перенумерации вершин пути P_n вершинной длины n?

- $n!$
- $(n-1)!$
- $n!/2$

Correct

По аналогии с задачей про цикл, разобранной на семинаре, для каждой нумерации есть только ещё одна нумерация, в которой получится цепь с тем же множеством ребер. Если в первой нумерации цепь была образована последовательно соединенными вершинами с номерами $i_1, i_2, \ldots, i_n$, то другая нумерация, в которой получается та же цепь, это $i_n, i_{n-1}, \ldots, i_1$. Во всех других нумерациях одного из ребер $\{i_j, i_{j+1}\}$ не будет. Поэтому $n!$ перестановок разбиваются на группы по две, которые дают одну и ту же цепь, и число разных помеченных цепей равно $n!/2$.

- $(n-1)!/2$

1 / 1 points

9.

Выберите последовательность, которая может являться последовательностью степеней вершин графа на 8 вершинах.

- $6, 5, 4, 3, 2, 1, 0, 0$
- $6, 6, 5, 1, 1, 1, 1, 1$
- $5, 5, 3, 2, 1, 1, 1, 1$
- $5, 4, 3, 2, 2, 2, 2, 2$

Correct

Несложно нарисовать такой граф, стартуя с пути длины 8.