Будь ласка, зверніть увагу! Це завдання на оцінку, яка буде враховуватися для отримання сертифікату.

Для виконання завдання у вас є 2-3 спроби залежно від завдання! Зарахована буде оцінка за останню спробу.

ТЕСТОВЕ ЗАВДАННЯ 1 (3/3 балів)

ПИТАННЯ 1

Напівстепенем виходу вершини орієнтованого графу називається кількість орієнтованих ребер, які виходять з цієї вершини (тобто мають цю вершину в якості початкової). Аналогічно **напівстепенем входу** вершини називається кількість орієнтованих ребер, які входять в цю вершину.

Розглянемо представлення орієнтованого графу за допомогою списку суміжностей, де для кожної вершини v зберігається список вершин, в які з v виходять орієнтовані ребра. Оцініть скільки часу потрібно в найгіршому випадку для обрахунку напівстепеню входу для заданої вершини такого графу? Як і раніше, через n ми позначаємо кількість вершин графу, а через m - кількість ребер. Також позначимо через k максимальне значення напівстепеню у цьому графі.

- ○ $\Theta(n)$
- ● $\Theta(m)$ ✔
- ○ $\Theta(k)$
- ○ Неможливо визначити за заданою інформацією

ПИТАННЯ 2

Розглянемо наступну задачу. Задано неорієнтований граф G (з n вершинами та m ребрами) разом із двома своїми вершинами s та t. Необхідно визначити чи існує хоча би один шлях з s до t. Якщо G заданий за допомогою списку суміжностей, то тоді наведена задача може бути розв'язана за час $O(n+m)$, використовуючи обхід вшир чи вглиб. Якщо ж граф G заданий **матрицею суміжностей**, то тоді за який час можна буде розв'язати цю задачу в найгіршому випадку? Про всяк випадок: граф G не містить кратних ребер (коли між двома вершинами є більше ніж одне ребро).

- (•) $\Theta(n^2)$ ✔
- ( ) $\Theta(nm)$
- ( ) $\Theta(n+m)$
- ( ) $\Theta(m+n\log n)$

ПИТАННЯ 3

Степенем вершини v у неорієнтованому графі називається кількість ребер, які зв'язані з цією вершиною (позначимо степінь вершини через $d(v)$). З наведених нижче співвідношень оберіть правильне та те, яке є найбільш строгим? Тут m - кількість ребер у графі

- ( ) $\sum_{v\in V} d(v) = m$
- (•) $\sum_{v\in V} d(v) = 2m$ ✔
- ( ) $\sum_{v\in V} d(v) \geq m/2$
- ( ) $\sum_{v\in V} d(v) \leq m/2$

Остаточна перевірка | **Зберегти** | **Показати відповідь**

Ви використали 1 з 2 можливостей надіслати свої матеріали на розгляд.

ТЕСТОВЕ ЗАВДАННЯ 2 (5/5 балів)

ПИТАННЯ 4

Розглянемо наступні метричні характеристики графів (тут ми будемо говорити тільки про зв'язні та неорієнтовані графи). **Діаметром графу** d називається максимальна найкоротша відстань між будь-якими двома вершинами s та t (нагадаємо, що відстань між вершинами ми вимірюємо кількістю ребер у маршруті, який з'єднує ці дві вершини).

Для деякої вершини s через $l(s)$ позначимо максимальну з найкоротших відстаней між цією вершиною s та всіма іншими вершинами графу. **Радіусом графу** r називається найменше серед усіх значень $l(s)$: $r = \min_{s \in V}(l(s))$.

Серед усіх наведених нижче нерівностей оберіть ті, які виконуються.

- [ ] $r \geq d$
- [x] $r \geq d/2$
- [x] $r \leq d$
- [ ] $r \leq d/2$

ПИТАННЯ 5

Розглянемо циклічний маршрут (маршрут, в якому перша та останні вершини однакові), який проходить по всіх ребрах неорієнтованого зв'язного графу точно один раз. При цьому одна й та сама вершина може зустрічатись в цьому маршруті більше ніж один раз. Оберіть нижче **необхідну умову** існування такого циклічного маршруту в довільному графі (n - кількість вершин; m кількість ребер; степінь вершини $d(v)$ - кількість ребер, які з'єднані з цією вершиною v).

- (●) Кожна вершина графу має парний степінь ✔

- Для будь-якої пари несуміжних вершин v та u виконується нерівність: $d(v) + d(u) \geq n$
- Для кожної вершини v виконується нерівність: $d(v) \geq n/2$
- Для кожної вершини v виконується нерівність: $d(v) \leq m/2$

ПИТАННЯ 6

Розглянемо матрицю суміжностей Δ деякого графу G. Нагадаємо, що її елемент $\delta_{ij} = 1$, якщо вершини v_i та v_j суміжні, та $\delta_{ij} = 0$ - в іншому випадку. Чому тоді будуть відповідати елементи δ_{ij}^2 матриці Δ^2, тобто добутку матриці Δ на саму себе? Значення елементу c_{ij} результату добутку двох квадратних матриць однакової розмірності $C = AB$ визначається за формулою: $c_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik} b_{kj}$, де n - розмірність матриць A та B.

- Будуть вказувати, чи існує маршрут між вершинами v_i та v_j
- Будуть вказувати, чи існує маршрут довжиною точно 2 ребра між вершинами v_i та v_j
- Будуть вказувати, чи існує маршрут довжиною не більше 2-х ребер між вершинами v_i та v_j
- Будуть вказувати на кількість маршрутів довжиною точно 2 ребра між вершинами v_i та v_j ✔
- Будуть вказувати на кількість маршрутів довжиною не більше 2-х ребер між вершинами v_i та v_j

Остаточна перевірка **Зберегти** **Показати відповідь**

Ви використали 2 з 3 можливостей надіслати свої матеріали на розгляд.