

## Problème d'application n°5: Capteur résistif non linéaire

11/2

### I. Capteur résistif

On étudie un capteur dont l'impédance piézométrique resistive  $R_c$  évolue en fonction du mesurande  $m$ , qui varie de  $m \in [0; 2]$

$$(m) \quad R_c(m) = am^2 + bm + c \quad \text{avec } a=0,3 \quad b=10 \quad \text{et} \quad c=60$$

$$\text{et} \quad R_c, P_{lm}(m) = b'm + c' \quad \text{avec } b'=10,6 \quad \text{et} \quad c'=99,82$$

5.1

L'écart à la linéarité  $5R_c$  sur l'intervalle de la mesure correspond à l'écart maximum entre  $R_c(m)$  et  $R_c, P_{lm}(m)$ .

On obtient  $5R_{c\max}$  pour  $m=0$  et  $m=2$  et on a  $5R_{c\max}=0,19 \Omega$

5.2 On calcule l'écart de linéarité  $\epsilon$

$$\epsilon = \frac{5R_c}{Max(R_c) - Min(R_c)} = \frac{0,19}{121,2 - 100} = 0,9\%$$

5.3 On calcule la sensibilité du capteur sous l'approximation linéaire.

$$\text{Soit } S = \frac{\Delta R_c, P_{lm}}{\Delta m} = b' = 10,6 \Omega / \text{m} \quad , \text{ m le mesurande}$$

5.4 On choisit d'évaluer les évolutions du mesurande autour de la référence  $m_0$  que l'on prendra au centre de l'intervalle de mesure. Ainsi l'avoir la même variation de charge côté de la référence, ce qui permet de réduire la non-linéarité.

$$\text{Soit } m_0 = 1 \quad , \text{ on a donc } R_c(m_0) = R_c(1) = R_{c0} = 100,3 \Omega$$

5.5 On pose donc  $m = m_0 + \Delta m$  et  $R_c(m) = R_{c0} + \Delta R_c = am^2 + bm + c$

$$\text{Soit } \Delta R_c = R_c(m) - R_{c0} = R_c(m_0 + \Delta m) - R_c(m_0)$$

$$= a(m_0 + \Delta m)^2 + b(m_0 + \Delta m) + c - (am_0^2 + bm_0 + c)$$

$$= a\Delta m^2 + (b + 2am_0)\Delta m$$

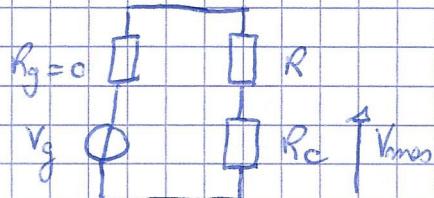
$$= A\Delta m^2 + B\Delta m \quad \text{avec } A = 0,3 \Omega / \text{m}^2 \quad \text{avec } m \text{ le mesurande}$$

$$\text{et } B = 10,6 \Omega / \text{m}$$

## II. Montage potentiométrique - Alimentation en tension

2/12

On réécrit le montage suivant



$$Gm \text{ conserve } R_C = R_{Co} + \Delta R_C$$

$$\text{et } \Delta R_C = A4m^2 + B4m$$

$$S.6 \quad Gm \text{ a } V_{max} = \frac{R_C}{R + R_C} V_g = \frac{R_{Co} + \Delta R_C}{R + R_{Co} + \Delta R_C} V_g$$

$$S.7 \quad \text{On suppose que } V_{max} = V_{max0} + \Delta V_{max}$$

$$\begin{aligned} \text{Soit } \Delta V_{max} &= \left( \frac{R_{Co} + \Delta R_C}{R + R_{Co} + \Delta R_C} - \frac{R_{Co}}{R_{Co} + R} \right) V_g \\ &= \left( \frac{\Delta R_C \cdot R}{(R_{Co} + R)(R_{Co} + \Delta R_C + R)} \right) V_g \end{aligned}$$

S.8 On cherche la valeur de R pour avoir  $\Delta V_{max}$  maximum, pour cela on dérive

$$\frac{\partial \Delta V_{max}}{\partial R} = 0$$

$$\begin{aligned} \text{(on dérivate)} \quad \frac{\partial \Delta V_{max}}{\partial R} &= \frac{\Delta R_C R_{Co}^2 + \Delta R_C^2 R_{Co} - \Delta R_C R^2}{[(R_{Co} + R)(R_{Co} + \Delta R_C + R)]^2} V_g \\ &= \frac{R_{Co}(R_{Co} + \Delta R_C) - R^2}{(R_{Co} + R)^2 (R_{Co} + \Delta R_C + R)^2} = 0 \end{aligned}$$

$$\text{On a donc } R^2 = R_{Co}(R_{Co} + \Delta R_C)$$

Comme  $R_C = R_{Co} + \Delta R_C$  et  $R_C$  évolue autour de  $R_{Co}$  on peut considérer

$$R^2 = R_{Co}^2 \text{ donc } R = R_{Co} \text{ pour avoir } \Delta V_{max} \text{ maximum.}$$

Ce qui nous donne finalement,

$$\Delta V_{max} = \frac{\Delta R_C \cdot R_{Co}}{(2R_{Co})(2R_{Co} + \Delta R_C)} V_g = \frac{\Delta R_C}{4R_{Co}(1 + \frac{\Delta R_C}{2R_{Co}})} V_g$$

$$\text{Soit } \Delta V_{max} = \frac{A4m^2 + B4m}{(1 + \frac{A4m^2 + B4m}{2R_{Co}})} \cdot V_g$$

S.9 On cherche l'approximation linéaire de  $\Delta V_{mes}$ , pour cela on fait un développement au premier ordre.

On a donc

$$\Delta V_{mes}, P_m = \frac{B A m V_g}{4 R_{Co}}$$

possibilité

S.10 On effectue dans la possibilité réduite, soit  $S_1 = \frac{1}{E} \left( \frac{\Delta S}{A m} \right)$  et  $E$  la tension élémentaire

$$\text{Soit } S_{12} = \frac{1}{V_g} \frac{\Delta V_{mes}, P_m}{A m} = \frac{B}{4 R_{Co}} = 24 \text{ mV/m} \star \star$$

S.11 Pour finir, on cherche à calculer l'erreur de linéarité  $\epsilon$ ,

$$\text{Soit } \epsilon_1 = \frac{\Delta V_{mes} - \Delta V_{mes}, P_m}{\Delta V_{mes}} = \frac{\left( \frac{A A m^2 + B A m}{1 + \frac{A A m^2 + B A m}{2 R_{Co}}} V_g - \frac{B A m V_g}{4 R_{Co}} \right)}{\frac{A A m^2 + B A m}{4 R_{Co} \left( 1 + \frac{A A m^2 + B A m}{2 R_{Co}} \right)} V_g}$$

$$\epsilon_1 = \frac{\left( \frac{A}{B} - \frac{0}{2 R_{Co}} \right) A m - \frac{A}{2 R_{Co}} A m^2}{1 + \frac{A}{B} A m}$$

En effectuant un développement à l'ordre 2 en  $A m$ , on trouve

$$\epsilon_1 = \left( \frac{A}{B} - \frac{0}{2 R_{Co}} \right) A m - \frac{A^2}{B^2} A m^2 = -1,97 \times 10^{-2} A m - 2,01 \times 10^{-4} A m^2$$

Le maximum de l'erreur se situe pour  $A m = 3$ , on trouve alors  $\epsilon_1 = -2,05\%$ .

### III. Montage potentiométrique - Alimentation en courant

On remplace la source de tension par la source de courant parfaite  $I_g$

On conserve  $R_{Co}$  ( $m\Omega$ ) =  $R_{Co}$



5.i2

$$V_{m0s} = I_g \cdot R_C = I_g \cdot (R_{Co} + \Delta R_C)$$

$$\text{On a donc } \Delta V_{m0s} = V_{m0s} - V_{m0s0} = I_g (\Delta R_C) = (A \Delta m^2 + B \Delta m) \cdot I_g$$

5.i3 On peut déduire de  $\Delta V_{m0s}$  l'approximation linéaire  $\Delta V_{m0s}, P_{in}$

$$\Delta V_{m0s}, P_{in} = B \Delta m \cdot I_g$$

5.i4 On a le cas de l'alimentation en tension mais avons:  $\Delta V_{m0s}, P_{in} = \frac{B \cdot V_g}{4 R_{Co}} \Delta m$

Si l'on compare, il faut considérer des courants identiques, on a

donc  $I_g \approx \frac{V_g}{2 R_{Co}}$  car il y a un facteur deux introduit par la résistance  $R_{Co}$   
dans le cas de l'alimentation en tension.

On a donc  $\Delta V_{m0s}, P_{in} = B \Delta m \cdot I_g \approx B \Delta m \times \frac{V_g}{2 R_{Co}}$  ce qui est deux fois supérieur au cas de l'alimentation en courant.

5.i5 On calcule l'erreur de précision:

$$\epsilon_2 = \frac{\Delta V_{m0s} - \Delta V_{m0s}, P_{in}}{\Delta V_{m0s}} = \frac{(A \Delta m^2 + B \Delta m) I_g - B \Delta m I_g}{(A \Delta m^2 + B \Delta m) I_g}$$

$$= \frac{A \Delta m}{A \Delta m + B} = \frac{A \Delta m}{B(1 + \frac{A}{B} \Delta m)}$$

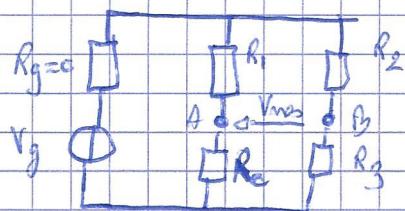
Suit à l'ordre 2 en  $\Delta m$ .

$$\epsilon_2 \approx \frac{A}{B} \Delta m (1 - \frac{A}{B} \Delta m) = 22,3 \times 10^{-5} \Delta m (1 - 22,3 \times 10^{-5} \Delta m)$$

et lorsque ci, l'erreur est maximale pour  $\Delta m = -1$ , on obtient  $\epsilon_2 = -2,9 \pm 1$

#### IV. Montage en pont de pont

(5/12)



Gm casseur  $Rc/m_o = R_{co}$

$$S.16 \quad V_{mbo} = V_A - V_B = \left( \frac{R_c}{R_c + R_1} - \frac{R_3}{R_2 + R_3} \right) V_g = \left( \frac{R_c R_2 - R_1 R_3}{(R_c + R_1)(R_2 + R_3)} \right) V_g$$

S.17 Pour équilibrer le pont, il faut  $R_c R_2 = R_1 R_3 = 0$

Comme nous l'avions vu en question S.8,  $R_c$  évoluant autour de  $R_{co}$ , on considère

$R_c = R_{co}$ , par suite on peut prendre  $R_{co} = R_1 = R_2 = R_3 = 110,3 \Omega$

Gm obtenant donc

$$\begin{aligned} V_{mbo} &= \left( \frac{R_c}{R_c + R_{co}} - \frac{R_{co}}{2R_{co}} \right) V_g \\ &= \left( \frac{R_c - R_{co}}{2(R_c + R_{co})} \right) V_g \end{aligned}$$

S.18 Gm calcul  $\Delta V_{mbo}$ ,  $\Delta V_{mbo} = V_{mbo} - V_{mbo}$  on a:  $V_{mbo} = 0$

$$\text{Soit } \Delta V_{mbo} = V_{mbo} = \frac{\Delta R_c}{(2R_{co} + \Delta R_c)/2} \cdot V_g = \frac{\Delta R_c}{2R_{co}(1 + \frac{\Delta R_c}{2R_{co}})} \cdot \frac{V_g}{2}$$

et comme  $\Delta R_c = A\Delta m^2 + B\Delta m$

$$\Delta V_{mbo} = \frac{A\Delta m^2 + B\Delta m}{2R_{co}(1 + \frac{A\Delta m^2 + B\Delta m}{2R_{co}})} \cdot \frac{V_g}{2} = \frac{B\Delta m(1 + \frac{A}{B}\Delta m)}{(1 + \frac{A\Delta m^2 + B\Delta m}{2R_{co}})} \cdot \frac{V_g}{4R_{co}}$$

S.19 Gm applique un développement de premier ordre pour obtenir  $\Delta V_{mbo}$ , Pm

Gm obtenant donc  $\Delta V_{mbo}, P_m = \frac{B\Delta m}{4R_{co}} V_g$

S.20 Gm calcul Pb sensibilité nœuds

$$S_n = \frac{1}{V_g} \frac{\Delta V_{mbo}, P_m}{4m} = \frac{B}{4R_{co}} = 24mV / am \cdot V \quad \text{comme on S.10}$$

S.9f On calcule l'erreur de ligneurité, comme fait en S.9f dans le cas des montages potentiométriques dimensionnés au tension.

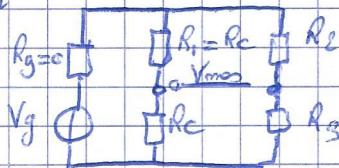
On obtient donc  $P_0$  même resultat, soit :

$$E_3 \approx \left( \frac{A}{B} - \frac{B}{2R_{co}} \right) 4m = \frac{A^2}{B^2} 4m^2 = -1,97 \times 10^{-2} 4m = -3,94 \times 10^{-4} 4m^2$$

Le maximum d'erreur est toujours pour  $1cm = l$ , où on obtient  $E_3 = -2,05\%$ .

## IV Montage en demi-pont push-pull

On applique le montage suivant



S.22 On se retrouve comme dans le cas de montage push-pull mais cette fois,  $R_1 = R_2 + \Delta R_1$ .

On a également  $R_c = R_{co} + \Delta R_c$  et  $R_2 = R_3 = R_{co}$  et  $V_{mso} = 0$

Soit

$$\begin{aligned}\Delta V_{mso} &= V_{mso} = \left( \frac{R_c}{R_c + R_1} - \frac{R_{co}}{2R_{co}} \right) V_g \\ &= \left( \frac{R_c - R_1}{R_c + R_1} \right) \frac{V_g}{2} \\ &= \left( \frac{\Delta R_c - \Delta R_1}{2R_c + \Delta R_1 + 2R_{co}} \right) \frac{V_g}{2}\end{aligned}$$

S.23 On sait que  $\Delta R_c = R_c(m) - R_c(m_0)$   
 $= R_c(m_0 + \Delta m) - R_c(m_0)$

$R_i$  étant identique à  $R_c$ , mais le montage étant push-pull alors

$$\begin{aligned}\Delta R_1 &= R_1(m^*) - R_1(m_0) \\ &= R_1(m_0 - \Delta m) - R_1(m_0)\end{aligned}$$

Donc de la même manière que calculé sur S.5,

$$\Delta R_c = A\Delta m^2 + B\Delta m \quad \text{et} \quad \Delta R_1 = A\Delta m^2 - B\Delta m$$

S.24

On obtient donc:

$$\Delta V_{mso} = \left( \frac{2B\Delta m}{2A\Delta m^2 + 2R_{co}} \right) \cdot \frac{V_g}{2} = \frac{B\Delta m V_g}{2R_{co} \left( 1 + \frac{A\Delta m^2}{R_{co}} \right)}$$

S.25 On applique un développement au premier ordre à  $\Delta V_{mso}$  pour avoir  $\Delta V_{mso}/\Delta m$

$$\text{Soit } \Delta V_{mso}, \frac{\Delta V_{mso}}{\Delta m} = \frac{B\Delta m V_g}{2R_{co}}$$

S.26 La sensibilité résulte est alors  $S_m = \frac{1}{V_g} \frac{\Delta V_{mso}}{\Delta m} = \frac{B}{2R_{co}} = 42mV/m^2V$

$$5.27 \quad \text{On effectue la variation d'après le principe : } \epsilon_4 = \frac{\Delta V_{mes} - \Delta V_{mes, \text{fin}}}{\Delta V_{mes}}, \quad (P12)$$

On obtient donc

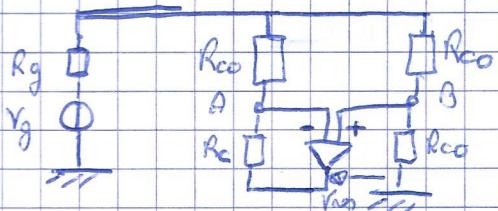
$$\epsilon_4 = \frac{\frac{3Vg \Delta m}{2Rco \left(1 + \frac{A \Delta m^2}{Rco}\right)} - \frac{3Vg \Delta m}{2Rco}}{\frac{3Vg \Delta m}{2Rco \left(1 + \frac{A \Delta m^2}{Rco}\right)}} = - \frac{A \Delta m^2}{Rco}$$

De manière immédiate, on trouve  $\epsilon_4$  maximale pour  $\Delta m = \pm 1$

$\epsilon_4$  vaut alors  $\approx 27\%$ .

## VI - Linéarisation amont - montage en quart de pont ou trif

On réalise le montage suivant



On suppose l'amplification opérationnelle idéal.

5.28

$$\text{On a } V_B = \frac{V_g}{2} \text{ et } V_B = V_{mes} + \frac{R_c}{R_c+R_{co}} (V_g - V_{mes}) \\ = \left( \frac{R_c}{R_c+R_{co}} \right) V_g + \left( \frac{R_{co}}{R_c+R_{co}} \right) V_{mes}$$

5.29 L'AOP idéal est ici utilisé pour linéariser, de ce fait la contre réaction est faite sur l'entrée inverseuse (-), de ce fait les deux entrées de l'AOP sont de tel sorte que la différence de tension soit nul. On a donc  $V_A = V_B$  par contre réaction négative de l'AOP.

$$\text{On a donc } V_{mes} = \left[ \frac{(R_c + R_{co}) / (R_{co} - R_c)}{R_{co}} \right] \frac{V_g}{2} \\ = \left[ \frac{R_{co} - R_c}{R_{co}} \right] \left( \frac{V_g}{2} \right)$$

On a encore  $\Delta V_{mes} = V_{mes} - V_{mes0} = V_{mes}$  car  $V_{mes0} = 0$

$$\text{Donc } \Delta V_{mes} = \frac{R_{co} - R_c}{R_{co}} \cdot \frac{V_g}{2} = - \frac{\Delta R_c}{R_{co}} \cdot \frac{V_g}{2} = - (\Delta A_m^2 + \Delta B_m) \left( \frac{V_g}{2 R_{co}} \right)$$

$$\text{Soit } \Delta V_{mes} = - \Delta A_m \left( 1 + \frac{A}{B} \Delta m \right) \left( \frac{V_g}{2 R_{co}} \right)$$

5.30 On applique un développement au premier ordre à  $V_{mes}$  pour avoir  $V_{mes}, P_{im}$

$$\text{Soit } \Delta V_{mes}, P_{im} = - \frac{\Delta A_m V_g}{2 R_{co}}$$

5.31 On calcule la sensibilité voltmétrique.

$$\text{Soit } S_V = \frac{1}{V_g} \frac{\Delta V_{mes}, P_{im}}{\Delta m} = \frac{-B}{2 R_{co}} = -4 \mu mV / m^\circ C$$

10/12

5.32 On calcule l'erreur de dissipatifs  $E_S = \frac{\Delta V_{max} - \Delta V_{min, Pin}}{\Delta V_{max}}$

$$Sait E_S = \frac{-B\Delta m \left(1 + \frac{A}{B} \Delta m\right) \left(\frac{V_0}{2R_{co}}\right) + \frac{A\Delta m V_0}{2R_{co}}}{-B\Delta m \left(1 + \frac{A}{B} \Delta m\right) \left(\frac{V_0}{2R_{co}}\right)} = \frac{A\Delta m}{B + A\Delta m}$$

Ce qui donne à l'ordre 2 en 1/m  $E_S \approx \frac{A}{B} \Delta m \left(1 - \frac{A}{B} \Delta m\right)$

L'erreur est maximale pour  $\Delta m = -1$

On obtient  $E_S \approx 2,73 \times 10^{-2} \Delta m \left(1 - 2,73 \times 10^{-2} \Delta m\right) \approx -2,91\%$

## VII Avantages et inconvénients des différents conditionneurs

Résumons nos différents résultats par parties

Montage Potentiométrique élémentaire en tension :

- les variations de tensions de mesures ont lieu autour de  $V_{moy} = \frac{V_g}{2}$

$$\Delta V_{mes, Pim} = \frac{34 mV_g}{4R_{co}} \quad \text{et } S_n = 24 mV/m^2V$$

- l'erreur de linéarité max  $E_g$  vaut  $-2,05\%$

On note une très bonne linéarité du capteur et des conditionneurs

Montage Potentiométrique élémentaire en courant :

- les variations de tensions de mesures ont lieu autour de  $V_{moy} = I_g R_{co} = \frac{V_g}{2}$

$$\Delta V_{mes, Pim} = \frac{34 mV_g}{2R_{co}} \quad \text{et } S_n = 48 mV/m^2V \quad \text{avec } I_g = \frac{V_g}{2R_{co}}$$

- l'erreur de linéarité max  $E_g$  vaut  $-2,91\%$

On note une très bonne linéarité du capteur uniquement

Montage en quart de pont :

- les variations de tensions de mesures se situent autour de  $V_{moy} = 0$

$$\Delta V_{mes, Pim} = \frac{34 mV_g}{4R_{co}} \quad \text{et } S_n = 24 mV/m^2V$$

- l'erreur de linéarité max  $E_g$  vaut  $-2,05\%$

On note une très bonne linéarité du capteur et des conditionneurs

Montage en demi-pont push-pull

- les variations de tensions de mesures se situent autour de  $V_{moy} = 0$

$$\Delta V_{mes, Pim} = \frac{34 mV_g}{2R_{co}} \quad \text{et } S_n = 48 mV/m^2V$$

- l'erreur de linéarité max  $E_g$  vaut  $-0,27\%$

On note une très bonne linéarité du capteur uniquement

Montage en quart de pont adif

- les variations de tensions de mesures se situent autour de  $V_{moy} = 0$

$$\Delta V_{mes, Pim} = -\frac{34 mV_g}{2R_{co}} \quad \text{et } S_n = -48 mV/m^2V$$

- l'erreur de linéarité max  $E_g$  vaut  $-2,91\%$

On note une très bonne linéarité du capteur uniquement.

On peut noter les choses suivantes :

- SP est plus intéressant d'utiliser. Les montages en pont plutôt que les montages aux condensateurs potentiométriques. En effet, les montages en pont possèdent une tension de référence  $V_{miso} = 0$  nette, ce qui fait la précision de la mesure dépendance de la mesure et grandement augmentée.
- Au niveau des sensibilités, on note que, la sensibilité du montage potentiométrique dépend du courant et doublé par rapport au montage en tension.
- Les montages en domi-pont push-pull et quart de pont actif ont aux deux sensibilités deux fois plus importantes que le montage en quart de pont simple.
- Au niveau de la non-linéarité, on note que le montage le plus intéressant est le montage en domi-pont push-pull qui possède une non-linéarité inférieure à un ordre de grandeurs par rapport aux autres montages (jusqu'à -2,67% et -2,31%). Cependant ce montage nécessite l'utilisation de deux capteurs pour fonctionner.
- Au niveau des non-linéarités, on peut également noter que l'erreur pour le montage quart de pont est potentiométrique en tension est de -2,05% soit plus faible que l'erreur des montages potentiométriques en courant et quart de pont actif qui est de -2,91%. Dans ces deux premiers montages, la non-linéarité due au captage et les conditions semblent se combiner et réduire la non-linéarité totale.