선형대수학팀

3팀

김수인
오정민
이수진
홍세정
강현주

INDEX

고유값과 고유벡터 (Eigenvalue & Eigenvector)

선형 변환을 벡터의 스칼라 곱으로 표현 가능 !

$$Av = \lambda v$$

=고유벡터 =고유값

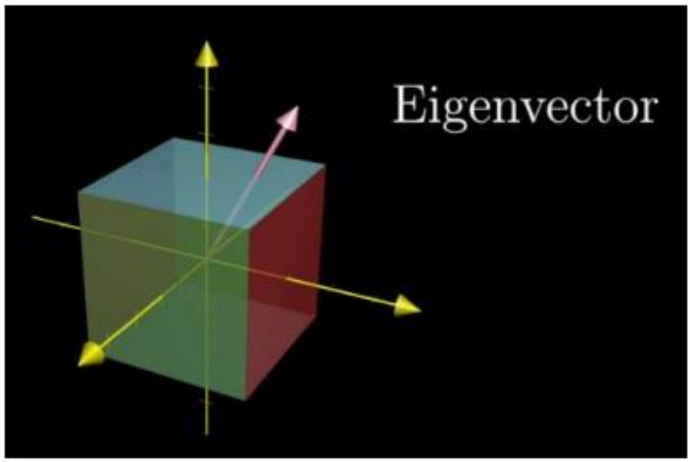
***고유벡터**

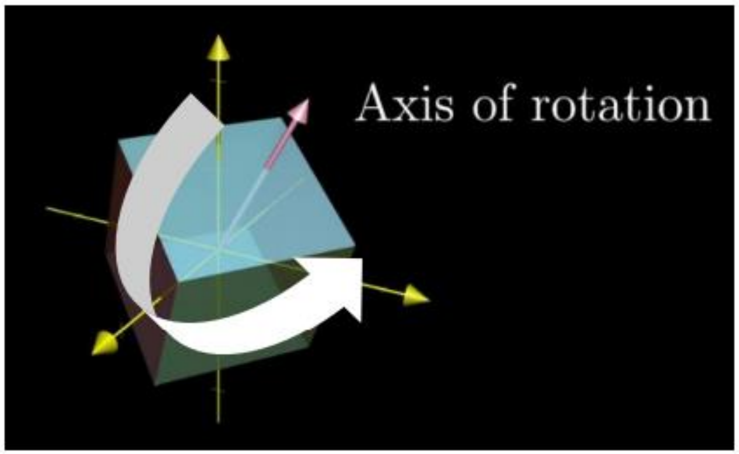
-변환 후에도 자신의 고유한 span 공간에 남아있는 벡터

***고유값**

-고유벡터를 얼마나 늘이고 줄였는지에 대한 값

Why Eigen?





(고유벡터=회전축, 고유값=축의 변환 정도)

고유벡터는 선형 변환 후에도 그대로 남아있다

=즉, 변환의 회전축으로 활용 가능

고유값 분해 (Eigen decomposition)

고유값 분해 : “$Av = \lambda v$” 식에서 A 분해하기

< N x N 행렬 >

=n개의 고유벡터와 고유값을 갖는다.

$$A = [v_1\ v_2\ \dots\ v_n] \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & 0 \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \lambda_n \end{bmatrix} [v_1\ v_2\ \dots\ v_n]^{-1}$$

$$A = Q \Lambda Q^{-1}$$

■ 고유값 분해 (Eigen decomposition)

고유값 분해 : “$Av = \lambda v$” 식에서 A 분해하기

< N x N 행렬 >

$$A = Q\Lambda Q^{-1} \qquad A = Q\Lambda Q^{T}$$

※Condition※

1) A가 정방행렬일 때

2)모든 column이 선형독립일 때

>>위 두 조건이 충족되어야 고유값 분해 가능!!

PCA란?

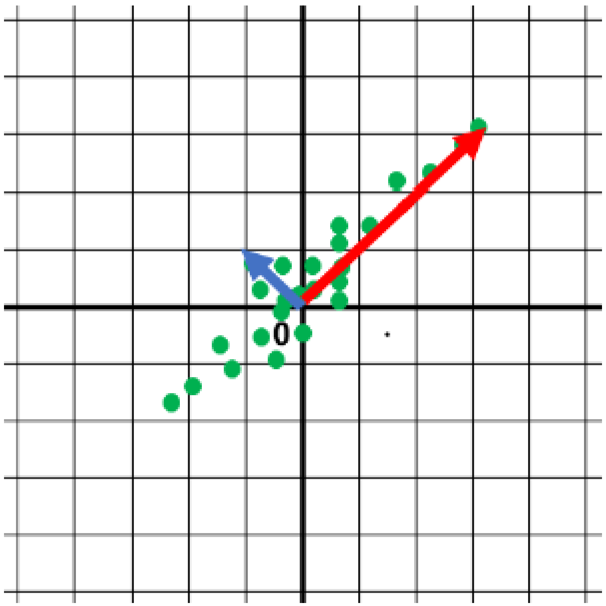
PCA

:(Principal Component Analysis) 주성분분석

- 원래 데이터의 분산을 최대한 보존할 수 있는 방향으로 축을 변형시킨 '주성분'을 찾는 기법
- 자주 사용되는 차원 축소 기법! ➡ Projection 방법을 사용

Why Eigenvector is PC?

Ex. R2 공간

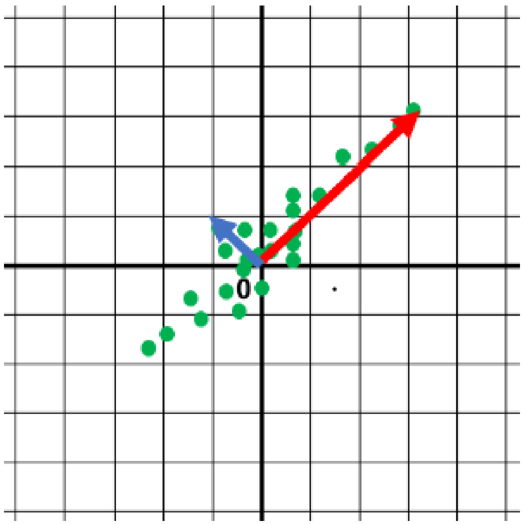


- 빨간색 고유벡터와 수직을 이루는 파란색 벡터 역시 선형변환 이후에도 방향이 변하지 않음!

- 파란색 벡터도 또한 고유벡터!

Why Eigenvector is PC?

Ex. R2 공간



데이터가 고유벡터 방향으로 분산된 정도

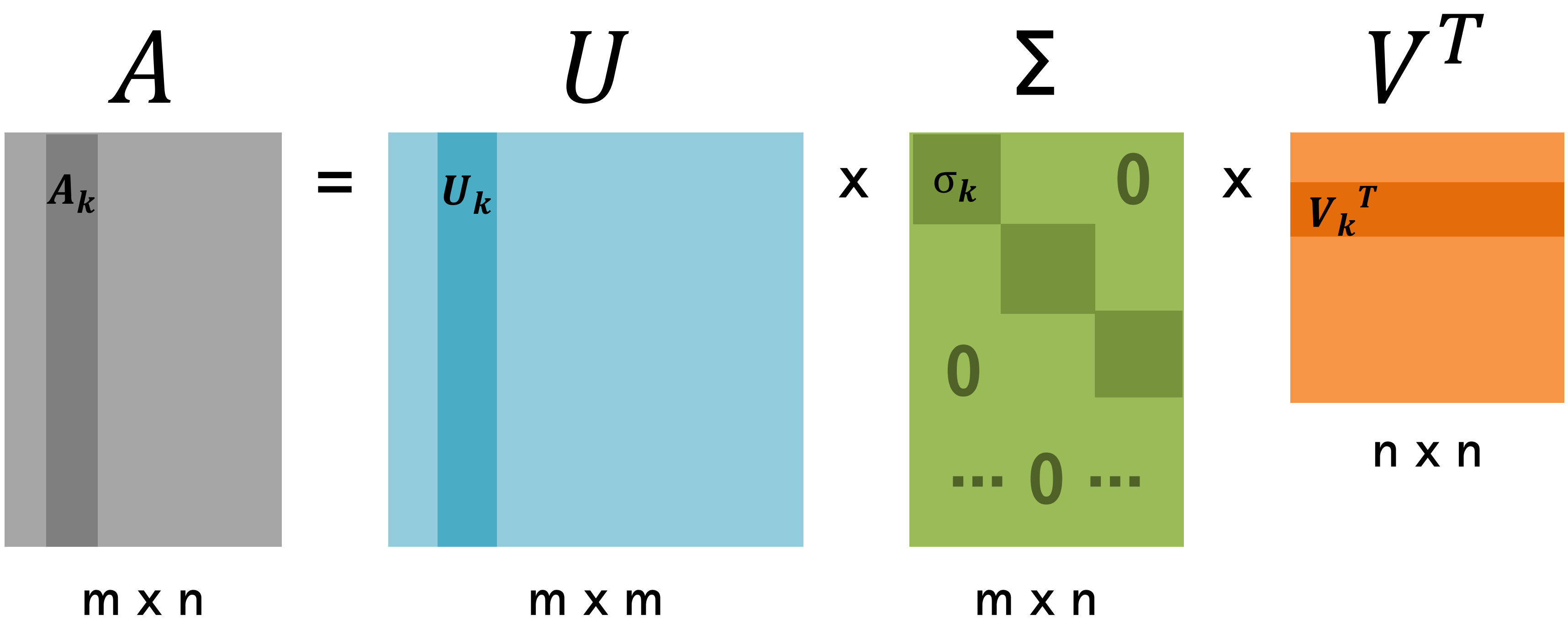
고유값

고유값이 클수록 분산을 잘 설명하는 축이 된다!

따라서 이 경우 **빨간색** 벡터로 Projection!

■ Singular Value Decomposition : 특이값분해

$$A = U\Sigma V^T$$



SVD : 특이값분해

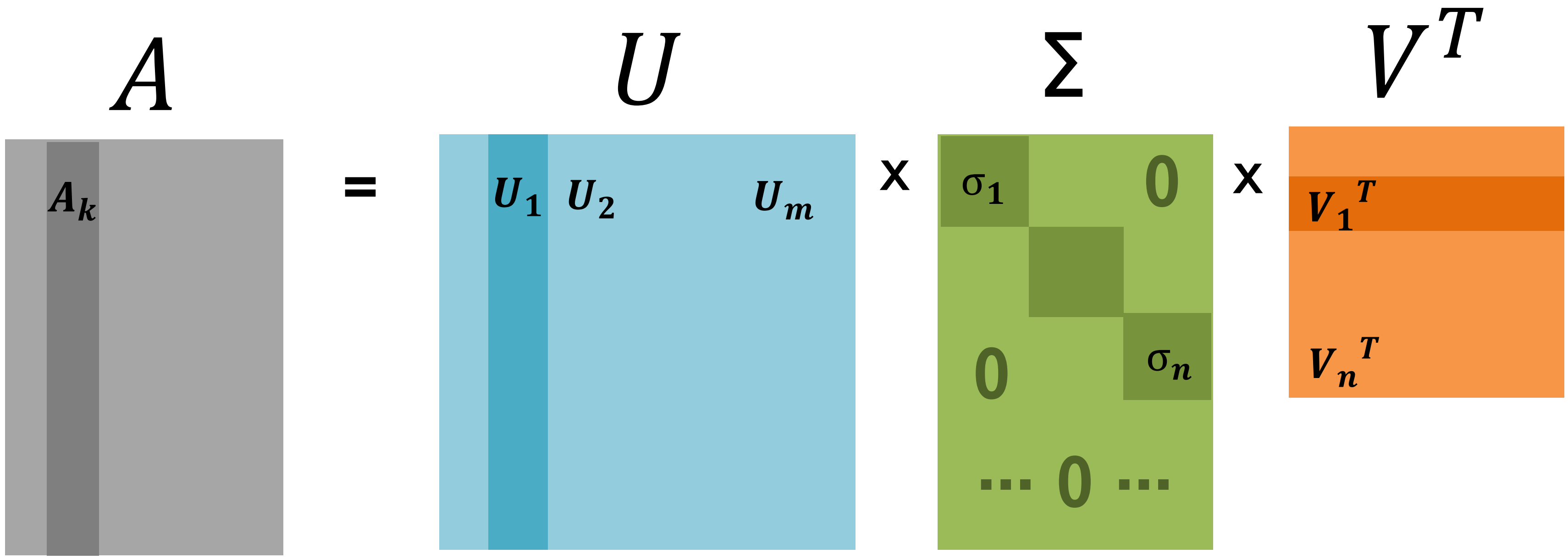
행렬 분해!

$A \quad U \quad \Sigma \quad V^T$

목적?

서로 orthogonal한 벡터 집합 → 선형변환 → 여전히 orthogonal한 벡터 집합 찾으려고!

■ SVD : 무엇이 좋은가?



$$= \underbrace{\sigma_1 u_1 {v_1}^T + \sigma_2 u_2 {v_2}^T + \cdots + \sigma_n u_n {v_n}^T}$$

행렬을 여러 레이어로 쪼개어 볼 수 있다!

■ SVD와 PCA : 표준화된 X의 공분산 행렬 구하기

특이값 분해

V 행렬이

곧 공분산 행렬의 고유벡터

PC값 **계산 빠르고 정확**

prcomp()

고유값 분해

PCA

공분산행렬

계산량 많아 느리다!

princomp()