시계열자료분석팀

5팀

김지원
권남택
최수진
최순일
홍서영

INDEX

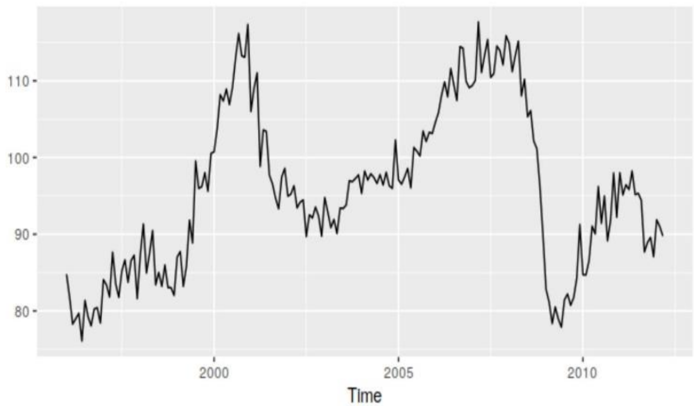
1. ARIMA
2. SARIMA
3. ARIMAX
4. ARFIMA
5. ARCH & GARCH

"ARIMA(p,d,q)"

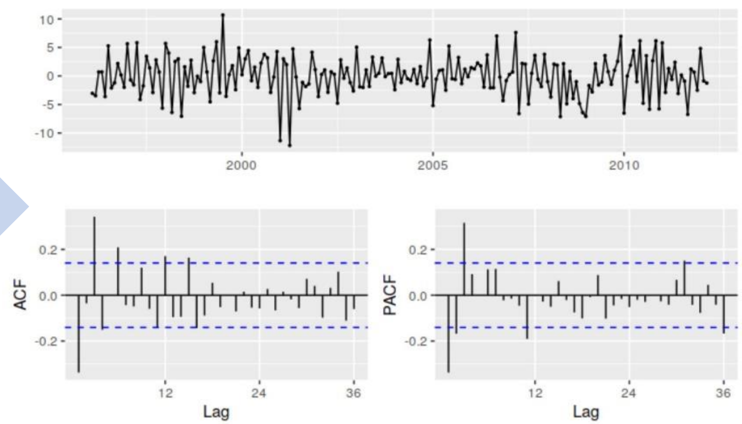
Cointegration: 추세 반영

: 자기 회귀 누적 이동 평균 (Autoregressive Integrated Moving Average)

- 비정상 시계열에 대해 d차 차분한 결과가 ARMA(p,q)



비정상 시계열



1차 차분한 결과가 ARMA(3,0)

"ARIMA(p,d,q)"

: 자기 회귀 누적 이동 평균 (Autoregressive Integrated Moving Average)

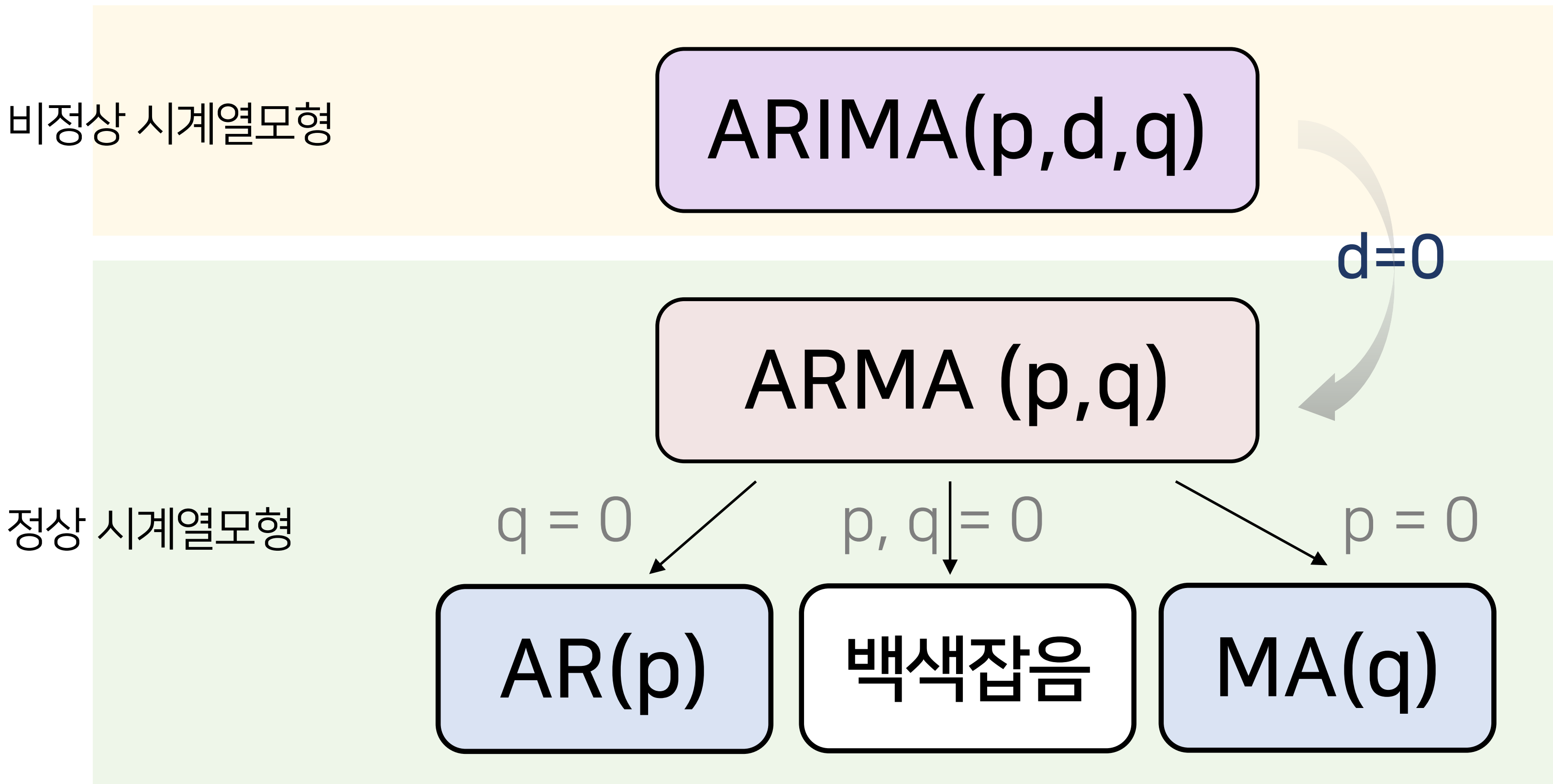
$$(1-\phi_1\mathrm{B}-\cdots-\phi_p B^p)(1-\mathrm{B})^d X_t = (1+\theta_1 B+\cdots+\theta_q B^q)Z_t \,,\; Z_t \sim \mathrm{WN}(0,\sigma^2)$$

AR(p)에 대한 부분,
과거 **관측치** 설명

d차 **차분** 시행

MA(q)에 대한 부분,
과거 **오차항** 설명

- ARIMA 모형과 정상시계열 모형들의 관계



"SARIMA"

: Seasonal + ARIMA, **계절성**을 고려한 ARIMA 모형

계절성이
정말루
일정할까?

ARIMA

계절 ARIMA — 계절성 고려

승법 계절 ARIMA — 계절성 + 비계절성 고려

"SARIMA"

: Seasonal + ARIMA, 계절성을 고려한 ARIMA 모형

계절성만 존재하는 시계열: $X_t = S_t + Z_t$

$$s_t = a_0 + \sum_{j=1}^{k}(a_j \cos(\lambda_j t) + b_j \sin(\lambda_j t))$$

기존의 계절성 가정: 시간에 의해 일정한 추세가 반복
= 계절성은 **결정적** 특성!

"SARIMA"

: Seasonal + ARIMA, 계절성을 고려한 ARIMA 모형

계절성만 존재하는 시계열: $X_t = S_t + Z_t$

$s_t = a_0 + \sum_{j=1}^{k}(a_j \cos(\lambda_j t) + b_j \sin(\lambda_j t))$

what if?

BUT! 계절성이 오차항처럼 무작위하게
한 주기 다음에는 변화한다고 가정한다면?

= 계절성은 결정적 특성!

"계절ARIMA"

: ARIMA(p, d, q)의 과정 + 계절성을 고려!

ARIMA(p,d,q)모형

$X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_{t-p}$ & $Z_{t-1}, Z_{t-2}, \dots, Z_{t-q}$로 현재관측치 X_t 설명

(순수) SARIMA(P,D,Q)모형

$X_{t-s}, X_{t-2s}, \dots, X_{t-p\cdot s}$ & $Z_{t-s}, Z_{t-2s}, \dots, Z_{t-q\cdot s}$로 현재관측치 X_t 설명

(순수) SARIMA의 수식

$$(1-B^s)^d X_t = \Phi_1 X_{t-s} + \Phi_2 X_{t-2s} + \cdots + \Phi_p X_{t-ps} + \Theta_1 Z_{t-s} + \Theta_2 Z_{t-2s} + \Theta_q Z_{t-qs} + Z_t$$

$$= \Phi(B^s)(1-B^s)^d X_t = \Theta(B^s) Z_t$$

→ 비계절적 요소 고려 X ∴ 제한적 모형

"승법계절ARIMA"

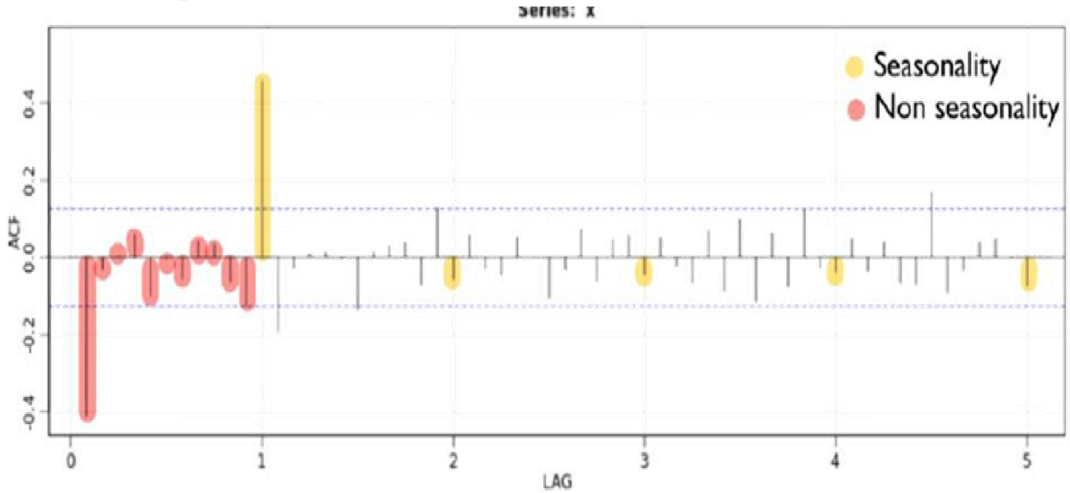
: ARIMA(p,d,q) x 계절 ARIMA = 승법 계절 ARIMA!

ARIMA(P,D,Q)모형: $\Phi(B^s)(1-B^s)^d X_t = \Theta(B^s)Z_t$

Z_t에 한번 더 ARIMA 적용!

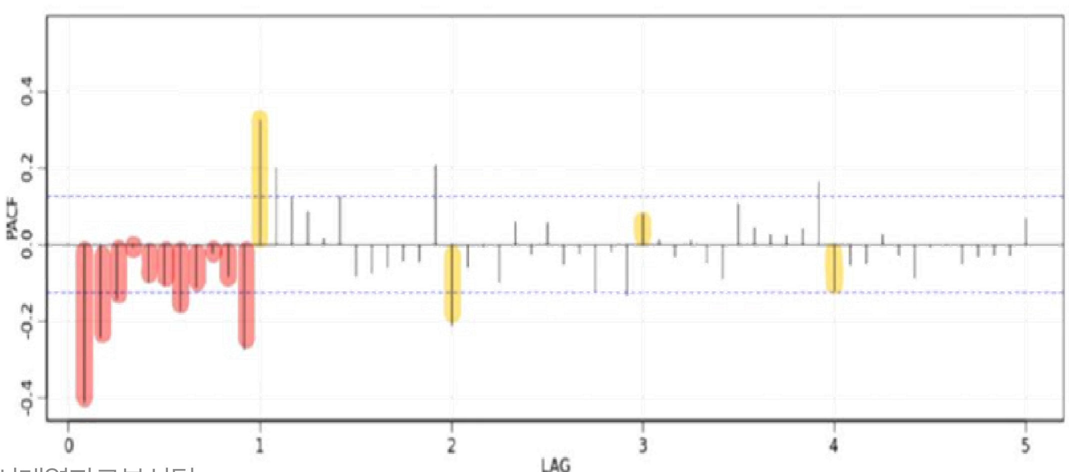
$$\Phi(B^s)\phi(B)(1-B)^d(1-B^s)^D X_t = \Theta(B^s)\theta(B)Z_t$$

ACF plot(자기상관함수)



- 주기만 볼 경우 : 1 이후 cut off
- 한 주기 내에서 : 1 이후 cutoff

PACF plot(부분자기상관함수)



SARIMA(0,0,1)(0,0,1)12

- 주기만 볼 경우 : 1 이후 tails off
- 한 주기 내에서 : 1 이후 tails off

"ARIMAX"

: 공변량 자기 회귀 누적 이동 평균 (ARIMA with exogenous regressor)

$$\phi(B)X_t = \theta(B)Z_t + \beta_0 + \beta_1 x$$

기존 ARIMA

외부 변수 X의
영향을 반영하는 회귀식

"ARIMAX"

: 공변량 자기 회귀 누적 이동 평균 (ARIMA with exogenous regressor)

- X_t에 대한 식으로 나타내면

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \cdots + \phi_p X_{t-p} + Z_t - \theta_1 Z_{t-1} - \cdots - \theta_q Z_{t-q} + \beta_0 + \beta_1 x_t$$

$$X_t = \underbrace{\textstyle\sum_{j=1}^{p} X_{t-j} - \sum_{j=1}^{q} Z_{t-j} + Z_t}_{u_t\text{로 치환}} + \beta_0 + \beta_1 x_t$$

$X_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + u_t$: ARMA모형을 따르는 잔차항 u_t를 가진 회귀식이 된당!

"ARFIMA"

: AutoRegressive Fractionally Integrated Moving Average

ARFIMA(0, d, 0) : $(1 - B)^d X_t = Z_t,\quad 0 < d < \frac{1}{2}$

ARFIMA(p, d, q) : $\phi(B)(1 - B)^d X_t = \theta(B) Z_t,\quad 0 < d < \frac{1}{2}$

$Z_t \sim WN(0, \sigma^2)$

기존 ARIMA

차분 차수 d에 대한 조건

"ARCH"

: 변동성을 설명하기 위한 비선형 모델

ARCH(1) : $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 {\varepsilon_{t-1}}^2$

ARCH(p) : $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i {\varepsilon_{t-i}}^2$

$$= \alpha_0 + \alpha_1 {\varepsilon_{t-1}}^2 + \alpha_2 {\varepsilon_{t-2}}^2 + \cdots + \alpha_p {\varepsilon_{t-p}}^2$$

→ t시점의 오차항의 변동성(σ_t)를 p시점 전까지 오차항(ε_t)의 제곱으로 표현

$$\varepsilon_t = \sigma_t Z_t, \qquad Z_t \sim WN(0, \sigma^2)$$