선형대수학팀

3팀

김수인
오정민
이수진
홍세정
강현주

INDEX

Column Picture : Ax=b 문제는 이 관점으로 보자!

일반화된 식

$$x\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix} + y\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}b_1\\b_2\end{pmatrix}$$

"행렬의 각 column의 어떤 선형결합이 b벡터를 만드는가?"

■ Subspace : 벡터 공간의 부분집합

subspace

벡터 공간의 부분집합

+

벡터 공간의 조건을 만족

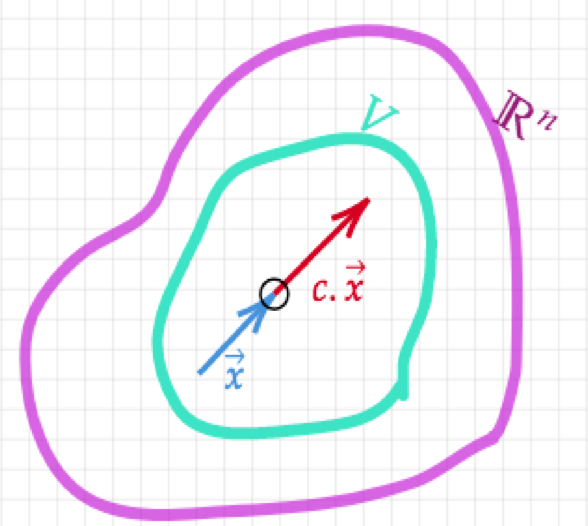
Subspace : 대표적인 subspace?

원점을 지나는 하나의 직선 위에 있는 벡터들

- 방향이 같은 벡터들
- 한 성분의 스칼라 곱으로 다른 성분을 만들 수 있다

$$\begin{pmatrix} a \\ 2a \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b \\ 2b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+b \\ 2(a+b) \end{pmatrix}$$

$$k\begin{pmatrix} a \\ 2a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka \\ k(2a) \end{pmatrix}$$



■ **행렬의 subspace** : column space, null space, row space, left null space

Column space

Ax=b

"모든 b에 대해 solution 있는가?"

column space = R^n 공간

column space = R^n 내부의 n보다 작은 차원의 subspace

■ 여러가지 개념 : 선형독립

선형 독립

:(linearly independence)

$x_1, x_2, \dots, x_n$ 벡터의 zero combination을 제외한 어떠한 Linear combination도 영벡터를 반환하지 않을 때, $x_1, x_2, \dots, x_n$ 벡터는 linearly independent하다고 한다.

■ 여러가지 개념 : 선형독립

선형 독립의 다른 표현

x1, x2, …, x_n을 column으로 가지는 행렬 A에 대해

- Ax = 0을 만족하는 x 벡터는 영벡터 뿐이다.
- A의 Null space가 영벡터만 포함한다.
- 행렬 A가 역행렬을 가지지 않는다.

■ 여러가지 개념 : Span

Span

$x_1, x_2, \ldots, x_n$ 벡터가 어떤 공간을 Span 한다는 말은, $x_1, x_2, \ldots, x_n$ 벡터의 모든 linear combination이 그 어떤 공간에 속한다는 뜻

➡ $x_1, x_2, \ldots, x_n$ 벡터의 모든 linear combination 벡터를 합쳐놓았을 때 만들어지는 공간을 $x_1, x_2, \ldots, x_n$ 벡터가 span하는 공간이라 함

■ 여러가지 개념 : Basis

Basis

어떤 V 공간을 Span하는 벡터들의 최소 집합

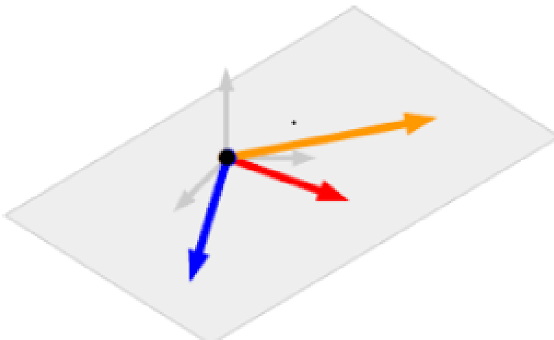
Basis vector 의 성질

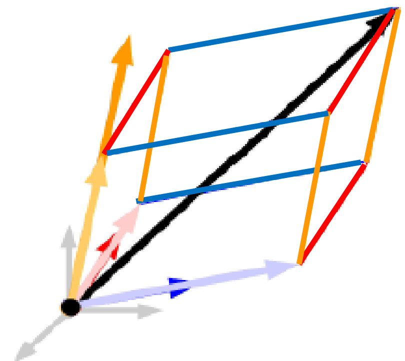
1) linearly independent하다.

2) 해당 벡터들이 V 공간을 Span한다.

■ 여러가지 개념 : Basis

Ex. R3 공간





- 평면 공간의 basis는 빨간색 벡터와 파란색 벡터
- 따라서 basis의 개수는 2개

- R^3 공간의 basis는 빨간색, 파란색, 주황색 벡터
- 따라서 basis의 개수는 3개

➡ 공간의 차원보다 기저 벡터의 개수가 많을 수 없다!

■ Why projection? : y data를 최대한 표현하기 위해

(베타계수)

$$Ax = b \quad \rightarrow \quad X\beta = y$$

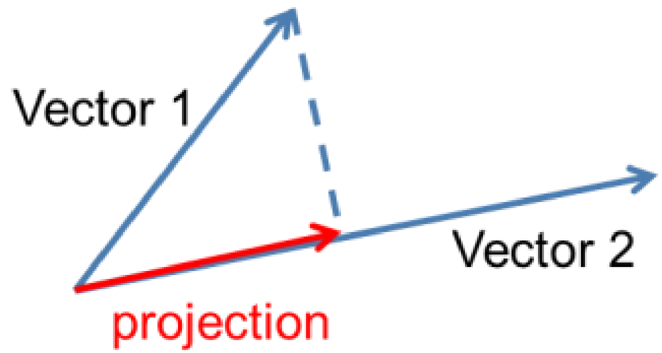
독립변수들의 집합

예측하려는 종속변수

Ax=b problem은 사실
우리가 아는 **회귀식**을 푸는 것

■ 벡터-벡터 projection : 벡터와 벡터의 오차를 최소화

Vector 1를 Vector2에 projection



Vector 2의 방향으로 만드는 직선 공간에 Vector1을 매핑

=

Vector 2가 만드는 직선 공간으로 공간을 압축시키는

선형변환

회귀식에서의 프로젝션 : $X\hat{\beta} = \hat{y}$

$$\underline{X(X^TX)^{-1}X^T}y = X\hat{\beta} = \hat{y}$$

=선형변환
=projection matrix
=hat matrix

회귀의 개념은 결국 X data의 변수들로 만들어지는 공간에 y벡터를 투영시켜 가장 가까운 해를 찾는 것이다.

=projection 개념이 적용된다