

# 클린업 2주차

5팀 시계열자료분석팀

염예빈  
한유진  
이재현  
박세령  
이정우



## 모형의 필요성

## ACF

## PACF

## 모형의 필요성

$$\begin{aligned}
 \text{공분산 행렬} : \Gamma &= \begin{pmatrix} \text{Cov}(Y_1, Y_1) & \text{Cov}(Y_1, Y_2) & \dots & \text{Cov}(Y_1, Y_n) \\ \text{Cov}(Y_2, Y_1) & \text{Cov}(Y_2, Y_2) & \dots & \text{Cov}(Y_2, Y_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{Cov}(Y_n, Y_1) & \text{Cov}(Y_n, Y_2) & \dots & \text{Cov}(Y_n, Y_n) \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} \gamma(0) & \gamma(1) & \dots & \gamma(n-1) \\ \gamma(1) & \gamma(0) & \dots & \gamma(n-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma(n-1) & \gamma(n-2) & \dots & \gamma(0) \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

- 
**백색잡음 O** → 대각선  $\gamma(0)$  을 제외한 나머지가 모두 0, 추가적인 모델링 필요 없음
- 
**백색잡음 X** → 공분산  $\gamma(1), \gamma(2), \dots, \gamma(n-1)$  모두 추정해야 하는 모수 특정모형으로 모수 추정 가능

모형의 필요성

ACF

PACF

표본자기공분산함수(SACVF)

$$\widehat{\gamma}_{(k)} = \frac{1}{T} \sum_{j=1}^{T-k} (X_j - \bar{X})(X_{j+k} - \bar{X}),$$

$$k = 1, 2, 3, \dots$$

표본자기상관함수(SACF)

$$\widehat{\rho}_{(k)} = \frac{\widehat{\gamma}_{(k)}}{\widehat{\gamma}_{(0)}}$$

$$\rho(k) = \text{Corr}(X_t, X_{t+k})$$

자기상관함수(ACF)는  
시차 k에서 자기상관관계가  
존재하는지 나타내는 척도

서로 다른 두 시점의  
상호 연관관계를 나타냄

모형의 필요성

ACF

PACF

■ 부분자기상관계수(partial correlation): PACF

$$\text{PACF} : \phi_{kk}$$

$Z_t, Z_{t+1}, \dots, Z_{t+k-1}, Z_{t+k}$  가 관측되었을 때,

k시차만큼 떨어진  $Z_t, Z_{t+k}$  의 순수한 상관관계를 나타냄

→  $Z_t$  와  $Z_{t+k}$  에서  $Z_{t+1}, Z_{t+2}, \dots, Z_{t+k-1}$  의 효과를 제거한 후의 상관계수

$\hat{\phi}_{kk}$  : 표본부분자기상관함수(sample partial autocorrelation function : SPACF)

모형의 표현

모형의 조건

ACF, PACF

## AR 모형

자기 회귀 모형  
= **A**uto **R**egressive Model

자기 자신을 과거 시점에 회귀

현재의 자료 ← 설명0 과거의 자료  
                  ← 설명X +  
                                오차항

모형의 표현

모형의 조건

ACF, PACF

## AR 모형

ACF와 PACF로 시각적으로 판단하기!



ACF

PACF

✓ 지수/사인함수 모양으로 감소

✓ 시차  $p+1$  이후 절단된 모양

✓ Tail's off

✓ Cut off

## MA 모형

이동 평균 모형

= Moving Average Model

현재의 관측값이 현재와 과거의 설명해 주지 못하는 부분(오차)의  
선형결합으로 표시되는 모형

현재의 자료

← 선형결합

과거의 자료의  
오차

모형의 표현

모형의 조건

ACF, PACF

## MA 모형

ACF와 PACF로 시각적으로 판단하기!



ACF

PACF

✓ 시차  $q+1$  이후 절단된 모양

✓ 지수/사인함수 모양으로 감소

✓ Cut off

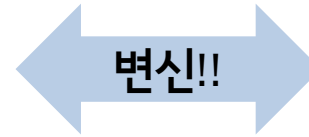
✓ Tail's off



쌍대성이란?

AR과 MA의 쌍대성

AR과 MA의 쌍대성



쌍대성

- 수학적 구조의 쌍대 : 구조를 '뒤집어서' 구성한 것
- 어떤 대상과 그 쌍대는 서로 일종의 한 '컬레'를 이룸  
→ 쌍대의 쌍대는 자기 자신
- AR과 MA 사이에는 쌍대성이 존재!!

필요성

모형의 표현

모형의 조건

ACF, PACF

ARMA

## ARMA모형의 필요성

AR, MA  
단일 모형

단일 모형으로는 분석 모형의 차수  $p, q \uparrow$   
추정모수가 많아지면서 효율성 하락, 해석의 어려움

AR



MA



ARMA

- AR과 MA를 동시에 사용한다면 추정해야 할 모수의 개수를 줄일 수 있다!

필요성

모형의 표현

모형의 조건

ACF, PACF

## ARMA

후항연산자로 ARMA 모형 표현

AR

MA

$$(1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p)Z_t = (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q)\varepsilon_t$$

ARMA 모형

 $\phi(B)Z_t = \theta(B)\varepsilon_t$  로 표현 가능

필요성

모형의 표현

모형의 조건

ACF, PACF

## ARMA

## ARMA 모형의 조건

**정상성과 인과성** 만족:  $\phi(B) = 0$  의 근들이 단위원 밖에 존재해야 한다**가역성** 만족:  $\theta(B) = 0$  의 근들이 단위원 밖에 존재해야 한다

## 정리

## (1) 모형의 정상성과 가역성

	AR( <b>p</b> )	MA( <b>q</b> )	ARMA( <b>p</b> , <b>q</b> )
정상성	조건필요	자체만족	조건필요
가역성	자체만족	조건필요	조건필요

## 정리

## (2) 모형의 ACF와 PACF 패턴

	AR( <b>p</b> )	MA( <b>q</b> )	ARMA( <b>p,q</b> )
ACF	지수적으로 감소	q+1차부터 절단	q+1시점부터 지수적으로 감소
PACF	p+1차부터 절단	지수적으로 감소	p+1시점부터 지수적으로 감소

## [ 모형적합 Flow ]

