

INDEX

1. 선형대수 소개
2. 기본 개념
3. 선형방정식과 선형결합
4. 선형변환
5. 선대, 딥러닝을 만나다

선형성

“ 함수 f 는 선형이다 ”

가산성

임의의 수 x 와 y 에 대해 $f(x + y) = f(x) + f(y)$

동차성

임의의 수 x 와 상수 a 에 대해 $f(ax) = a \cdot f(x)$

행렬의 종류

영행렬

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

모든 원소가 0인 행렬 (0)

$${}_{3 \times 2} A =$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 6 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$${}_{2 \times 3} A^T =$$

전치행렬

$$\begin{pmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

행렬 A의 **행과 열을 교환**하여 얻은 행렬 A^T

정방행렬의
전치행렬은
주대각선을
기준으로
대칭

정방행렬

$$\begin{pmatrix} 9 & 4 & 2 \\ 1 & 8 & 0 \\ 3 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

행과 열의 개수가 같은
정사각형 행렬

대각행렬

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

정방행렬 중
주대각선 이외의 값이 0인 행렬

단위행렬

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

대각행렬 중
주대각성분이 1인 행렬 (I)

역행렬

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}^{-1} = \mathbf{I}$$

\mathbf{A} : $n \times n$ 의 정방행렬 \mathbf{I} : $n \times n$ 의 단위행렬

행렬 A 는 오직 하나의 역행렬만 가질 수 있기 때문에

Properties

$$(A^{-1})^{-1} = A$$

$$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$$

$$(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$$

역행렬을 가진다
해가 유일하다 (unique)
가역하다 (invertible)

모두 같은 말!



2 x 2 matrix의 경우

$$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

$Ax = b$ 판별 및 해 구하기



문자의 개수가 많거나 일반화된 해를 찾기 힘들 때
행렬과 벡터를 이용한 선형방정식의 꼴로 만들어 해결할 수 있다!

Gauss-Jordan Elimination



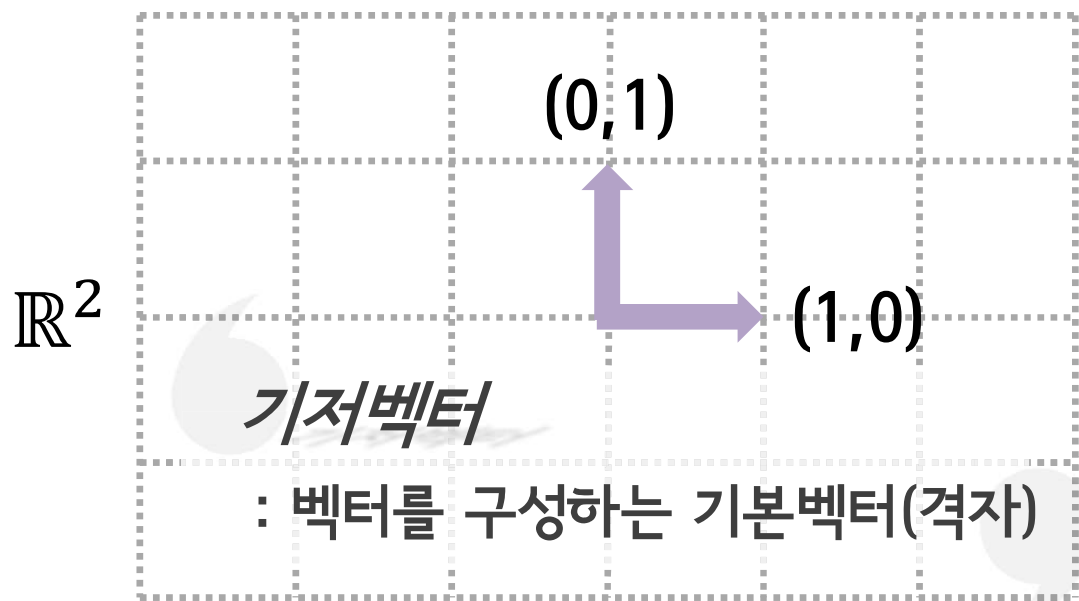
Carl Friedrich Gauss



Wilhelm Jordan

계수만으로 행렬을 생성한 후
Elementary Row Operation을 이용하여
Row Echelon Form으로 만들어
연립선형방정식의 해를 구함

span의 공간적 이해

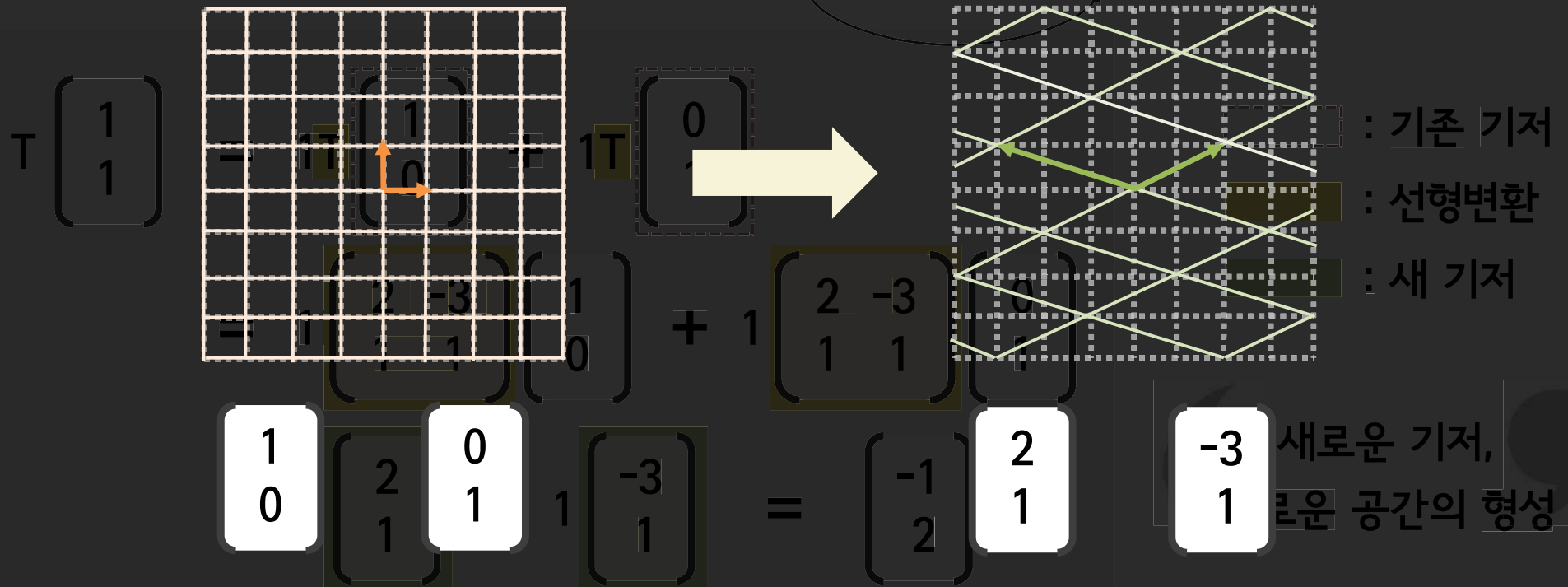


2차원 벡터공간 내
모든 벡터는 **기저벡터인**
 $(0, 1)$ 과 $(1, 0)$ 의
span(조합)을 통해
표현할 수 있음

‘선형’ 변환의 의미 (2) 공간적 의미

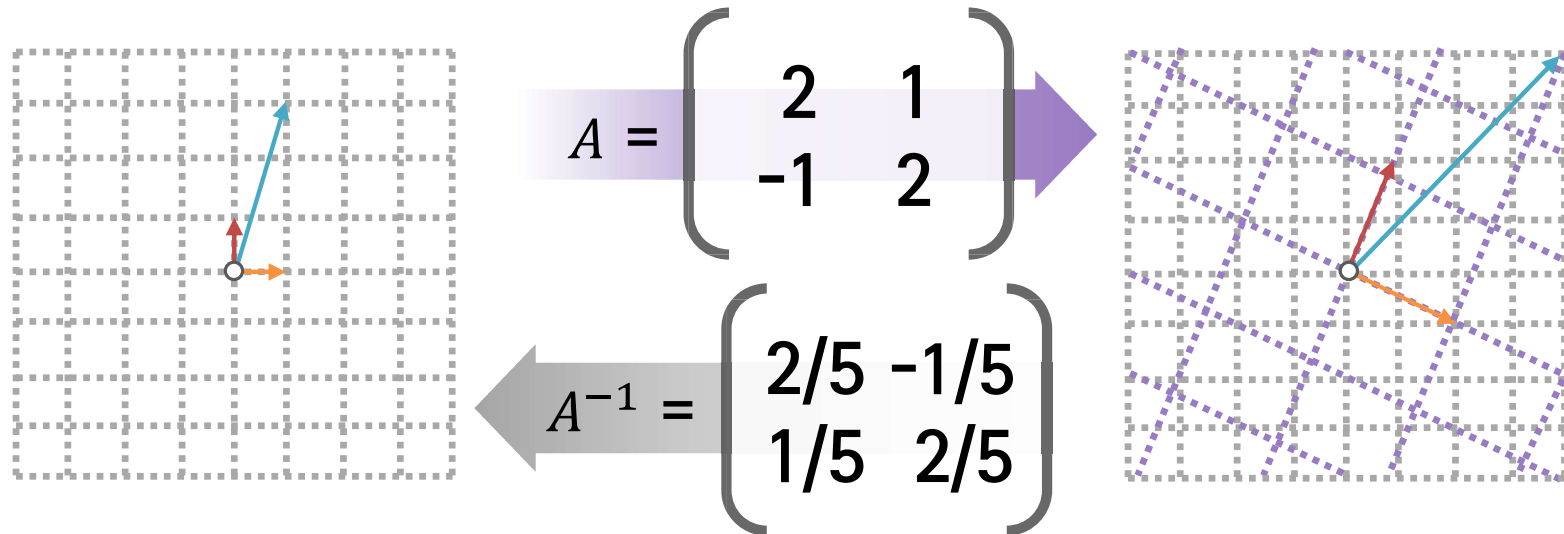
$$\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

선형변환 이후 기저가 변해다!



선형변환으로 역행렬 이해하기

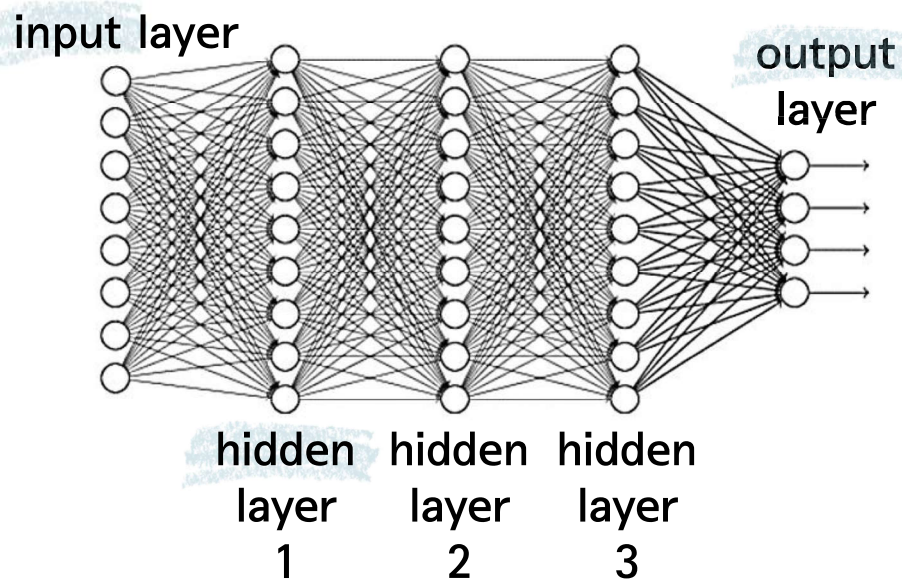
1 역행렬이 있는 경우



정방행렬 A 의 역행렬이 존재한다

- ⊖ $Ax = b$ 가 유일한 해를 갖는다(unique)
- ⊖ 특정 x 를 선형변환한 Ax 가 유일하다
- ⊖ x 와 Ax 가 서로 일대일 대응이다

Affine과 딥러닝



활성화 함수로 예측값 계산

손실함수로 예측과 실제의 오차 측정

손실함수를 바탕으로 가중치 업데이트

sigmoid, tanh, ...
비선형 활성화 함수를
이용하는 이유

선형함수 $f(x) = kx$ 를 이용해
n번 층을 쌓음



$k^n x$

즉, k^n 을 한 번 적용하는 것과 같아
여러 hidden layer를 쌓으며
가중치를 업데이트하는 이점이 없음

!다음주 예고!

다음주에는

☀ 행렬식 ☀

☀ 공간개념 이해하기 ☀

부분공간, 기저, Rank

☀ 직교와 투영벡터 ☀

☀ 선대, 회귀를 만나다 ☀

합니다!!