클린업 1주차

3팀 선형대수학

황정현
고경현
김지민
반경림
전효림

INDEX

선형대수

통계 분석의 시작점

선형성을 바탕으로

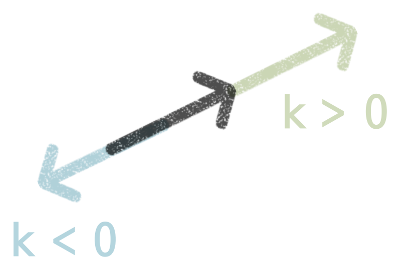
선형변환과 그때의 공간에 대해 연구하는

대수학의 한 분야

벡터의 연산

2 기하학적으로 계산하기

상수배



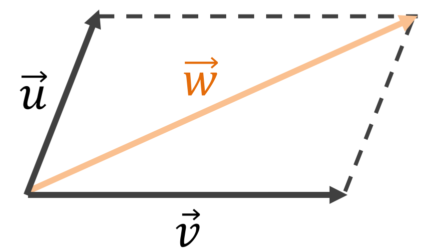
벡터에 상수 k를 곱한다

=

벡터의 길이를 k배 한다

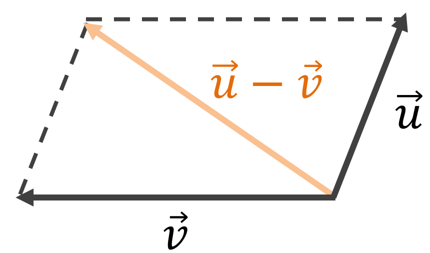
덧셈

벡터 u에서 벡터 v만큼
이동하면서 생기는
평행사변형의 대각선이
u+v, 즉 벡터 w



뺄셈

벡터 v에 대해 -1배 한 뒤
벡터 u와 더하면 벡터 u-v



3 선형방정식과 선형결합

선형방정식(Linear equation)

문자의 개수가 많거나 일반화된 해를 찾기 힘들 때

행렬과 벡터를 이용한 선형방정식의 꼴로 만들어 해결할 수 있다!

$$\begin{gathered} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{gathered}$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A} \quad \mathbf{x} = \mathbf{b}$$

m x n 행렬 · n x 1 벡터 · m x 1 벡터

Ax = b 판별 및 해 구하기

3 해의 판별

사전 작업

Ax = b 를 **행렬 [A | b]** 로 만들고 **G-J 소거법**을 이용해

RREF인 [H | c] 로 만든다

$$\begin{cases} -2x - 5y + 2z = -3 \\ x + 3y = 4 \\ y + 3z = 6 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -2 & -5 & 2 & -3 \\ 1 & 3 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 3 & 6 \end{array}\right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right)$$

선형 '변환'의 의미

INPUT

OUTPUT

일종의 함수

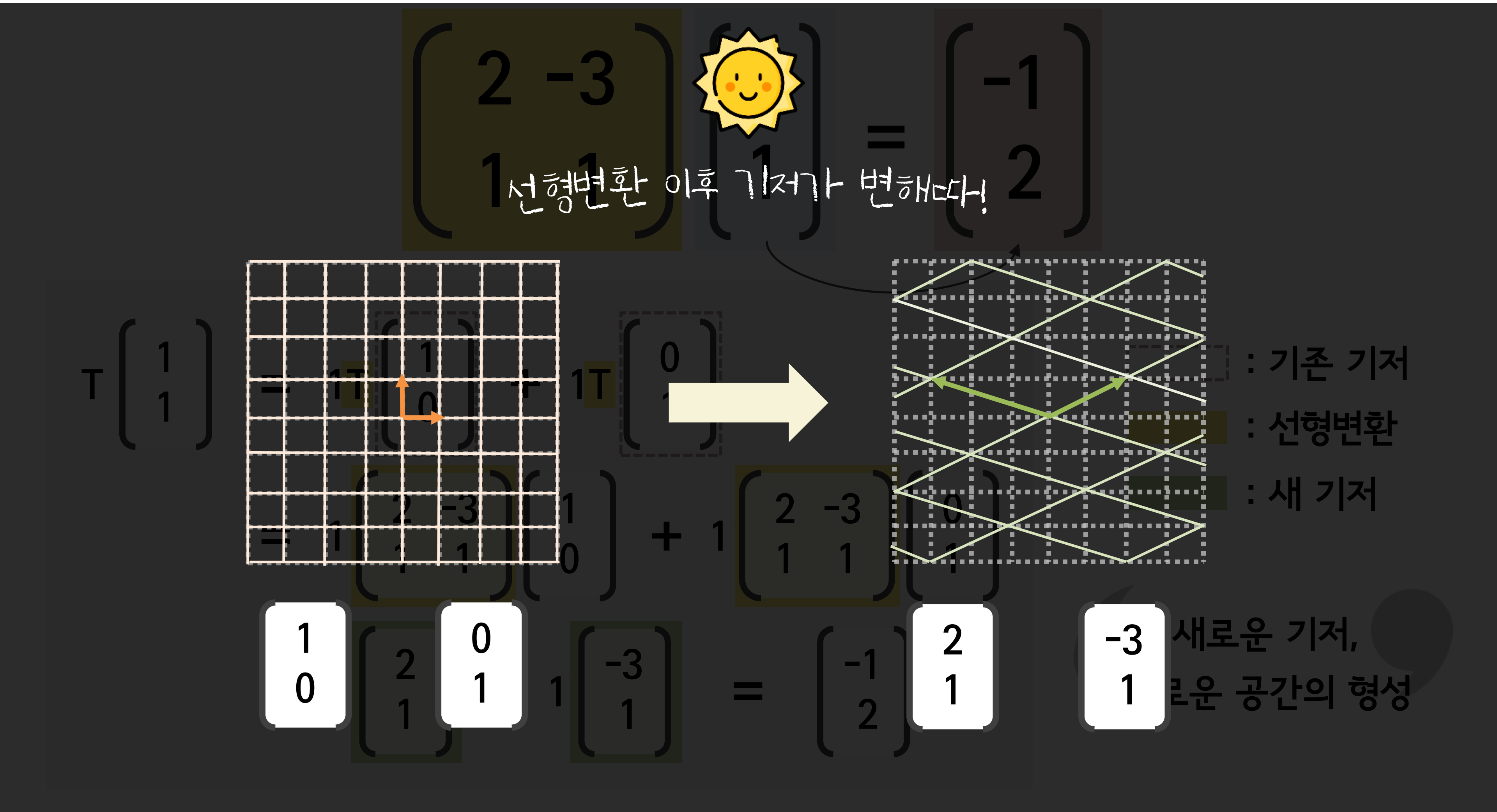
Ax = b의 해를 찾고자 하는 것은 곧
A를 곱했을 때 b로 변환되는 벡터 x를 찾는 것이다!

선형방정식 Ax = b를 '변환'의 관점에서 이해해보자!

$$\underset{A}{\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}}\underset{x}{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}} = \underset{b}{\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}}$$

x라는 input에 A라는 변환을 거쳐 b라는 새로운 output 반환

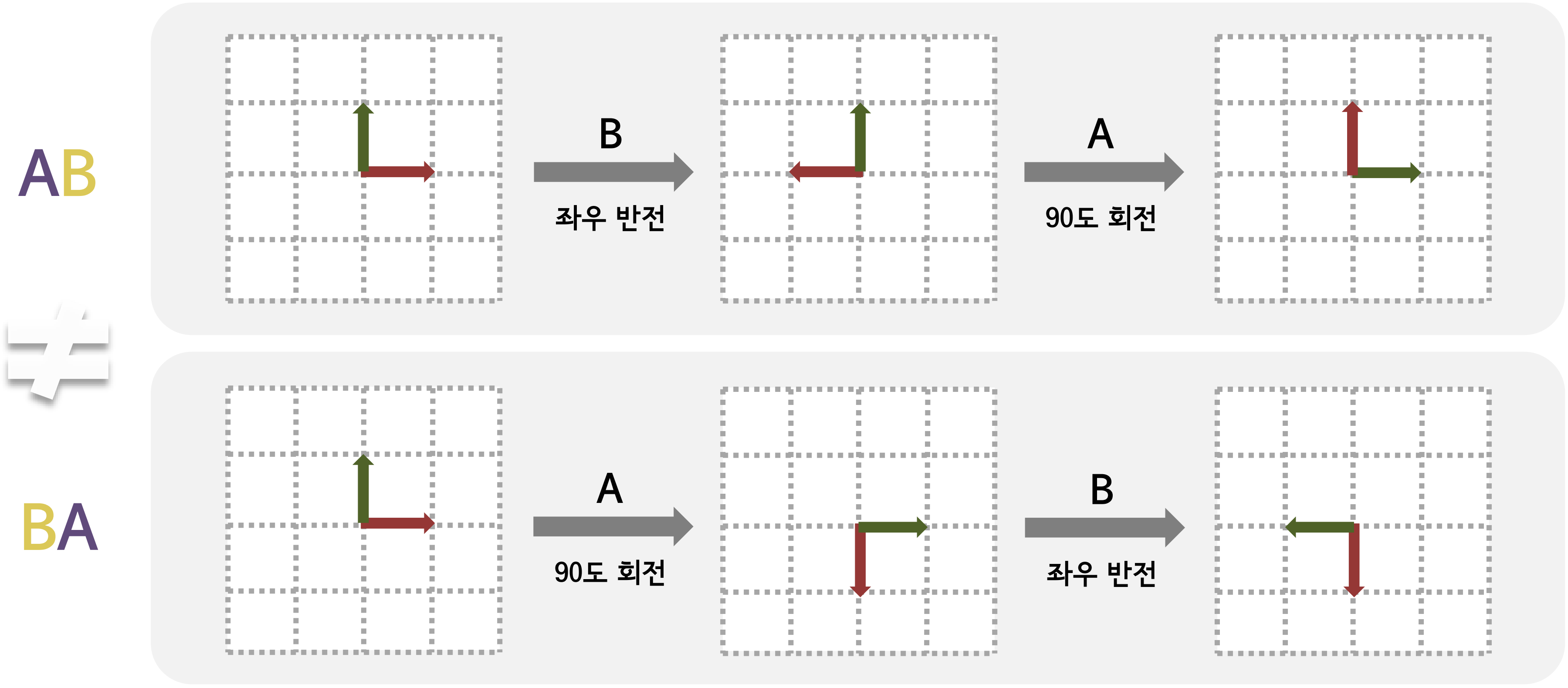
‘선형’ 변환의 의미 (2) 공간적 의미



선형변환으로 AB와 BA가 다름을 이해하기

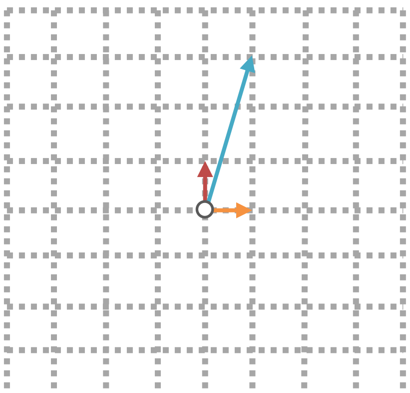
A 공간을 오른쪽으로 90˚ 회전시키는 선형변환

B 공간을 좌우로 뒤집는 선형변환



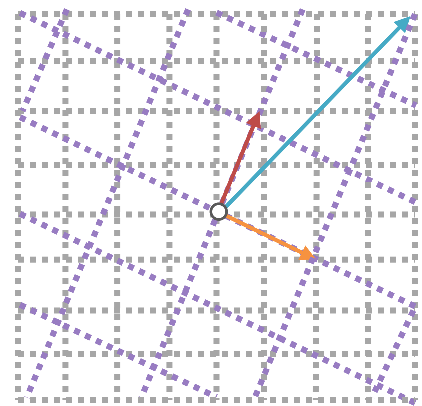
선형변환으로 역행렬 이해하기

1 역행렬이 있는 경우



$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/5 & -1/5 \\ 1/5 & 2/5 \end{pmatrix}$$



정방행렬 A의 **역행렬이 존재**한다 ⊜ Ax = b가 유일한 해를 갖는다(**unique**)

⊜ 특정 x를 선형변환한 Ax가 유일하다

⊜ x와 Ax가 서로 **일대일 대응**이다

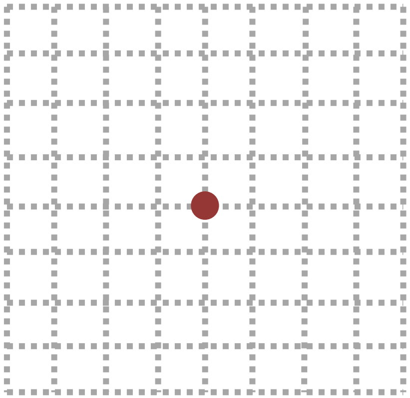
Affine transformation

아핀변환 = 선형변환 + 평행이동

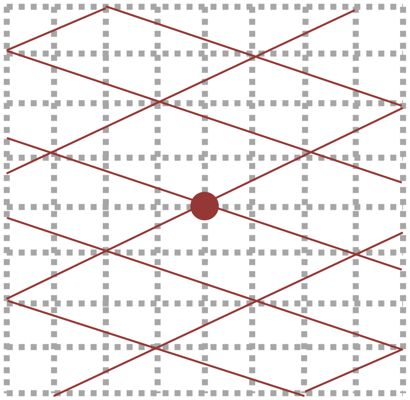
$y = ax + b$

'선형성'을 바탕으로 한
원점 변화 없는 벡터 변환

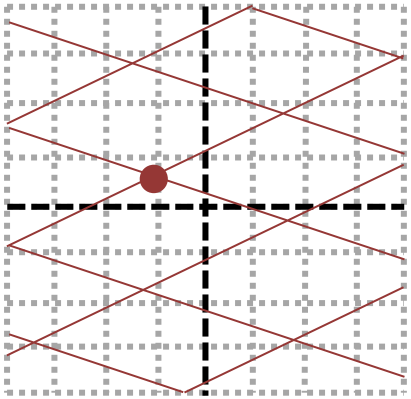
선형성 만족하지 않음



변환 전



선형변환



아핀변환

Affine과 딥러닝

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{가중치}} \underbrace{\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}}_{\substack{\text{input layer} \\ \text{입력값}}} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}}_{\text{bias}} = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \end{pmatrix}$$