클린업 2주차

3팀 선형대수학

황정현
고경현
김지민
반경림
전효림

INDEX

선형변환으로의 해석

- 선형변환 전후의 넓이 관계 설명

지난주 이야기

'선형변환'의 관점에서 바라본 선형방정식 Ax = b

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}}_{x} = \underbrace{\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}}_{b}$$

벡터 x에 행렬 A를 곱하는 선형변환을 통해 벡터 b 만듦

input

벡터 x가 만드는 공간의 넓이

Linear Transformation

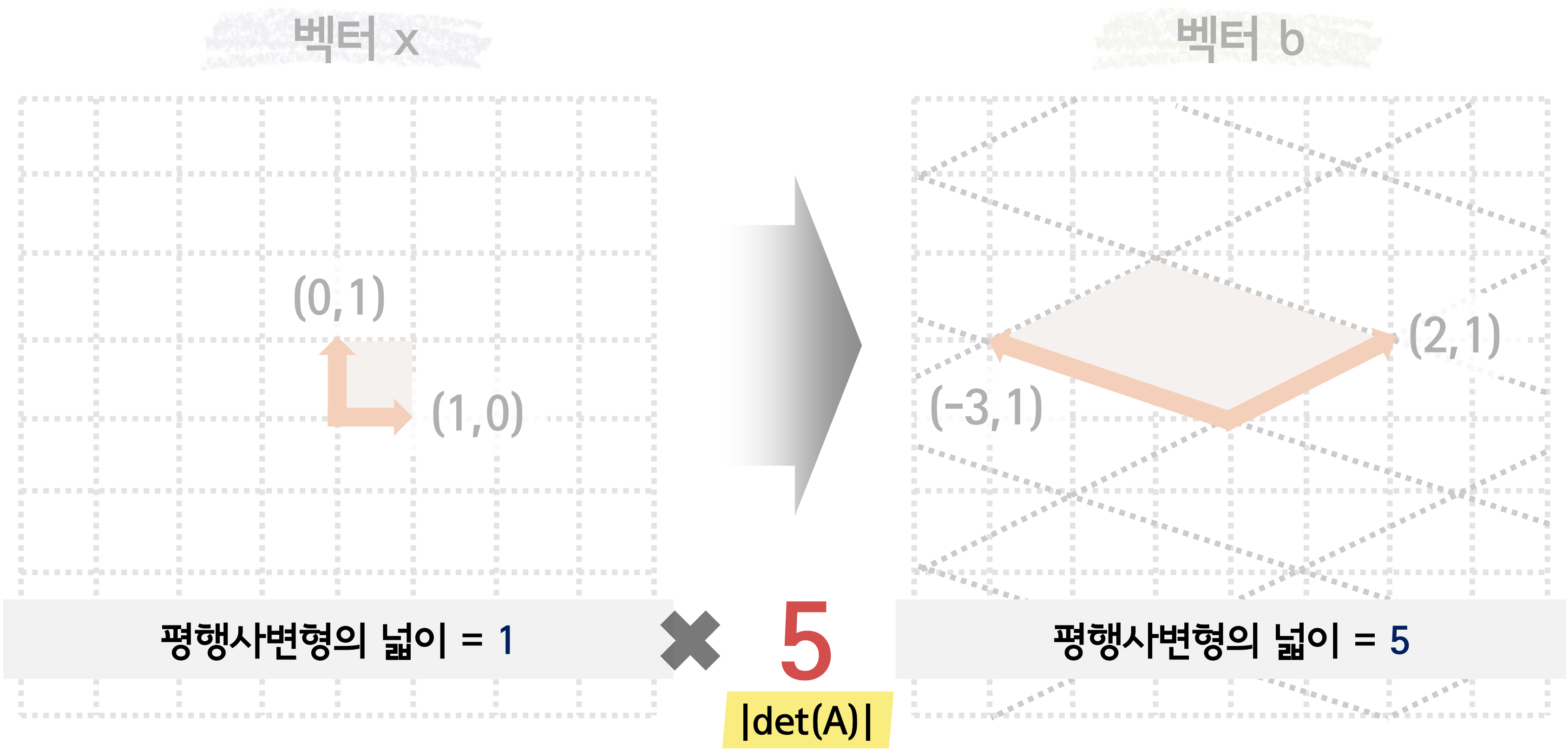
|det(A)|배 변화

output

벡터 b가 만드는 공간의 넓이

선형변환으로의 해석

- 선형변환 전후의 넓이 관계 설명



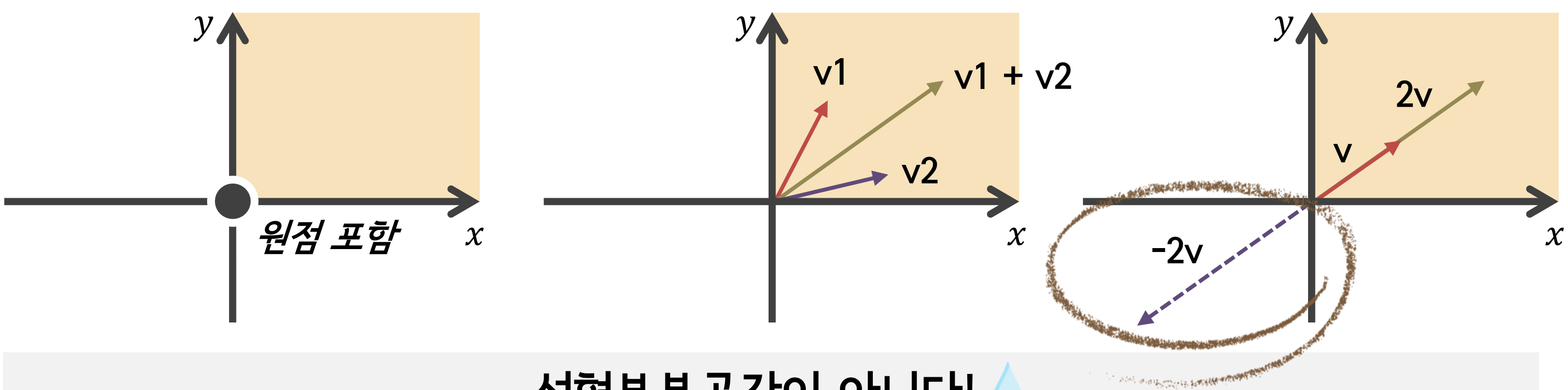
선형부분공간

subspace

벡터공간 | 선형부분공간

span | column space

2차원 공간에서 축을 포함한 제1사분면은 선형부분공간이 될 수 있을까?



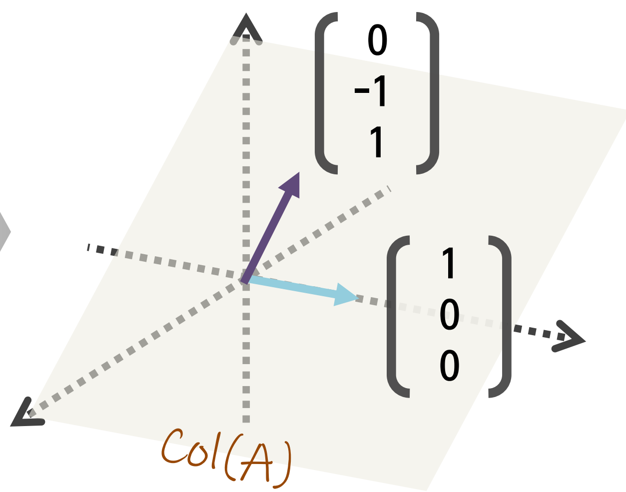
선형부분공간이 아니다!

선형부분공간

벡터공간	선형부분공간
span	column space

- 행렬 A의 열벡터의 연산으로 만드는 공간
- 행렬 A의 열벡터의 span

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$



Ax = b의 해가 있다

col(A)가 모든 Ax를 포함한다

벡터 b가 col(A)에 있다

벡터 b가 span{a}에 있다

Null space

$$\begin{array}{c} A \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} x \\ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} 0 \\ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

Null space

Ax = 0을 만족시키는 **해**들을 모아 형성한 공간

0벡터 + 해벡터끼리의 합 + 해벡터의 상수배 → **선형부분공간**

방정식의 해벡터가 $\mathbb{R}^n$ ⟩ 그것의 null space는 $\mathbb{R}^n$ 의 선형부분공간

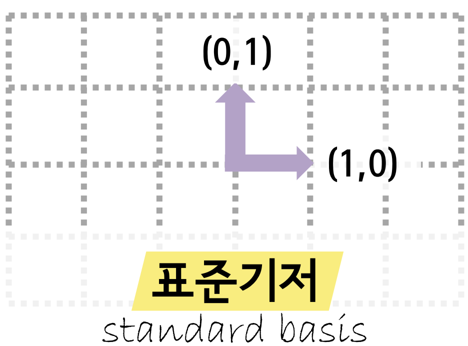
기저

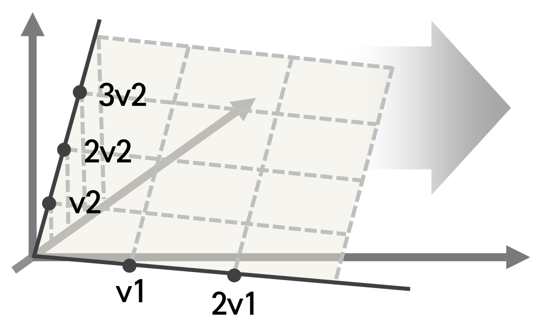
2 기저 Basis

span + 선형독립

어떤 공간을 구성하는 span 벡터의 **최소** 집합

벡터공간을 **효율적**으로 표현할 수 있는 벡터들(span)





어떤 공간을 span하는 기저는 유일하지 않음

투영벡터 (Projection)

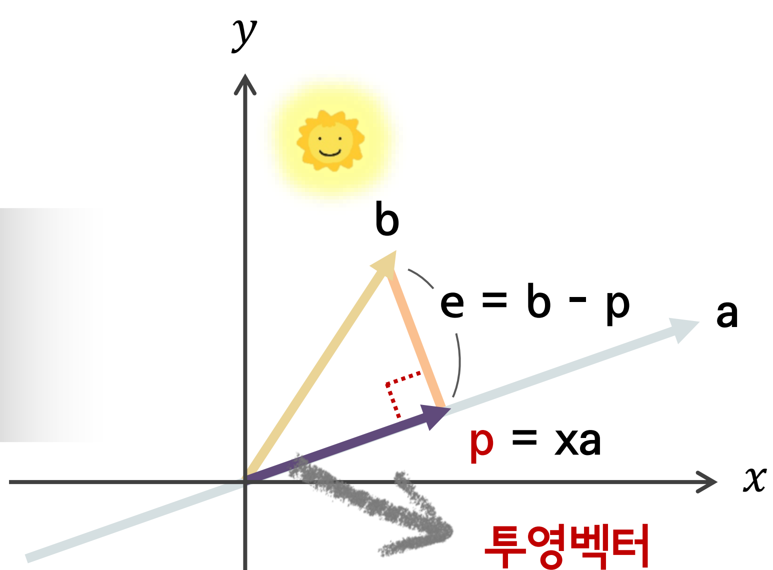
벡터 b를 직선 a 위의 벡터로 매핑 = 벡터 b의 직선 공간으로의 **공간압축** = 공간압축 선형변환

벡터 p

벡터 b의 span{a} 상의 정사영

'Projab'

실제값(b)과 예측값(p)의 차이인 e와 벡터 a가 직교함을 이용하여 계산



*a와 b 사이의 **최소 거리**에 위치*

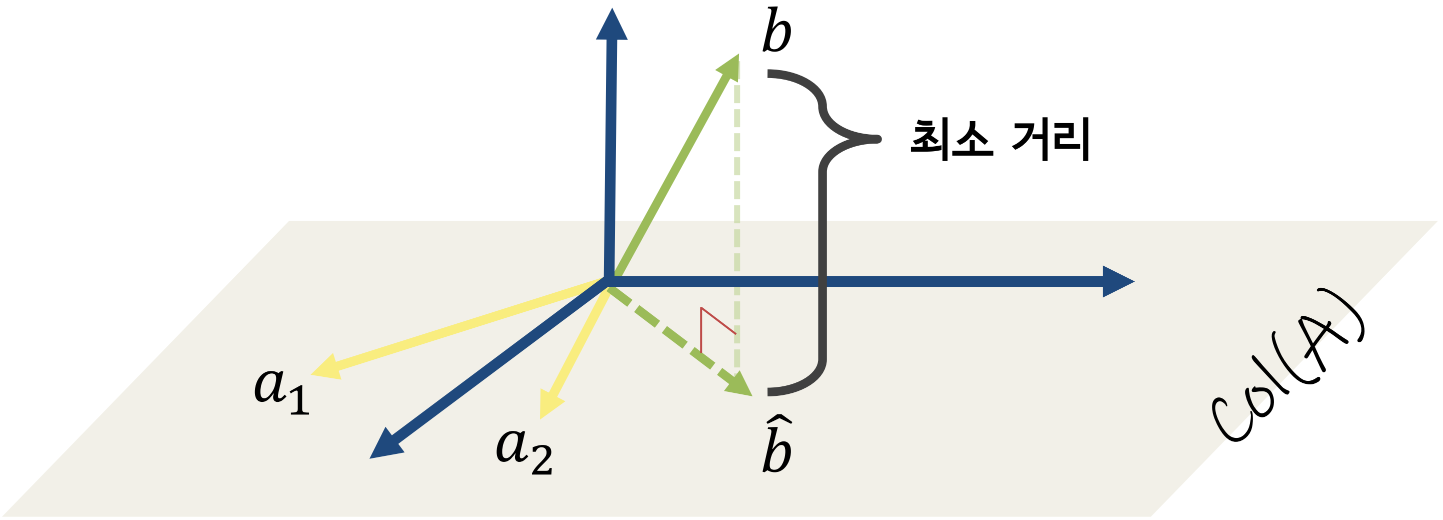
투영벡터와 Least Square Method

최소자승법

Least Square Method

$Ax = b$의 해가 없는 경우 **최소 거리**를 바탕으로

가장 근접한 $A\hat{x} = \hat{b}$ 의 해 $\hat{x}$ 를 구하는 것



선형회귀분석

1 회귀식 $y = \beta0 + \beta1x$ 형태 바꾸기

꼭 기억하라구 ~ㅎ

회귀분석에서는 Least Square Method를 통해

회귀식 $X\beta = y$ 의 간접해 $\hat{\beta}$를 구함으로써

실제값(y)과 예측값($\hat{y}$, $X\hat{\beta}$)의 거리(residual)를

최소화하는 회귀식을 구하는 것이 목표!

XB와 y의 최소 거리 고려