시계열자료분석팀

5팀

김나현
강철석
이승아
김재원
이신영

CONTENTS

1

모형의 식별

시계열 모형의 필요성

대각요소: 본인과의
공분산이므로 분산 값과 동일

오차항 Y_t의 공분산 행렬

$$\Gamma = \begin{pmatrix} Cov(Y_1, Y_1) & Cov(Y_1, Y_2) & \cdots & Cov(Y_1, Y_n) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ Cov(Y_n, Y_1) & Cov(Y_n, Y_2) & \cdots & Cov(Y_n, Y_n) \end{pmatrix}$$

시차

$$= \begin{pmatrix} \gamma(0) & \gamma(1) & \cdots & \gamma(n-1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \gamma(n-1) & \gamma(n-2) & \cdots & \gamma(0) \end{pmatrix}$$

Y_t가 백색잡음(WN)일 경우

행렬 내 대각요소를 제외한 요소의 값은 모두 0이 되어 분산만 추정

시계열 모형의 필요성

대각요소: 본인과의 공분산이므로 분산 값과 동일

오차항 Y_t의 공분산 행렬

$$\Gamma = \begin{pmatrix} Cov(Y_1, Y_1) & Cov(Y_1, Y_2) & \cdots & Cov(Y_1, Y_n) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ Cov(Y_n, Y_1) & Cov(Y_n, Y_2) & \cdots & Cov(Y_n, Y_n) \end{pmatrix}$$

시차

$$= \begin{pmatrix} \gamma(0) & \gamma(1) & \cdots & \gamma(n-1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \gamma(n-1) & \gamma(n-2) & \cdots & \gamma(0) \end{pmatrix}$$

하삼각요소

Y_t가 백색잡음(WN)이 아닐 경우

시계열 모형을 활용하여 하삼각요소를 모두 추정해야 함

1 모형의 식별

시계열 모형의 필요성

회귀/평활/차분 등의 정상화 방법을 통해

비정상 시계열을 정상 시계열로 변환한 후에도

남아있는 **오차가 IID 또는 WN를 만족하지 않는 상황**

시계열 모형을 활용한 추정 진행

1 모형의 식별

시계열 모형의 필요성

회귀/평활/차분 등의 정상화 방법을 통해
비정상 시계열을 정상 시계열로 변환한 후에도
남아있는 **오차가 IID 또는 WN를 만족하지 않는 상황**

모형 선택 기준

시계열 모형을 활용한 추정 진행

ACF

PACF

1 모형의 식별

자기상관함수(ACF)

자기상관함수 (Autocorrelation Function)

시차가 h인 시계열 간의 상관관계를 의미하며, 정상성 만족 시 시차에만 의존함

ACF(p)의 특징

i. $\rho(0) = 1 \ (\because \gamma(0) = var(X_t))$

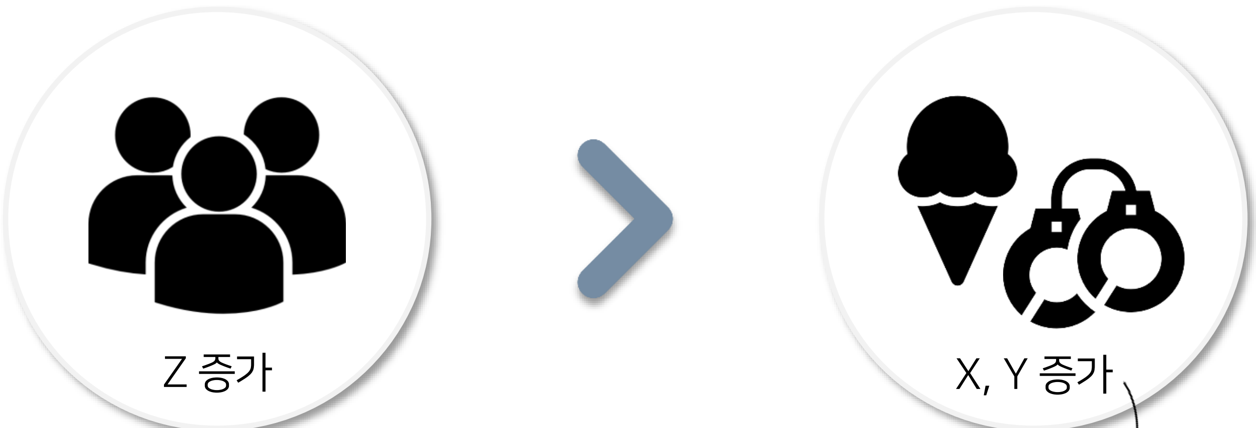
ii. $\rho(-h) = \rho(h)$

iii. $|\gamma(h)| \leq \gamma(0) \ for \ all \ h \in Z \ \rightarrow |\rho(h)| \leq 1$

부분자기상관함수(PACF)

Ex.

[X = 아이스크림 판매량, Y = 범죄발생건수, Z = 인구 수] 변수 설정



X와 Y의 **상관관계** 증가

1 모형의 식별

부분자기상관함수(PACF)

Ex.

[X = 아이스크림 판매량, Y = 범죄발생건수, Z = 인구 수] 변수 설정

이는 두 변수 모두 **Z의 영향**을 받아 발생한 결과이므로

Z의 영향을 제거한 **순수한 X와 Y의 상관계수**를 구해야 함

Z 증가

X, Y 증가

부분상관계수 사용

X와 Y의 **상관관계** 증가

부분자기상관함수(PACF)

Z의 영향을 제거한 X와 Y의 부분상관계수

부분상관계수

$$\rho_{XY,Z} = \frac{E([X-E(X|Z)]*[Y-E(Y|Z)])}{\sqrt{E[X-E(X|Z)]^2}*\sqrt{E[Y-E(Y|Z)]^2}} = \rho(X^*, Y^*)$$

$E(X|Z)$: X가 Z에 의해 설명되는 부분

$E(Y|Z)$: Y가 Z에 의해 설명되는 부분

X^* : X에서 Z의 영향력을 제거하고 남은 부분

Y^* : Y에서 Z의 영향력을 제거하고 남은 부분

부분자기상관함수(PACF)

자기 자신과의 부분상관계수

부분자기상관계수

X_t와 X_{t+k}의 상관관계를 구할 때, 그 둘 사이에 존재하는

$\{X_{t+1}, X_{t+2}, \cdots, X_{t+k-1}\}$의 영향을 제외하고 구한 상관계수

PACF(α)

i. $\alpha(0) = Corr(X_1, X_1) = 1$

ii. $\alpha(1) = Corr(X_1, X_2) = \rho(1)$

iii. $\alpha(k) = Corr(X_{k+1} - P_k^* X_{k+1}, X_1 - P_k^* X_1), \quad k \geq 2$

각각 X_{k+1}, X_1의 오차항을 최소화하는 추정치

2

선형 과정

선형 과정

선형 과정

$$X_t = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \psi_j Z_{t-j}$$

$\{Z_t\} \sim \mathrm{WN}(0, \sigma^2)$ 들의 선형결합

이때, 선형결합의 계수는

$\sum_j |\psi_j| < \infty$ (absolutely summable) 조건 만족해야 함

선형 과정

왜 시계열을 선형과정으로 표현할까?

1. 선형과정 공분산 계산의 간단함
2. 해석과 추정이 잘 발달함
3. 정상확률 과정의 선형 결합은 또다시 정상 확률과정 조건을 만족함
4. Wold Decomposition에 따르면 모든 약한 의미의 정상확률 과정은 **선형과정**과 **결정적 과정**으로 나타낼 수 있음

3

정상 시계열 모형

AR(Auto Regressive Model): 자기회귀모형

자기회귀모형

현 시점의 관측값을 과거 시점의 관측값과
현 시점의 오차의 함수 형태로 나타내는 모형

관측값을 자기 자신의 과거에 회귀시킨다는 의미에서 **자기회귀**라는 표현을 사용

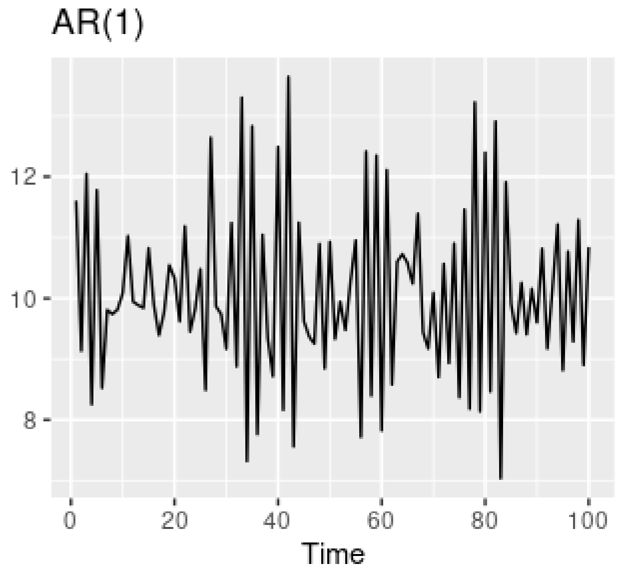
AR(Auto Regressive Model): 자기회귀모형

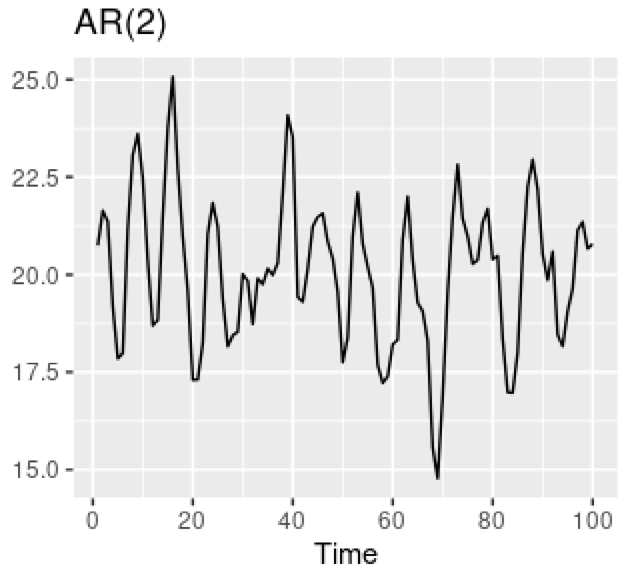
자기회귀모형

$$AR(1):\ \phi_1 X_{t-1} + Z_t$$

$$AR(p):\ \ X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \cdots + \phi_p X_{t-p} + Z_t$$

$$where\ Z_t \sim WN(0, \sigma^2)$$





AR(Auto Regressive Model): 자기회귀모형

AR 모형의 특성방정식

AR(p) 모형

$$AR(p):\ \ X_t = \phi X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \cdots + \phi_p X_{t-p} + Z_t$$

후향연산자를 활용하여 표현

$$X_t = \phi_1 B X_t + \phi_2 B^2 X_t + \cdots + \phi_p B^p X_t + Z_t$$

Z_t에 대해 정리

$$Z_t = \left(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \cdots - \phi_p B^p\right) X_t$$

AR(Auto Regressive Model): 자기회귀모형

AR 모형의 특성방정식

$$\left(1-\phi_1 B-\phi_2 B^2-\cdots-\phi_p B^p\right)=\phi(B)$$

로 표현하고 이때 $\phi(B)$를 **특성 방정식**이라고 부름.

$AR(p)$: $X_t=\Phi_1 X_{t-1}+\Phi_2 X_{t-2}+\cdots+\Phi_p X_{t-p}+Z_t$

후향연산자를 활용하여 표현

특정방정식을 사용하여 AR 모형을 다음과 같이 표현할 수 있음

$$Z_t=\phi(B)X_t$$

$$Z_t=\left(1-\Phi_1 B-\Phi_2 B^2-\cdots-\Phi_p B^p\right)X_t$$

AR(Auto Regressive Model): 자기회귀모형

AR 모형의 조건(특성)

정상성

시계열의 확률적 특성이
시점에 의존하지 않아야 하는 특성

인과성

t 시점의 관측값이 과거시점의
오차항으로 설명될 수 있다는 특성

$$\psi_j = 0,\ \forall j < 0 \leftrightarrow X_t = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j Z_{t-j}$$

두 가지 조건을 반드시 만족해야 함

AR(Auto Regressive Model): 자기회귀모형

AR 모형의 조건(특성)

정상성

시계열의 확률적 특성이 시점에 의존하지 않아야 하는 특성

인과성

t 시점의 관측값이 과거시점의 오차항으로 설명될 수 있다는 특성

$\psi_j = 0,\ \forall j < 0 \leftrightarrow X_t = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j Z_{t-j}$

두 가지 조건을 반드시 만족해야 함

AR모형은 $|\phi| < 1$일 때만 인과성을 만족함.

AR(1)을 예시로 그 이유를 확인해보자!

AR(Auto Regressive Model): 자기회귀모형

인과성 | AR(1)

$$
\begin{aligned}
X_t &= \phi_1 X_{t-1} + Z_t \\
&= \phi_1(\phi_1 X_{t-2} + Z_{t-1}) + Z_t = \phi_1^2 X_{t-2} + \phi_1 Z_{t-1} + Z_t \\
&= \phi_1^2(\phi_1 X_{t-3} + Z_{t-2}) + \phi_1 Z_{t-1} + Z_t \\
&= \phi_1^3 X_{t-3} + \phi_1^2 Z_{t-2} + \phi_1 Z_{t-1} + Z_t \\
&\vdots \\
&= \boldsymbol{\phi_1^{M+1}\ X_{t-M-1}} + \sum_{j=0}^{M} \phi_1^j Z_{t-j}
\end{aligned}
$$

$\phi_1^{M+1} X_{t-m-1}$ 부분이 사라져야 인과성 만족

AR(Auto Regressive Model): 자기회귀모형

인과성 | AR(1)

$$For\ X_t = \phi_1^{M+1} X_{t-m-1} + \sum_{j=0}^{M} \phi_1^j Z_{t-j}\,,$$

$$\text{If}\ \ M \to \infty\,, \text{then}\ \ \phi_1^{M+1} X_{t-m-1} \to 0$$

$|\phi| < 1$ 일 때 오차항의 선형결합 Z_t 만 남아 인과성 만족

AR(Auto Regressive Model): 자기회귀모형

ACF | AR(1)

AR(1) 식 양변에 X_{t-h} 곱

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + Z_t$$
$$X_t X_{t-h} = \phi_1 X_{t-1} X_{t-h} + Z_t X_{t-h}$$

기댓값 취해 ACF 식 유도

편의상 $E(X_t) = 0$ 가정

$$\gamma(h) = \phi_1 \gamma(h-1) + Cov(Z_t, X_{t-h}) = \phi_1 \gamma(h-1)$$

$$(\because Cov(Z_t, X_{t-h}) = Cov(Z_t,\ \phi_1^{M+1} X_{t-M-1} + \textstyle\sum_{j=0}^{M} \phi_1^j Z_{t-h-j} = 0)$$

$$\gamma(h) = \phi_1\big(\phi_1 \gamma(h-2)\big) = \cdots = {\phi_1}^h \gamma(0)$$

$$\frac{\gamma(h)}{\gamma(0)} = {\phi_1}^h = \rho(h)$$

AR(Auto Regressive Model): 자기회귀모형

ACF | AR(1)

AR(1) 식 양변에 X_{t-h} 곱

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + Z_t$$

$$X_t X_{t-h} = \phi_1 X_{t-1} X_{t-h} + Z_t X_{t-h}$$

기댓값 취해 ACF 식 유도

$$\gamma(h) = \phi_1 \gamma(h-1) + Cov(Z_t, X_{t-h}) = \phi_1 \gamma(h-1)$$

$$(\because Cov(Z_t, X_{t-h}) = Cov(Z_t, \phi_1^{M+1} X_{t-M-1} + \textstyle\sum_{j=0}^{M} \phi_1^j Z_{t-h-j} = 0)$$

$$\gamma(h) = \phi_1\big(\phi_1 \gamma(h-2)\big) = \cdots = \phi_1{}^h \gamma(0)$$

$$\frac{\gamma(h)}{\gamma(0)} = \phi_1{}^h = \rho(h)$$

편의상 $E(X_t) = 0$ 가정

$|\phi| < 1$ 조건으로 인해

$\frac{\gamma(h)}{\gamma(0)} = \phi_1{}^h = \rho(h)$ 는 h가 커짐에 따라 **지수적 감소**

AR(Auto Regressive Model): 자기회귀모형

PACF | AR(P)

AR(p) 식 정리

$$\hat{X}_{k+1} = \phi_1 X_k + \phi_2 X_{k-1A} + \cdots + \phi_p X_{k+1-p}$$
$$= \phi_1 X_k + \phi_2 X_{k-1A} + \cdots + \phi_p X_{k+1-p} + 0X_{k-p} + \cdots + 0X_1$$

PACF의 성질 이용해 AR 모형의 PACF 정리

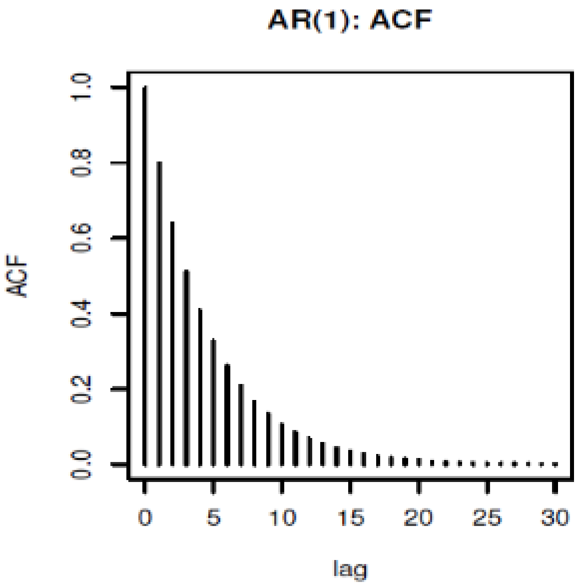
$$\alpha(0) \coloneqq 1 \;, \alpha(p) = \phi_p \;, \alpha(k) = 0 \;\; if \;\; k > p$$

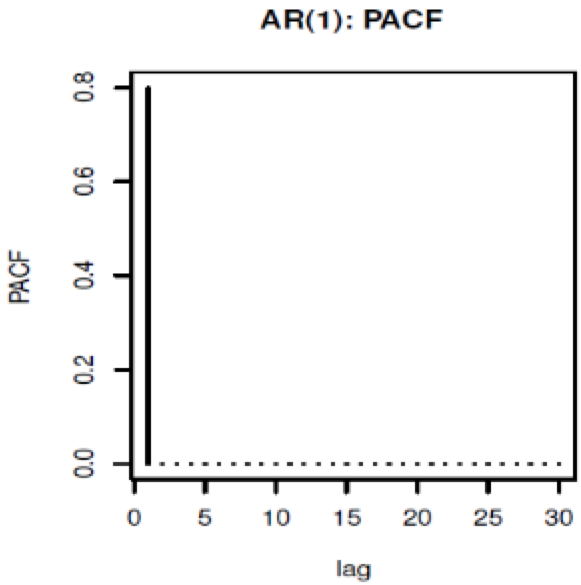
AR 모델의 PACF는 p 시차 전까지만 존재하며,

p이후로는 모두 0이 되는 것을 확인 (절단)

AR(Auto Regressive Model): 자기회귀모형

AR 모델의 ACF, PACF plot





ACF의 경우 지수적 감소

PACF의 경우 p 이후에 절단

위 그림에서는 p=1

MA(Moving Average Model): 이동평균모형

이동평균모형

관측값을 과거시점의 오차항만을 이용해 설명하는 모형

$$MA(1): X_t = Z_t + \theta_1 Z_{t-1}$$

$$MA(q): X_t = Z_t + \theta_1 Z_{t-1} + \theta_2 Z_{t-2} + \cdots + \theta_q Z_{t-q}$$

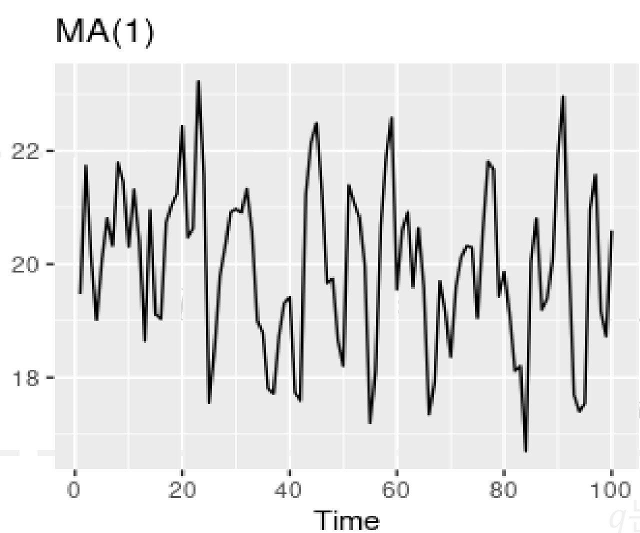
$$where\ Z_t \sim WN(0, \sigma^2)$$

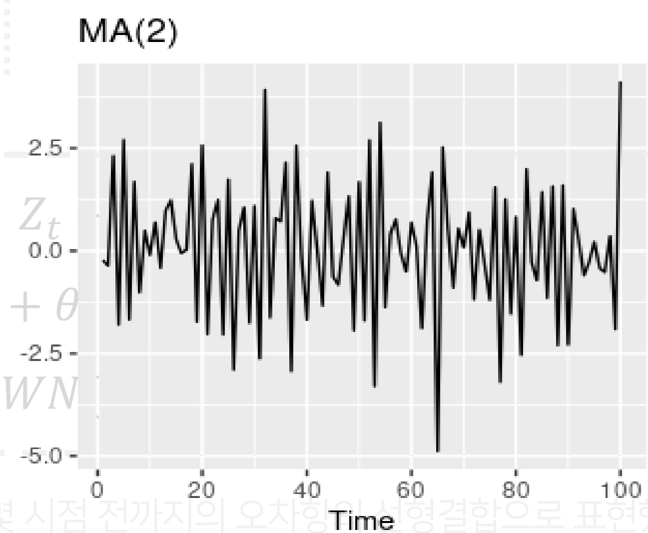
q는 몇 시점 전까지의 오차항의 선형결합으로 표현했는지를 의미함

MA(Moving Average Model): 이동평균모형

이동평균모형

관측값을 과거시점의 오차항만을 이용해 설명하는 모형





q는 몇 시점 전까지의 오차항의 선형결합으로 표현했는지를 의미함

오차항의 증가로 더 요동치는 형태를 가짐

MA(Moving Average Model): 이동평균모형

MA 모형의 특성방정식

MA(q) 모형

$$MA(q): X_t = Z_t + \theta_1 Z_{t-1} + \theta_2 Z_{t-2} + \cdots + \theta_q Z_{t-q}$$

후향연산자를 활용하여 표현

$$\begin{aligned} X_t &= Z_t + \theta_1 B Z_t + \theta_2 B^2 Z_t + \cdots + \theta_q B^q Z_t \\ &= \left(1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \cdots + \theta_q B^q\right) Z_t \\ &= \theta(B) Z_t \end{aligned}$$

MA(Moving Average Model): 이동평균모형

MA 모형의 특성방정식

MA(q) 모형

$$MA(q): X_t = Z_t + \theta_1 Z_{t-1} + \theta_2 Z_{t-2} + \cdots + \theta_q Z_{t-q}$$

$$\left(1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \cdots + \theta_q B^q\right) = \theta(B)$$

$\theta(B)$는 $MA(q)$의 **특성 방정식**

후향연산자를 활용하여 표현

$$X_t = Z_t + \theta_1 B Z_t + \theta_2 B^2 Z_t + \cdots + \theta_q B^q Z_t$$

$$= \left(1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \cdots + \theta_q B^q\right) Z_t$$

$$= \theta(B) Z_t$$

MA(Moving Average Model): 이동평균모형

MA 모형의 조건(특성)

정상성 & 인과성

MA 모형은 백색잡음의 선형결합으로 정의되어 두 조건을 자체적으로 만족

가역성

t시점의 오차항을 과거 시점의 관측값으로 표현할 수 있는 성질

세 가지 조건들을 반드시 만족해야 함

MA(Moving Average Model): 이동평균모형

가역성(Invertibility)

t시점의 오차항을 과거 시점의 관측값으로 표현할 수 있는 성질

$\sum_{j=0}^{\infty}|\pi_j| < \infty$ 인 $\{\pi_j\}$ 가 존재할 때,

$Z_t = \sum_{j=0}^{\infty} \pi_j X_{t-j} \; for \; all \; t$ 를 만족하면

확률 과정이 **가역적(invertible)**이라고 표현

3 정상 시계열 모형

MA(Moving Average Model): 이동평균모형

가역성(Invertibility)

t시점의 오차항을 과거 시점의 관측값으로 표현할 수 있는 성질

즉, 가역성은 White Noise Z_t를 X_t로

표현할 수 있는 지에 대한 여부를 따지는 조건!

MA(Moving Average Model): 이동평균모형

가역성 | MA(1)

MA(1) 식 정리

$$X_t = Z_t + \theta Z_{t-1} = (1 + \theta B) Z_t$$

$$(1 + \theta B)^{-1} X_t = Z_t$$

$(1 + \theta B)^{-1}$ 를 무한 등비급수의 합으로 표현

$$(1 + \theta B)^{-1} = \frac{1}{1 - (-\theta B)} = 1 - \theta B + \theta B^2 - (\theta B)^3 + \cdots p$$

MA(Moving Average Model): 이동평균모형

가역성 | MA(1)

MA(1) 식 정리

$$X_t = Z_t + \theta Z_{t-1} = (1+\theta B)Z_t$$

$|\theta| < 1$일 때만 가역성 조건이 성립함을 확인!

$(1+\theta B)^{-1}$ 를 무한등비급수의 합 형태로 표현

$$(1+\theta B)^{-1} = \frac{1}{1-(-\theta B)} = 1 - \theta B + \theta B^2 - (\theta B)^3 + \cdots p$$

MA(Moving Average Model): 이동평균모형

ACF | MA(1)

MA(1) 식 양변에 X_{t-h}곱하기

$$X_{t-h}X_t = X_{t-h}(Z_t + \theta_1 Z_{t-1}) = X_{t-h}Z_t + \theta_1 X_{t-h}Z_{t-1}$$

기댓값 취해 ACF식 구하기

$$\gamma(\mathrm{h}) = Cov(X_{t-h}\,, Z_t + \theta_1 Z_{t-1})$$

$$= Cov(Z_{t-h} + \theta_1 Z_{t-h-1}\,, Z_t + \ \theta_1 Z_{t-1})$$

편의상 $E(X_t) = 0$ 가정

MA(Moving Average Model): 이동평균모형

ACF | MA(1)

h 값에 따른 $\gamma(h)$ 도출

$h = 0$

$$\gamma(0) = Cov(Z_t, +\theta_1 Z_{t-1}, Z_t + \ \theta_1 Z_{t-1}) = \sigma^2 + \theta_1^2 \sigma^2 = (1 + \theta_1^2)\sigma^2$$

$h = 1$

$$\gamma(1) = Cov(Z_{t-1}, +\theta_1 Z_{t-2}, Z_t + \ \theta_1 Z_{t-1}) = \theta_1 \sigma^2$$

$h > 2$

$$\gamma(\mathrm{h}) = Cov(Z_{t-h}, +\theta_1 Z_{t-h-1}, Z_t + \ \theta_1 Z_{t-1}) = 0$$

MA(Moving Average Model): 이동평균모형

ACF | MA(1)

$$\rho(k) = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \begin{cases} \dfrac{\theta}{1+\theta^2}, k = 1 \\ 0, k \geq 2 \end{cases}$$

MA(q)모형의 ACF는 시차 q 이후 절단됨

MA(Moving Average Model): 이동평균모형

PACF | MA(q)

$$\phi_{kk} = \frac{-(-\theta)^k}{(1+\theta^2+\cdots+\theta^{2k})}, \qquad k \geq 1$$

MA 모형이 $|\theta| < 1$일 때 성립하므로,

$$If\ k \to \infty,\ then\ \phi_{kk} \to 0$$

MA(Moving Average Model): 이동평균모형

PACF | MA(q)

$$\phi_{kk} = \frac{-(-\theta)^k}{(1+\theta^2+\cdots+\theta^{2k})}, \qquad k \geq 1$$

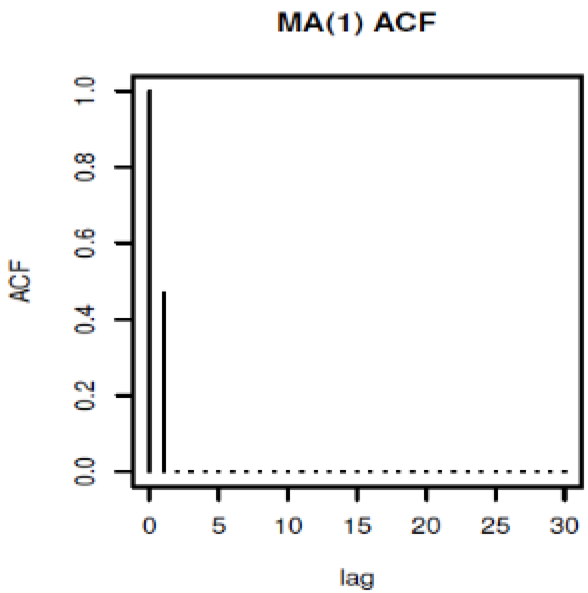
MA 모형이 $|\phi| < 1$ 일 때 성립하므로,

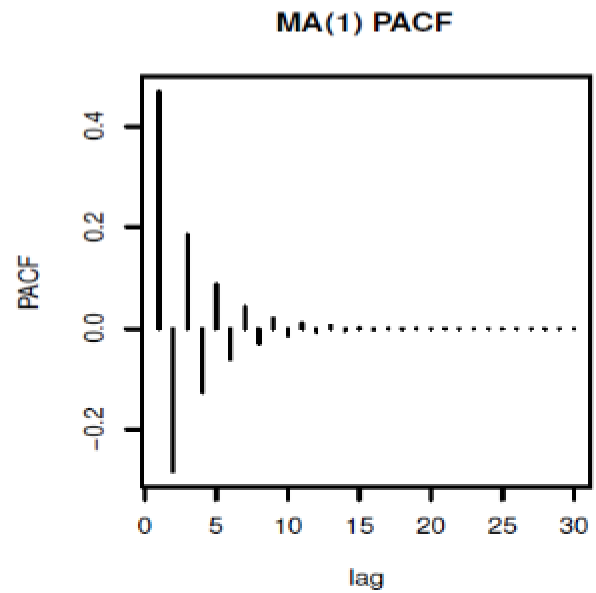
MA모형의 PACF는 지수적으로 감소함

$If\ k \to \infty\ then\ \phi_{kk} \to 0$

MA(Moving Average Model): 이동평균모형

MA 모델의 ACF, PACF plot



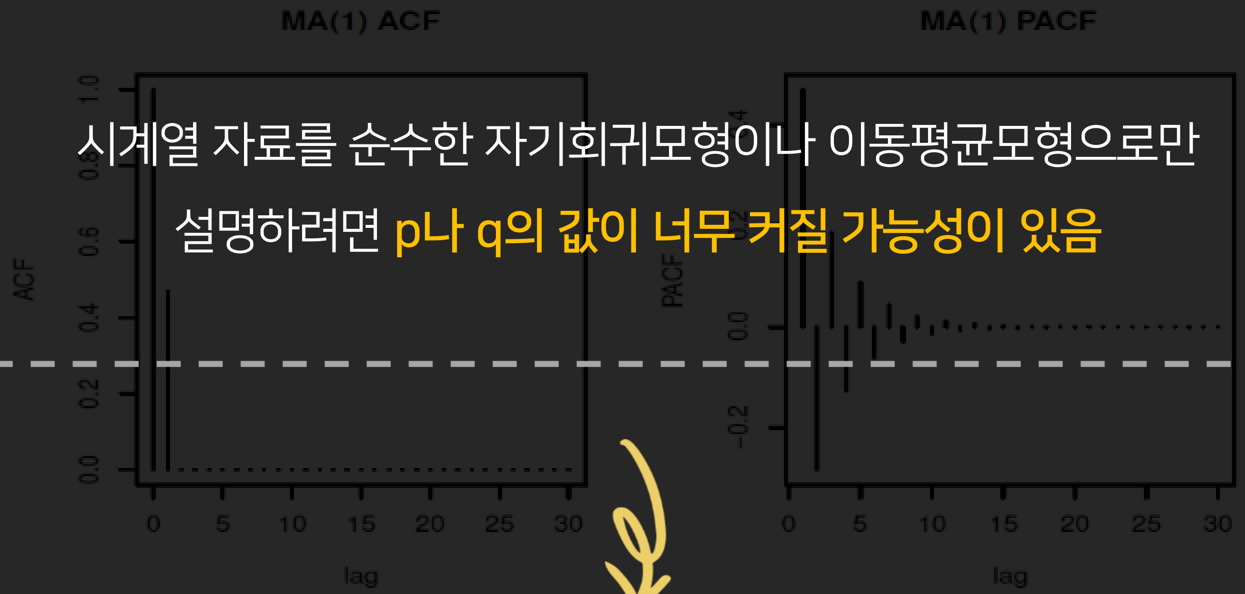


ACF의 경우 q이후 절단

PACF의 경우 지수적 감소

MA(Moving Average Model): 이동평균모형

MA 모델의 ACF, PACF plot



시계열 자료를 순수한 자기회귀모형이나 이동평균모형으로만 설명하려면 **p나 q의 값이 너무 커질 가능성이 있음**

ACF의 경우 이후 절단

PACF의 경우 지수적 감소

모수의 절약을 위해 ARMA모형 사용

ARMA

ARMA(Auto Regressive Moving Average Model)

$$X_t - \phi_1 X_{t-1} - \cdots - \phi_\mathrm{p} X_{t-\mathrm{p}} = \mathrm{Z_t} + \theta_1 Z_{t-1} + \cdots + \theta_\mathrm{q} Z_{t-\mathrm{q}}$$

좌변에는 AR 모형, 우변에는 MA 모형을 표현해

두 모델들의 성질을 포괄하는 모델

ARMA | 특성방정식

ARMA(p,q) 모형

$$X_t - \phi_1 X_{t-1} - \phi_2 X_{t-2} - \cdots - \phi_{\mathrm{p}} X_{t-\mathrm{p}} = \mathrm{Z_t} + \theta_1 Z_{t-1} + \theta_2 Z_{t-2} + \cdots + \theta_{\mathrm{q}} Z_{t-\mathrm{q}}$$

후향연산자를 활용하여 표현

$$X_t - \phi_1 \mathrm{B} X_t - \phi_2 B^2 X_t - \cdots - \phi_{\mathrm{p}} B^{\mathrm{p}} X_t = \mathrm{Z_t} + \theta_1 \mathrm{B} Z_t + \theta_2 B^2 Z_t + \cdots + \theta_{\mathrm{q}} B^{\mathrm{q}} Z_t$$

특성방정식으로 표현

$$(1 - \phi_1 \mathrm{B} - \phi_2 B^2 - \cdots - \phi_{\mathrm{p}} B^{\mathrm{p}}) X_t = (1 + \theta_1 \mathrm{B} + \theta_2 B^2 + \cdots + \theta_{\mathrm{q}} B^{\mathrm{q}}) Z_t$$

AR 모형 특성방정식 $\phi(B) X_t = \theta(\mathrm{B}) Z_t$ MA 모형 특성방정식

ARMA | 조건

AR & MA 모형의 조건

정상성 / 인과성 / 가역성

\+

새로운 조건

식별성

= ARMA 모형의 조건

주어진 파라미터 조합에 대해 **단 하나의 모형**이 대응되는 특성

3 정상 시계열 모형

ARMA | 조건

AR & MA 모형의 조건

정상성 / 인과성 / 가역성

\+

새로운 조건

식별성

= ARMA 모형의 조건

주어진 파라미터 조합에 [...] 의 모형이 대응되는 특성

$$X_t = Z_t$$

$$(1-\phi B)X_t = (1+\theta B)Z_t \Leftrightarrow \phi = -\theta$$

만족하는 ARMA(1,1) 모형

백색잡음(WN)

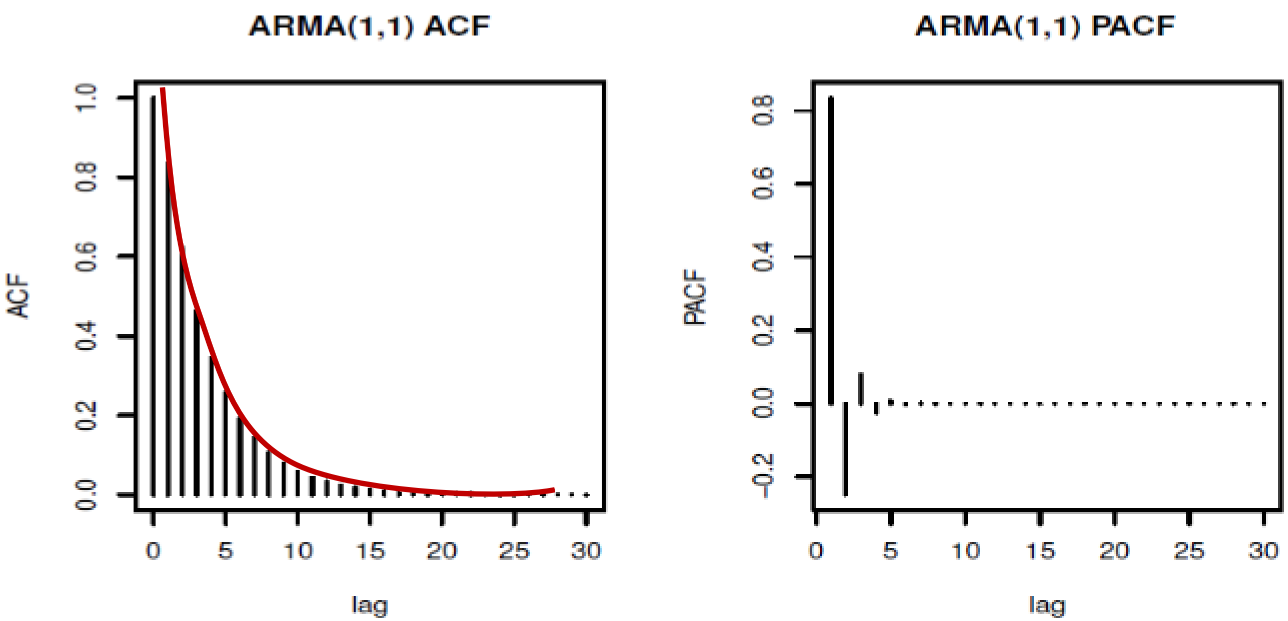
두 가지 모형을 동시에 만족하므로, 정확히 어떤 모형인지 판단 불가

정상성/인과성/가역성만으로는 식별 불가한 문제가 발생

→ $\phi + \theta \neq 0$ **식별성 조건** 필요

3 정상 시계열 모형

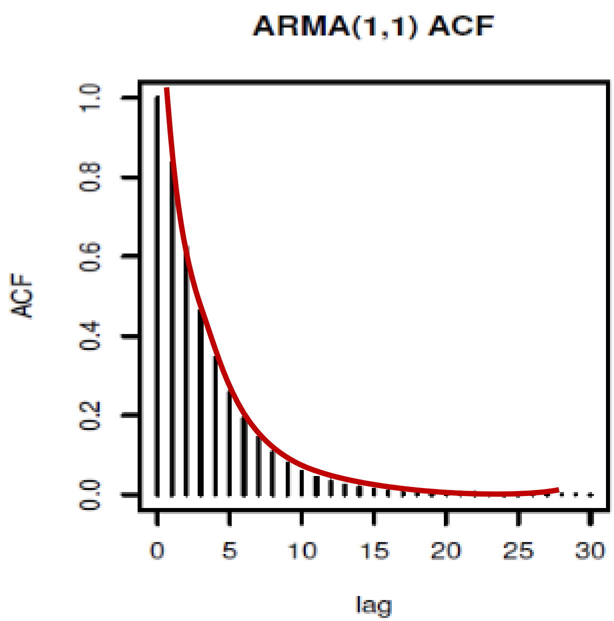
ARMA | ACF와 PACF

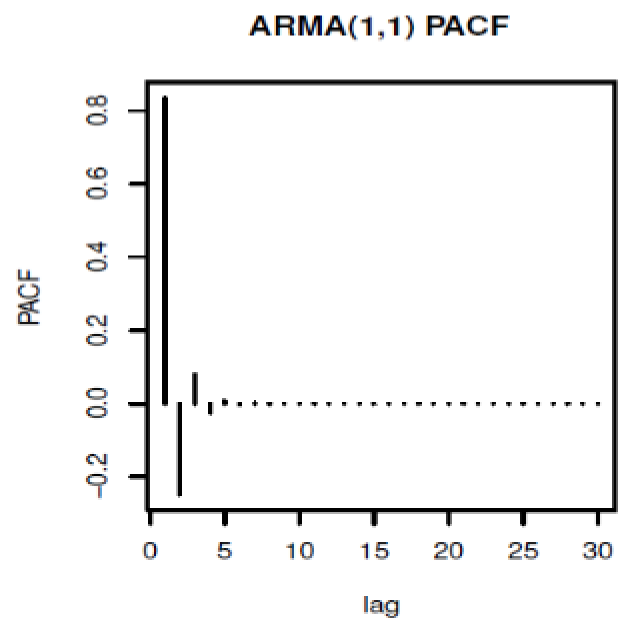


ARMA 모형의 ACF/PACF 그래프는

모두 **지수적으로 감소하거나 sin 함수 형태로 소멸**되는 양상

ARMA | ACF와 PACF





ARMA 모형의 ACF/PACF 그래프는
모두 지수적으로 감소하거나 sin 함수 형태로 소멸되는 양상

모형 식별을 위한 **추가적인 방법** 필요

정상 시계열 모형의 적합 절차 | 모형 식별

먼저 **사용할 모형**과 해당 **모형의 차수**를 결정해야 함

AR(p)와 MA(q)의 경우, ACF 또는 PACF 그래프의 절단을 통해

차수를 결정할 수 있었으나, ARMA 모형은 해당하지 않음

Information Criteria 사용

(AIC, AICC, BIC)

정상 시계열 모형의 적합 절차 | 모형 식별

Information Criteria(IC)

Information Criteria = {Goodness of fit + Model Complexity}

모형의 복잡도를 고려하기에 모형 식별을 위한 적절한 지표로 판단 가능

여러 모형 중, 가장 작은 Information Criteria 값을 가지는 모형 선택

정상 시계열 모형의 적합 절차 | 모형 식별

대표본의 경우

AIC (Akalike Information Criteria)

$$\underbrace{-2\ln L_n(\hat{\theta})}_{\text{SSE에 대한 approximation}} + 2(p+q+1)$$

소표본의 경우

AICC (AIC biased corrected)

$$-2\ln L_n(\hat{\theta}) + \frac{2(p+q+1)n}{n-(p+q+1)+1}$$

파라미터 개수 많을 경우

BIC (Bayesian Information Criterion)

$$-2\ln L_n(\hat{\theta}) + (p+q+1)\ln n$$

정상 시계열 모형의 적합 절차 | 모수 추정

모수추정법

최대가능도추정법(MLE)

결합 확률 밀도함수인 모수의
가능도 함수를 최대화하는
모수의 추정량을 구하는 방법

최소제곱법(LSE)

오차의 제곱합이
가장 작아지도록 하는
모수의 추정량을 구하는 방법

적률추정법 (MME/MoM)

모집단의 적률을 표본의 적률로
대체한 후, 방정식을 풀어
모수의 추정량을 구하는 방법

정상 시계열 모형의 적합 절차 | 모수 추정

모수추정법

최대가능도추정법(MLE)

결합 확률 밀도함수인 모수의 가능도 함수를 최대화하는 모수의 추정량을 구하는 방법

최소제곱법(LSE)

오차의 제곱합이 가장 작아지도록 하는 모수의 추정량을 구하는 방법

적률추정법 (MME/MoM)

모집단의 적률을 표본의 적률로 대체한 후, 방정식을 풀어 모수의 추정량을 구하는 방법

보편적으로 **MLE의 성능이 가장 좋다**고 알려져있지만, MLE를 위해서는 **수학적 최적화가 필요**

➡ LSE와 MME를 MLE에 대한 초기값으로 사용 후 MLE 추정하기도 함

정상 시계열 모형의 적합 절차 | 모형 진단

① 모수에 대한 검정

모형 조건 만족 여부

정상성&가역성

: 모수의 절댓값이 1보다 작음

식별성

: 모수의 합이 0이 아님

모수의 유효성 여부

: 모수의 값이 0이 아님

정상 시계열 모형의 적합 절차 | 모형 진단

② 잔차에 대한 검정

추세/계절성/이상치 존재 여부

정규성 만족 여부

검정방법

잔차의 QQ’ plot

Jarque-Bera test

자기상관성 유무

: $\mathrm{WN}(0, \sigma^2)$를 따르는지

검정방법

잔차에 대한 ACF/PACF plot

Ljung-Box test

McLeod-Li test

Different sign test

정상 시계열 모형의 적합 절차 | 예측

예측

Infinite

모든 과거 정보를
알고 있다고 가정

Finite

알고 있는 일부 자료를
사용해 예측

실제로 사용 빈도가 높은 finite 방법에 대해 알아볼 예정

정상 시계열 모형의 적합 절차 | 예측

$$P_n X_{n+h} = a_0 * 1 + a_1 X_n + a_2 X_{n-1} + \cdots + a_n X_1$$

n개의 자료를 이용해 **n+h 시점을 예측**했음을 의미

즉, **가지고 있는 데이터의** **선형결합**을 활용해 미래를 예측하는 방법

finite 방법

정상 시계열 모형의 적합 절차 | 예측

$$P_nX_{n+h} = a_0 * 1 + \ a_1X_n + a_2X_{n-1} + \cdots + a_nX_1$$

계수 추정 방법

MSPE(Mean Squared Prediction Error)를 **최소화**하는 방향으로 추정

$$MSPE = \ \mathbb{E}[X_{n+h} - P_nX_{n+h}]^2$$

$$= \mathbb{E}[X_{n+h} - (a_0 * 1 + \ a_1X_n + a_2X_{n-1} + \cdots + a_nX_1)\ ]^2$$

정상 시계열 모형의 적합 절차 | 예측

계산방식

LSE와 동일!

각 계수 $\{a_0, a_1, \ldots, a_n\}$에 대한 편미분식 값을 0으로 두고,

각 normal equation을 연립하여 해 도출

계수 추정 방법

MSPE(Mean Squared Prediction Error)를 **최소화**하는 방향으로 추정

$$MSPE = \mathbb{E}[X_{n+h} - P_n X_{n+h}]^2$$

$$= \mathbb{E}[X_{n+h} - (a_0 * 1 + a_1 X_n + a_2 X_{n-1} + \cdots + a_n X_1)\ ]^2$$

4

비정상 시계열 모형

ARIMA: 자기회귀누적이동평균모형

ARIMA 모형

d차 차분 후 $Y_t = (1 - B)^d Z_t$가 ARMA(p,q)를 따르는 모형

차분과 ARMA가 결합된 형태

차분을 통해 추세를 제거

ARIMA: 자기회귀누적이동평균모형

ARIMA 모형

d차 차분 후 $Y_t = (1-B)^d Z_t$가 ARMA(p,q)를 따르는 모형

주어진 시계열 데이터가 polynomial trend를 가지고 있고,

그 오차가 ARMA(p,q)를 따를 때 사용하는 모델

ARIMA: 자기회귀누적이동평균모형

차분과 ARMA를 결합한 모형을 ARDMA가

아니라 ARIMA로 정의한 이유

$$\phi(B)(1-B)^d X_t = \theta(B) Z_t$$

$$X_t = X_{t-1} + Y_t = (X_{t-2} - Y_{t-1}) + Y_t = \cdots = X_0 + \sum_{j=1}^{t} Y_j$$

주어진 시계열 데이터가 polynomial trend를 가지고 있고,

그 오차가 ARMA(p,q)를 따를 때 사용하는 모델

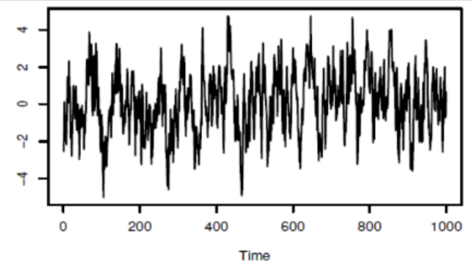
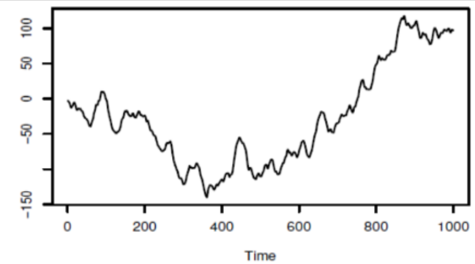
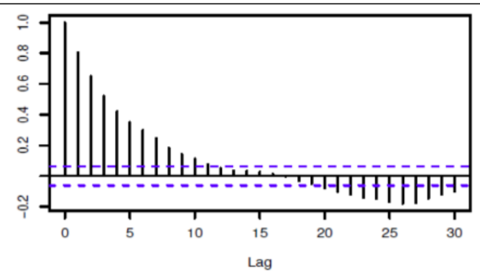
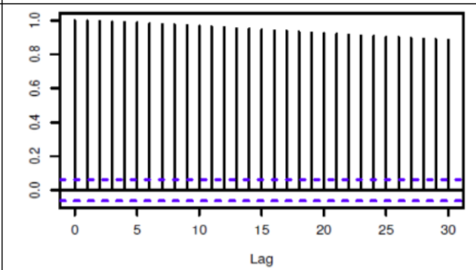
X_t와 Y_t의 누적(Integration)합으로 볼 수 있으며,

random walk의 확장으로 해석할 수 있음

4 비정상 시계열 모형

ARIMA | 모델 적합 절차

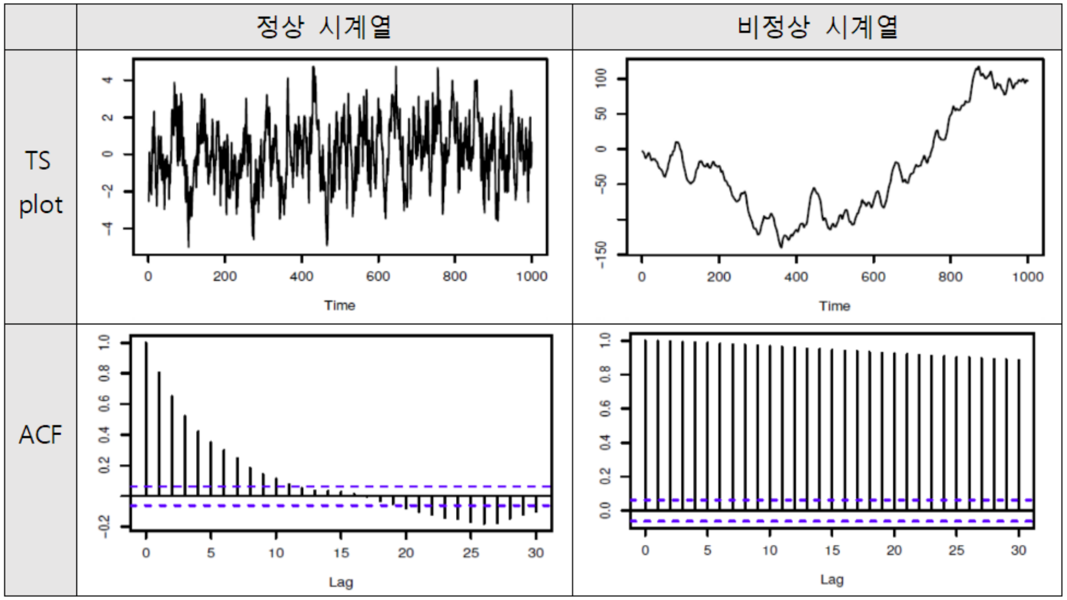
① 정상 / 비정상 시계열 판단

	정상 시계열	비정상 시계열
TS plot		
ACF		

시계열 plot과 ACF 그래프를 통해 정상 시계열인지 비정상 시계열인지 판단

ARIMA | 모델 적합 절차

① 정상 / 비정상 시계열 판단



정상시계열은 ACF가 **지수**적으로 감소하지만,

비정상 시계열을 ACF가 **천천히** 감소하는 것을 통해 적절한 모형 선택

ARIMA | 모델 적합 절차

② 정상화

추세가 존재하는 비정상 시계열 데이터에 1차 또는 2차 차분 진행

d차 차분이 아닌 1,2차 차분을 적용하는 이유?

d차 차분 시 필요 이상으로 차분 되는 과대차분 발생 가능성 존재

(ACF가 복잡해지거나 분산이 커지는 등의 문제 발생 可)

↓

과대차분을 방지하기 위해 1, 2차 차분 사용

ARIMA | 모델 적합 절차

② 정상화

추세가 존재하는 비정상 시계열 데이터에 1차 또는 2차 차분 진행

d차 차분이 아닌 1,2차 차분을 적용하는 이유?

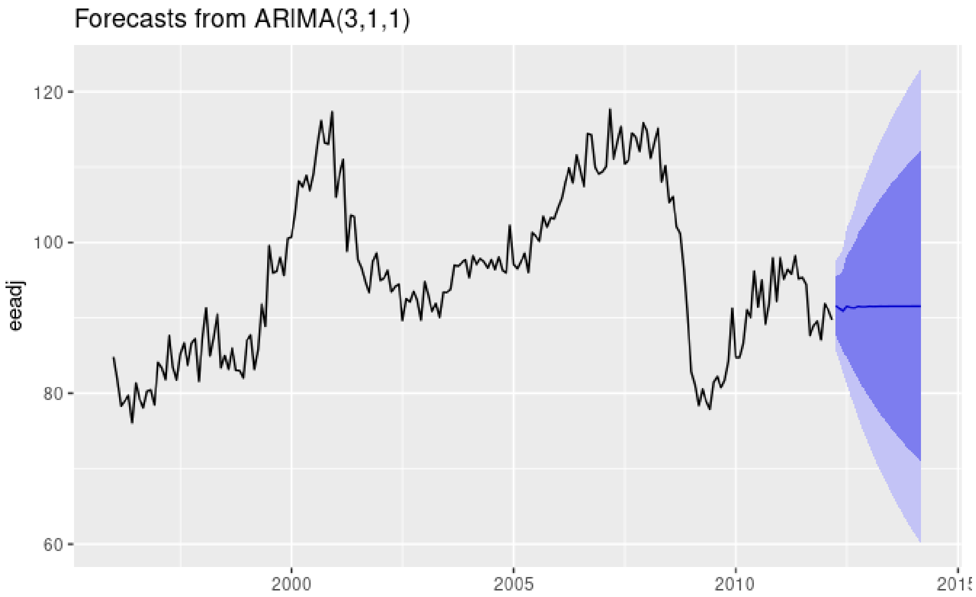
d차 차분 시 필요 이상으로 차분하는 과대차분 발생 가능성 존재

ACF와 PACF 그래프가 지수적으로 감소하면 적절한 정상화

과대차분을 방지하기 위해 1, 2차 차분 사용

ARIMA | 모델 적합 절차

③ p, q 차수 결정

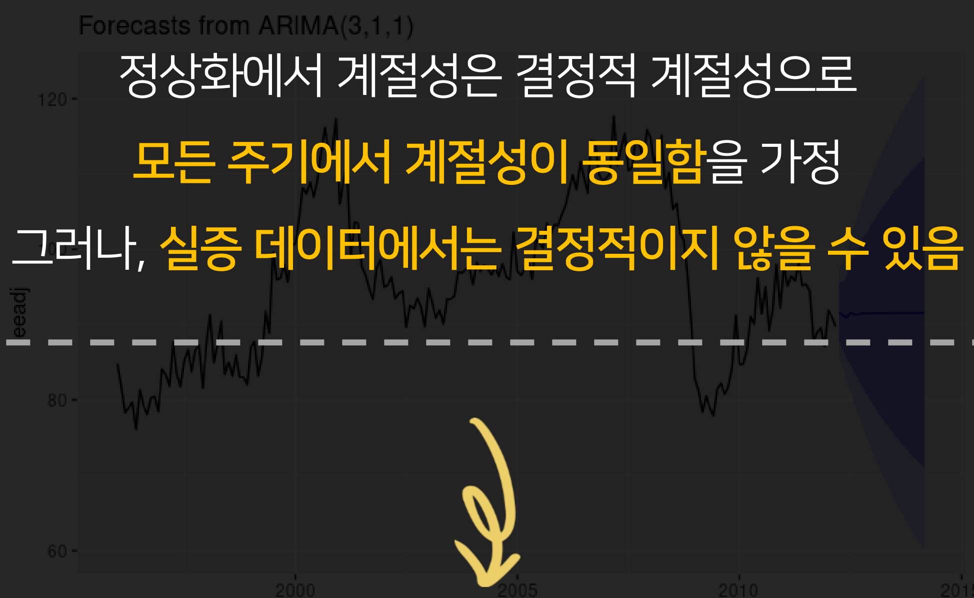


모형 적합 절차에 따라 **p,q의 차수를 결정**하고,

모수를 추정하고 진단까지 마친 모형을 통해 예측 진행

ARIMA | 모델 적합 절차

③ p, q 차수 결정



정상화에서 계절성은 결정적 계절성으로

모든 주기에서 계절성이 동일함을 가정

그러나, **실증 데이터에서는 결정적이지 않을 수 있음**

주기에 따라 계절성도 변함을 반영하는 **SARIMA** 모형을 사용

모형 적합 절차에 따라 **p,q의 차수를 결정**하고,

모수를 추정하고 진단까지 마친 모형을 통해 예측 진행

SARIMA: Seasonal ARIMA

SARIMA 모형

추세와 계절성이 모두 존재하는 비정상 데이터에 적용하는 모형

가장 확장된 형태의 ARMA모형으로,

계절성 사이의 상관관계에 대해 모델링하는 확률적 접근법

SARIMA: Seasonal ARIMA

	month 1	month 2	…	month 12
Year 1	Y_1	Y_2	…	Y_{12}
Year 2	Y_{13}	Y_{14}	…	Y_{24}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Year r	$Y_{1+12(r-1)}$	$Y_{2+12(r-1)}$	…	$Y_{12+12(r-1)}$

ARMA(P,Q)를 따른다고 가정 > 계절성 모델링

$$Y_{j+12t} - \Phi_1 Y_{j+12(t-1)} - \cdots - \Phi_P Y_{j+12(t-P)}$$

$$= U_{j+12t} + \Theta_1 U_{j+12(t-1)} + \cdots + \Theta_Q U_{j+12(t-Q)}$$

$$(where\ t = 0,1,\cdots,r, \quad U_t \sim WN(0,\sigma_U^2))$$

$$\Phi(B^{12})Y_t = \Theta(B^{12})U_t$$

SARIMA: Seasonal ARIMA

	month 1	month 2	…	month 12
Year 1	Y_1	Y_2	…	Y_{12}
Year 2	Y_{13}	Y_{14}	…	Y_{24}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Year r	$Y_{1+12(r-1)}$	$Y_{2+12(r-1)}$	…	$Y_{12+12(r-1)}$

ARMA(P,Q)를 따른다고 가정 계절성 모델링

$$Y_{j+12t} - \Phi_1 Y_{j+12(t-1)} - \cdots - \Phi_P Y_{j+12(t-P)}$$

Month가 달라져도 파라미터는 같음

$$\Phi(B^{12})Y_t = \Theta(B^{12})U_t$$

SARIMA: Seasonal ARIMA

	month 1	month 2	⋯	month 12
Year 1	Y_1	Y_2	⋯	Y_{12}
Year 2	Y_{13}	Y_{14}	⋯	Y_{24}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Year r	$Y_{1+12(r-1)}$	$Y_{2+12(r-1)}$	⋯	$Y_{12+12(r-1)}$

서로 다른 Month 간 correlation이 있을 수 있음

한 주기 내에서의 의존성: ARMA(p,q)로 모델링

$$\phi(B)U_t = \theta(B)Z_t, Z_t \sim WN(0, \sigma^2)$$

SARIMA: Seasonal ARIMA

	month 1	month 2	⋯	month 12
Year 1	Y_1	Y_2	⋯	Y_{12}
Year 2	Y_{13}	Y_{14}	⋯	Y_{24}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Year r	$Y_{1+12(r-1)}$	$Y_{2+12(r-1)}$	⋯	$Y_{12+12(r-1)}$

추세 존재 시 d차 차분을 통해 차분 모델링

$$Y_t = (1-B)^d \ (1-B^{12}) \ X_t$$

세 과정을 합쳐 SARIMA(p,d,q)x(P,D,Q)를 완성할 수 있음

$$\phi(B)\Phi B^{12}\left((1-B)^d \ (1-B^{12})^D\right) X_t = \theta(B)\Theta(B^{12})Z_t, Z_t \sim WN(0,\sigma^2)$$

순수 SARIMA

순수 SARIMA

계절성만을 고려하는 모델로 주기에 대한 차수인 (P,D,Q)s만 있고
전체 시계열에 대한 차수인 (p,d,q)는 없는 모형

$$\Phi(B^s)(1-B^s)^D X_t = \Theta(B^s)Z_t$$

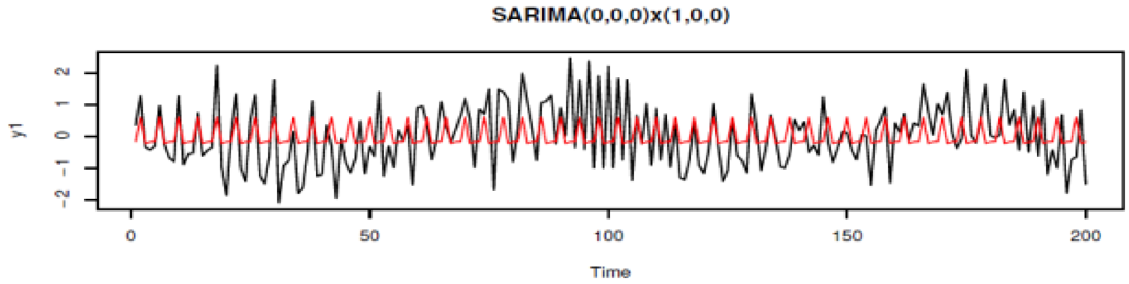
$$\Phi(B^s) = (1 - \Phi_1 B^s - \Phi_2 B^{2s} - \cdots - \Phi_P B^{Ps}$$

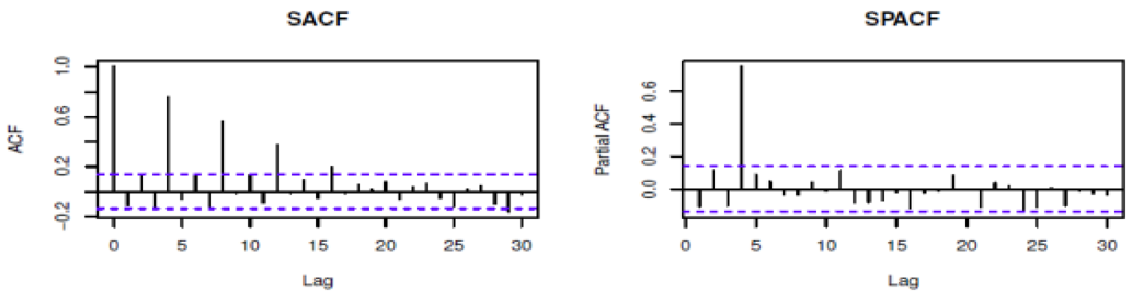
$$\Theta(B^s) = (1 + \Theta_1 B^s + \Theta_2 B^{2s} + \cdots + \Theta_Q B^{Qs}$$

$$Z_t \sim WN(0, \sigma^2)$$

순수 SARIMA

$$(1 - .8B^4)X_t = Z_t.$$



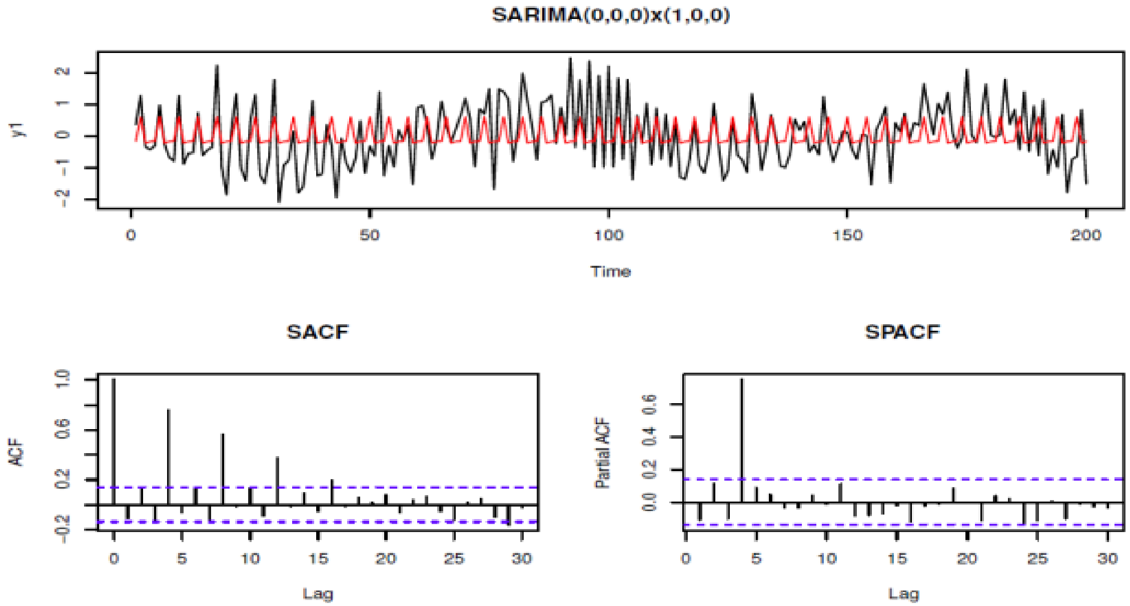


ACF/PACF가 주기 s에서 유효한 값, 다른 시차에서는 0

모든 시차의 ACF/PACF 값을 보는 것이 아닌 주기의 배수를 관측해야 함

순수 SARIMA

$$(1 - .8B^4)X_t = Z_t.$$



그 외의 패턴은 ARMA와 동일

SACF는 감소, SPACF는 첫 번째 주기 이후 절단

→SAR(1,0,0) 모형임을 알 수 있음

순수 SARIMA

$$(1 - .8B^4)X_t = Z_t.$$

순수 SARIMA 모형의 한계

순수 SARIMA 모형은 비계절 요소에 대한 부분은

고려하지 않기에 사용이 제한적

비계절 요소를 고려하는 승법 SARIMA 모형을 사용

그 외의 패턴은 ARIMA와 동일

SACF는 감소, SPACF는 첫 번째 주기 이후 절단

→SAR(1,0,0) 모형임을 알 수 있음

승법 SARIMA

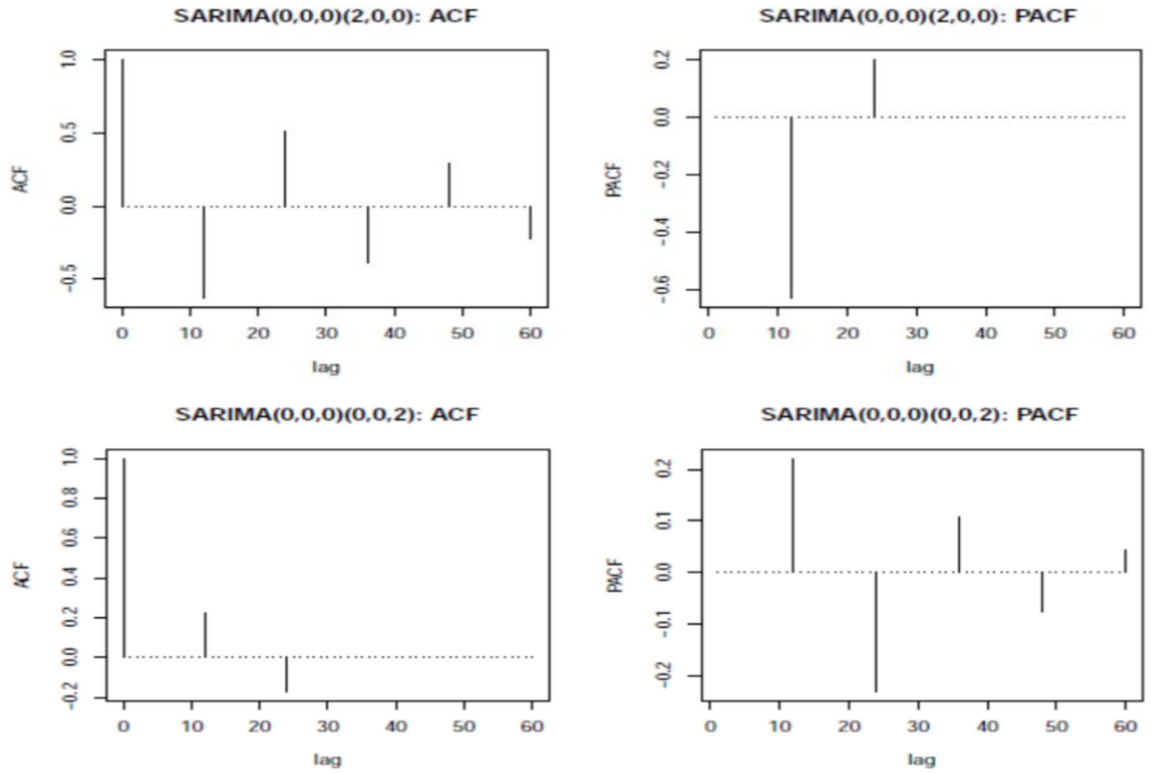
승법 SARIMA

오차가 ARMA를 따름을 가정하여

계절 이외의 요소의 연관성도 고려하는 모형

모수 절약의 원칙에 따라 순수 SARIMA보다 더 자주 사용됨

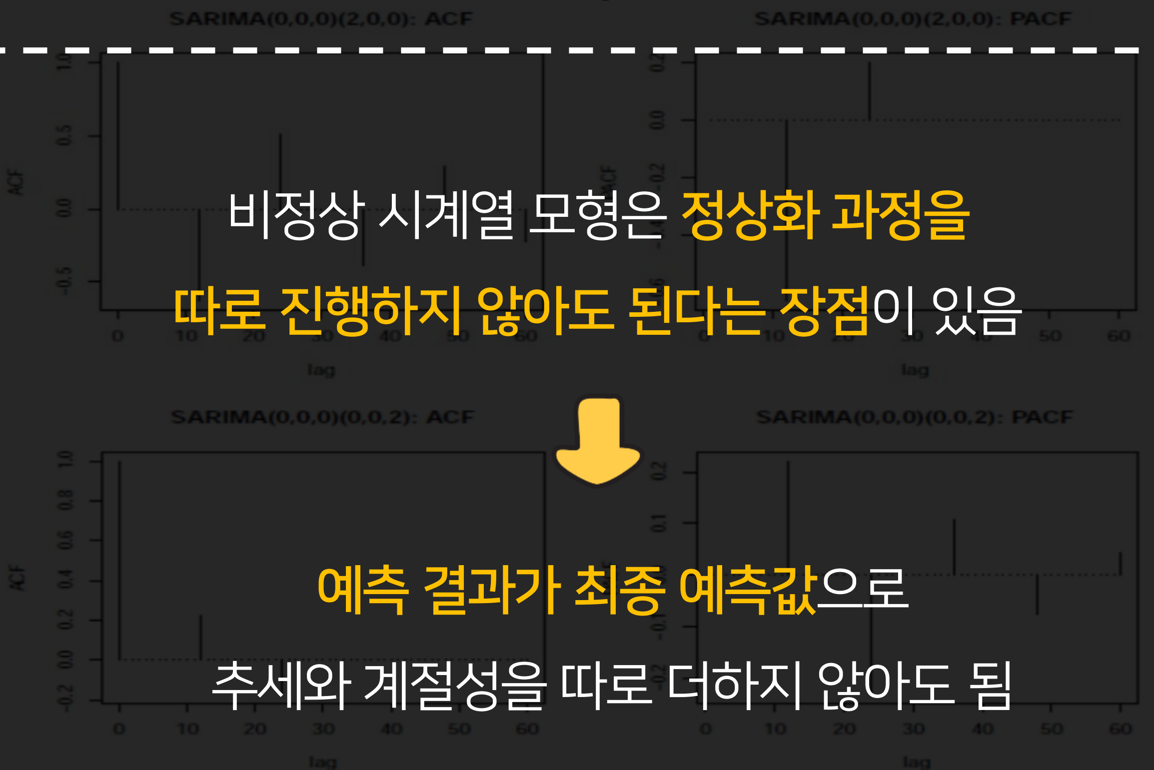
승법 SARIMA



비계절성 요소의 경우 **한 주기 내의 ACF와 PACF의 패턴**을 통해 파악

계절적 요소의 경우는 순수 SARIMA와 동일함(주기의 배수를 관측)

승법 SARIMA



비정상 시계열 모형은 **정상화 과정을 따로 진행하지 않아도 된다는 장점**이 있음

예측 결과가 최종 예측값으로 추세와 계절성을 따로 더하지 않아도 됨

비계절성 요소의 경우 **한 주기 내**의 ACF와 PACF의 패턴을 통해 파악

계절적 요소의 경우는 순수 SARIMA와 동일함(주기의 배수를 관측)

5

이분산 시계열 모형

변동성 집중(Volatility Clustering)

전통적 시계열 모형

분산에 변화가 없음을 가정 후, 평균의 움직임에만 관심을 가짐

AR(1) 모형의 조건부 평균과 분산은

시간에 따라 일정함을 가정

$$Y_t = \ \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t,\ \varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$$

$$E[Y_t | Y_{t-1}] = \phi_1 Y_{t-1}, Var(Y_t | Y_{t-1}) = \sigma^2$$

변동성 집중(Volatility Clustering)

전통적 시계열 모형

분산에 변화가 없음을 가정 후, 평균의 움직임에만 관심을 가짐

AR(1) 모형의 조건부 평균과 분산은

시간에 따라 일정함을 가정

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t,\ \varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$$

$$E[Y_t | Y_{t-1}] = \phi_1 Y_{t-1}, Var(Y_t | Y_{t-1}) = \sigma^2$$

수익률, 주가, 환율 등 금융 관련 시계열 자료는

분산이 과거에 의존하는 **시간에 따른 이분산성**을 가짐

시간에 따라 변화하는 분산을 다루기 위한

새로운 시계열 프레임 워크가 필요함!

변동성 집중(Volatility Clustering)

이분산성 Heteroscedasticity

분산이 시간이나 관측치별로

독립적으로 나타나지 않거나 일정하지 않음을 의미

비조건부 이분산성

일반적인 구조적 변동성의 변화가

이전 기간의 변동성과 관련이 없을 때

조건부 이분산성

일정하지 않은 변동성이

이전 시점의 변동성과 연관이 있을 때

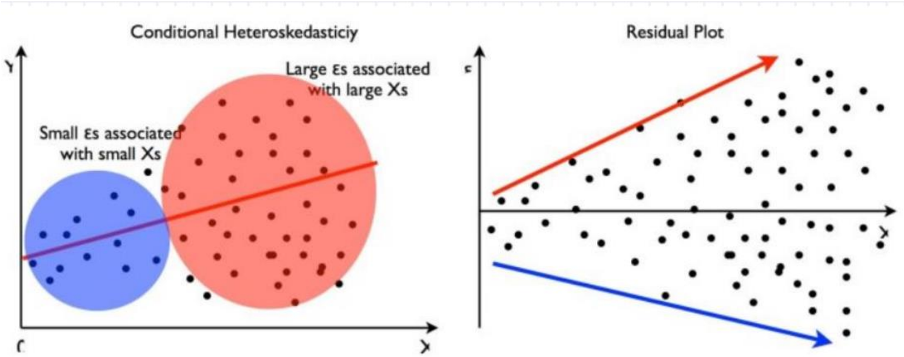
5 이분산 시계열 모형

변동성 집중(Volatility Clustering)

이분산성 Heteroscedasticity

분산이 시간이나 관측치별로

독립적으로 나타나지 않거나 일정하지 않음을 의미



조건부 이분산성

일정하지 않은 변동성이

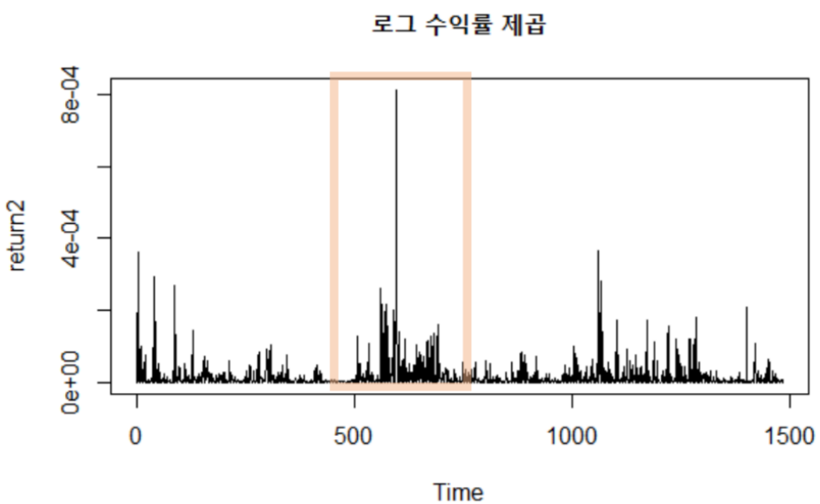
이전 시점의 변동성과 연관이 있을 때

변동성 집중(Volatility Clustering)

변동성 집중 Volatility Clustering

큰 변화가 당분간 계속 큰 변화를 유지하며,

작은 변화는 당분간 작은 변화를 유지하는 경향



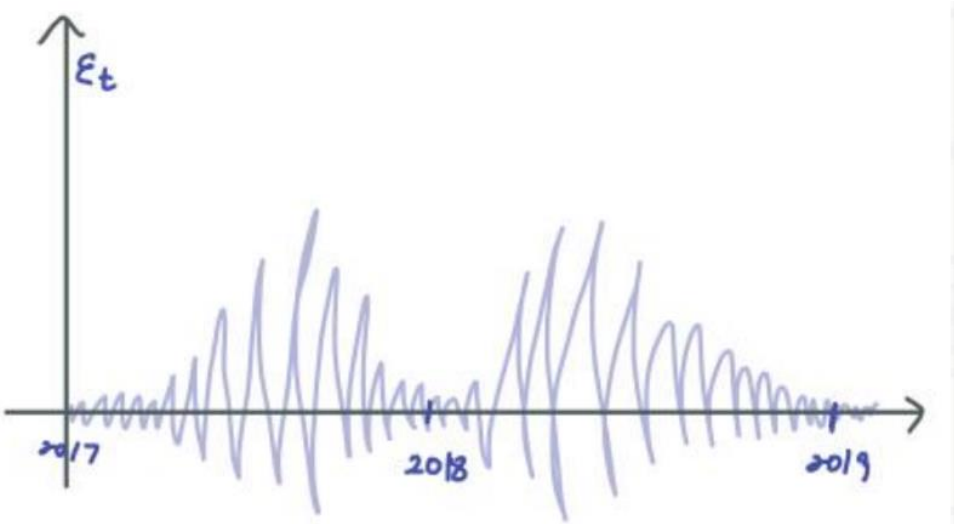
√‾, log transformation으로 상쇄시킬 수 없음

→ 오차의 제곱에 대한 시계열 모형 적용

ARCH: 자기회귀이분산모형

Ex.

영화관 매표 판매량 예측 모델을 적합 시킨 뒤의 오차항



변동성 집중이 발생하므로 이에 대한 모델링 필요

ARCH: 자기회귀이분산모형

Ex.

영화관 매표 판매량 예측 모델을 적합 시킨 뒤의 오차항

변동성을 과거 시점의 분산으로 설명

$$\mathrm{Var}(\varepsilon_t) = \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \sigma_{t-1}^2$$

과거 오차가 컸다면 미래 오차도 커짐을 가정

$$\varepsilon_t = w_t \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2}, \quad w_t \sim WN(0,1)$$

양변을 제곱하여 AR type 함수로 오차항 설명

$$\varepsilon_t^2 = w_t^2 \left(\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2\right)$$

ARCH: 자기회귀이분산모형

자기회귀이분산모형 ARCH

오차의 변동성이 자기회귀적으로 변하는 것을 설명하는 비선형 모델

$$Z_t \sim \mathrm{N}(0,1), \varepsilon_t = \sigma_t Z_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$$

$$= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \cdots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2$$

$$\alpha_0 > 0, \alpha_j \geq 0, j = 1, 2, \cdots, p$$

$ARCH(P)$모형은 t 시점 오차항의 변동성을

P 시점 전까지의 오차항의 제곱으로 설명

⇩

과거의 오차항으로 변동성 설명 가능

5 이분산 시계열 모형

ARCH: 자기회귀이분산모형

ARCH 모형의 한계

자기회귀이분산모형 ARCH

오차의 변동성이 자귀회귀적으로 변하는 것을 설명하는 비선형 모델

과거 오차의 제곱을 이용하여 **방향(+/-)에 따른 영향력**을 반영하지 못하고

P 값이 커지면 추정해야할 **모수가 많아지고 추정량의 정확도 하락**

$Z_t \sim \mathrm{N}(0,1), \varepsilon_t = \sigma_t Z_t$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$$

$$= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \cdots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2$$

$\alpha_0 > 0, \alpha_j \geq 0, j = 1, 2, \cdots, p$

$ARCH(P)$모형은 t 시점 오차항의 변동성을

P 시점 전까지의 오차항의 제곱으로 설명

과거의 오차항으로 변동성 설명 가능

보다 일반화된 모델 GARCH의 필요성!

GARCH: 일반자기회귀이분산모형

일반자기회귀이분산모형 GARCH

오차의 변동성이 자기회귀적으로 변하는 것을 설명하는 비선형 모델

$$Z_t \sim \mathrm{N}(0,1), \varepsilon_t = \sigma_t Z_t$$

$$\sigma_{\mathrm{t}}^2 = \alpha_0 + \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{p}} \alpha_{\mathrm{i}} \varepsilon_{\mathrm{t-i}}^2 + \sum_{j=1}^{q} \beta_j \sigma_{\mathrm{t}-j}^2$$

$$= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{\mathrm{t-1}}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{\mathrm{t-2}}^2 + \cdots + \alpha_{\mathrm{p}} \varepsilon_{\mathrm{t-p}}^2 + \beta_1 \sigma_{\mathrm{t-1}}^2 + \beta_2 \sigma_{\mathrm{t-2}}^2 + \cdots + \beta_{\mathrm{p}} \sigma_{\mathrm{t}-q}^2$$

$$\alpha_0 > 0, \alpha_{\mathrm{j}} \geq 0, \beta_{\mathrm{j}} \geq 0$$

GARCH: 일반자기회귀이분산모형

일반자기회귀이분산모형 GARCH

오차의 변동성이 자기회귀적으로 변하는 것을 설명하는 비선형 모델

$GARCH$(p, q)모형은

t 시점 오차항의 변동성을

p 시점 이전의 오차항 제곱과

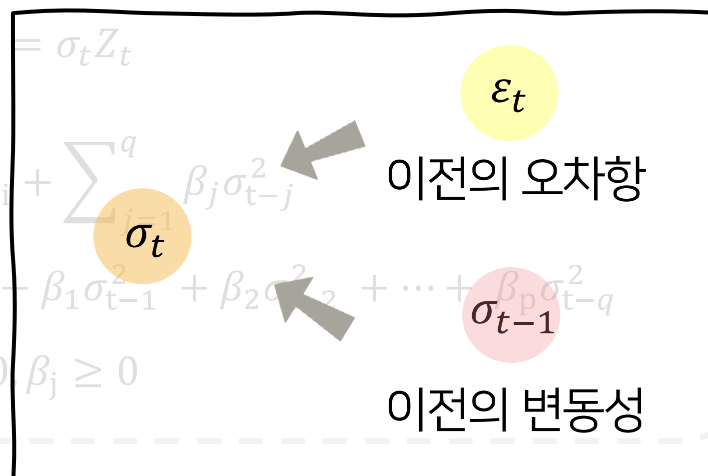
q 시점 이전의 변동성으로 설명

$Z_t \sim N(0,1),\ \varepsilon_t = \sigma_t Z_t$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q} \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

$$= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \cdots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \beta_2 \sigma_{t-2}^2 + \cdots + \beta_p \sigma_{t-q}^2$$

$\alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0, \beta_j \geq 0$



6

2주차 정리

정리 | 시계열 모형의 필요성

정상화 과정

오차가 WN/IID 만족

모델 추정 프로세스 종료

오차가 WN/IID 불만족

오차를 추정하는 모델링 진행

정리 | AR & MA

AR: 자기회귀모형

$$AR(1):\ \phi_1 X_{t-1} + Z_t$$

$$AR(p):\ \ X_t = \Phi_1 X_{t-1} + \Phi_2 X_{t-2} + \cdots + \Phi_p X_{t-p} + Z_t$$

$$where\ Z_t \sim WN(0, \sigma^2)$$

MA: 이동평균모형

$$MA(1): X_t = \ Z_t + \theta_1 Z_{t-1}$$

$$MA(q): X_t = Z_t + \theta_1 Z_{t-1} + \theta_2 Z_{t-2} + \cdots + \theta_q Z_{t-q}$$

$$where\ Z_t \sim WN(0, \sigma^2)$$

6 2주차 정리

정리 | AR & MA 비교

	ACF	PACF
AR(p)	지수적으로 감소	p이후 절단
MA(q)	q이후 절단	지수적으로 감소

ACF와 PACF를 관찰하여 적절한 모형을 선택할 수 있음

정리 | ARMA & ARIMA & SARIMA

ARMA: AR+MA

$$\phi(B)X_{\mathrm{t}} = \theta(B)Z_{\mathrm{t}}$$

ARIMA: ARMA + 차분

$$\phi(B)(1-\mathrm{B})^{\mathrm{d}}X_{\mathrm{t}} = \theta(B)Z_{\mathrm{t}}$$

SARIMA: ARIMA + 계절성

$$\phi(B)\Phi(B^{s})(1-\mathrm{B})^{\mathrm{d}}(1-B^{s})^{D}X_{t} = \theta(B)\Theta(B^{s})Z_{t}$$

정리 | ARCH & GARCH

이분산성 Heteroscedasticity

분산이 시간이나 관측치별로

독립적으로 나타나지 않거나 일정하지 않음을 의미

이분산 모델

ARCH

조건부 분산을

과거 시점의 오차항으로 설명

$$\varepsilon_t = \sigma_t Z_t,\ \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$$

GARCH

분산에 ARMA 모형을

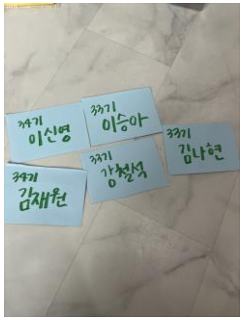
가정하여 ARCH를 확장한 모델

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q} \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

다음 주 예고

1. 시계열 데이터의 전처리
2. 혼합형 시계열 모형
3. 시계열과 머신러닝
4. 시계열과 딥러닝

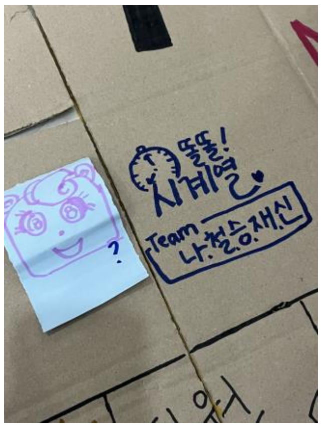
시결 엠티가서 고백 받음



마니또걸즈

시계열 in 하얀집

벤프 주방에서 손 씻는 강철석..;;;



솔직히 잘 그렸잖아

강철석, 이승아 닌자설

신영이 자니…