TRƯỜNG ĐẠI HỌC KINH TẾ QUỐC DÂN
KHOA TOÁN KINH TẾ
BỘ MÔN TOÁN CƠ BẢN

ĐỀ THI THỬ CUỐI KÌ
Học phần: Đại số - TOCB1101
Thời gian: 60 phút

Mã đề: **TOCB1101_1**

Đề thi gồm 40 câu, in trong 09 trang
Thí sinh không được sử dụng tài liệu, giám thị không giải thích gì thêm

---

Câu 1. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & 0 & 5 \\ 8 & 7 & -1 \end{pmatrix}$. Phần tử a_{23} có giá trị bằng:
A. 7
B. 5
C. Không tồn tại a_{23}
D. 1

Câu 2. Không gian vectơ $\mathbb{R}^3$ có số chiều là:
A. 1
B. 2
C. 3
D. 4

Câu 3. Nhận xét nào sau đây **SAI** ?
A. Ma trận có hai dòng giống nhau thì định thức bằng 0
B. Hạng của ma trận A khác hạng của ma trận A^T
C. Ma trận đơn vị kí hiệu là I_n
D. Ma trận cấp mxn là ma trận có m dòng và n cột

Câu 4. Định thức của ma trận $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ bằng:
A. 3
B. 2
C. 5
D. 1

Câu 5. Nhận xét nào sau đây **SAI** về hạng của ma trận ?
A. Hạng của ma trận đúng bằng số dòng khác 0 của ma trận đó ở dạng bậc thang dòng
B. Hạng của ma trận đúng bằng số cột khác 0 của ma trận đó ở dạng bậc thang cột
C. Hạng của ma trận đúng bằng cấp cao nhất của các định thức con khác 0
D. Hạng của ma trận đúng bằng r khi tồn tại ít nhất một định thức con cấp r khác 0

Câu 6. Vectơ $x^3 - 2x + 1$ **KHÔNG** nằm trong không gian nào sau đây?
A. P_3
B. P_n
C. $\mathbb{R}^3$
D. P_6
Câu 7. Cho không gian vectơ V được định nghĩa như sau:

$$(x, y, z) + (a, b, c) = (x + a, y + b, z + c)$$
$$\alpha.(x, y, z) = (2x, 2y, 2\alpha z)$$

Biết $u = (1,2,3); v = (-1,0,2)$. Giá trị của $u + v$ và $3u$ lần lượt bằng?

A. $(0,2,5)$ và $(2,4,18)$
B. $(0,2,5)$ và $(2,4,6)$
C. $(0,2,5)$ và $(3,6,9)$
D. $(0,2,5)$ và $(6,12,18)$
Câu 8. Phần tử trung hòa (vectơ không) của không gian $\mathbb{R}^3$ là ?
A. $\theta = (0,0,0)$
B. $\theta = \{0,0,0\}$
C. $\theta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
D. $\theta = \{(1,0,0), (0,1,0), (0,0,1)\}$
Câu 9. Đâu là cơ sở chính tắc của không gian vectơ $\mathbb{R}^2$?
A. $\{(1,0)\}$
B. $\{1,0\}$
C. $\{(1,0), (0,1)\}$
D. $\{(0,1), (1,0), (1,1)\}$
Câu 10. Cho không gian $V = \{a(2,3,1) + b(0,0,2) \mid a, b \in \mathbb{R}\}$. Số chiều của không gian này bằng:
A. $\dim(V) = 1$
B. $\dim(V) = 2$
C. $\dim(V) = 3$
D. $\dim(V) = 4$
Câu 11. Sự khác biệt giữa hệ sinh và cơ sở là:
A. Hệ sinh độc lập tuyến tính còn cơ sở phụ thuộc tuyến tính
B. Hệ sinh phụ thuộc tuyến tính còn cơ sở độc lập tuyến tính
C. Hệ sinh có thể độc lập tuyến tính hoặc phụ thuộc tuyến tính, còn cơ sở độc lập tuyến tính
D. Hệ sinh có số vectơ nhiều hơn số vectơ của một cơ sở

Câu 12. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}^3 \to R^3; (x,y,z) \to f(x,y,z) = (x+y+z, z-y-x, x+z)$. Tìm ảnh của vectơ $(1,0,3)$ qua ánh xạ f.

A. (3,0,6)

B. (3,-2,6)

C. (1,0,3)

D. (4,2,4)

Câu 13. Tính giá trị của biểu thức $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 5 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & -2 & 5 \end{pmatrix}$

A. $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 19 & -10 & 27 \\ -6 & 4 & -10 \end{pmatrix}$

B. $\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -1 & -20 \end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -10 \\ 0 & -10 \end{pmatrix}$

D. $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 19 & 10 & 27 \\ -6 & 4 & -10 \end{pmatrix}$

Câu 14. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & 1 \\ 3 & 5 & 7 \end{pmatrix}$. Tính $\det(3A)$.

A. 108

B. 12

C. $\frac{4}{3}$

D. 36

Câu 15. Cho tập hợp $S = \{3,5,1,2,7,0\}$. Nhận xét nào sau đây đúng về hệ S ?

A. S là một phép thế chẵn

B. S là một phép thế lẻ

C. S là không phải một hệ con của không gian vectơ $\mathbb{R}$

D. Hệ S độc lập tuyến tính

Câu 16. Ma trận nào sau đây là ma trận chuyển vị của ma trận nghịch đảo của ma trận $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 6 \\ -1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$

A. $\begin{pmatrix} 7 & -2 & 3 \\ -3 & 6 & -9 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

B. $\frac{1}{18} . \begin{pmatrix} 7 & -2 & 3 \\ -3 & 6 & -9 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

C. $18. \begin{pmatrix} 7 & -3 & 1 \\ -2 & 6 & 1 \\ 3 & -9 & 3 \end{pmatrix}$

D. $\frac{1}{18}.\begin{pmatrix} 7 & -3 & 1 \\ -2 & 6 & 1 \\ 3 & -9 & 3 \end{pmatrix}$

Câu 17. Tìm hệ nghiệm cơ bản của hệ phương trình tuyến tính sau:

$$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 - x_3 + 3x_4 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 - x_4 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases}$$

A. $S = \{10, -5, 7, 1\}$
B. $S = \{-57, -7, -59,49\}$
C. $S = \{-\frac{57}{49}, -\frac{1}{7}, -\frac{59}{49}, 1\}$
D. $S = \{\frac{10}{49}, -\frac{5}{49}, \frac{1}{7}, 1\}$

Câu 18. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để ma trận $\begin{pmatrix} 1 & 0 & \mathrm{m} & -1 \\ \mathrm{m} & 3 & 2 & 2 \\ 2 & \mathrm{m}^2 & 0 & 6 \\ 3 & 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ không tồn tại ma trận nghịch đảo ?
A. 0
B. 2
C. 1
D. 4

Câu 19. Đa thức nào sau đây là đa thức $P_A(\lambda)$ của ma trận $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ -2 & 4 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$?
A. $\lambda^3 - 7\lambda^2 + 21\lambda - 22$
B. $-\lambda^3 - 7\lambda^2 + 21\lambda - 22$
C. $\lambda^3 + 7\lambda^2 - 21\lambda - 22$
D. $-\lambda^3 + 7\lambda + 21\lambda + 22$

Câu 20. Tìm hạng của ma trận sau: $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 8 & \mathrm{m} \\ -2 & 5 & -2 & 2 \\ 7 & 3 & -4 & \mathrm{m}+1 \end{pmatrix}$
A. $rank(A) = 1$
B. $rank(A) = 2$
C. $rank(A) = 3$
D. Không phải ma trận vuông nên không có hạng

Câu 21. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3; (x, y, z) \to (x + y - z, x - 2y, 2x - y - z)$. Số chiều của không gian $Kerf$ là:
A. $\dim(Kerf) = 1$
B. $\dim(Kerf) = 2$
C. $\dim(Kerf) = 3$
D. $\dim(Kerf) = 0$

Câu 22. Hệ vectơ nào sau đây là một hệ độc lập tuyến tính trong không gian $\mathbb{R}^4$?

A. $S = \{(2,1,0,3), (4,1,-2,0), (1,2,5,0), (4,2,0,6)\}$

B. $S = \{(-1,2,3,1), (0,1,-1,0), (1,4,2,1), (3,1,0,2)\}$

C. $S = \{(0,0,0,0), \left(\frac{1}{2}, 7, 1, \frac{3}{4}\right), (8,1,0,2), (\frac{5}{3}, 2, -1, 0)\}$

D. $S = \{(1,0,0,0), (0,1,0,0), (0,0,1,0), (0,0,0,0)\}$

Câu 23. Tìm số chiều của một không gian vectơ V sinh bởi hệ sinh $S = \{(3,0,1), (4,2,5)\}$?

A. $\dim(V) = 0$

B. $\dim(V) = 1$

C. $\dim(V) = 2$

D. $\dim(V) = 3$

Câu 24. Cho ma trận A, B vuông cấp 4. Biết $\det(A) = 2; \det(B) = 3$. Tính $\det\,(A^{-1}.B^T)$?

A. $\frac{3}{2}$

B. $\frac{2}{3}$

C. 6

D. 24

Câu 25. Cho hệ các vectơ $S \subset \mathbb{R}^3$ và có các phần tử có dạng (α, β, γ) với $0 < \alpha, \beta, \gamma \leq 99$ và α, β, γ là các số nguyên lẻ. Nhận xét nào sau đây đúng về hệ S ?

A. S là một cơ sở của không gian chứa nó

B. S có vô hạn các phần tử

C. S phụ thuộc tuyến tính

D. Vectơ θ của $\mathbb{R}^3$ thuộc S

Câu 26. Cho không gian vectơ V sinh bởi hệ $S = \{(3,2,m), (-1,m,4), (2,0,3)\}$. Biết rằng tập hợp M là tập hợp các giá trị thực mà nếu tham số m khác các giá trị đó thì $V \equiv \mathbb{R}^3$. Tổng các phần tử trong M bằng:

A. $\frac{9}{4}$

B. 0

C. $\frac{3}{4}$

D. $\frac{18}{4}$

Câu 27. Tìm định thức của ma trận chuyển cơ sở từ T sang S của không gian vectơ $\mathbb{R}^3$, biết rằng T là cơ sở chính tắc và $S = \{(1, 0, -1), (1, 0, 1), (-2, 2, 2)\}$

A. $\det(P_{S \leftarrow T}) = -1$

B. $\det(P_{S \leftarrow T}) = 3$

C. $\det(P_{S \leftarrow T}) = 0$

D. $\det(P_{S \leftarrow T}) = -4$

Câu 28. Cho hệ phương trình tuyến tính thuần nhất có dạng:

$$\begin{cases} 3x + 4y - z = 0 \\ x + 2y + 3z + t = 0 \\ 2mx + 3y + z + 2t = 0 \end{cases}$$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m nằm trong đoạn $[-64; 64]$ để không gian nghiệm của hệ có chiều bằng 1?

A. 129

B. 64

C. 67

D. 69

Câu 29. Tìm cơ sở S của không gian con được định nghĩa như sau $V = \{(a, b, c) \in \mathbb{R}^3 | 4a - 2b + 3c = 0\}$

A. $S = \left\{\left(\frac{1}{2}, 1,0\right), \left(-\frac{3}{4}, 0,1\right)\right\}$

B. $S = \left\{\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{4}; 0\right), (1,1,0)\right\}$

C. $S = \left\{\left(1,0, \frac{1}{2}\right), \left(2, \frac{3}{4}, 0\right)\right\}$

D. Cả A và C

Câu 30. Tìm hạng của hệ hữu hạn vectơ sau

$$K = \{(1,2,0,-2), (3,7,1,0), (4,8,0,1), (-2,1,0,1)\}$$

A. $rank(K) = 2$

B. $rank(K) = 3$

C. $rank(K) = 4$

D. $rank(K) = 1$

Câu 31. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$. Gọi X là một hệ vectơ có các phần tử thuộc $\mathbb{R}^3$; $f(X) = \{(4m, 2, m - 1), (3, -1,0)\}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để X độc lập tuyến tính.

A. Không tồn tại m thỏa mãn

B. Mọi m

C. $(-\frac{2}{5}; \frac{9}{4})$

D. $[-\frac{2}{5}; \frac{9}{4})$

Câu 32. Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3; (x, y, z) \to (x + y - z; 2x + 2z; y - 4z)$. Số chiều của $Kerf$ là:

A. $\dim(f) = 0$
B. $\dim(f) = 1$
C. $\dim(f) = 2$
D. $\dim(f) = 3$

Câu 33. Cho mô hình Input – Output có ma trận đầu vào

$$\begin{pmatrix} 0.3 & 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.2 & 0.3 \\ 0.2 & 0.3 & 0.2 \end{pmatrix}$$

Gọi T là hệ gồm mức sản lượng của 3 ngành nếu ngành mở yêu cầu 3 ngành trên phải cung cấp cho nó những lượng sản phẩm trị giá tương ứng là $70, 100, 30$. Tổng các phần tử trong T bằng:

A. 500
B. 1200
C. 350
D. 860

Câu 34. Cho ánh xạ tuyến tính sau:

$$f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3; (x, y, z) \to (5x - 2y - z, 2x + (3 - m)y + 2z, x + 3y - 4z)$$

Biết rằng với $m \neq \frac{a}{b}$ thì f là một đơn cấu. Giá trị của $a + b$ bằng ?

A. -94
B. 94
C. 132
D. -132

Câu 35. Chéo hóa ma trận sau $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & -1 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

A. $\begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
B. $\begin{pmatrix} \frac{3}{5} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
C. $\begin{pmatrix} -\frac{2}{5} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{4} \end{pmatrix}$
D. Ma trận trên không chéo hóa được

Câu 36. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix}$. Tính A^3.

A. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

B. $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 15 \\ 3 & 10 & -4 \\ -15 & -4 & 17 \end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix} -8 & -3 & 3 \\ 3 & 5 & 0 \\ -3 & 0 & -4 \end{pmatrix}$

D. $\begin{pmatrix} 1 & 15 & -3 \\ 3 & -2 & 14 \\ 3 & -13 & -2 \end{pmatrix}$

Câu 37. Cho không gian vectơ V được định nghĩa như sau:

$$(x, y) + (x', y') = (x + x', 2(y + y'))$$

$$\alpha(x, y) = (x^\alpha, y^\alpha)$$

Biết rằng với $m \neq a$ thì ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}^2 \to V; (x, y) \to f\big((x, y)\big) = 2.(x - m, y + 1)$ có hạng bằng 1. Tính giá trị nhỏ nhất của $f(x) = 2x^3 - a.x + 1$

A. -1
B. 0
C. 1
D. $\frac{1}{2}$

Câu 38. Cho ánh xạ sau $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, (x, y, z) \to (2x - y + 3z, -3y + z, x + y + 2z)$. Xác định số chiều của Imf của f^{-1}.

A. 1
B. 2
C. 3
D. 4

Câu 39. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & 6 & 2 & 1 \\ -3 & 0 & 7 & 1 \end{pmatrix}$ là ma trận của ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ đối với cặp cơ sở $B = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ của $\mathbb{R}^4$ và $B' = \{u_1, u_2, u_3\}$ của $\mathbb{R}^3$ trong đó:

$$v_1 = (0,1,1,1); v_2 = (2,1,-1,-1), v_3 = (1,4,-1,2), v_4 = (6,9,4,2)$$

$$u_1 = (0,8,8); u_2 = (-7,8,1); u_3 = (-6,9,1)$$

Tính giá trị của $f(2,2,0,0)$.

A. $(-56,87,17)$
B. $(-31,37,12)$
C. $(-42,32,-10)$
D. $(1,1,0,0)$
Câu 40. Cho ma trận A vuông cấp 3 và khả nghịch. Biết giá trị của $\det\left(-A^2\left(adj(A)\right)^{-1}\right) = \alpha$. Biết giá trị của tích phân

$$\int_{\alpha}^{-\alpha} \frac{-\alpha}{x^2 - 5x + 6} dx$$

có dạng $m.\ln(2) + n.\ln(3)$. Giá trị của $m + n$ bằng:

A. $-\frac{2}{3}$
B. $\frac{1}{2}$
C. 0
D. -1