**BÀI TẬP CHƯƠNG II**

**QUAN HỆ**

1. Trong các quan hệ sau, hãy cho biết quan hệ nào có tính phản xạ, đối xứng, phản xứng, bắt cầu
   1. Quan hệ R trên Z : xRy =x + y chẳn.//phản xạ, đối xứng,bắc cầu
   2. Quan hệ R trên Z : xRy =x - y lẻ//đối xứng,
   3. Quan hệ R trên Z : xRy =x2 + y2 chẳn.//phản xạ đối xứng bắc cầu
   4. A = {1, 2, 3, 4, 5, 6} và

R = {(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (4, 5), (5, 4),(5, 5), (6, 6)}//phản xạ ,đối xứng , bắc cầu

* 1. Quan hệ trên tập người: {(a, b)|a, b cùng tuổi}//phản xạ
  2. Quan hệ trên tập người {(a, b)|a, b có cùng ba, mẹ}//phản xạ
  3. Quan hệ trên tập người {(a, b)|a, b nói cùng 1 thứ tiếng}//phản xạ

1. Xét một tập A = {1, 2, 3, 4, 6, 9}, định nghiã quan hệ R trên A như sau

R ={(x, y)|x − y là bội số của 3}

* 1. Liệt kê các phần tử của R

R={(4,1),(1,4),(6,3),(3,6),(9,6),(6,9),(9,3),(3,9),(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(6,6),(9,9)}

* 1. R có là quan hệ tương đương trên A không?

R có quan hệ tương đương trên A

* 1. R có là quan hệ thứ tự trên A không?

R không có quan hệ thứ tự vì không có tính phản xứng

1. Cho tập X = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} và quan hệ hai ngôi R xác định trên X như sau:

x,y∈X, xRy : (x+y)÷2 (ký hieu ÷ diễn tả ý “chia hết cho”).

* 1. Tập R có những phần tử nào?

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 3 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 4 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 5 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 6 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 7 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |

* 1. Quan hệ hai ngôi R có tính chât gì?
* **Xét tính phản xạ**:

X= {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}

Xét ∀x ∈ X ta có x +x = 2x luôn chia hết cho 2. Nên (x,x)∈ℜ

Vậy quan hệ trên có tính phản xạ.

* **Xét tính đối xứng:**

Xét ∀x,y ∈ X ta có: Nếu x + y ÷2 thì y + x ÷ 2 do tính chất giao hoán của phép cộng. Nên : (x,y), (y,x) ∈ℜ.

Vậy quan hệ trên có tính đối xứng.

* **Xét tính phản xứng:**

Ta có (1, 3)∈ℜ và (3,1)∈ℜ mà 1 ≠ 3.

Nên quan hệ trên không có tính phản xứng.

* **Xét tính bắc cầu:**

Giả sử (x, y)∈ℜ và (y, z) ∈ℜ:

Ta có: x + y = 2k1 ⇔ x = 2k1­ – y (1)

y + z = 2k2 ⇔ z = 2k2­ – y (2)

Xét (1) + (2) : x + z = 2k1­ – y + 2k2­ – y

⇔ x+ z = 2(k1+ k2­ – y) luôn chia hết cho 2.

Vậy: ∀(x,y,z) ∈ℜ: Nếu (x, y), (y, z) ∈ℜ thì (x,z) ∈ℜ

Nên quan hệ trên có tính bắc cầu.

* 1. R có là quan hệ tương đương trên X? Nếu phải thì hãy tìm lớp tương đương của phần tử 1,2

Quan hệ trên là quan hệ tương đương vì có tính phản xạ, đối xứng và bắc cầu.

* Lớp tương đương: [a]R = {b ∈ X| b R a}

[1]R = {b | (1+b) % 2 = 0} = {1, 3 , 5, 7}

[2]R = {b | (2+b) % 2 = 0 } = {0, 2, 4, 6}

1. Cho các quan hệ trên tập A={1,2,3,4} sau. Xét tính phản xạ, phản xứng, đối xứng, bắc cầu:
   1. ℜ1= {(2,2),(2,3),(2,4),(3,2),(3,3),(3,4)}//bắc cầu
   2. ℜ2= {(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(3,3),(4,4)}//phản xạ,đối xứng,bắc cầu
   3. ℜ3= {(2,4),(4,2)}//đối xứng
   4. ℜ4= {(1,2),(2,3),(3,4)}//phản xứng
   5. ℜ5= {(1,1),(2,2),(3,3),(4,4)}//phản xạ,đối xứng
   6. ℜ6= {(1,3),(1,4),(2,3),(2,4),(3,1),(3,4)}//
2. Xét tập A ={1;2;3}. Trong số các quan hệ dưới đây, hãy cho biết quan hệ nào là không phản xạ, không đối xứng, không bắc cầu.
   1. R={(1;1),(1;2),(1;3),(3;3)}O
   2. S={(1;1),(1;2),(2;1),(2;2),(3,3)}X
   3. T={(1;1),(1;2),(2;2),(2;3)}X
3. Cho quan hệ ℜ trên tập các số nguyên. Xác định tính phản xạ, đối xứng, phản xứng, bắc cầu với (x,y)∈ ℜ khi và chỉ khi:
   1. x≠y//đối xứng
   2. x\*y≥1//đối xứng
   3. x=y+1 hay x=y-1//đối xứng
   4. x và y cùng là số dương hoặc cùng là số âm//đối xứng , bắc cầu
   5. x=y2 //
   6. x≥y2//đối xứng bắc cầu
   7. x=y (mod 7)//
4. Cho A= {1,2,3,4,5,6} và ℜ= {(1,1);(1,2),(2,1),(2,2),(3,3),(4,4),(4,5),(5,4),(5,5),(6,6)}

Kiểm tra ℜ là một quan hệ tương đương?//tương đương

1. Cho ℜ={(1,1), (1,3),(3,1),(3,3)}.

ℜ có phải là quan hệ tương đương trên A={1,2,3} không? Trên B={1,3} không?//

1. Cho A={1,2,3,4, . . . , 14,15} và ℜ là một quan hệ trên A được xác định bởi (a,b) ℜ(c,d) ⇔ a+d = b+c. Chứng minh ℜ là một quan hệ tương đương.

Ta có (a,b)R(a,b) => a + b = a + b => có tính phản xạ

R có tính phản xạ vì a + b= a+b mà có thể hoán vị giữa dấu bằng

Giả sử (a,b)R(c,d) và (c,d)R(e,f)

⬄a + d = b+ c và c + f = d + e

⬄ a + b = c + d và c + d = e + f

⬄ a + b = e + f

⬄ a + f = e + b => (a,b)R(e,f) => có tính bắc cầu

* R có tính tương đương vì có tính phản xạ đối xứng bắc cầu

1. Kiểm chứng ℜ là một quan hệ thứ tự trên tập hợp S và cho biết thứ tự đó là toàn phần hay bán phần? Vẽ biểu đồ Hasse của (S, ℜ) và chỉ ra các phần tử min, max, tối thiểu, tối đại (nếu có) của (S, ℜ)
   1. S={2,3,4,5,6,7,8,9,10}, ∀x,y∈S:

xℜy ⇔ [x≤y và (x-y) chẵn] hoặc [x lẻ và y chẵn]

* 1. S={2, 4, 6, 8, 10, 12, 16, 20} ∀x,y∈S : xℜy ⇔ x|y
  2. S={2, 3, 4, 6, 8, 16, 24, 32, 48, 96} ∀x,y∈S : xℜy ⇔ x|y
  3. S={2, 4, 6, 8, 10, 12, 16, 20} ∀x,y∈S : xℜy ⇔ x|y
  4. S={5, 10, 15, 20, 25, 30, 40} ∀x,y∈S : xℜy ⇔ y|x