

CALCUL DE L'ESPÉRANCE

$$\begin{aligned}E[X_F] &= E[I\{Y = F\}] \\&= \sum_{i=1}^{i=2} Y_i P_i \\&= I\{Y = F\} \cdot P(Y = F) + I\{Y = P\} \cdot P(Y = P) \\&= I\{Y = F\} \cdot P_Y(F) + I\{Y = P\} \cdot P_Y(P) \\&= I\{Y = F\} \cdot P_F + I\{Y = P\} \cdot P_P \\&= 1 \times \frac{1}{2} + 0 \times \frac{1}{2} \\&= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

DANS LE CAS GÉNÉRAL

$$\begin{aligned} E[X_A] &= E[I\{A\}] \\ &= I\{A\} \cdot P(A) + I\{\bar{A}\} \cdot P(\bar{A}) \\ &= 1 \times \frac{1}{2} + 0 \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Lemme : Étant donné un univers Ω et un évènement A de cet univers, soit la variable indicatrice $X_A = I\{A\}$ alors

$$E[X_A] = P(A)$$