EXEMPLE AVEC LE TRI FUSION

On suppose que la solution est O(nlg(n)), donc l'objectif est de montrer que f(n) est inférieure à cnlg(n)

$$f\left(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor\right) \leq c\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor lg\left(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor\right)$$

$$2f\left(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor\right) + n \leq 2\left[c\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor lg\left(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor\right)\right] + n$$

$$f(n) \leq 2\left[c\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor lg\left(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor\right)\right] + n$$

$$f(n) \leq cnlg\left(\frac{n}{2}\right) + n$$

$$f(n) \leq cnlg(n) - cnlg(2) + n$$

$$f(n) \leq cnlg(n) - cn + n$$

$$f(n) \leq cnlg(n) + (1 - c)n$$

$$f(n) \leq cnlg(n) \text{ si } c \geq 1 \forall n \geq n_0$$

THÉORÈME GÉNÉRAL

Soient a supérieure à 1 et b >1 deux constantes, soit g(n) une fonction et soit f(n) définie pour les entiers positifs par la récurrence

$$f(n) = af\left(\frac{n}{2}\right) + g(n)$$

1) $\exists \epsilon > 0 \,|\, g(n) = O(n^{log_b(a)-\epsilon}) \Rightarrow f(n) = \Theta(n^{log_b(a)})$

2) $g(n) = \Theta(n^{log_b(a)}) \Rightarrow f(n) = \Theta(n^{log_b(a)} lg(n))$

3) $\exists \epsilon > 0$, $g(n) = \Omega(n^{log_b(a)+\epsilon})$ et $\exists c < 1 \,|\, ag\left(\frac{n}{b}\right) \leq cg(n)$ pour n grand $\Rightarrow f(n) = \Theta(g(n))$