Københavns Universitet
Introduktion til diskret matematik og algoritmer - Problem set 3

Victor Vangkilde Jørgensen - kft410
kft410@alumni.ku.dk

March 17, 2025

Contents

1 Question 1 **3**
1.a 3
1.b 3

2 Question 2 **4**
2.a 4
2.b 4
2.c 4
2.d 4

3 Question 3 **5**
3.a 5
3.b 6
3.c 6
3.d 6

1

1.a

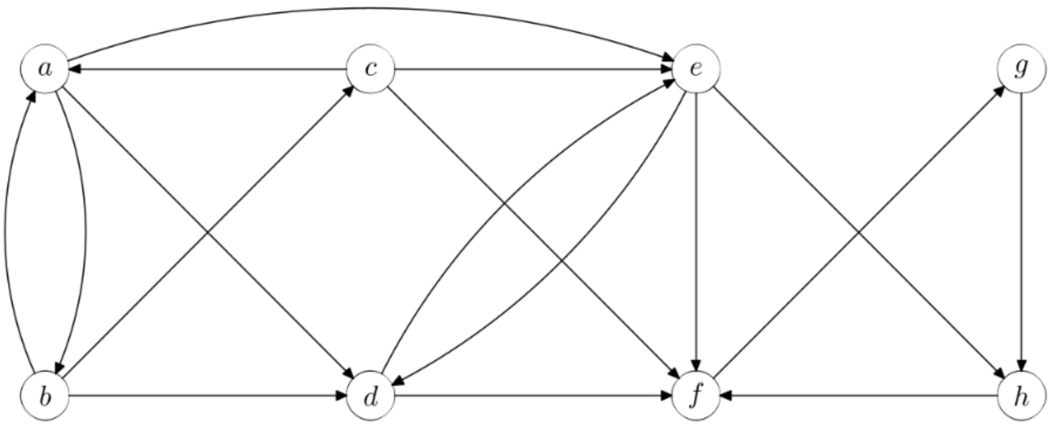

Figure 1: Directed graph G for which to compute strongly connected components in Problem 1a.

1.b

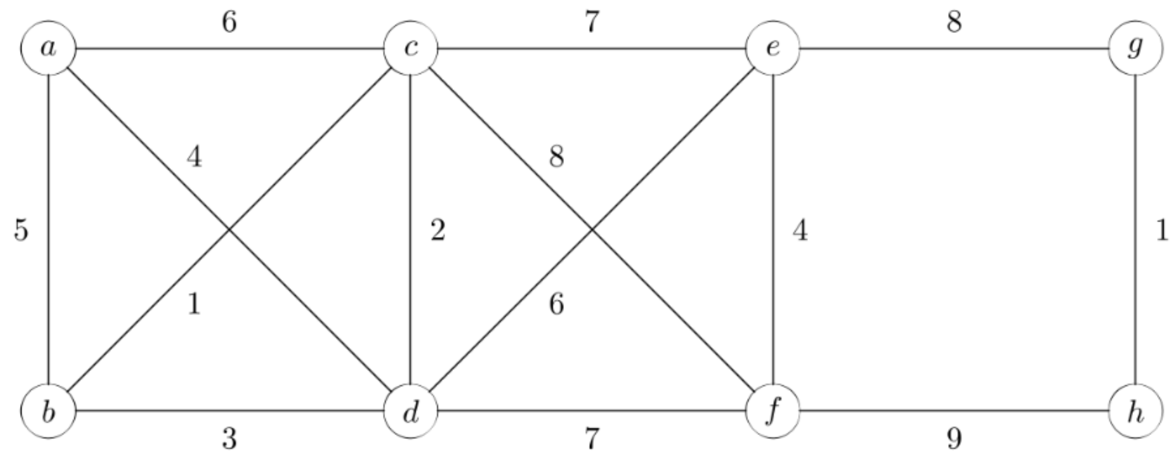

Figure 2

2

2.a

2.b

2.c

2.d

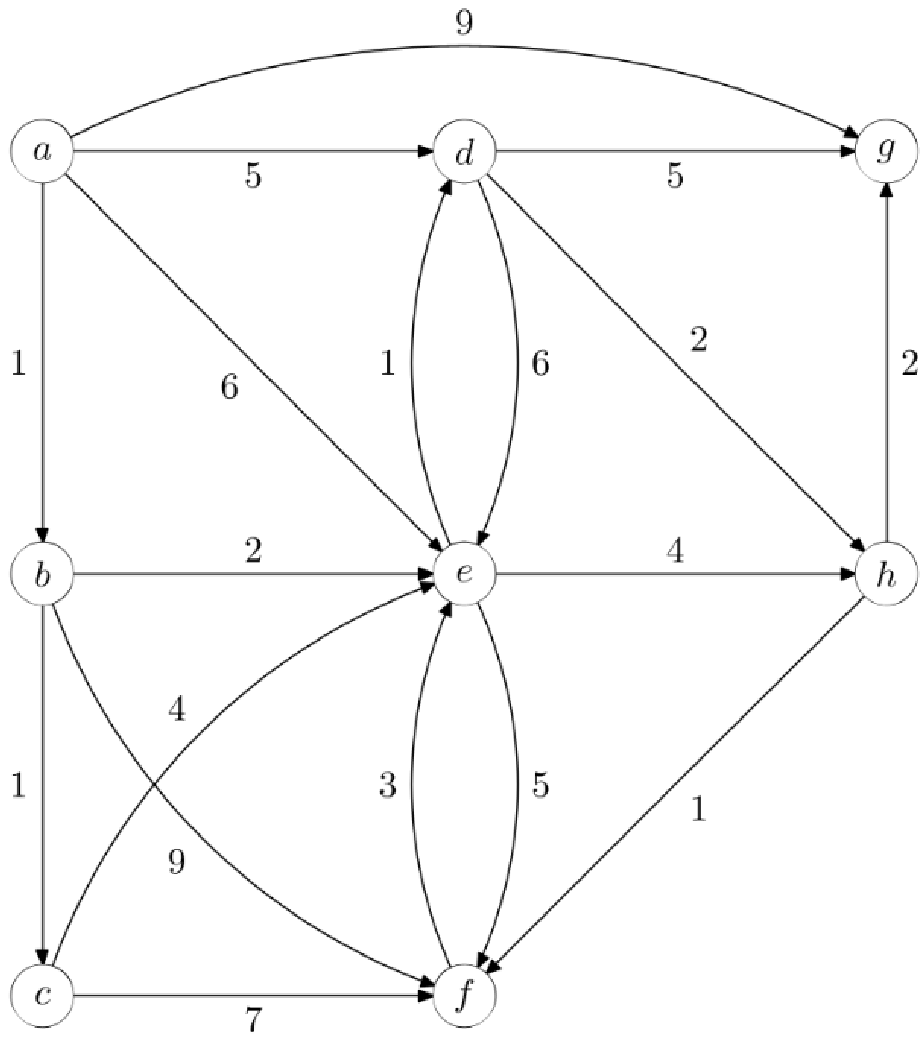

Figure 3: Directed graph Dijkstra's algorithm in Problem 3a.

3

3.a

Jeg opskriver vores weighted directed graph som adjacency list representation $(vertex, weight)$:

$$
\begin{aligned}
&(a,0) \to (b,1) \to (d,5) \to (e,6) \to (g,9)\\
&(b,0) \to (c,1) \to (e,2) \to (f,9)\\
&(c,0) \to (e,4) \to (f,7)\\
&(d,0) \to (e,6) \to (g,5) \to (h,2)\\
&(e,0) \to (f,5) \to (h,4)\\
&(f,0) \to (e,3)\\
&(g,0)\\
&(h,0) \to (f,1)
\end{aligned}
$$

Udregning af distancer for $a's$ naboer:

$$[(b,1),(d,5),(e,6),(g,9)]$$

Vi opdaterer nu de laveste værdier i grafen:

$$[(A,0),(b,1),(d,5),(e,6),(g,9),(c,\infty),(f,\infty),(h,\infty)]$$

a er nu besøgt, så det har jeg markeret ved at skrive A i stedet.

Vi ser, at b er den ubesøgte vertex med kortest afstand fra a.
Udregning af nye distancer for $b's$ naboer:

$$[(c,1+1),(e,1+2),(f,1+9)] = [(c,2),(e,3),(f,10)]$$

Vi opdaterer nu de laveste værdier i grafen:

$$[(A,0),(B,1),(c,2),(e,3),(d,5),(g,9),(f,10),(h,\infty)]$$

b er nu besøgt, så det har jeg markeret ved at skrive B i stedet.

Vi ser, at c er den ubesøgte vertex med kortest afstand fra a.
Udregning af nye distancer for $c's$ naboer:

$$[(e,2+4),(f,2+7)] = [(e,6),(f,9)]$$

Vi opdaterer nu de laveste værdier i grafen:

$$[(A,0),(B,1),(C,2),(e,3),(d,5),(f,9),(g,9),(h,\infty)]$$

c er nu besøgt, så det har jeg markeret ved at skrive C i stedet.

Vi ser, at e er den ubesøgte vertex med kortest afstand fra a.
Udregning af nye distancer for $e's$ naboer:

$$[(f,3+5),(h,3+4)] = [(f,8),(h,7)]$$

Vi opdaterer nu de laveste værdier i grafen:

$$[(A,0),(B,1),(C,2),(E,3),(d,5),(h,7),(f,8),(g,9)]$$

e er nu besøgt, så det har jeg markeret ved at skrive E i stedet.

Vi ser, at d er den ubesøgte vertex med kortest afstand fra a.
Udregning af nye distancer for $d's$ naboer:

$$[(g,5+5),(h,5+5),(e,5+6)] = [(g,10),(h,10),(e,11)]$$

Vi opdaterer nu de laveste værdier i grafen, men ser, at der ikke nogen kortere afstande:

$$[(A,0),(B,1),(C,2),(E,3),(D,5),(h,7),(f,8),(g,9)]$$

d er nu besøgt, så det har jeg markeret ved at skrive D i stedet.

Vi ser, at h er den ubesøgte vertex med kortest afstand fra a.
Udregning af nye distancer for $h's$ naboer:

$$[(f,7+1)] = [(f,8)]$$

Vi opdaterer nu de laveste værdier i grafen, men ser, at der ikke nogen kortere afstande:

$$[(A,0),(B,1),(C,2),(E,3),(D,5),(H,7),(f,8),(g,9)]$$

h er nu besøgt, så det har jeg markeret ved at skrive H i stedet.

Vi ser, at f er den ubesøgte vertex med kortest afstand fra a.
Udregning af nye distancer for $f's$ naboer:

$$[(e,8+3)] = [(e,11)]$$

Vi opdaterer nu de laveste værdier i grafen, men ser, at der ikke nogen kortere afstande:

$$[(A,0),(B,1),(C,2),(E,3),(D,5),(H,7),(F,8),(g,9)]$$

f er nu besøgt, så det har jeg markeret ved at skrive F i stedet.

Vi ser, at g er den sidste ubesøgte vertex, og at g ikke har nogen naboer.

$$[(A,0),(B,1),(C,2),(E,3),(D,5),(H,7),(F,8),(G,9)]$$

Vi markerer g som besøgt med G.

3.b

3.c

3.d