

Københavns Universitet
Introduktion til diskret matematik og algoritmer -
Problem set 3

Victor Vangkilde Jørgensen - kft410
kft410@alumni.ku.dk

March 17, 2025

Contents

1	Question 1	3
1.a	3
1.b	3
2	Question 2	4
2.a	4
2.b	4
2.c	4
2.d	4
3	Question 3	5
3.a	5
3.b	6
3.c	6
3.d	6

1

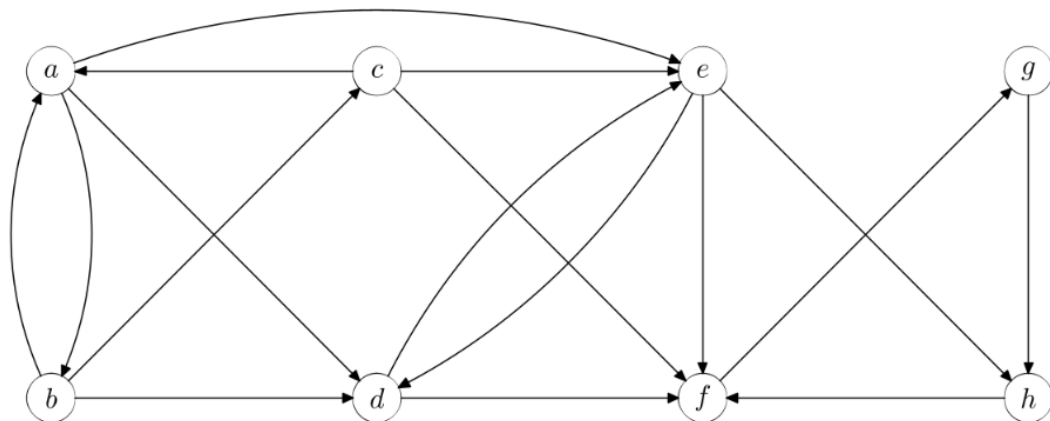
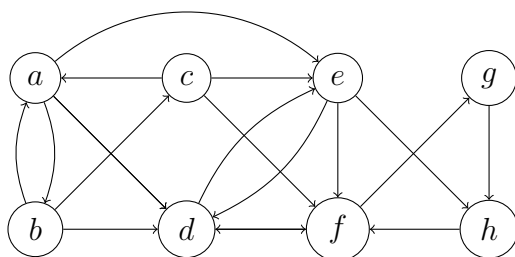


Figure 1: Directed graph G for which to compute strongly connected components in Problem 1a.

1.a



1.b

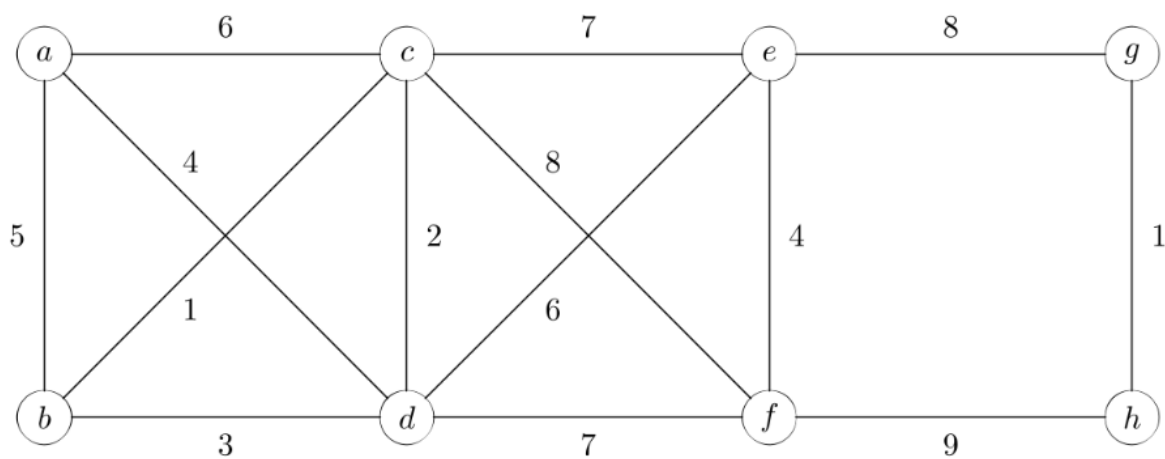


Figure 2

2

2.a

2.b

2.c

2.d

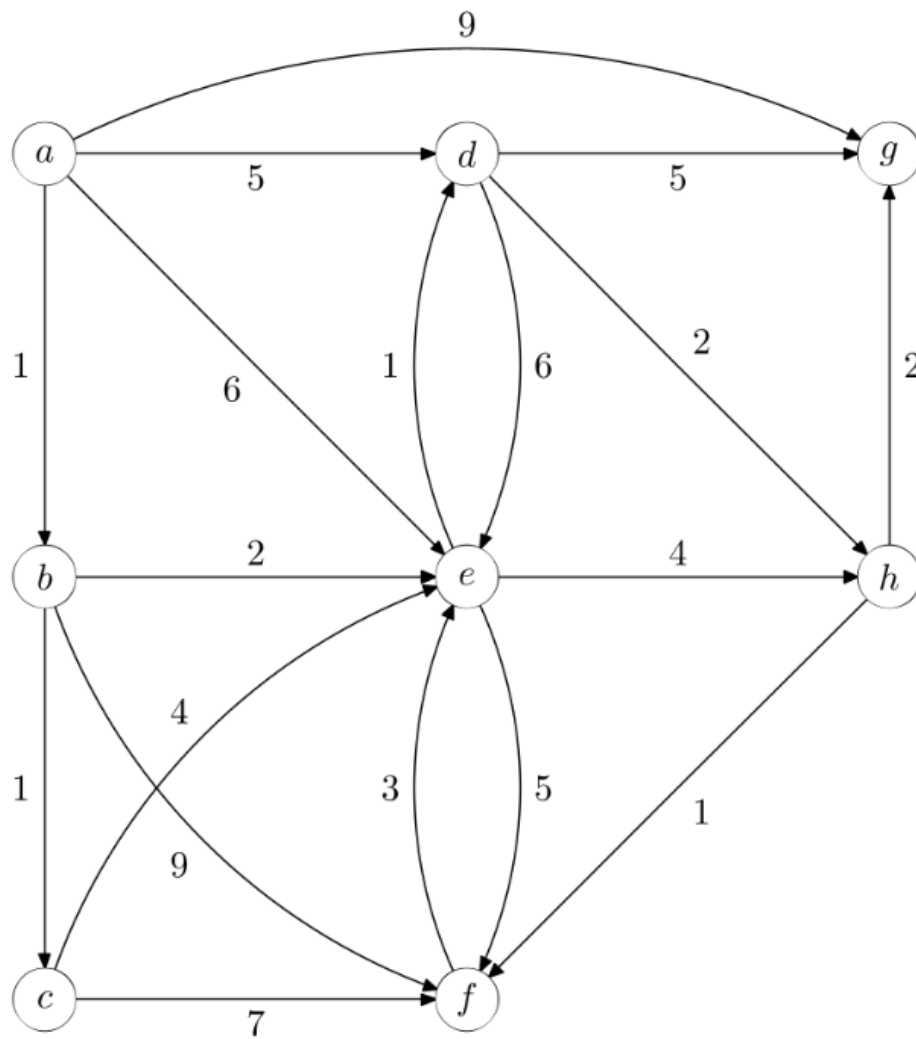


Figure 3: Directed graph Dijkstra's algorithm in Problem 3a.

3

3.a

Jeg opskriver vores weighted directed graph som adjacency list representation (*vertex, weight*):

$(a, 0) \rightarrow (b, 1) \rightarrow (d, 5) \rightarrow (e, 6) \rightarrow (g, 9)$
 $(b, 0) \rightarrow (c, 1) \rightarrow (e, 2) \rightarrow (f, 9)$
 $(c, 0) \rightarrow (e, 4) \rightarrow (f, 7)$
 $(d, 0) \rightarrow (e, 6) \rightarrow (g, 5) \rightarrow (h, 2)$
 $(e, 0) \rightarrow (f, 5) \rightarrow (h, 4)$
 $(f, 0) \rightarrow (e, 3)$
 $(g, 0)$
 $(h, 0) \rightarrow (f, 1)$

Udregning af distancer for a 's naboer:

$$[(b, 1), (d, 5), (e, 6), (g, 9)]$$

Vi opdaterer nu de laveste værdier i grafen:

$$[(A, 0), (b, 1), (d, 5), (e, 6), (g, 9), (c, \infty), (f, \infty), (h, \infty)]$$

a er nu besøgt, så det har jeg markeret ved at skrive A i stedet.

Vi ser, at b er den ubesøgte vertex med kortest afstand fra a .

Udregning af nye distancer for b 's naboer:

$$[(c, 1 + 1), (e, 1 + 2), (f, 1 + 9)] = [(c, 2), (e, 3), (f, 10)]$$

Vi opdaterer nu de laveste værdier i grafen:

$$[(A, 0), (B, 1), (c, 2), (e, 3), (d, 5), (g, 9), (f, 10), (h, \infty)]$$

b er nu besøgt, så det har jeg markeret ved at skrive B i stedet.

Vi ser, at c er den ubesøgte vertex med kortest afstand fra a .

Udregning af nye distancer for c 's naboer:

$$[(e, 2 + 4), (f, 2 + 7)] = [(e, 6), (f, 9)]$$

Vi opdaterer nu de laveste værdier i grafen:

$$[(A, 0), (B, 1), (C, 2), (e, 3), (d, 5), (f, 9), (g, 9), (h, \infty)]$$

c er nu besøgt, så det har jeg markeret ved at skrive C i stedet.

Vi ser, at e er den ubesøgte vertex med kortest afstand fra a .

Udregning af nye distancer for e 's naboer:

$$[(f, 3 + 5), (h, 3 + 4)] = [(f, 8), (h, 7)]$$

Vi opdaterer nu de laveste værdier i grafen:

$$[(A, 0), (B, 1), (C, 2), (E, 3), (d, 5), (h, 7), (f, 8), (g, 9)]$$

e er nu besøgt, så det har jeg markeret ved at skrive E i stedet.

Vi ser, at d er den ubesøgte vertex med kortest afstand fra a .

Udregning af nye distancer for d 's naboer:

$$[(g, 5 + 5), (h, 5 + 5), (e, 5 + 6)] = [(g, 10), (h, 10), (e, 11)]$$

Vi opdaterer nu de laveste værdier i grafen, men ser, at der ikke nogen kortere afstande:

$$[(A, 0), (B, 1), (C, 2), (E, 3), (D, 5), (h, 7), (f, 8), (g, 9)]$$

d er nu besøgt, så det har jeg markeret ved at skrive D i stedet.

Vi ser, at h er den ubesøgte vertex med kortest afstand fra a .

Udregning af nye distancer for h 's naboer:

$$[(f, 7 + 1)] = [(f, 8)]$$

Vi opdaterer nu de laveste værdier i grafen, men ser, at der ikke nogen kortere afstande:

$$[(A, 0), (B, 1), (C, 2), (E, 3), (D, 5), (H, 7), (f, 8), (g, 9)]$$

h er nu besøgt, så det har jeg markeret ved at skrive H i stedet.

Vi ser, at f er den ubesøgte vertex med kortest afstand fra a .

Udregning af nye distancer for f 's naboer:

$$[(e, 8 + 3)] = [(e, 11)]$$

Vi opdaterer nu de laveste værdier i grafen, men ser, at der ikke nogen kortere afstande:

$$[(A, 0), (B, 1), (C, 2), (E, 3), (D, 5), (H, 7), (F, 8), (g, 9)]$$

f er nu besøgt, så det har jeg markeret ved at skrive F i stedet.

Vi ser, at g er den sidste ubesøgte vertex, og at g ikke har nogen naboer.

$$[(A, 0), (B, 1), (C, 2), (E, 3), (D, 5), (H, 7), (F, 8), (G, 9)]$$

Vi markerer g som besøgt med G .

3.b

3.c

3.d