

Københavns Universitet  
Introduktion til diskret matematik og algoritmer -  
Problem set 3

Victor Vangkilde Jørgensen - kft410  
kft410@alumni.ku.dk

March 17, 2025

# Contents

<b>1</b>	<b>Question 1</b>	<b>3</b>
1.a	. . . . .	3
1.b	. . . . .	4
<b>2</b>	<b>Question 2</b>	<b>5</b>
2.a	. . . . .	5
2.b	. . . . .	5
2.c	. . . . .	5
2.d	. . . . .	5
<b>3</b>	<b>Question 3</b>	<b>6</b>
3.a	. . . . .	6
3.b	. . . . .	8
3.c	. . . . .	8
3.d	. . . . .	8

---

1

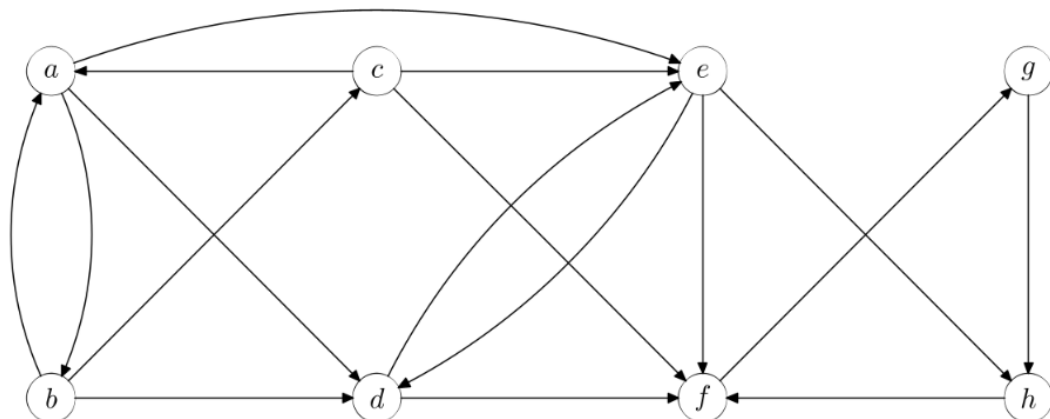


Figure 1: Directed graph  $G$  for which to compute strongly connected components in Problem 1a.

**1.a**

Vi opskriver vores directed graph som en adjacency list representation i lexicographic order:

$a \rightarrow (b, d, e)$

$b \rightarrow (a, c, d)$

$c \rightarrow (a, e, f)$

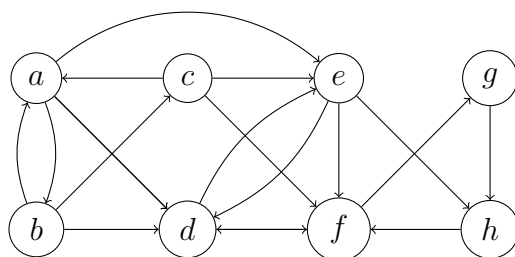
$d \rightarrow (e, f)$

$e \rightarrow (d, f, h)$

$f \rightarrow (g)$

$g \rightarrow (h)$

$h \rightarrow (f)$



---

1.b

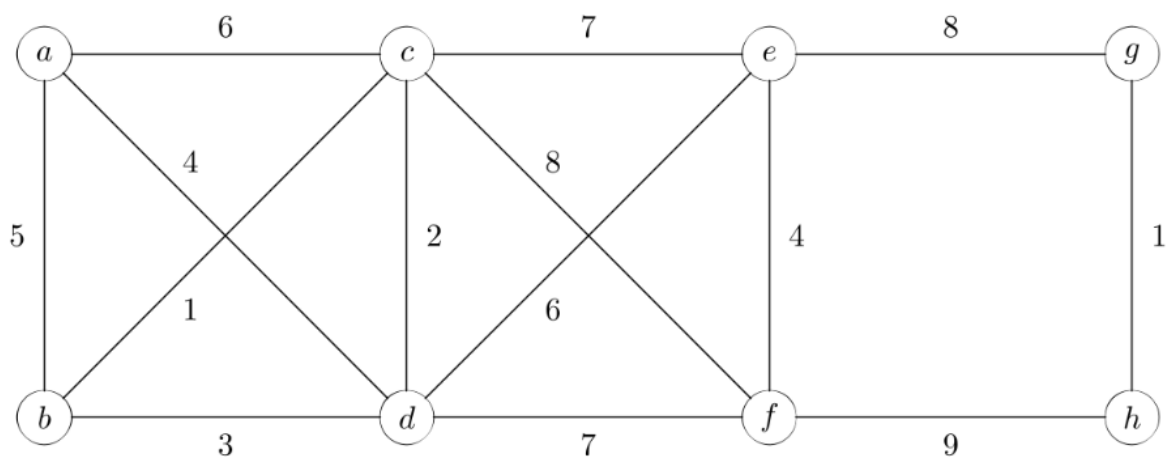


Figure 2

---

2

2.a

2.b

2.c

2.d

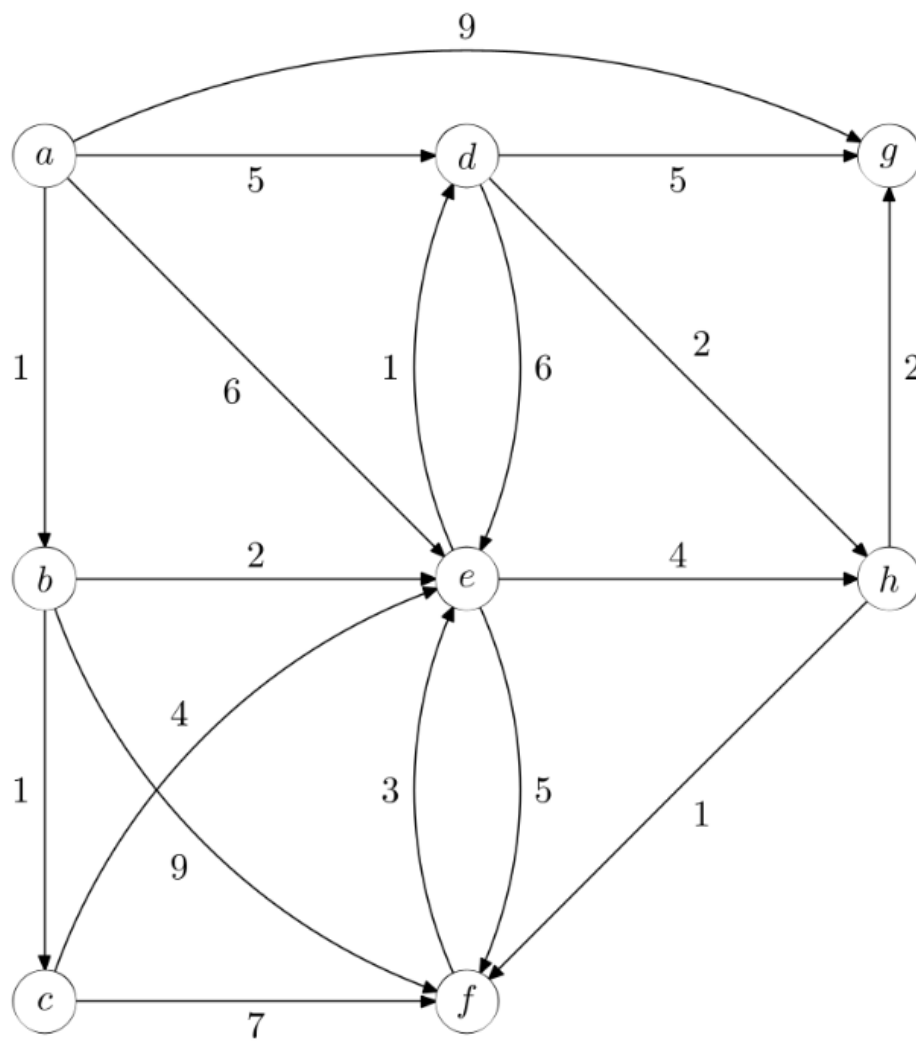


Figure 3: Directed graph Dijkstra's algorithm in Problem 3a.

---

### 3

#### 3.a

Jeg opskriver vores weighted directed graph som adjacency list representation (*vertex, weight*):

$(a, 0) \rightarrow ((b, 1), (d, 5), (e, 6), (g, 9))$   
 $(b, 0) \rightarrow ((c, 1), (e, 2), (f, 9))$   
 $(c, 0) \rightarrow ((e, 4), (f, 7))$   
 $(d, 0) \rightarrow ((e, 6), (g, 5), (h, 2))$   
 $(e, 0) \rightarrow ((f, 5), (h, 4))$   
 $(f, 0) \rightarrow (e, 3)$   
 $(g, 0) \rightarrow ()$   
 $(h, 0) \rightarrow (f, 1)$

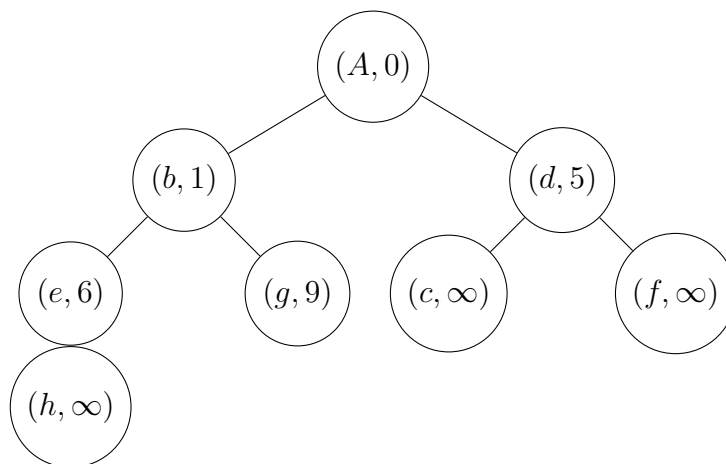
Udregning af distancer for  $a$ 's naboer:

$[(b, 1), (d, 5), (e, 6), (g, 9)]$

Vi opdaterer nu de laveste værdier i grafen:

$[(A, 0), (b, 1), (c, \infty), (d, 5), (e, 6), (f, \infty), (g, 9), (h, \infty)]$

$a$  er nu besøgt, så det har jeg markeret ved at skrive  $A$  i stedet.



Vi ser, at  $b$  er den ubesøgte vertex med kortest afstand fra  $a$ .

Udregning af nye distancer for  $b$ 's naboer:

$[(c, 1 + 1), (e, 1 + 2), (f, 1 + 9)] = [(c, 2), (e, 3), (f, 10)]$

Vi opdaterer nu de laveste værdier i grafen:

$[(A, 0), (B, 1), (c, 2), (e, 3), (d, 5), (g, 9), (f, 10), (h, \infty)]$

$b$  er nu besøgt, så det har jeg markeret ved at skrive  $B$  i stedet.

---

Vi ser, at  $c$  er den ubesøgte vertex med kortest afstand fra  $a$ .

Udregning af nye distancer for  $c$ 's naboer:

$$[(e, 2 + 4), (f, 2 + 7)] = [(e, 6), (f, 9)]$$

Vi opdaterer nu de laveste værdier i grafen:

$$[(A, 0), (B, 1), (C, 2), (e, 3), (d, 5), (f, 9), (g, 9), (h, \infty)]$$

$c$  er nu besøgt, så det har jeg markeret ved at skrive  $C$  i stedet.

Vi ser, at  $e$  er den ubesøgte vertex med kortest afstand fra  $a$ .

Udregning af nye distancer for  $e$ 's naboer:

$$[(f, 3 + 5), (h, 3 + 4)] = [(f, 8), (h, 7)]$$

Vi opdaterer nu de laveste værdier i grafen:

$$[(A, 0), (B, 1), (C, 2), (E, 3), (d, 5), (h, 7), (f, 8), (g, 9)]$$

$e$  er nu besøgt, så det har jeg markeret ved at skrive  $E$  i stedet.

Vi ser, at  $d$  er den ubesøgte vertex med kortest afstand fra  $a$ .

Udregning af nye distancer for  $d$ 's naboer:

$$[(g, 5 + 5), (h, 5 + 5), (e, 5 + 6)] = [(g, 10), (h, 10), (e, 11)]$$

Vi opdaterer nu de laveste værdier i grafen, men ser, at der ikke nogen kortere afstande:

$$[(A, 0), (B, 1), (C, 2), (E, 3), (D, 5), (h, 7), (f, 8), (g, 9)]$$

$d$  er nu besøgt, så det har jeg markeret ved at skrive  $D$  i stedet.

Vi ser, at  $h$  er den ubesøgte vertex med kortest afstand fra  $a$ .

Udregning af nye distancer for  $h$ 's naboer:

$$[(f, 7 + 1)] = [(f, 8)]$$

Vi opdaterer nu de laveste værdier i grafen, men ser, at der ikke nogen kortere afstande:

$$[(A, 0), (B, 1), (C, 2), (E, 3), (D, 5), (H, 7), (f, 8), (g, 9)]$$

$h$  er nu besøgt, så det har jeg markeret ved at skrive  $H$  i stedet.

Vi ser, at  $f$  er den ubesøgte vertex med kortest afstand fra  $a$ .

Udregning af nye distancer for  $f$ 's naboer:

$$[(e, 8 + 3)] = [(e, 11)]$$

Vi opdaterer nu de laveste værdier i grafen, men ser, at der ikke nogen kortere afstande:

$$[(A, 0), (B, 1), (C, 2), (E, 3), (D, 5), (H, 7), (F, 8), (g, 9)]$$

$f$  er nu besøgt, så det har jeg markeret ved at skrive  $F$  i stedet.

Vi ser, at  $g$  er den sidste ubesøgte vertex, og at  $g$  ikke har nogen naboer.

$$[(A, 0), (B, 1), (C, 2), (E, 3), (D, 5), (H, 7), (F, 8), (G, 9)]$$

Vi markerer  $g$  som besøgt med  $G$ .

---

**3.b**

**3.c**

**3.d**