Københavns Universitet
Introduktion til diskret matematik og algoritmer - Problem set 3

Victor Vangkilde Jørgensen - kft410
kft410@alumni.ku.dk

March 18, 2025

Contents

1

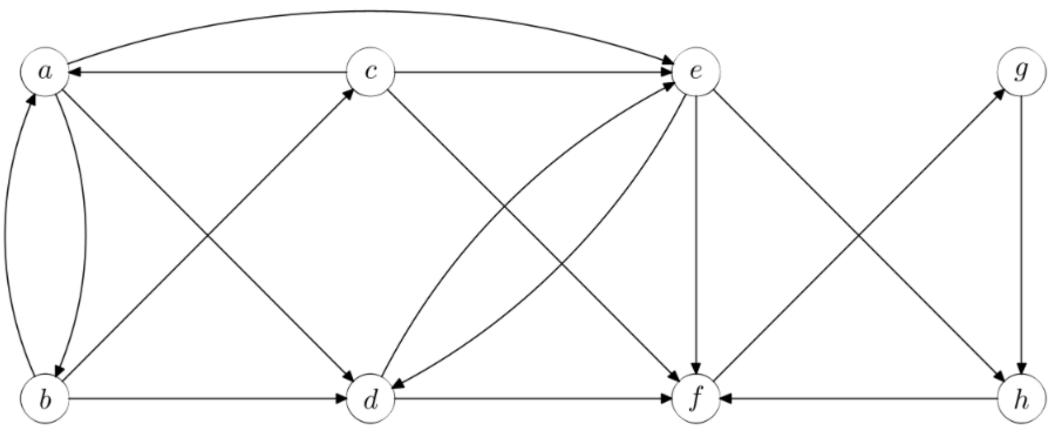


Figure 1: Directed graph G for which to compute strongly connected components in Problem 1a.

1.a

Vi opskriver vores directed graph som en adjacency list representation i lexicographic order:

$$\begin{aligned}
a &\to (b, d, e)\\
b &\to (a, c, d)\\
c &\to (a, e, f)\\
d &\to (e, f)\\
e &\to (d, f, h)\\
f &\to (g)\\
g &\to (h)\\
h &\to (f)
\end{aligned}$$

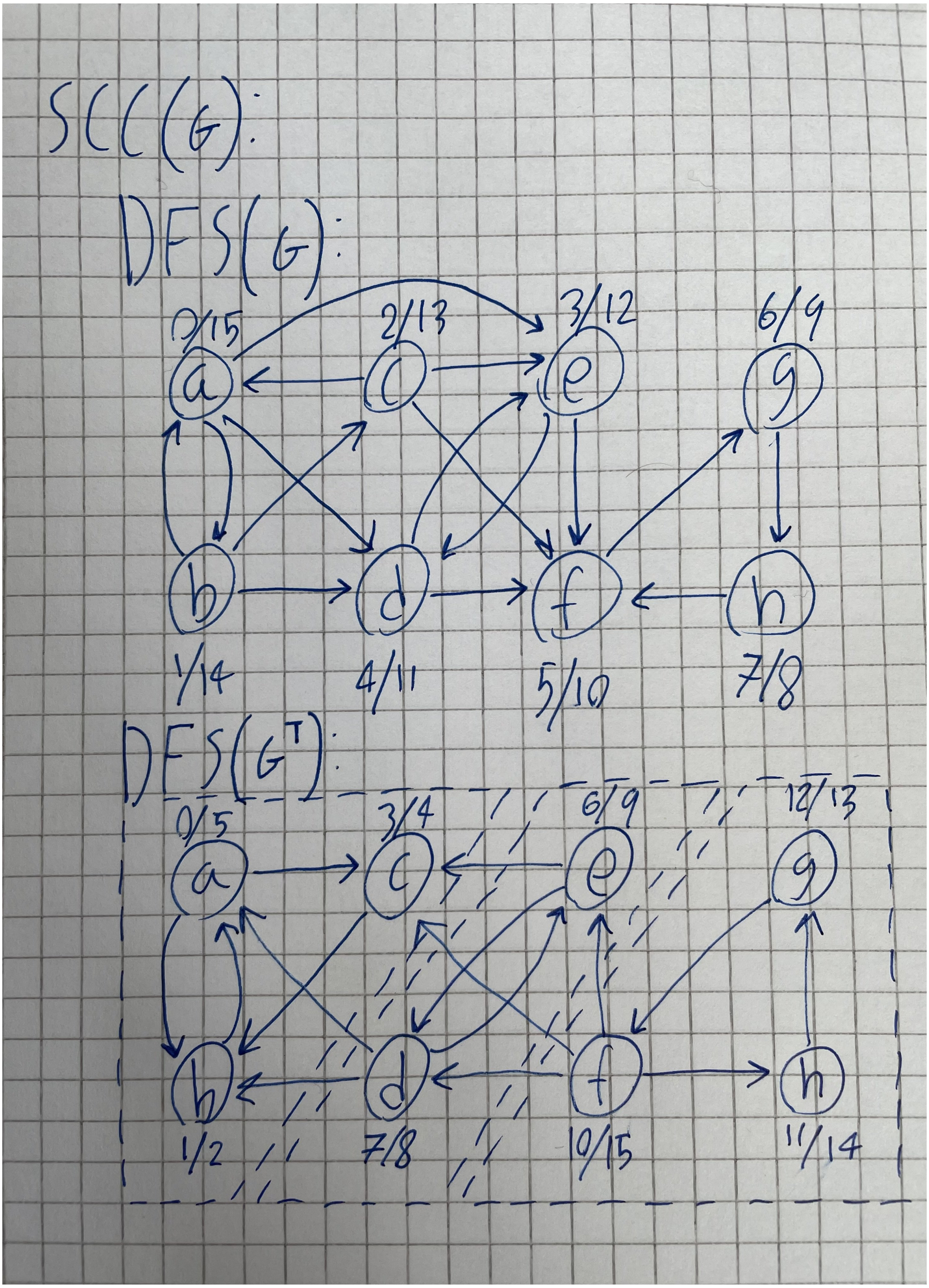

SCC(G):
DFS(G):
0/15
2/13
3/12
6/9
a
c
e
g
b
d
f
h
1/14
4/11
5/10
7/8
DFS(G^T):
0/5
3/4
6/9
12/13
a
c
e
g
b
d
f
h
1/2
7/8
10/15
11/14

Figure 2

1.b

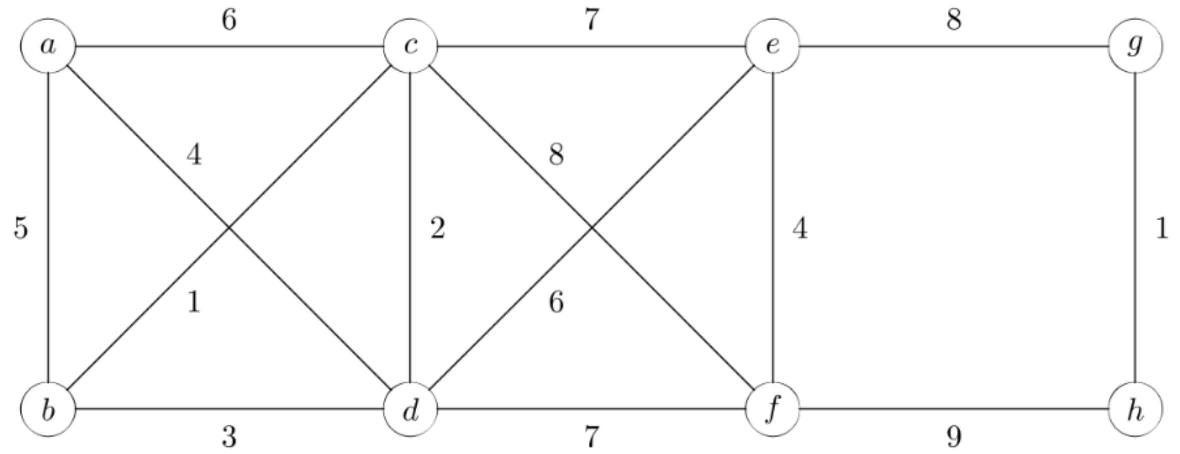


Figure 3

2

2.a

2.b

2.c

2.d

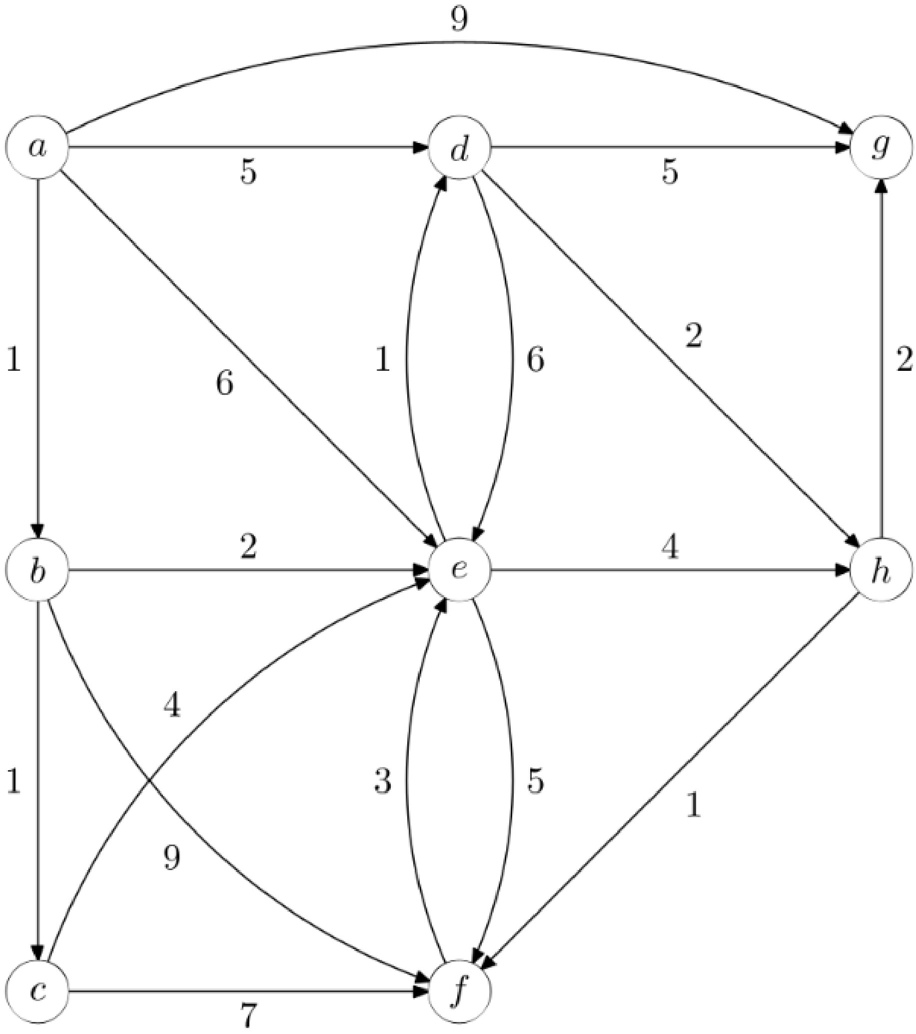


Figure 4: Directed graph Dijkstra's algorithm in Problem 3a.

3

3.a

Jeg opskriver vores weighted directed graph som adjacency list representation $(vertex, weight)$:

$$\begin{aligned}
&(a,0) \to ((b,1),(d,5),(e,6),(g,9)) \\
&(b,0) \to ((c,1),(e,2),(f,9)) \\
&(c,0) \to ((e,4),(f,7)) \\
&(d,0) \to ((e,6),(g,5),(h,2)) \\
&(e,0) \to ((f,5),(h,4)) \\
&(f,0) \to (e,3) \\
&(g,0) \to () \\
&(h,0) \to (f,1)
\end{aligned}$$

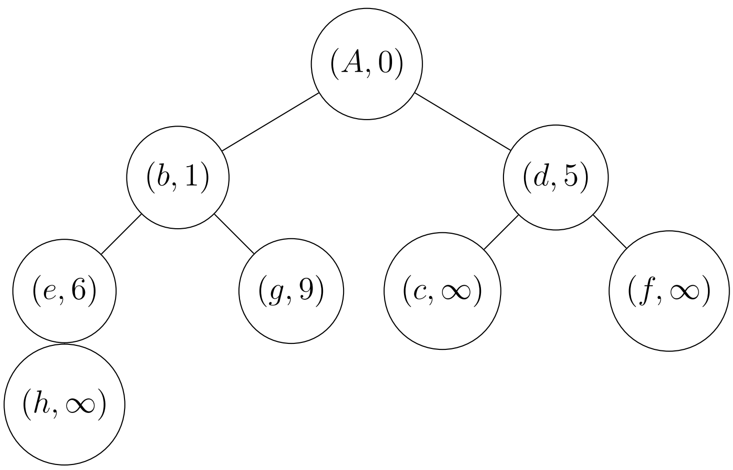
Udregning af distancer for $a's$ naboer:

$$[(b,1),(d,5),(e,6),(g,9)]$$

Vi opdaterer nu de laveste værdier i grafen:

$$[(A,0),(b,1),(c,\infty),(d,5),(e,6),(f,\infty),(g,9),(h,\infty)]$$

a er nu besøgt, så det har jeg markeret ved at skrive A i stedet.



Vi ser, at b er den ubesøgte vertex med kortest afstand fra a.
Udregning af nye distancer for $b's$ naboer:

$$[(c,1+1),(e,1+2),(f,1+9)] = [(c,2),(e,3),(f,10)]$$

Vi opdaterer nu de laveste værdier i grafen:

$$[(A,0),(B,1),(c,2),(e,3),(d,5),(g,9),(f,10),(h,\infty)]$$

b er nu besøgt, så det har jeg markeret ved at skrive B i stedet.

Vi ser, at c er den ubesøgte vertex med kortest afstand fra a.
Udregning af nye distancer for $c's$ naboer:

$$[(e, 2+4), (f, 2+7)] = [(e, 6), (f, 9)]$$

Vi opdaterer nu de laveste værdier i grafen:

$$[(A, 0), (B, 1), (C, 2), (e, 3), (d, 5), (f, 9), (g, 9), (h, \infty)]$$

c er nu besøgt, så det har jeg markeret ved at skrive C i stedet.

Vi ser, at e er den ubesøgte vertex med kortest afstand fra a.
Udregning af nye distancer for $e's$ naboer:

$$[(f, 3+5), (h, 3+4)] = [(f, 8), (h, 7)]$$

Vi opdaterer nu de laveste værdier i grafen:

$$[(A, 0), (B, 1), (C, 2), (E, 3), (d, 5), (h, 7), (f, 8), (g, 9)]$$

e er nu besøgt, så det har jeg markeret ved at skrive E i stedet.

Vi ser, at d er den ubesøgte vertex med kortest afstand fra a.
Udregning af nye distancer for $d's$ naboer:

$$[(g, 5+5), (h, 5+5), (e, 5+6)] = [(g, 10), (h, 10), (e, 11)]$$

Vi opdaterer nu de laveste værdier i grafen, men ser, at der ikke nogen kortere afstande:

$$[(A, 0), (B, 1), (C, 2), (E, 3), (D, 5), (h, 7), (f, 8), (g, 9)]$$

d er nu besøgt, så det har jeg markeret ved at skrive D i stedet.

Vi ser, at h er den ubesøgte vertex med kortest afstand fra a.
Udregning af nye distancer for $h's$ naboer:

$$[(f, 7+1)] = [(f, 8)]$$

Vi opdaterer nu de laveste værdier i grafen, men ser, at der ikke nogen kortere afstande:

$$[(A, 0), (B, 1), (C, 2), (E, 3), (D, 5), (H, 7), (f, 8), (g, 9)]$$

h er nu besøgt, så det har jeg markeret ved at skrive H i stedet.

Vi ser, at f er den ubesøgte vertex med kortest afstand fra a.
Udregning af nye distancer for $f's$ naboer:

$$[(e, 8+3)] = [(e, 11)]$$

Vi opdaterer nu de laveste værdier i grafen, men ser, at der ikke nogen kortere afstande:

$$[(A, 0), (B, 1), (C, 2), (E, 3), (D, 5), (H, 7), (F, 8), (g, 9)]$$

f er nu besøgt, så det har jeg markeret ved at skrive F i stedet.

Vi ser, at g er den sidste ubesøgte vertex, og at g ikke har nogen naboer.

$$[(A, 0), (B, 1), (C, 2), (E, 3), (D, 5), (H, 7), (F, 8), (G, 9)]$$

Vi markerer g som besøgt med G.

3.b

3.c

3.d