Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова
Факультет Вычислительной Математики и Кибернетики
Кафедра Суперкомпьютеров и Квантовой Информатики

Спецкурс: системы и средства параллельного программирования.

Отчёт № 3.
Анализ параллельной оптимизации решета Эратосфена при помощи MPI

Работу выполнил
Федоров В. В.

Москва 2020

Постановка задачи и формат данных.

Задача: Реализовать параллельный параллельную версию решета Эратосфена — алгоритма поиска простых чисел на отрезке [lo,hi] — при помощи технологии MPI, и сделать замеры:

- Максимального времени работы процессов
- Суммарного времени работы процессов

Формат командной строки: <левая граница отрезка lo> <правая граница отрезка hi> <файл для вывода простых чисел> [<файл для вывода суммарного времени работы всеми процессами> <файл для вывода максимального времени работы среди всех процессов>]
В случае отсутствия двух последних аргументов два замера будут выведены на стандартный поток.

Описание алгоритма.

Математическая постановка: Алгоритм решета Эратосфена для поиска простых чисел на отрезке [1,N] можно описать так:

- Для всех чисел k от 2 до N выполнить:
  - Если k не вычеркнуто:
    - То добавить в k в список простых чисел
    - Для всех чисел p от k+1 до N:
      - Если p кратно k, то вычеркнуть его

Тогда мы получим список простых чисел на этом отрезке. Поиск простых чисел на отрезке [M,N] отличается лишь тем, что из конечного списка нужно вычеркнуть все числа, меньшие M.
Легко показать, что если число k составное, то у него есть делитель, меньший либо равный квадратному корню из k. Поэтому для простых чисел, больших корня из N, нет смысла проводить цикл вычеркивания. Отсюда следует следующий параллельный алгоритм решета Эратосфена с использованием P процессов:

- Обычным последовательным алгоритмом найти простые числа на $[1, \lfloor\sqrt{N}\rfloor]$
- Поделить отрезок $[\lfloor\sqrt{N}\rfloor+1, N]$ на P равных частей, отдать каждую часть отдельному процессу
- Каждый процесс на своем подотрезке находит все числа, не кратные ни одному из найденных в первом пункте простые числа

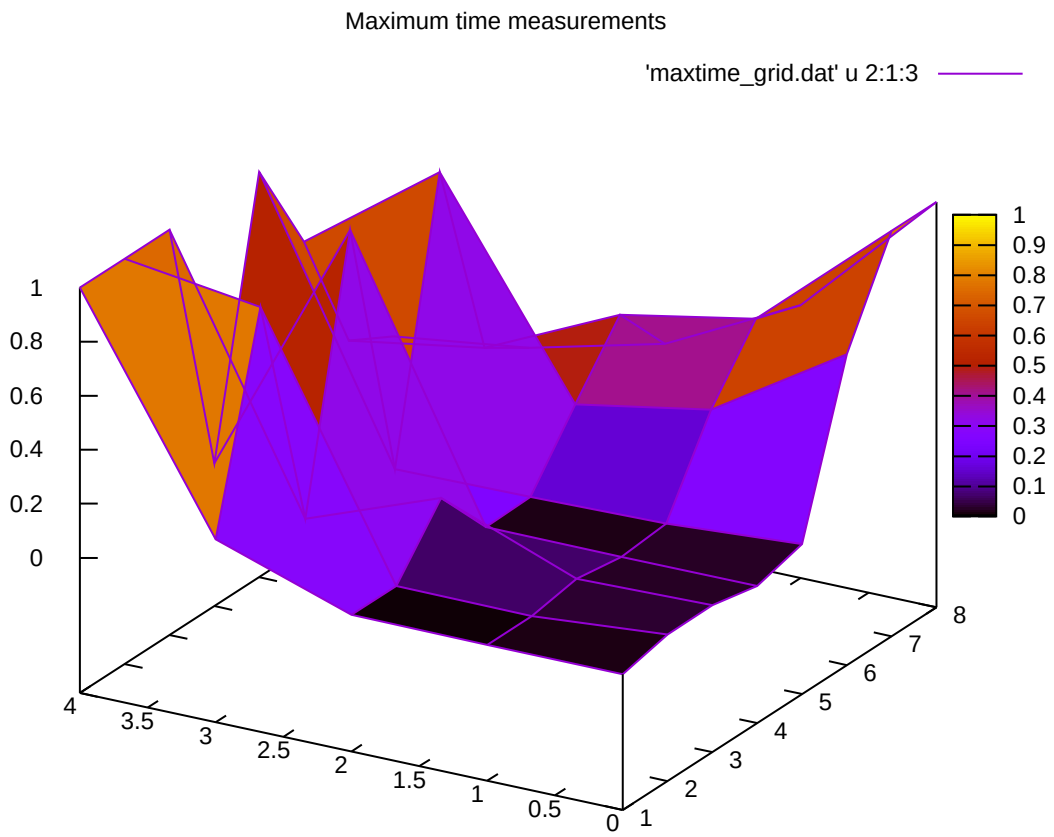
Совокупность полученных чисел и будет являться списком всех простых чисел на [1,N].
Анализ данных программы: Для оценки времени работы программы использовалась функция MPI_Wtime, а также функция MPI_Reduce для получения максимума/суммы по всем процессам.
Верификация: Для проверки корректности работы программы полученный список простых чисел сверялся со списком, заранее полученным при помощи последовательного алгоритма.

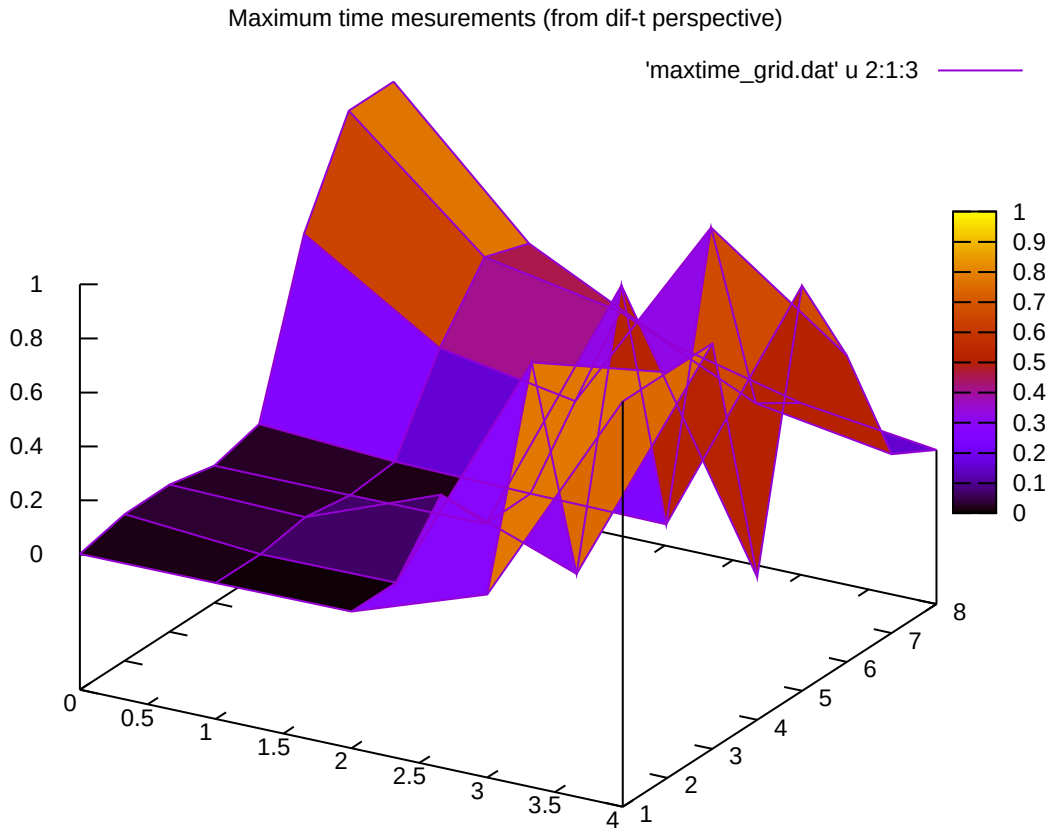
Результаты выполнения.

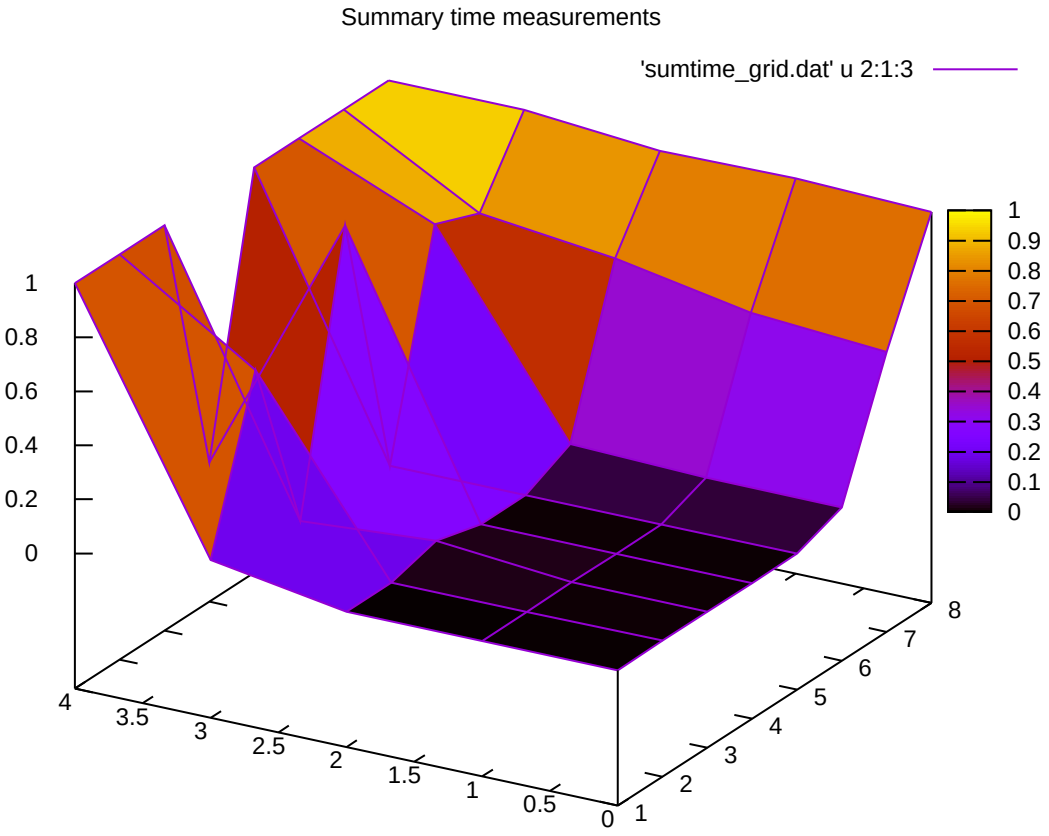
Результаты:

Замеры работы программы проводились для всех пар (N,P), где N — правая граница отрезка, $N \in 10, 10^{2,} \ldots 10^{8}$, P — число процессов, $P \in 1, 2, 4, 8, 16$. Для каждой пары замеры проводились 5 раз, после чего значение усреднялось. Для лучшей наглядности на графиках отображено не абсолютное время, а поделенное на максимальное время для данного N среди всех P. На осях отображены логарифмы от N и P по основаниям 10 и 2 соответственно.

Основные выводы.







Из графиков видно, что накладные расходы на создание 2-4 процессов практически нулевые, в то время как создание 8 или 16 процессов требует значительно большего, к тому же более случайного, времени. Затраты на создание такого большого числа процессов оправдываются только при $N = 10^7 - 10^8$, где суммарное время работы всех процессов близко ко времени работы программы с одним процессом, а максимальное меньше в несколько раз.