José Emilio Pacheco Cuan

Rumbo a la ciencia

Una revista de divulgación científica

Supervisión 072

José Emilio Pacheco Cuan

Rumbo a la ciencia

Una revista de divulgación científica

Supervisión 072

Prefacio

En este primer número de RUMBO A LA CIENCIA, nos embarcamos en un fascinante viaje a través de los misterios que gobiernan el universo. La ciencia es la herramienta con la que los seres humanos hemos desentrañado algunos de los secretos más profundos de la naturaleza, desde los infinitos patrones de las matemáticas hasta las complejas interacciones de la física. En estas páginas, exploraremos el asombroso mundo de las matemáticas, la física, la óptica y la astrofísica, disciplinas que, aunque distintas, se entrelazan para ayudarnos a comprender mejor tanto lo infinitamente pequeño como lo vastamente grande.

La matemática es el lenguaje en el que la naturaleza escribe sus leyes, mientras que la física es la disciplina que nos permite traducir esas ecuaciones en realidades tangibles. En el ámbito de la óptica, descubriremos cómo la luz, esa esencia que ilumina nuestro mundo, juega un papel crucial en tecnologías que van desde las comunicaciones hasta los telescopios que nos permiten explorar los confines del cosmos. Y es que, al mirar al cielo, nos encontramos con la astrofísica, una disciplina que nos reta a comprender la naturaleza del universo, desde las estrellas más cercanas hasta los agujeros negros en los rincones más lejanos del espacio-tiempo. ¡Acompáñanos en este recorrido hacia el conocimiento!

Índice general

Matemáticas

Ciencia que estudia las estructuras, patrones, relaciones y cantidades mediante el uso de la lógica y el razonamiento abstracto

¿QUÉ SON REALMENTE LOS NÚMEROS?

Escrito por José Emilio Pacheco Cuan[1]

[1]*México, Puebla – <jose.pachecocn@udlap.mx>*

Sinop, v.1, Jul.-Dic. 2024/Ene.-Dic.2025

RESUMEN

Aunque el concepto de los números nos suene muy natural y cotidiano, ¿alguna vez nos hemos puesto a pensar sobre qué es un número?, ¿es una cosa, un concepto? Los números son una de las creaciones más fundamentales y universales del pensamiento humano. Han permitido el desarrollo de la ciencia, la tecnología y la civilización misma. Desde los sistemas de conteo más primitivos hasta las sofisticadas estructuras matemáticas modernas, los números han evolucionado y han sido interpretados de diversas maneras a lo largo de la historia. En este artículo, exploraremos qué son los números, sus tipos y su contexto histórico.

1. ¿DE DÓNDE SALEN LOS NÚMEROS?

Un número es una entidad matemática utilizada para contar, medir, y etiquetar. Los números nos permiten representar cantidades y relaciones en una forma abstracta, lo que facilita la resolución de problemas en diversas disciplinas. En matemáticas, los números pueden tener múltiples interpretaciones y estructuras, dependiendo del contexto en el que se utilicen.

1.1. Sistemas de conteo primitivos

Los primeros indicios de números provienen de marcas en huesos y piedras que datan de hacer más de 20,000 años. Civilizaciones antiguas, como la sumeria, egipcia, y maya, desarrollaron sistemas de numeración para llevar registros de comercio, cosechas, y tributos.

1.1.1. Numeración babilónica

Este sistema apareció alrededor del año 1800 - 1900 a.C, y fue la representación numérica de muchas culturas mesopotámicas, entre ellos, los sumerios, los acadios, y los babilonios. A diferencia de nosotros, que usualmente usamos un sistema decimal o base 10, la numeración babilónica empleaba una base 60, la cual facilitó avances en astronomía y matemáticas.

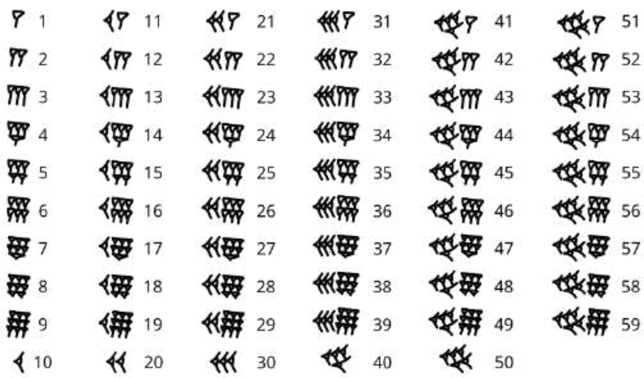

Figura 1. Símbolos usados en la numeración babilónica.

1.1.2. Numeración egipcia

El sistema de numeración egipcio era muy completo, permitía representar números desde el uno, hasta millones. Los números se representaban con jeroglíficos, y su sistema de numeración era base 10. Cada símbolo representaba un valor fijo y se combinaban de forma aditiva para formar números.

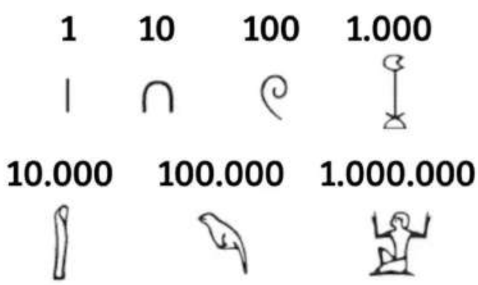

Figura 2. Jeroglíficos de numeración egipcia y sus valores.

1.1.3. Numeración maya

El sistema numérico maya es fascinante y muy avanzado para su época. Utilizaba un sistema vigesimal (de base 20). Este sistema era posicional, lo que significa que el valor de un número dependía tanto del símbolo utilizado como de su posición dentro del número, similar a cómo funciona nuestro sistema decimal.

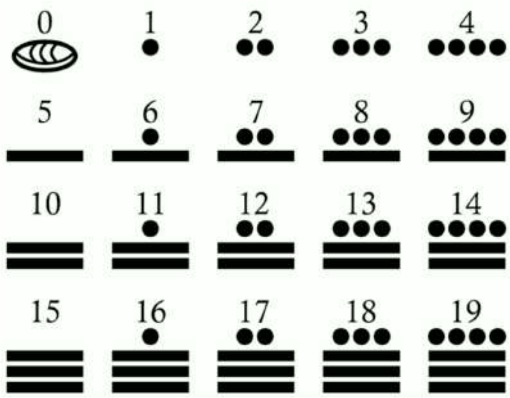

Figura 3. Símbolos mayas de numeración

1.2. Origen del sistema decimal

El sistema decimal que hoy en día utilizamos se originó en la India (1000 a.C), aunque sus bases ya estaban presentes en otras civilizaciones. Durante la Edad Media, los matemáticas árabes adoptaron el sistema numérico indio, y lo difundieron en todo el mundo islámico. Con la conquista de Europa por los árabes, este sistema se fue haciendo cada vez más popular.

La adopción del sistema decimal en Europa no fue inmediata. Los números romanos seguían siendo usados durante siglos en Europa para todo tipo de cálculos, pero lentamente, el sistema decimal comenzó a reemplazarlos por su simplicidad y facilidad de uso.

Con el tiempo, los matemáticos introdujeron conceptos nuevos como los números negativos, los irracionales, y los complejos, lo que permitió el desarrollo de nuevas áreas de estudio como el álgebra, cálculo, y la teoría de números.

2. TIPOS DE NÚMEROS

Los números pueden clasificarse en varias categorías, cada una con propiedades únicas y especiales. Todos los números sirven para diferentes propósitos, los más comunes se les conoce como números naturales.

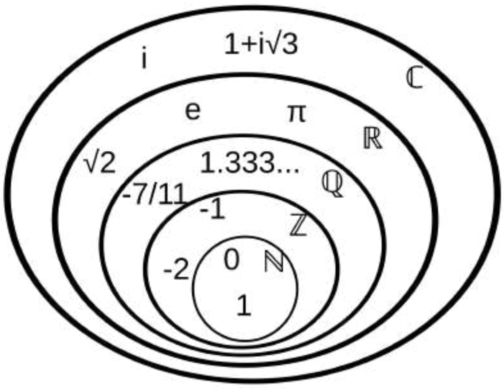

Figura 4. Clasificación de los números.

2.1. Números naturales

Los números naturales son aquellos números que usamos para contar y ordenar objetos. Son los números que se utilizan en situaciones cotidianas como contar personas, animales, objetos, etc.

Números naturales

El conjunto de los números naturales se denota generalmente como $\mathbb{N}$.

$$\mathbb{N} = \{1,2,3,4,5,...\}$$

Nota: Hay discusiones entre los matemáticos sobre si incluir el 0 en esta clasificación, por lo cual, dependiendo del contexto, el 0 puede ser un número natural.

Características de los números naturales:

- Son enteros, es decir, no incluyen fracciones ni decimales.
- Son números positivos.
- Se usan para contar.
- También se usan para ordenar elementos (primer lugar, segundo lugar, etc.).

2.2. Números enteros

Los números enteros son un conjunto de números que incluye tanto los números naturales como sus opuestos negativos, así como el cero. Los números enteros se utilizan para representar tanto cantidades positivas como negativas.

Números enteros

El conjunto de los números enteros se denota como $\mathbb{Z}$.

$$\mathbb{Z} = \{..., -2, -1, 0, 1, 2, ...\}$$

Características de los números enteros:

- Los números enteros contienen a todos los números naturales, matemáticamente se expresa como $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z}$.
- Pueden ser números negativos, los cuales se emplean para representar pérdidas o deudas.

2.3. Números racionales

Son aquellos que pueden expresarse como fracción (cociente) de dos números enteros.

> **Números racionales**
>
> El símbolo que hace referencia a los números enteros es $\mathbb{Q}$.
>
> $$\mathbb{Q} = \left\{..., -2, -\frac{1}{2}, 0, 0{,}5, \frac{3}{4}, ...\right\}$$
>
> *Nota: en la fracción* $\mathbb{Q} = \frac{a}{b}$, $b \neq 0$.

Características de los números enteros:

- Los números racionales contienen a todos los números enteros, ya que cualquier número entero n puede escribirse como $\frac{n}{1}$
- Este tipo de números funcionan en fracciones y proporciones.

2.4. Números irracionales

Son aquellos que **NO** pueden expresarse como cociente de dos números enteros.

> **Números racionales**
>
> Los números irracionales se representan con la letra $\mathbb{I}$.

Características de los números enteros:

- Expansión infinita: Los números irracionales tienen una expansión decimal que no termina y no se repite de manera periódica, por ejemplo:
  - $\pi = 3{,}141592....$
  - $\sqrt{3} = 1{,}732050....$
  - $\ln(2) = 0{,}693147...$
- Un número racional y un número irracional nunca pueden sumarse o restarse para dar un número irracional.

2.5. Números reales

os números reales ($\mathbb{R}$) son el conjunto de números que incluyen tanto a los números racionales como a los irracionales. En términos simples, son todos los valores que se pueden encontrar en la recta numérica.

Este es el concepto más comúnmente conocido, pero existen otros tipos de números que exploraremos a continuación.

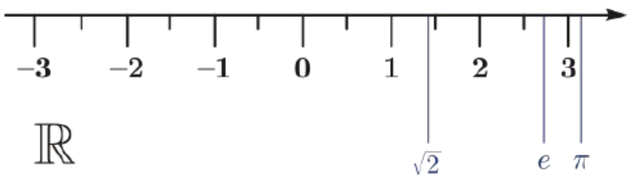

Figura 5. Recta numérica real $\mathbb{R}$.

2.6. Números imaginarios

Los números imaginarios aparecen de manera intuitiva cuando nos hacemos la siguiente pregunta: ***¿Qué número multiplicado por sí mismo da como resultado un número negativo?*** Por ejemplo, ¿qué número, multiplicado por sí mismo, da -1? Pues...no parece que haya ningún número real que haga eso, porque:

$$1 \times 1 = 1, \qquad (-1) \times (-1) = 1$$

> **Números imaginarios**
>
> Al no existir un número real que, al multiplicarse por sí mismo dé un número negativo, los matemáticos se inventaron un número, al que llamaron i. Este número tiene la muy especial propiedad que:
>
> $$i \times i = -1$$

La razón por la que se llaman imaginarios es porque no puedes encontrar un número real que haga esa operación, así que parece algo un poco imaginario o ficticio.

> **Forma matemática**
>
> Los números complejos, tienen la forma:
>
> $$a + bi \tag{1}$$
>
> Donde a,b son números reales.

Aunque al principio parezca algo raro, los números imaginarios son muy útiles en muchas áreas de la matemática y la física, como en el estudio de ondas (como las ondas de luz o sonido), en electricidad y en la teoría de la relatividad.

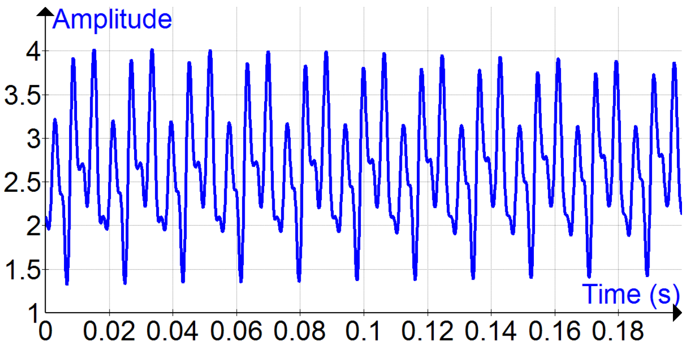

Figura 6. Ondas de análisis de Fourier, en donde los números imaginarios son indispensables.

Dentro de los números complejos, existen demás variaciones de los mismos, como los números hipercomplejos. Los números hipercomplejos son una generalización de los números complejos, pero en lugar de ser bidimensionales, pueden tener más dimensiones, como por ejemplo:

Forma matemática

Los cuaterniones son números complejos en 4 dimensiones, se escriben de la forma:

$$q = a + bi + cj + dk \tag{2}$$

En donde a,b,c,d son números reales, i,j,k son unidades imaginarias.

Los cuaterniones se usan mucho en gráficas 3D y computación.

Forma matemática

Los octoniones son números complejos en 8 dimensiones, se escriben de la forma:

$$o = a+bi+cj+dk+el+fm+gn+ho+ip \tag{3}$$

3. INFINITOS MÁS GRANDES QUE OTROS

Una idea interesante que surge al estudiar los números es que algunos conjuntos numéricos contienen a otros. Por ejemplo, los números naturales $\mathbb{N} = \{1,2,3,...\}$ son infinitos, pero los números enteros $\mathbb{Z} = \{..., -1,0,1,...\}$ también son infinitos, y contienen más elementos que $\mathbb{N}$, como los números negativos y el cero. Esto muestra que, auqnue ambos son infinitos, el conjunto $\mathbb{Z}$ tiene una cantidad infinita más grande que $\mathbb{N}$.

4. CONCLUSIONES

Los números han evolucionado desde simples herramientas de conteo hasta entidades abstractas que forman la base de la matemática moderna. Su desarrollo ha sido clave para la ciencia y la tecnología, y su estudio sigue siendo un campo fascinante y en constante evolución. La diversidad de los tipos de números muestra cómo las matemáticas han crecido y se han adaptado a las necesidades humanas, permitiendo avances fundamentales en múltiples disciplinas.

EL MISTERIOSO Y FASCINANTE NÚMERO PI

Escrito por José Emilio Pacheco Cuan[1]

[1]*México, Puebla – <jose.pachecocn@udlap.mx>*

RESUMEN

Seguro has escuchado hablar sobre el número pi π, pero ¿alguna vez te has preguntado por qué es tan especial? Pi es una de las constantes matemáticas más importantes para los matemáticos y científicos, y ha sido así durante siglos. A pesar de su aparente sencillez, este número esconde secretos fascinantes y aparece un una infinidad de áreas de la ciencia. En este artículo, exploraremos qué es pi, su historia, por qué es importante, y algunos de sus usos más sorprendentes.

1. ¿QUÉ ES PI?

El número Pi es un tipo de número llamado irracional, lo que significa que no puede expresarse como una fracción exacta de dos números enteros. Su valor aproximado es 3.14159, pero en realidad, sus dígitos continúan infinitamente sin repetirse en un patrón predecible.

Forma matemática

La definición más simple de Pi es que, este número, representa la relación entre la circunferencia de un círculo y su diámetro:

$$\pi = \frac{C}{D} \tag{1}$$

Donde C es la circunferencia, y D el diámetro.

Nota: Esto significa que si mides la circunferencia de cualquier círculo y la divides entre su diámetro, siempre obtendrás pi, sin importar el tamaño del círculo.

Pi es un número infinito, lo que significa que no hay una forma exacta de escribir todos sus decimales. Esto ha llevado a matemáticos a calcular millones de dígitos con la ayuda de computadoras. Aunque para la mayoría de los cálculos en la vida diaria basta con conocer solo unos pocos decimales, la fascinación por encontrar más y más cifras de pi sigue vigente.

2. LA HISTORIA DE PI

El conocimiento de pi se remonta a hace más de 4,000 años. Civilizaciones antiguas como los babilonios y egipcios ya usaban aproximaciones de pi para construir estructuras impresionantes. Por ejemplo, los babilonios lo estimaban $\pi = 3{,}125$, y los egipcios en $\pi = 3{,}1605$.

Uno de los primeros avances importantes lo hizo el matemático griego Arquímedes (287-212 a.C), quien utilizó un método geométrico con polígonos para calcular pi con mayor precisión. En su obra *sobre la esfera y el cilindro*, Arquímedes utilizó una figura de 96 lados para calcular pi, el obtuvo que $3{,}1408 \leq \pi \leq 3{,}1429$.

Leonhard Euler (siglo XVIII) conectó pi con otras constantes de las matemáticas; esta fórmula se considera una de las más bellas en matemáticas, ya que relaciona varios de los conceptos más fundamentales en un solo resultado. Fórmula de Euler: $e^{i\pi} + 1 = 0$.

Srinivasa Ramanujan (1887-1920), un matemático autodidacta indio, desarrolló extraordinarias fórmulas para π. Sus fórmulas han sido utilizadas para calcular millones de decimales de pi.

Forma matemática

Fórmula de Rumanujan

$$\frac{1}{\pi} = \frac{2\sqrt{2}}{9801} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(4n)!(1103 + 26390n)}{(n!)^4 396^{4n}} \tag{2}$$

3. IMPORTANCIA DE PI

Pi aparece prácticamente en casi todas las ramas de las matemáticas y la física. Algunas de sus aplicaciones importantes incluyen:

3.1. Geometría y trigonometría

Este número es fundamental en geometría y trigonometría debido a su relación con los círculos, el cálculo de áreas y perímetros, y su conexión con las funciones trigonométricas en el círculo unitario. Es utilizado para medir ángulos, calcular longitudes, áreas, volúmenes y resolver problemas complejos.

En trigonometría, π está vinculado estrechamente con el círculo unitario, que es un círculo con radio igual a 1. Las funciones trigonométricas (seno, coseno, tangente, etc.) se definen en relación con los ángulos dentro de este círculo.

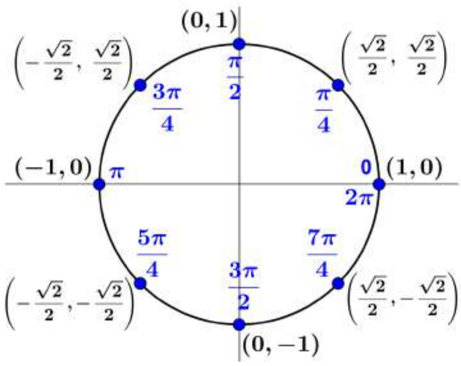

Figura 1. Círculo unitario.

3.2. Inteligencia artificial

La distribución normal (o gaussiana), utilizada ampliamente en modelos de probabilidad, tiene una constante relacionada con π en su fórmula. Esta distribución es fundamental en la inteligencia artificial y el aprendizaje automático para modelar incertidumbre y realizar inferencias.

Forma matemática

La distribución normal es clave en el modelado de datos, en algoritmos de optimización, y en redes neuronales, su formula es:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \tag{3}$$

3.3. Física

Pi es importante en física porque está profundamente involucrado en la descripción de fenómenos naturales, desde el movimiento de los planetas hasta el comportamiento de partículas subatómicas. Su presencia es clave en las ecuaciones que describen ondas, campos eléctricos y magnéticos, y en la teoría cuántica y relativista.

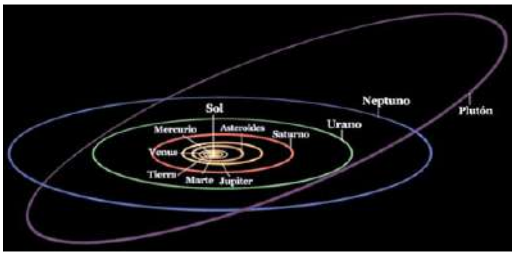

Figura 2. Orbitas **elípticas** planetarias.

4. MÉTODOS PARA CALCULAR PI

A lo largo de la historia, se han desarrollado varios métodos para calcular π. A continuación, te explicaré dos de ellos. Para ello, utilizaré códigos en lenguaje Python. Puedes copiar los programas y ejecutarlos cómodamente desde tu casa. Te recomiendo usar la herramienta Google Colab , que te permite programar sin necesidad de instalar Python ni ningún compilador.

4.1. Método de Monte Carlo

Este método utiliza estadística y probabilidades para aproximar π. Imagina un círculo dentro de un cuadrado. Si lanzamos canicas aleatorias dentro del cuadrado, podemos calcular cuántas caen dentro del círculo, y usar esa información para estimar π. Mientras más puntos usemos (canicas), más precisa será la aproximación.

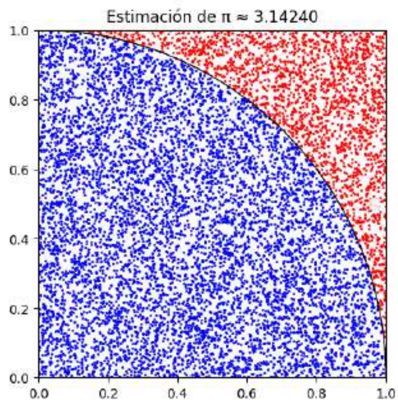

Figura 3. Gráfico del método de Monte Carlo

Código 1. Método de Monte Carlo

```python
import numpy as np

def monte_carlo(n):
    dentro = 0
    x_dentro,y_d = [],[]
    x_fuera,y_f = [],[]

    for i in range(n):
        x = np.random.rand()
        y = np.random.rand()
        if x**2 + y**2 <=1:
            dentro += 1
            x_dentro.append(x)
            y_d.append(y)
        else:
            x_fuera.append(x)
            y_f.append(x)
    pi_estimado = 4 * (dentro/n)

    return pi_estimado

n = 10000
pi_estimado = monte_carlo(n)
print(pi_estimado)
#ver apendice para explicación
```

Este método nos permite calcular π no de una manera muy eficiente, sin embargo, podemos observar que para que nos de una buena aproximación, necesitamos una cantidad muy elevada de puntos. Para $n = 10{,}000{,}000$, se obtuvo $\pi \approx 3{,}1422952$.

4.2. Método de Arquímedes

Arquímedes utilizó un método bastante ingenioso. En su época, no se conocían las fórmulas para la circunferencia de un círculo; sin embargo, sabían calcular el perímetro de polígonos regulares.

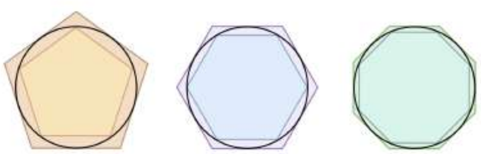

Figura 4. Método de Arquímedes para diferentes polígonos.

Arquímedes, en lugar de medir el círculo, dibujó formas geométricas dentro y fuera: primero, dibujó un hexágono dentro del círculo y luego un hexágono fuera del círculo. El hexágono de adentro tenía un perímetro **menor** que el círculo, y el hexágono de afuera, un **perímetro mayor**. Entonces, π debería estar entre esos dos valores.

Arquímedes después pensó: *"Si uso polígonos con más lados, la forma se parecerá más y más al círculo"*. Así que repitió el proceso hasta con polígonos de 96 lados.

Código 2. Método de Arquímedes

```python
import numpy as np

def aprox_pi(n:int)->float:

    r = 1
    ang = np.pi / n
    lado_ins = 2 * r * np.sin(ang)
    lado_cir = 2 * r * np.tan(ang)

    per_ins = n * lado_ins
    per_cir = n * lado_cir

    pi_arriba = per_ins / (2*r)
    pi_abajo = per_cir / (2*r)

    return (pi_arriba + pi_abajo)/2

n = 5000000
pi_aprox = aprox_pi(n)

print(pi_aprox)
```

Este metodo es super eficaz, para un polígono de 5 millones de lados $n = 5{,}000{,}000$, obtenemos una aproximación de $\pi \approx 3{,}1415926535898966$.

5. CONCLUSIONES

Pi es un número que, aunque parece simple, tiene una historia rica y una gran cantidad de aplicaciones en diversas áreas de la ciencia. Desde la antigüedad hasta la era moderna, ha sido un desafío para los matemáticos calcularlo con mayor precisión. Gracias a su importancia en matemáticas, ciencia y tecnología, pi sigue siendo un símbolo del infinito y la exploración humana. Así que la próxima vez que veas un círculo, recuerda que en él está escondido este misterioso y fascinante número.

6. APÉNDICE

6.1. Método de Monte Carlo

En este apartado encontrarás una explicación del código referente al método de Conte Carlo:

Importar librerías

```
import numpy as np
```

En esta linea estamos importando la biblioteca de NumPy, y la estamos llamando `np`. Esta biblioteca sirve para hacer cálculos matemáticos

Función principapl

```
def monte_carlo(n:)
```

Aquí estamos creando una función llamada `monte_carlo`, `n` es el número que indicará cuántos puntos aleatorios queremos generar.

Variables para contar puntos

```
dentro = 0
x_dentro,y_d = [],[]
x_fuera,y_f = [],[]
```

Dentro contará cuántos puntos caen dentro del círculo, `x_dentro`, `y_d` guardarán en listas los puntos dentro del circulo, `x_fuera,y_f` guardarán en listas los puntos fuera del circulo.

Generar puntos aleatorios y ver si están en el círculo

```
for i in range(n):
    x = np.random.rand()
    y = np.random.rand()
```

Crea un bucle `for` que repetirá el proceso `n` veces. `np.random.rand()` genera un número aleatorio entre 0 y 1.

```
if x**2 + y**2 <=1:
```

Aquí estamos usando la ecuación del círculo, si el punto cumple con la condición, dignifica que está dentro del círculo.

```
dentro += 1
x_dentro.append(x)
y_d.append(y)
```

Cada que se cumpla la condición, aumentamos por 1 el contador de puntos `dentro`, guardamos el punto en las listas con la función `append`.

```
else:
    x_fuera.append(x)
    y_f.append(y)
```

Si el punto no esta en el círculo, lo guardamos en las listas de puntos fuera.

Aproximar Pi

```
pi_estimado = 4 * (dentro/n)
```

El área del cuadrado es $1 \times 1 = 1$, el área del cuarto de círculo es $(\pi \times 1^2)/4 = \pi/4$. Por lo tanto $\pi \approx$puntos dentro/puntos totales.

Ejecutar

```
n = 10000
pi_estimado = monte_carlo(n)
print(pi_estimado)
```

Se elige un número de puntos `n=10000`, se llama a la función `pi_estimado`, y después se imprime mediante la función `print`.

INTEGRALES: UN CONTEXTO MATEMÁTICO

Escrito por José Emilio Pacheco Cuan[1]

[1]*México, Puebla – <jose.pachecocn@udlap.mx>*

RESUMEN

Las matemáticas puedes parecer difíciles, pero en realidad son como un gran rompecabezas que nos ayuda a entender el mundo. Como dijo Galileo Galilei: "Las matemáticas son el lenguaje del universo ". Uno de los conceptos más proderosos es el de las **integrales**, que nos permiten medir áreas, calcular volúmenes, y entender mejor el **cambio** en diferentes situaciones. Aunque las integrales pueden parecer complicadas, en este artículo explicaremos este concepto de manera clara y sencilla.

1. ¿QUÉ ES UNA INTEGRAL?

Imagina que tienes un terreno con forma irregular en el cual quieres plantar. Para comprar las semillas, necesitas conocer su área. Si el terreno fuera un rectángulo, sería fácil: multiplicarías su base por su altura. Pero, ¿qué pasa si la forma es curva, como la orilla de un lago? Aquí es donde entra en juego la integral. Nos permite calcular áreas incluso cuando las figuras no son regulares.

Figura 1. Lago con forma irregular.

Podemos pensar en la integral como una forma de sumar pedacitos infinitamente pequeños para encontrar un total. Así como podemos calcular áreas, también podemos extender este concepto a volúmenes, permitiéndonos determinar la cantidad de agua que cabe en un tanque de forma irregular. Además de estas aplicaciones geométricas, las integrales también se utilizan en muchos campos: en física, para calcular la trayectoria de una partícula bajo aceleración; en economía, para modelar el crecimiento de inversiones; y en medicina, para determinar el flujo sanguíneo en arterias.

Integral

La integral se denota con el siguiente símbolo:

$$\int$$

El símbolo de la integral $\int$ proviene de la letra **S** de "summa", la palabra latina para suma, y fue elegida por Leibniz en 1675 para representar el concepto de sumas de pequeñas cantidades en el cálculo.

El concepto de integración tiene raíces en la Antigua Grecia, cuando matemáticos como Arquímedes ya intentaban calcular áreas bajo curvas utilizando métodos rudimentarios de sumas. Sin embargo, no fue hasta el siglo XVII cuando Isaac Newton y Gottfried Wilhelm Leibniz desarrollaron el cálculo integral y diferencial de manera rigurosa. Newton utilizó estos métodos para describir el movimiento de los planetas, mientras que Leibniz introdujo la notación moderna que seguimos utilizando hoy. Desde entonces, las integrales se han convertido en una herramienta fundamental para la ciencia y la ingeniería.

2. FORMA MATEMÁTICA DE LAS INTEGRALES

Para entender cómo funciona una integral, primero pensemos en una forma sencilla de calcular áreas, como calcular el área de un rectángulo.

Forma matemática

Área de un rectángulo:

$$A = \Delta x \times h \tag{1}$$

Donde A es el área, Δx es la base, y h la altura.

Si queremos calcular el área bajo una curva, podemos dividir el área en tiras (rectángulos) de igual ancho, calcular el área de cada una de estas tiras y sumarlas. A este método se le conoce como **sumas de Riemann**.

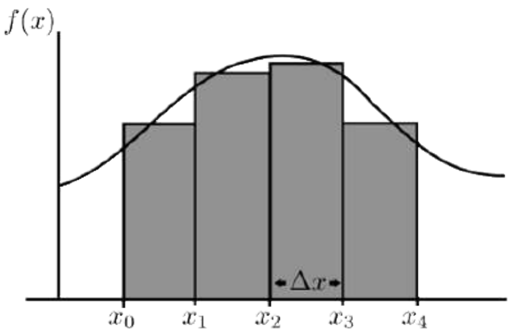

Figura 2. Sumas de Riemann.

Ahora, es lógico pensar que, mientras más rectángulos tengamos, mejor sera nuestra aproximación. Cuando el número de rectángulos tiende a infinito, la suma de sus áreas se acerca al valor exacto del área bajo la curva. Esta idea nos lleva directamente a la definición formal de la integral.

Pongamos un ejemplo práctico, supongamos que queremos calcular el área bajo la curva que genera la función $f(x) = x^2$ en el intervalo [0,1]

Forma matemática

En nuestros libros de matemáticas (calculo), nos dicen cómo calcular la integral de una función $f(x)$; la solución analítica de este problema es:

$$\int_0^1 x^2 dx = \left[\frac{x^3}{3}\right]_0^1 = \frac{1^3}{3} - \frac{0^3}{3} = \frac{1}{3} \tag{2}$$

La ecuación 2 nos dice que, el área real por debajo de la curva $f(x)$ es:

$$A = \frac{1}{3} \approx 0.\bar{3} \tag{3}$$

Veamos lo que sucede si implementamos las sumas de Riemann con un total de 5 rectángulos, y comparemos con el resultado real:

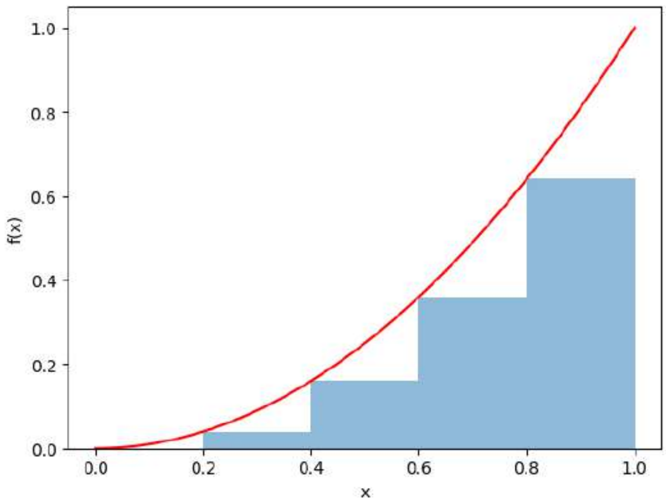

Figura 3. Sumas de Riemann para n = 5. La curva que realiza la función $f(x) = x^2$ se muestra en color rojo.

Podemos obtener la base de los rectángulos si dividimos el intervalo [0,1] en n partes iguales. Si conocemos la ecuación matemática de la curva $f(x)$, también podemos obtener la altura de los rectángulos, evaluando el valor de la función en el punto de inicio de cada rectángulo.

Forma matemática

Primer rectángulo:

$$A_{\text{rec1}} = 0{,}2 \times f(0{,}2) = 0{,}2 \times 0{,}04 = 0{,}008$$

Segundo rectángulo:

$$A_{\text{rec2}} = 0{,}2 \times f(0{,}4) = 0{,}2 \times 0{,}16 = 0{,}032$$

Tercer rectángulo:

$$A_{\text{rec3}} = 0{,}2 \times f(0{,}6) = 0{,}2 \times 0{,}36 = 0{,}072$$

Cuarto rectángulo:

$$A_{\text{rec4}} = 0{,}2 \times f(0{,}8) = 0{,}2 \times 0{,}64 = 0{,}128$$

Área total:

$$A = 0{,}008 + 0{,}032 + 0{,}072 + 0{,}128 = 0{,}24$$

Vemos que nuestra aproximación con 4 rectángulos nos dio un valor de $A = 0{,}24$.

El resultado que obtuvimos con las sumas de Riemann no se parece mucho a la solución real, esto se debe a que todavía queda mucha área bajo la curva que nuestros rectángulos no están contemplando. Mientras más rectángulos usemos, menos espacio vacío habrá, y mejor será nuestra aproximación.

Intentemos hacerlo con 50 y 1000 rectángulos:

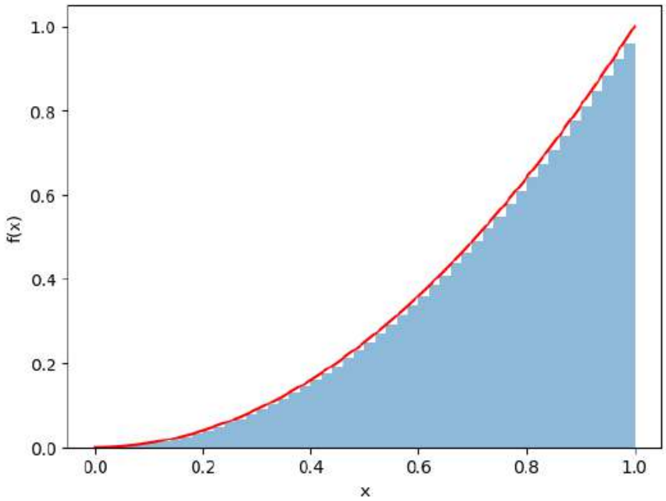

Figura 4. Sumas de Riemann para n = 50. Se obtuvo un valor de $A = 0{,}3234$.

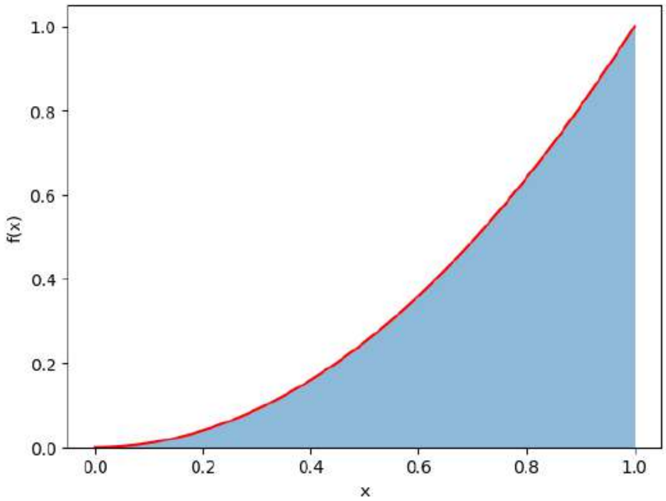

Figura 5. Sumas de Riemann para n = 1000. Se obtuvo un valor de $A = 0{,}3328$.

Hacer este proceso a mano, aunque posible, resultaría sumamente lento y cansado. Hay una forma rápida y eficaz de realizar este proceso sin tener que hacer n cantidad de sumas:

Si dividimos un intervalo $[a,b]$ en n partes iguales, la anchura (base) de los rectángulos será:

$$\Delta x = \frac{b-a}{n} \tag{4}$$

Para encontrar la altura de los rectángulos, hay que tomar cualquier punto x^* de cada uno de nuestros rectángulos, y lo evaluamos es nuestra función; de manera que la altura será:

$$h = f(x_i^*) \tag{5}$$

Por lo tanto, nuestra aproximación será la suma de todas las n áreas de nuestros n rectángulos:

$$\text{Área} = \sum_{i=1}^{n} \Delta x \times h \tag{6}$$

Forma matemática

La definición formal de la integral parte de la premisa que $n \to \infty$:

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_i^*)\Delta x \tag{7}$$

Definición de integral

Ahora ya sabemos lo que es una integral: una suma infinita de pedazos infinitesimales de una función $f(x)$.

3. DIFERENTES TIPOS DE INTEGRALES Y SUS USOS

Ahora que ya conocemos que es una integral, ¿para que me sirve esta información? Bueno, existen diferentes tipos de integrales, cada una de ellas tiene un uso diferente en la cotidianidad.

3.1. Integrales de volumen

Las integrales de volumen son un tipo de integral múltiple que se utilizan para calcular el volumen de una región en 2 o más dimensiones. Por ejemplo, en tratamientos médicos intravenosos, la cantidad de medicamento se calcula en función del volumen de sangre de una persona.

Forma matemática

Las integrales triples duncionan para regiones tridimensionales R, matemáticamente se expresa como:

$$V = \int\int\int_R f(x,y,z)dxdydz \tag{8}$$

3.2. Integrales de superficie

Las integrales de duperficie permiten sumar valores a lo largo de una curva, ya sea de un campo escalar (como la temperatura en una curva) o de un campo vectorial (como la cantidad de trabajo realizado por una fuerza a lo largo de un trayecto). Este tipo de integrales son especialmente utilizadas en ingeniería civil, mecánica o eléctrica, ya que permite calcular fuerzas y energías a lo largo de trayectorias complejas, como cables, o estructuras.

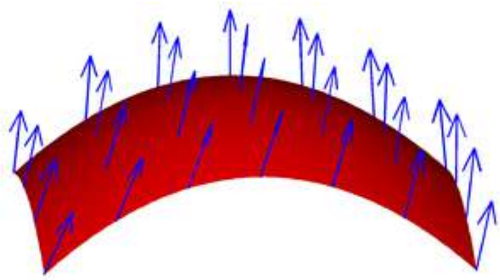

Figura 6. Superficie integrable mediante integral de línea.

3.3. Integrales cerradas

Una integral de línea cerrada es un caso específico de la integral de línea en la que la curva de integración forma un lazo cerrado. Es decir, el punto de inicio y el punto de finalización de la curva coinciden. Este tipo de integrales aparece frecuentemente en física y matemáticas, especialmente en campos como la electromagnetismo y la mecánica de fluidos.

Forma matemática

El símbolo para una integral cerrada cambia, se le añade un circulo cerrado en el centro, como en la forma diferencial de la ley de Faraday:

$$\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

Figura 7. Ejemplo de superficie cerrada.

4. CONCLUSIÓN

Las integrales pueden parecer difíciles al principio, pero en realidad son una herramienta matemática que nos permite resolver problemas cotidianos. Nos ayudan a calcular áreas, volúmenes, distancias recorridas y muchos otros valores importantes en ciencia y tecnología.

La clave para entenderlas es practicar y visualizar cómo funcionan las sumas de Riemann y el concepto de límite. Con paciencia y dedicación, cualquier estudiante puede dominar el mundo de las integrales y usarlo en la vida real.

¿QUÉ ES LA GRAVEDAD?

Escito por José Emilio Pacheco Cuan[1]

[1]*México, Puebla – <jose.pachecocn@udlap.mx>*

RESUMEN

La gravedad es uno de los fenómenos más importantes en el universo. Es una fuerza fundamental la cual somos capaces de experimentar en nuestra vida cotidiana. Esta fuerza, esta presente desde la caída de una manzana, hasta el colapso de una estrella. La gravedad juega un papel crucial en la creación y formación del universo como lo conocemos; pero, ¿qué es exactamente la gravedad? Dos de los físicos más importantes de la historia (Newton y Einstein) se hicieron la misma pregunta, y cada uno dio una respuesta única la cual aporta una idea general de lo que es este fenómeno. En este artículo, exploraremos la gravedad desde una perspectiva más científica: empezaremos por la física clásica de Isaac Newton y concluiremos en la teoría de la relatividad general de Albert Eistein.

1. LA VERSIÓN CLÁSICA

La física clásica es una parte de la ciencia que estudia cómo funcionan las cosas en el mundo que nos rodea, especialmente antes de que se hicieran grandes descubrimientos en el siglo XX. Esta rama de la física nos ayuda a entender muchos de los fenómenos que podemos ver con nuestros propios ojos, como el movimiento de los planetas, cómo caen los objetos al suelo, o por qué los barcos flotan en el agua. Imagina que estás jugando en el parque y ves cómo una pelota rueda por el suelo. La física clásica nos explica por qué la pelota se mueve, cómo la gravedad la hace caer cuando la lanzas al aire, y por qué se detiene después de un tiempo. Es como una gran caja de herramientas que nos ayuda a entender el mundo que podemos ver, tocar y sentir.

Como ya dijimos antes, Newton fue el primero en explicar de manera precisa la gravedad. En 1687, Newton publicó "Principia Mathematicaüno de los libros más importantes en la historia de la ciencia. En dicho libro, Newton explica de manera matamática y física la ley de la gravitación universal (como funciona la gravedad en todo el universo). Esta ley establece que:

Ley de la gravitación universal

Çualquier dos cuerpos en el universo se atraen mutuamente con una fuerza que es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa."

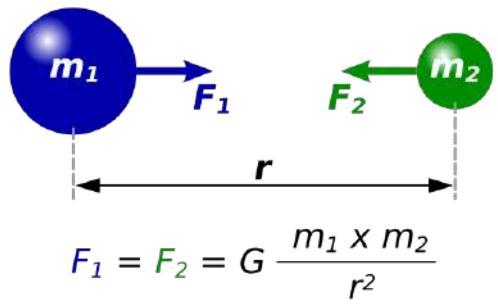

Figura 1. Gráfico que representa la ley de gravitación universal. [**Bib.1**]

Forma matemática

En la siguiente expresión F es la fuerza de gravedad, G es una constante númerica que se utiliza para que los cálculos sean correctos, $m_{1,2}$ con las masas de los objetos, y r es la distancia entre dichos objetos.

$$F = G\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \tag{1}$$

Básicamente, lo que nos dice la Ley de la Gravitación Universal es que, existe una fuerza (a la que llamamos gravedad), responsable de que, dos cuerpos con masa, se atraigan. Dicha fuerza puede ser descrita de manera matemática como se muestra en la ecuación 1.

1.1. Limitaciones física clásica

Aunque la teoría de Newton funciona perfectamente a gran escala, dicha teoría no puede explicar ciertos fenómenos físicos como la órbita de mercurio, las ondas gravitacionales, entre otros. Esto no quiere decir que esta teoría sea incorrecta, simplemente es limitada. Hoy en día, el modelo de Newton es utilizado en prácticamente todos los procesos industriales (desde el cálculo estructural en ingenierías, hasta la exploración espacial).

2. LA REVOLUCIÓN RELATIVISTA

A principios del siglo XX, la mecánica (rama de la física que estudia el movimiento de los cuerpos) de Newton empezaba a tener problemas significativos ante descubrimientos recientes, como la teoría electromagnética de Maxwell.

Uno de los problemas que más le importaban a Einstein era la curvatura de la luz. Para esa época, se había descubierto que la luz, era tanto una onda como una partícula, la luz no tiene una masa, sin embargo, sufre consecuencias debido a la gravedad (recordemos que, para Newton, la gravedad es una interacción de masas). En 1915, Einstein presenta su teoría de la relatividad general, que redefinió nuestra comprensión de la gravedad. En lugar de ver la gravedad como una fuerza de dos masas, Einstein propuso que la gravedad es el resultado de la curvatura del espacio-tiempo causada por la masa y la energía.

Imagina una cama elástica con una bola pesada en el centro. La bola hunde la superficie, creando una curvatura. Si colocas una canica en la cama elástica, rodará hacia la bola pesada debido a la curvatura, no porque haya una fuerza invisible tirando de ella. De manera similar, los planetas orbitan el Sol porque siguen las curvas del espacio-tiempo creado por la masa del Sol.

Forma matemática

Las ecuaciones que describen esta teoría son 10 (ecuaciones de campo), y se requeriría una maestría en relatividad para entenderlas completamente. Sin embargo, la forma general se ve de la siguiente manera:

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \qquad (2)$$

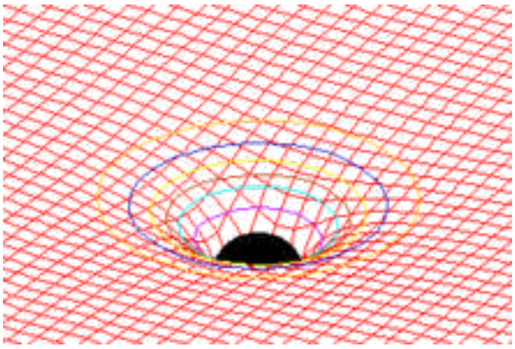

Figura 2. Curvatura del espacio-tiempo [**Bib.2**]. Puedes ver un video de esto aquí.

3. LA GRAVEDAD EN LA VIDA COTIDIANA

Es verdad, las ideas de Einstein son más complejas que las de Newton, sin embargo, ambas tienen aplicaciones prácticas. La ley de la gravitación de Newton sigue siendo extremadamente útil para muchas tareas cotidianas, como la ingeniería y la navegación espacial. Por otro lado, la relatividad general es crucial para el funcionamiento preciso del GPS, que debe tener en cuenta la dilatación del tiempo debido a la gravedad para proporcionar ubicaciones exactas.

3.1. Reflexión final

La comprensión de la gravedad ha evolucionado significativamente a lo largo del tiempo; incluso todavía queda trabajo por hacer, algunos físicos teorizan con la existencia de alguna partícula responsable de la gravedad (llamada gravitón), sin embargo, aún no hay evidencia experimental de dicha hipótesis. La próxima vez que veas caer una manzana, o mires al cielo estrellado, recuerda que estás experimentando una de las fuerzas más fascinantes del universo.

Óptica

Rama de la física que estudia el comportamiento, la propagación y las interacciones de la luz con la materia

¿QUÉ ES LA LUZ?

Escrito por José Emilio Pacheco Cuan[1]

[1]*México, Puebla – <jose.pachecocn@udlap.mx>*

RESUMEN

La luz es uno de los conceptos fundamentales de la ciencia, el fenómeno físico conocido como "luz"ha sido crucial en el desarrollo de teorías científicas, que van desde el electromagnetismo clásico (área de estudio que se enfoca en campos magnéticos y eléctricos), hasta la mecánica cuántica (enfoque a escalas sumamente pequeñas); la luz presenta una naturaleza única, la **dualidad onda-partícula**, esta característica ha llevado a descubrimientos revolucionarios sobre nuestra comprensión del universo. En este artículo, abordaremos el concepto de luz desde un punto de vista matemático y físico, exponiendo sus propiedades fundamentales y los modelos teóricos mas interesantes.

1. LA NATURALEZA ONDULATORIA DE LA LUZ

Desde un punto de vista de la física clásica, la luz es una onda, similar a las ondas de sonido o a las olas en el agua. Una onda de luz está compuesta por dos campos: el eléctrico $\vec{E}$ y el magnético $\vec{B}$. En conjunto, forman una **onda electromagnética**.

Campos vectoriales

Un campo es una función que asigna un valor a cada punto de un espacio. En el caso de un campo vectorial, ese valor es un vector que indica una dirección y una magnitud en cada punto.

Imaginemos la corriente de un río: si arrojas una hoja al agua, esta será arrastrada por la corriente en la dirección del flujo. En algunas zonas, el agua fluye más rápido (representado por vectores de mayor magnitud), y la dirección de la corriente varía según la ubicación en el río. Este flujo de agua en cada punto define un campo vectorial, ya que en cada posición hay un vector que indica la velocidad y dirección del movimiento.

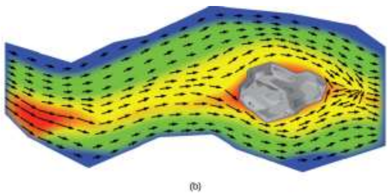

Figura 1. Campo vectorial asociado a un río.

En la antigüedad, los fenómenos de la electricidad y el magnetismo se consideraban independientes. Fue hasta el siglo XIX que Maxwell unificó ambos en un solo marco teórico. Las ecuaciones que describen la luz como una onda electromagnética son las siguientes:

Forma matemática

Ecuaciones de Maxwell

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \tag{1}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \tag{2}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{3}$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \tag{4}$$

Las ecuaciones de Maxwell son la base de la teoría electromagnética clásica y se utilizan para entender una amplia variedad de fenómenos, como la propagación de la luz. Estas ecuaciones pueden parecer muy complicadas... y lo son, pero interpretarlas es, en realidad, bastante sencillo:

1.1. Ley de Gauss para el campo eléctrico

Esta ecuación describe cómo las partículas cargadas, como electrones y protones, generan un campo eléctrico.

Es muy fácil de entender, supongamos que tenemos una naranja en una caja. La ecuación 1 nos dice que, cuantas más naranjas haya en la caja, más fuerte será el olor a naranja. En esta analogía, un electrón sería nuestra naranja, y el campo eléctrico sería el olor a naranja. Cuantas más cargas eléctricas (electrones o protones) haya dentro de una superficie cerrada (como una caja), más fuerte será el campo eléctrico que se genera en su superficie (más fuerte será el olor a naranja).

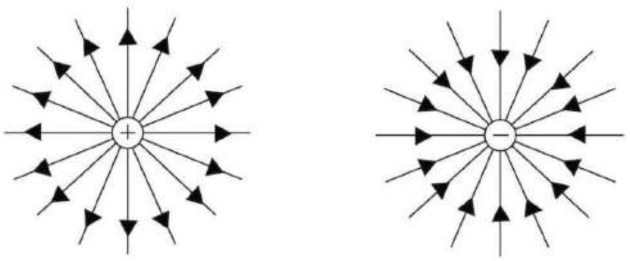

Figura 2. Una carga eléctrica positiva, como el protón (izquierda) genera un campo eléctrico hacia afuera. Al contrario, un electrón, con carga negativa, genera un campo hacia adentro (derecha).

1.2. Ley de Gauss para el campo magnético

Esta ecuación nos dice que no existen los monopolos magnéticos, es decir, no existen partículas con un solo polo magnético.

Esto lo podemos ver con los imanes: si cortas un imán por la mitad, no obtienes un polo norte o sur por separado. En su lugar, obtienes dos nuevos imanes, cada uno con un polo norte y un polo sur. La ecuación 2 nos dice que no existen polos magnéticos aislados, sino que siempre vienen en pares (norte y sur).

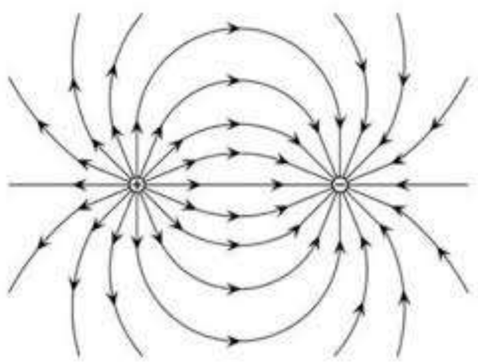

Figura 3. Los polos magnéticos siempre están conectados. Esta conexión genera un campo magnético.

1.3. Ley de Faraday

La ecuación 3 nos dice que un campo magnético $\vec{B}$ que cambia con el tiempo puede generar un campo eléctrico $\vec{E}$

Por ejemplo, imagina que tienes un imán y lo mueves hacia un alambre de cobre. En ese movimiento, el imán inducirá un campo eléctrico en el alambre, creando una corriente eléctrica; es decir, si el campo magnético cambia con el tiempo, se genera un campo eléctrico en la dirección opuesta.

1.4. Ley de Ampère-Maxwell

Esta ley es básicamente la contraparte de la Ley de Faraday, la ecuación 4 nos dice que, los campos eléctricos cambiantes pueden generar un campo magnético.

1.5. Relación con la luz

Las ecuaciones de Maxwell describen cómo funcionan los campos eléctricos y magnéticos. Cuando estos campos interactúan, generan ondas electromagnéticas.

Ondas electromagnéticas

Una onda electromagnética es una onda de energía que viaja a través del espacio, formada por campos eléctricos y magnéticos que oscilan perpendicularmente entre sí. Estas ondas no necesitan un medio material para propagarse (como el aire o el agua); se propagan a través del vacío. **La luz es un tipo de onda electromagnética** que se puede crear de diversas maneras, ya sea de forma natural o artificial.

Forma matemática

La propagación de las ondas electromagnéticas se pueden describir usando una función de onda desplazándose en $\hat{x}$ es:

$$\vec{E} = E_0 \cos(kx - \omega t + \epsilon)\hat{y} \tag{5}$$

$$\vec{B} = B_0 \cos(kx - \omega t + \beta)\hat{z} \tag{6}$$

En las ecuaciones 5 y 6 E_0 y B_0 representan las amplitudes de las ondas, k es el número de onda, con $k = 2\pi/\lambda$, λ es la longitud de onda, ω la frecuencia angular, z la dirección de propagación, t el tiempo,

$\hat{y}, \hat{z}$ representan las direcciones de oscilación del $\vec{E}, \vec{B}$ respectivamente, y ϵ, β son las fases.

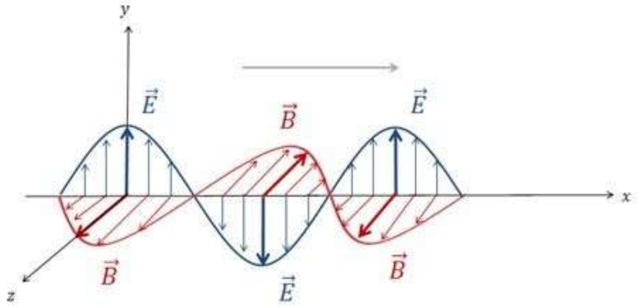

Figura 4. Onda electromagnética en dirección $\hat{x}$.

2. TIPOS DE LUZ

La coherencia de la luz es un concepto sumamente importante en el entendimiento de las ondas de luz. Este termino se refiere a cuán ordenadas están los parámetros de una onda.

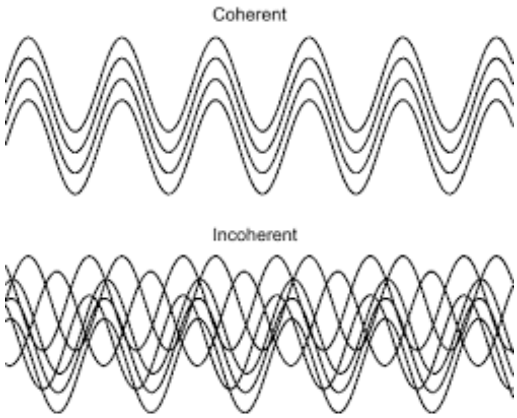

Figura 5. En la parte de arriba podemos observar luz coherente, en la parte de abajo incoherente.

2.1. Luz coherente

La luz coherente es un tipo de luz cuya forma se mantiene constante, con todas las características de la onda bien definidas durante un largo período de tiempo

Uno de los parámetros más importantes de la luz es la longitud de onda λ, que representa la distancia que recorre la onda durante un ciclo.λ está estrechamente relacionado con el color de la luz. En la luz coherente, λ no cambia con el tiempo, lo que permite a nuestros ojos observar un color bien definido. A este tipo de luz también se le llama **monocromática**, ya que, como su nombre indica, tiene un solo color.

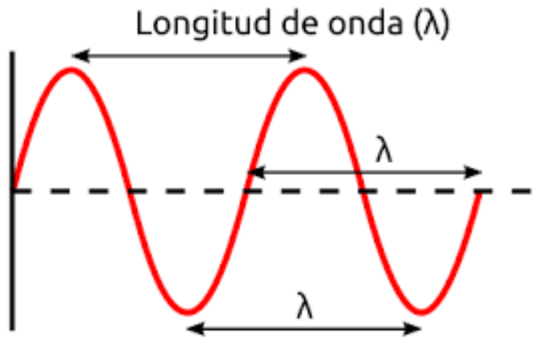

Figura 6. Definición de longitud de onda

Colores

Todos los colores que conocemos corresponden a una longitud de onda en cierto rango, por ejemplo:

- $\lambda = 650 - 800$ nm $\rightarrow$ rojo.
- $\lambda = 550 - 580$ nm $\rightarrow$ amarillo.
- $\lambda = 460 - 480$ mm $\rightarrow$ azul.
- $\lambda = 390 - 430$ nm $\rightarrow$ morado.

Nota: el negro es la ausencia de luz, y el blanco es la combinación de todos los colores

Una de las fuentes más comunes de luz monocromática son los diodos láser, cuya longitud de onda varía solo unas milésimas de nanómetro (imperceptible para nosotros).

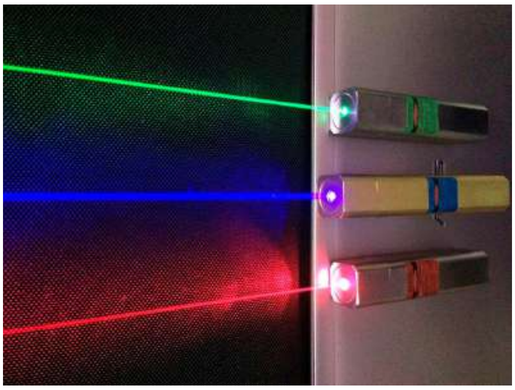

Figura 7. Diodos láser. Podemos observar longitudes de onda bien definidas, por lo que vemos colores específicos.

2.2. Luz no coherente

La luz blanca es luz no coherente, es decir, aquellas ondas electromagnéticas cuya frecuencia, fase, longitud de onda y dirección de propagación varían de manera aleatoria. Es una mezcla de muchas longitudes de onda, que van desde el violeta hasta el rojo. Cuando todas estas longitudes de onda llegan juntas al ojo humano, el cerebro las interpreta como luz blanca. La luz del Sol y la de una bombilla incandescente son ejemplos de luz blanca no coherente.

Isaac Newton demostró que la luz blanca no es un color puro, sino una mezcla de todos los colores visibles. Lo comprobó utilizando un prisma. Al hacer pasar luz blanca a través del prisma, los colores se separan debido a la dispersión. Este es el mismo fenómeno que ocurre en los arcoíris: cuando la luz blanca del Sol se refracta y refleja en las gotas de lluvia en la atmósfera, estas gotas actúan como millones de pequeños prismas, permitiendo que veamos el arcoíris.

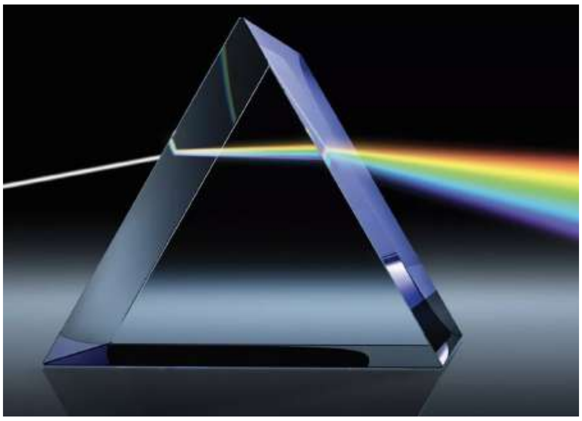

Figura 8. Prisma de Newton

2.3. Espectro electromagnético

Llamamos **luz** a las ondas electromagnéticas que nuestros ojos pueden percibir; sin embargo, existen otros tipos de ondas que no podemos observar, como los rayos X o las microondas. Estos tipos de ondas se clasifican en una gama conocida como **espectro electromagnético**, que abarca desde las ondas de radio hasta los rayos gamma.

El espectro electromagnético es el conjunto completo de todas las posibles longitudes de onda de la radiación electromagnética, nuestros ojos solo pueden percibir una pequeña fracción del espectro, pero, con nuestra tecnología, somos capaces de manipular estas otras ondas a nuestra conveniencia,.

- **Ondas de radio:** Son las ondas con la mayor longitud de onda. Somos capaces de manipularlas para transmitir comunicación, como en la radio, televisión y teléfonos móviles.
- **Microondas:** Tienen longitudes de onda del orden de los centímetros, y son muy útiles para calentar alimentos.
- **Infrarrojo:** Es un tipo de radiación asociada con el calor. Nosotros emitimos este tipo de radiación. Las cámaras térmicas permiten ver movimientos humanos, incluso en condiciones de poca luz.
- **Rayos X:** A medida que la longitud de onda disminuye, la energía de las ondas aumenta. Estas ondas son principalmente útiles en medicina, como en las radiografías.
- **Rayos gamma:** Son las ondas con la longitud de onda más corta. Debido a su corta distancia y alta energía, son capaces de atravesar prácticamente cualquier superficie. Son útiles en tratamientos contra el cáncer, ya que permiten eliminar células malignas.

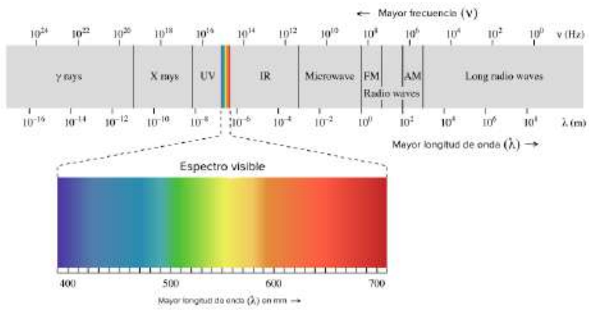

Figura 9. Espectro electromagnético, a la izquierda, longitudes de onda pequeñas, a la derecha grandes.

Algo sumamente interesante es que distintos animales perciben el mundo de manera muy diferente a como lo hacemos nosotros. El ser humano tiene un rango de visión de longitudes de onda entre 400 nm y 700 nm aproximadamente, gracias a las células de nuestros ojos. Los perros y gatos, por su parte, tienen un rango de visión de entre 420 nm y 550 nm, por lo que es recomendable elegir juguetes para ellos en tonos azules o amarillos, ya que estos colores les resultan más atractivos. Los insectos y aves (como las abejas y las águilas) perciben un rango que incluye el ultravioleta, de 300 nm a 750 nm. Algunas serpientes, por su parte, son capaces de detectar el infrarrojo, lo que las hace más susceptibles al calor, ya que pueden "verlo"; sus ojos captan longitudes de onda en el rango de 900 nm a 1400 nm. La evolución ha permitido que estos animales se adapten para obtener habilidades únicas para interactuar con su entorno.

Figura 10. Fotografía de una flor en el rango visible para las abejas, ¡podemos ver que se detecta más fácilmente el polen!

3. LA NATURALEZA CUÁNTICA DE LA LUZ

A principios del siglo XX, la física enfrentaba una de sus mayores crisis: la **crisis del ultravioleta**, un problema derivado del estudio de la radiación del cuerpo negro. En aquella época, muchos científicos creían que la física estaba prácticamente completa, es decir, que todas las leyes fundamentales del universo ya habían sido formuladas. Sin embargo, al estudiar sistemas con energías altas (o longitudes de onda muy pequeñas), encontraron que los resultados experimentales diferían drásticamente de las predicciones teóricas

La solución a este problema fue encontrada por Max Planck, quien postuló los principios de lo que hoy conocemos como mecánica cuántica.

El inicio de la cuántica

En 1900, Planck enunció la hipótesis de que la radiación electromagnética es absorbida y emitida en forma de **cuantos** de luz o fotones.

El termino **cuantos** (del latín *quantum*), que significa cantidad se refiere a una especie de paquetes discretos (finitos) de energía, los cuales marcaron una ruptura con la física clásica.

A diferencia de la visión clásica en la que la luz es simplemente una onda electromagnética descrita por las ecuaciones de Maxwell, la mecánica cuántica introduce la idea de que la energía de la luz está cuantizada. Es decir, la luz no puede tener cualquier cantidad arbitraria de energía, sino que se encuentra en paquetes discretos llamados fotones.

Forma matemática

Un fotón es una partícula sin masa, que:

- Tiene energía dada por $E = h\nu$
- No tiene carga eléctrica.
- $p = h\nu/c$

Donde h es la constante de Planck, ν la frecuencia de la luz, y p es el momento.

4. DUALIDAD ONDA-PARTÍCULA

Los fotones y muchas otras partículas cuánticas exhiben una dualidad onda-partícula. Según la física clásica, existe una clara distinción entre una onda y una partícula. Una pelota, por ejemplo, podría representar una partícula: cuando observamos una pelota en el suelo, podemos recogerla y sostenerla en nuestras manos, lo que indica que las partículas tienen una posición definida. Por ejemplo, una pelota de béisbol tiene un peso diferente al de una pelota antiestrés, lo que indica que las partículas también tienen masa. Por otro lado, imaginemos que estamos saltando la cuerda. En este caso, la cuerda representa una onda mecánica. ¿Acaso tiene sentido que una onda tenga masa? ¿Podemos agarrar una onda?

Que algo sea una onda y una partícula al mismo tiempo no tiene mucho sentido para nosotros; la realidad es que vivimos en un mundo macroscópico, en comparación con las escalas cuánticas. Este tipo de fenómenos muestra lo complejo e interesante que es el universo. Las partículas cuánticas exhiben características duales. Según el tipo de experimento, muestran un comportamiento típico de partículas o bien un comportamiento típico de ondas que se propagan a través de un medio.

5. PENSAMIENTO FINAL

La luz es un fenómeno físico complejo que ha sido fundamental en el desarrollo de la física. Desde su descripción clásica como onda electromagnética hasta su interpretación cuántica como fotón, su estudio ha impulsado numerosas áreas de la ciencia y la tecnología. Aún existen preguntas abiertas, como su relación con la gravedad cuántica, que podrían redefinir nuestro entendimiento del universo. En definitiva, la luz, es mucho más interesante de lo que pensabamos.

INTERFERENCIA DE LA LUZ

Escrito por José Emilio Pacheco Cuan[1]

[1]*México, Puebla – <jose.pachecocn@udlap.mx>*

RESUMEN

Cuando escuchamos hablar de óptica, lo primero que nos viene a la mente podrían ser lentes, espejos o incluso oftalmólogos. Sin embargo, en física, la óptica es una de las ramas más importantes debido a su fácil implementación en el mundo experimental. A diferencia de otras áreas como la astrofísica o la física de partículas, la óptica permite realizar experimentos accesibles para todos, con resultados visualmente impactantes y fáciles de interpretar.

La óptica es la ciencia que estudia la luz como una onda electromagnética. Por ello, antes de continuar con este texto, te recomiendo leer el artículo **¿Qué es la luz?**, que encontrarás unas páginas atrás. Las ondas electromagnéticas exhiben una variedad de fenómenos al interactuar con distintos medios. En este artículo, exploraremos los conceptos de interferencia y difracción de la luz, combinando explicaciones teóricas con experimentos ilustrativos.

1. REPASO ONDAS

En este artículo, trataremos la luz únicamente como una onda electromagnética sinusoidal. La luz, al comportarse como una onda, exhibe ciertos comportamientos característicos de todas las ondas (los cuales veremos a continuación).

Ondas

Una onda es la propagación de una perturbación en un medio o en el espacio. Las ondas transportan energía sin tener materia. Dependiendo del tipo de onda, el medio en el que se propaga puede ser material (como el aire o el agua) o, en el caso de las ondas electromagnéticas, el vacío.

Forma matemática

Las **propagaciones** de las ondas en función de la posición y el tiempo se describen matemáticamente mediante una función de onda:

$$\nabla^2\psi(\vec{r},t) = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}(\vec{r},t) \tag{1}$$

Una onda sinusoidal que viaja a lo largo de un eje es:

$$y = A\sin(kx - \omega t + \epsilon) \tag{2}$$

Nosotros trabajaremos con la ecuación 2 ya que es mucho más sencilla.

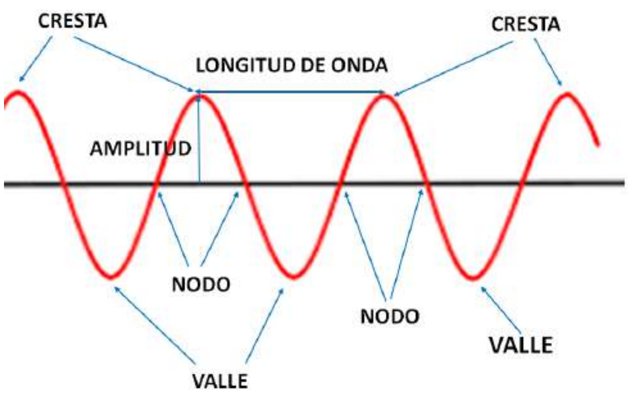

Figura 1. Partes de las ondas.

2. INTERFERENCIA DE ONDAS

Uno de los fenómenos más interesantes de las ondas es la interferencia. Este fenómeno ocurre cuando dos o más ondas se juntan (superponen), formando una nueva onda con una amplitud mayor, menor o igual a la de las originales.

Imagina que estás en un lago tranquilo y arrojas dos piedras al agua. Cada piedra genera ondas en la superficie. Cuando estas ondas se encuentran, pueden ocurrir dos cosas:

1. **Interferencia constructiva:** las olas se juntan y se hacen más grandes. Es como cuando

dos amigos saltan juntos al mismo tiempo en un trampolín, produciendo ondas mecánicas, y haciendo que salen más alto.

2. **Interferencia destructiva:** las olas se juntan y se cancelan. Como si dos personas empujan una cuerda en direcciones opuestas al mismo tiempo, y la cuerda se queda quieta.

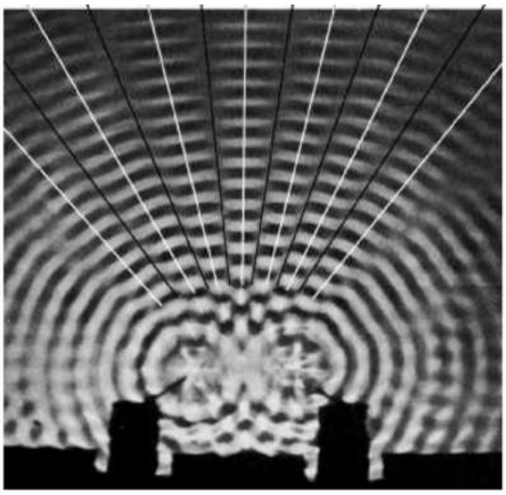

Figura 2. Dos ondas de agua. Las lineas blancas representan las crestas, y las lineas negras los valles. Podemos ver que hay puntos en los cuales ambas ondas se superponen.

En las ciencias exactas, uno de los mecanismos fundamentales para obtener verdades es a través de las demostraciones matemáticas. En muchos artículos de divulgación se omiten estas partes, a menudo por temor a que las audiencias pierdan el interés. Sin embargo, las demostraciones matemáticas son una vía crucial para adentrarse en el mundo científico. Los físicos desarrollamos y validamos nuestros modelos mediante demostraciones. Aprovecharé este tema para mostrar cómo se derivan las fórmulas que usamos a para interferencia:

Demostración

Tenemos dos ondas y_1, y_2, con la mismas características pero diferente ϵ:

$$y_1(x,t) = A\sin(kx - \omega t + \epsilon_1) \tag{3}$$

$$y_2(x,t) = A\sin(kx - \omega t + \epsilon_2) \tag{4}$$

Si las dos ondas se encuentran, la onda resultante será la suma de ambas:

$$y_t = y_1(x,t) + y_2(x,t) \tag{5}$$

Si usamos la siguiente identidad trigonométrica:

$$\sin(\alpha) + \sin(\beta) = 2\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

Y llamamos:

$$\gamma = kx - \omega t$$

Obtenemos:

$$y_t = 2A\sin\left(\frac{(\gamma+\epsilon_1)+(\gamma+\epsilon_2)}{2}\right)\cdot \cos\left(\frac{(\gamma+\epsilon_1)-(\gamma+\epsilon_2)}{2}\right) \tag{6}$$

Simplificando, tenemos:

$$y_t = 2A\sin\left(\gamma + \frac{\epsilon_1+\epsilon_2}{2}\right)\cos\left(\frac{\epsilon_1-\epsilon_2}{2}\right) \tag{7}$$

Nuestra ecuación 7 es nuestra descripción matemática de lo que sucede cuando dos ondas, con diferente fase ϵ se superponen.

2.1. Interferenica Constructiva

La interferencia constructiva provoca que las ondas se vean amplificadas, para ello, las ondas deben de estar en sincronía (fase).

- **¿Qué significa que estar en fase?**
  Las ondas deben estar en el mismo ritmo, es decir, sus crestas y valles deben coincidir. En otras palabras, cuando una onda está en su punto más alto, la otra también debe de estar en su punto más alto. Así se sumarán para hacer una onda más grande.

Forma matemática

La interferencia constructiva sucede cuando la **amplitud total** de la onda total es máxima, y esto sucede cuando:

$$\cos\left(\frac{\epsilon_1-\epsilon_2}{2}\right) = 1$$

Para que esto pase, la resta de las fases $\epsilon_1 - \epsilon_2$ deben de ser múliplos enteros de 2π.

Esto funciona especialmente en el sonido: dos altavoces que tocan la misma canción pueden hacer que el sonido sea más fuerte en algunos lugares si las ondas sonoras se encuentran en sincronía.

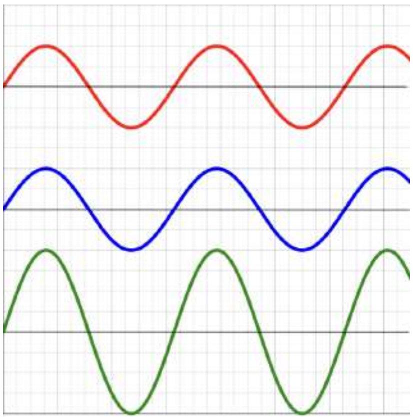

Figura 3. Interferencia constructiva. En rojo, la onda y_1, en azul y_2, en verde y_t.

2.2. Interferencia destructiva

Algo aún más fascinante ocurre con la interferencia destructiva. ¿Te imaginas un caso en el que al sumar luz con más luz el resultado sea oscuridad total? Aunque parezca contradictorio, este fenómeno es completamente posible gracias a la interferencia destructiva

Cuando las crestas de una onda y_1 coinciden exactamente con los valles de otra onda y_2, y viceversa, ambas se cancelan mutuamente, resultando en la ausencia de luz. ¡Este es el mismo principio que utilizan los audífonos con cancelación de ruido para eliminar el sonido ambiente!

Forma matemática

La interferencia destructica sucede cuando:

$$\cos\left(\frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{2}\right) = 0$$

Para que esto pase, la resta de las fases $\epsilon_1 - \epsilon_2$ deben de ser multiplos enteros de $\pi/2 + n\pi$.

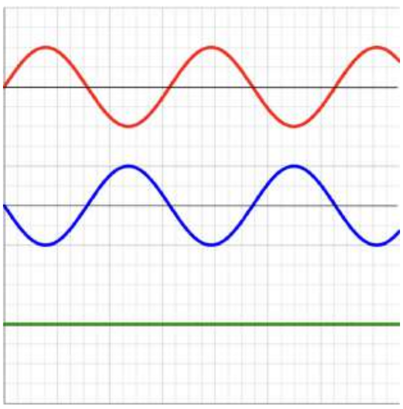

Figura 4. Interferencia destructiva.

La interferencia destructiva es más difícil de observar en la luz, ya que se requieren dos ondas coherentes con exactamente las mismas características físicas. ¿Es esto posible? Sí, y uno de los experimentos más famosos que lo demuestra es el experimento de la doble rendija de Young.

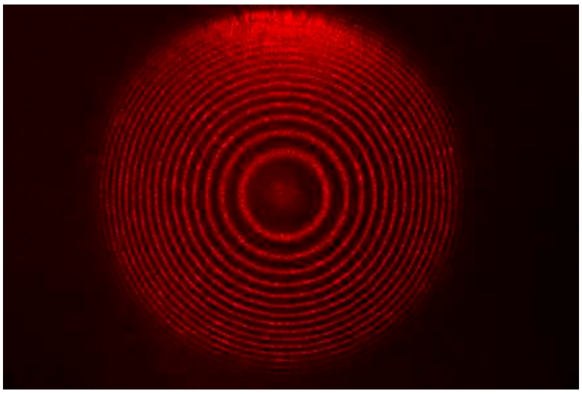

Figura 5. Interferencia de luz realizada con luz monocromática roja. Se pueden observar claramente espacios en donde la luz se cancela.

3. CONCLUSIONES

El fenómeno de la interferencia de ondas no solo es un concepto fundamental en la física, sino que también ha dado lugar a numerosos avances tecnológicos y científicos.

En óptica y fotónica, la interferencia es crucial para el desarrollo de interferómetros, que se utilizan para medir distancias con una precisión excepcional, lo que es vital en la investigación científica y en la fabricación de dispositivos electrónicos avanzados. También se aplica en la creación de filtros ópticos y recubrimientos antirreflejantes, esenciales para mejorar el rendimiento de lentes y espejos en dispositivos como cámaras, microscopios y telescopios. La interferencia es también la base de la holografía, una técnica que permite almacenar imágenes tridimensionales y se emplea en áreas como la seguridad, el almacenamiento de datos y la creación de pantallas tridimensionales.

EL EXPERIMENTO DE LA DOBLE RENDIJA: UN VIAJE AL CORAZÓN DE LA CUÁNTICA

Escrito por José Emilio Pacheco Cuan[1]

[1]*México, Puebla – <jose.pachecocn@udlap.mx>*

RESUMEN

El experimento de la doble rendija es uno de los experimentos más famosos e impactantes en la historia de la física. Su aparente simplicidad esconde implicaciones profundas sobre la naturaleza de la realidad, la luz y la materia. Richard Feynman, uno de los físicos más influyentes del siglo XX, afirmó que este experimento contiene *el único misterio* de la mecánica cuántica. En este artículo, exploraremos su historia, su desarrollo y las sorprendentes conclusiones que emergen de él.

1. CONTEXTO HISTÓRICO

Para comprender la importancia del experimento de la doble rendija, primero debemos revisar brevemente la historia de la teoría de la luz. Durante siglos, los físicos debatieron si la luz era una partícula o una onda.

En el siglo XVII Isaac Newton postuló la teoría corpuscular de la luz, la cual sostenía que la luz estaba compuesta por pequeñas partículas o *corpúsculos*. Newton proponía que la luz se mueve en líneas rectas porque los corpúsculos se desplazan de forma directa, sin curvarse. Aunque después se fue descartando su teoría, Newton tenía evidencias experimentales de sus modelos teóricos.

Christiaan Huygens, por otra parte, afirmaba que la luz no estaba compuesta por partículas, sino que era una onda que se propagaba a través del espacio. Esta teoría estaba basada en ideas de propagación de ondas que ya existían en la física. Huygens decía que la luz se propagaba como una onda en un medio al cual llamó "éter", Huygens fue rechazado durante mucho tiempo, en favor de la teoría de Newton, sin embargo, con la llegada de la teoría electromagnética en el siglo XIX, la teoría ondulatoria se demostró como la ganadora contundente (o eso creían los físicos de la época).

2. EL EXPERIMENTO CLÁSICO DE YOUNG

Thomas Young fue un científico que tenía una increíble fascinación por el conocimiento. Además de ser físico y médico, era un gran egiptólogo. Young se dedicó al desciframiento de jeroglíficos egipcios, y su trabajo sobre la Piedra de Rosetta fue clave para descifrar la escritura egipcia antigua. A pesar de esto, Young es especialmente reconocido por el famoso experimento que lleva su apellido, el también conocido **experimento de la doble rendija**.

El experimento consiste en lo siguiente: Young utilizó una fuente de luz no coherente y la convirtió en coherente al ponerla frente a una rendija pequeña, aprovechando un fenómeno igualmente característico de las ondas llamado *difracción*.

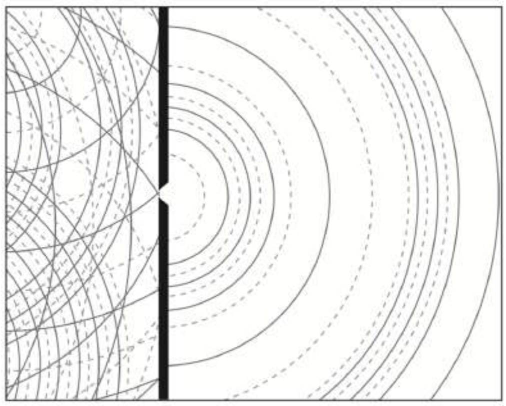

Figura 1. Esquema teórico de difracción de ondas.

Posteriormente, colocó una barrera con dos rendijas muy pequeñas en el centro. En la pantalla de observación, aparecieron franjas brillantes y oscuras alternadas, formando un patrón de interferencia característico de las ondas. Este resultado demostraba que la luz se comportaba como una onda, ya que, si fueran partículas, solo se observarían dos bandas correspondientes a las rendijas (como si lanzáramos pelotas de tenis por una puerta).

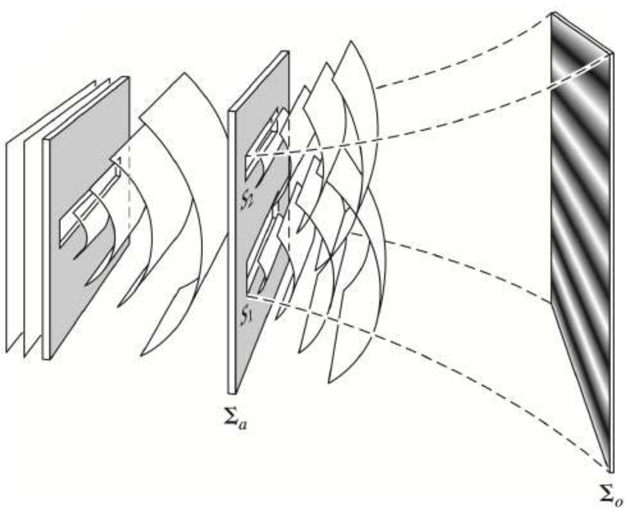

Figura 2. Esquema del experimento de Young.

Forma matemática

El patrón de interferencia puede describirse matemáticamente con la ecuación:

$$d \sin\theta = m\lambda \tag{1}$$

Donde d es la separación entre las rendijas, θ el ángulo, m es un número entero, λ la longitud de la onda.

Este experimento no es demasiado difícil de replicar, sin embargo, para observar un patrón de interferencia claro, necesitamos luz coherente, rendijas con un tamaño adecuado (más o menos del mismo tamaño que λ), cercanas entre sí, y una distancia apropiada entre las rendijas y la pantalla de observación. Cuando estas condiciones no se cumplen, es prácticamente imposible observar interferencia.

Este resultado confirmó la teoría ondulatoria de la luz, y explicó fenómenos como la difracción y la interferencia.

3. EL EXPERIMENTO CON PARTÍCULAS

A comienzos del siglo XX, cuando los científicos trabajaban con luz de alta energía, los modelos de la física ondulatoria empezaban a fallar, las predicciones teóricas no concordaban en absoluto con las mediciones en los laboratorios, cuestión que no hacía ningún tipo de sentido y tenía preocupados a los físicos.

En 1905, Albert Einstein explicó el **efecto fotoeléctrico** (uno de los fenómenos que no se pueden explicar mediante el modelo ondulatorio), postulando que la luz tenía propiedades de partícula, a las cuales llamó fotones. Esto fue un indicio de que las ondas electromagnéticas podían ser descritas como partículas en ciertos contextos.

Louis de Broglie, conocía el trabajo de Einstein sobre el efecto fotoeléctrico, y formó la idea de la dualidad de las partículas. En su tesis doctoral de 1924, De Broglie propuso que las partículas materiales tienen una longitud de onda asociada, al igual que la luz.

Forma matemática

De Broglie propuso que:

$$\lambda = \frac{h}{p} \tag{2}$$

Donde λ es la longitud de la onda, h la constante de Planck, y p el momento lineal de la partícula.

Esta ecuación es la base de lo que hoy se conoce como la dualidad onda-partícula, que establece que las partículas de materia (como electrones) pueden comportarse como ondas, dependiendo de cómo se las observe.

Con las ideas de la física cuántica en mente, los científicos empezaron a repetir el experimento de la doble rendija con electrones, átomos, e incluso moléculas más grandes. Lo que uno esperaría en esos casos, sería obtener resultados como los expuestos en la Figura 3; sorprendentemente, **¡se observó el mismo patrón de interferencia!**, confirmando la teoría de Louis de Broglie.

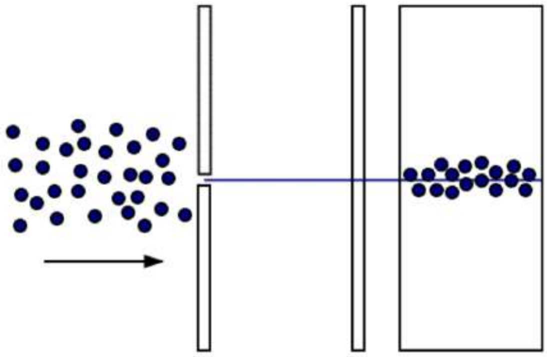

Figura 3. Experimento de Young para "partículas".

4. LA INFLUENCIA DE LA OBSERVACIÓN

Uno de los aspectos más extraños del experimento de la doble rendija ocurre cuando intentamos medir por cuál rendija pasa una partícula. Si colocamos un detector en una de las rendijas, **el patrón de interferencia desaparece**, y en su lugar aparecen dos bandas, como si las partículas se comportaran como partículas clásicas. Este fenómeno se conoce como colapso de la función de onda, y está en el centro de las interpretaciones de la mecánica cuántica.

Existen varias interpretaciones sobre por qué ocurre este cambio de comportamiento, pero ninguna confirmada en la actualidad. Algunas de las más imoprtantes son:

4.1. Interpretación de Copenhague

Según la interpretación de Copenhague, los sistemas cuánticos no tienen propiedades definidas hasta que se miden. Es decir, una partícula no tiene una posición o velocidad bien definida hasta que se realiza una observación o medida.

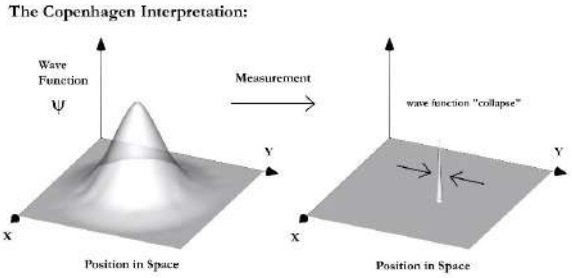

Figura 4. Colapso de onda en la interpretación de Copenhague.

En la interpretación de Copenhague, el acto de medir es crucial para determinar el estado final de un sistema cuántico. Antes de la medición, el sistema está en una superposición de varios estados posibles (por ejemplo, una partícula puede estar en múltiples lugares al mismo tiempo). Cuando se realiza la medición, la función de onda çolapsaz el sistema asume un estado específico, lo que significa que la observación influye en el resultado de la medición.

4.2. Teoría de los universos múltiples

La interpretación de los universos múltiples es una propuesta fascinante que sostiene que, en lugar de que los resultados de los experimentos cuánticos se reduzcan a un solo resultado cuando se observa, todas las posibilidades ocurren en universos paralelos, lo que lleva a una multiplicación de realidades alternativas que existen de manera simultánea.

Por ejemplo, cuando un electrón pasa a través de una doble rendija, en lugar de que la onda se colapse en un solo resultado (un patrón de interferencia o de partículas), ambos resultados ocurren, pero en universos paralelos distintos.

Figura 5. El gato de Schrödinger.

5. CONCLUSIONES

El experimento de la doble rendija sigue siendo una de las demostraciones más sorprendentes y fundamentales de la mecánica cuántica. Nos muestra que la realidad es mucho más extraña de lo que podríamos imaginar y que la naturaleza de la materia y la luz está profundamente ligada a la observación. A pesar de su sencillez experimental, sus implicaciones siguen desafiando a físicos y filósofos por igual.

Astrofísica

Rama de la física que estudia el universo, incluyendo la naturaleza, composición y evolución de los astros y los fenómenos cósmicos

EL CICLO DE LA VIDA DE LAS ESTRELLAS

Escrito por José Emilio Pacheco Cuan[1]

[1]*México, Puebla – <jose.pachecocn@udlap.mx>*

RESUMEN

Las estrellas, esas luces que vemos en el cielo nocturno, son mucho más que puntos brillantes en la obscuridad del universo. Son los motores mismos del cosmos, responsables de la creación de elementos químicos, y del brillo que ilumina galaxias enteras. Pero, como todo en el universo, las estrellas también cuentan con un ciclo de vida. Este viaje estelar, que puede durar millones o incluso miles de millones de años, es un testimonio de la complejidad y de lo maravilloso que es el universo en el que vivimos. En este artículo, exploraremos las etapas principales de la vida de las estrellas, desde su nacimiento (nebulosos de gas), hasta su muerte (enanas blancas o supernovas).

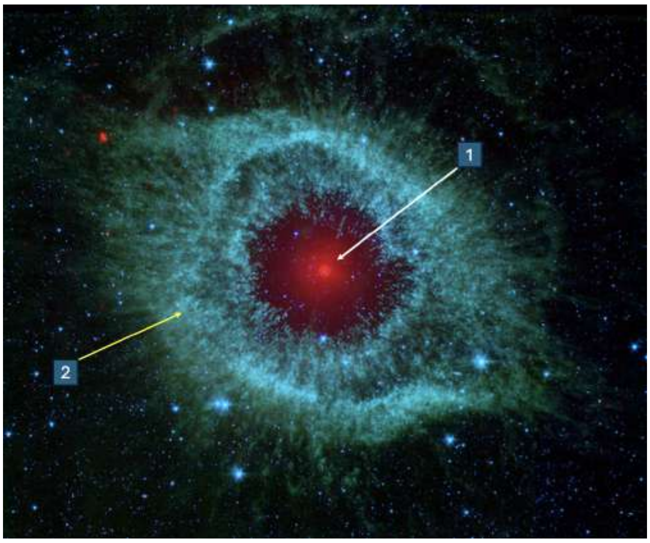

Figura 1. En esta imagen se puede apreciar una fotografía real de la Nebulosa Helix. En el punto 1, podemos apreciar la protoestrella, y en el punto 2, se puede ver todo el gas acercándose (colapsando) lentamente hacía el núcleo.

1. NACIMIENTO DE UNA ESTRELLA: NEBULOSAS

El ciclo de la vida de las estrellas comienza con las nebulosas. Una nebulosa es una nube polvo estelar y gas (normalmente hidrógeno y helio); dichas nebulosas se forman debido a la atracción gravitacional entre dichos gases. A lo largo de millones de años, la gravedad aglomera cierto número de gases y polvo en una región relativamente pequeña en el espacio. La formación de una estrella comienza cuando una región dentro de la nebulosa colapsa debido a su propia gravedad. Este colapso puede ser desencadenado por eventos ajenos a la nebulosa, como la onda de choque de una supernova cercana.

A medida que la nebulosa colapsa, el gas y el polvo se acumulan en un núcleo (una región en el centro cuya densidad es mayor), y comienza a calentarse debido a la compresión de la gravedad. A este núcleo en formación, se le llama **protoestrella**.

Forma matemática

¿Recuerdas el artículo sobre la gravedad? Bueno, debido a esta fuerza, los objetos con masa (en este caso, los gases) se van acercando poco a poco los unos con los otros, hasta llegar a un punto en el cual, la nube de gas y polvo colapsa debido a su propia gravedad. La ecuación de **Jeans** nos dice si una nube colapsará gravitacionalmente.

$$M_J = \left(\frac{5k_bT}{G\mu m_H}\right)^{3/2}\left(\frac{3}{4\pi\rho}\right)^{1/2} \qquad (1)$$

En la ecuación 1 M_J es la masa de Jeans, k_B es la constante de Boltzmann (importante en termodinámica), T la temperatura de la nube, G es la constante de gravitación universal, μ es el peso medio de las moleculas de la nube, m_H la masa del hidrógeno (debido a que las nubes son principalmente de este elemento) y ρ la densidad de la nube.

1.1. Protoestrellas

Durante este etapa, las protoestrellas siguen acumulando material, debido a esto, la temperatura y la presión empiezan a incrementar, hasta llegar a un punto en el cual empieza la **fusión nuclear**. Cuando este proceso comienza a ser estable, la protoestrella finalmente se convierte en una estrella.

Fusión nuclear

La fusión nuclear juega un rol sumamente importante en las estrellas, ya que es la manera en la cual éstas generan energía. Este proceso consta de juntar varios átomos de un elemento para formar un elemento más pesado **(¡Así es como se crean los elementos químicos!)**.

Durante este mecanismo, se libera una cantidad inmensa de energía (según la ecuación de Einstein: $E = mc^2$). La fusión nuclear genera energía, y dicha energía produce que la presión térmica incremente, de esta manera, se crea un equilibrio entre la gravedad y la presión térmica.

2. LA SECUENCIA PRINCIPAL

Esta es la etapa principal de las estrellas, la fusión nuclear de la estrella crea una presión hacia afuera del núcleo, que equilibra la fuerza de gravedad que intenta colapsar la estrella.

Forma matemática

Este equilibrio entre la gravedad y la presión se le conoce como **equilibrio hidrostático**, el cual se ve de la siguiente forma:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM(r)\rho}{r^2} \tag{2}$$

El sol, por ejemplo, es una estrella de la secuencia principal, que ha estado en esta fase por aproximadamente 4,600,000,000 (4.6 mil millones) de años, y permanecerá así durante otros muchos años más. Durante esta etapa, el principal combustible de las estrellas es el hidrógeno.

Haciendo una analogía, se podría decir que, la secuencia principal es la etapa "madura"de la estrella. Mientras la ecuación 2 (equilibrio hidrostático) sea cierta, la estrella permanecerá en esta etapa. Se podría decir que esta es la fase más aburrida de las estrellas, ya que no suelen suceder muchos cambios. Esta fase es la más estable de la estrella, y en donde actualmente se encuentran la mayoría de las estrellas.

Forma matemática

¿Cuánto dura este etapa? La duración de la secuencia principal depende de la masa de la estrella, y se puede estimar de la siguiente manera:

$$t_{vida} \approx \frac{M}{L} \times 10^{10} \text{ años} \tag{3}$$

Donde M es la masa, y L la luminosidad (en unidades solares $M_\odot$, $L_\odot$).

Ejercicio

1. Calcula cuanto tiempo más le queda al sol en la secuencia principal.
2. Calcula cuanto tiempo va a estar Theta1 Orionis C en la secuencia princial.
   - $M/M_\odot = 40$.
   - $L/L_\odot = 500{,}000$.

3. EL INICIO DEL FINAL

Cuando una estrella agota el hidrógeno en su núcleo, el equilibrio se rompe. La gravedad comienza a colapsar el núcleo, lo que aumenta la temperatura y permite que comiencie la fusión de helio y otros elementos más pesados. Durante este proceso, las estrellas se expanden, y pueden convertirse en gigantes rojas.

El tamaño y la luminosidad de una estrella gigante roja son impresionantes. Por ejemplo, cuando el sol termine su etapa en la secuencia principal, se convertirá en una gigante roja, y expandirá sus capas externas hasta eliminar a todos los planetas interiores, incluida la Tierra.

3.1. Estrellas de baja y media masa.

Las estrellas cuya masa sea aproximadamente $0{,}5M_\odot \leq M \leq 8M_\odot$ no son lo suficientemente masivas como para continuar la fusión nuclear de elementos más pesados que el carbono y el oxígeno. Cuando llegan a este punto, las estrellas empiezas a expulsar sus capas externas, formando **nebulosas planetarias**, mientras que el núcleo se convierte en una enana blanca.

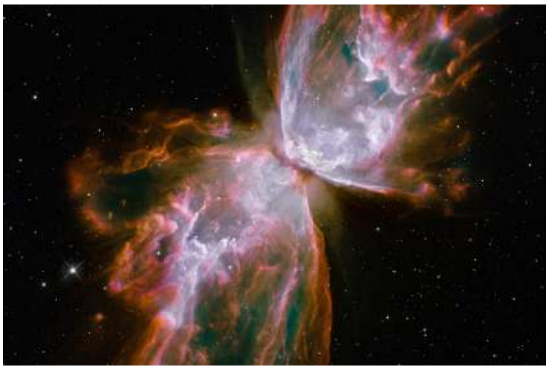

Figura 2. Nebulosa planetaria.

3.2. Estrellas masivas.

Las estrellas con masa $8M_{\odot} \leq M \leq 25M_{\odot}$ sufren finales mucho más dramáticos. Cuando estas estrellas agotan su combustible, el colapso puede desencadenar una **supernova**, una explosión titánica que libera enormes cantidades de energía y elementos pesados al espacio. De hecho, una estrella vecina llamada Betelgeuse, en la constelación de Orion, se encuentra actualmente agotando su combustible, por lo que podría explotar en cualquier momento (entre hoy y en los próximos 100,000 años).

Figura 3. Supernova.

Lo que sucede con el remanente del núcleo es igual de impresionante, hay dos posibles destinos:

- Estrella de neutrones: si la masa del núcleo esta entre $1{,}4M_{\odot} \leq M_{nucleo} \leq 3M_{\odot}$, los protones y neutrones del núcleo se combinan para formar neutrones, creando una estrella extremadamente densa conocida como estrella de neutrones, estas estrellas pueden tener solo unos pocos kilómetros de diámetro, pero con una densidad increíblemente alta.

Figura 4. Estrella de Neutrones.

- Agujero negro: Si la masa de la estrella es mayor a 25 veces la masa del sol, y la masa del núcleo es aproximadamente 3 veces la masa del sol, el colapso gravitacional puede continuar indefinidamente, formando un agujero negro, uno de los fenómenos físicos más interesantes del universo. Los agujeros negros son regiones del espacio donde la gravedad es tan intensa, que ni siquiera la luz puede escapar.

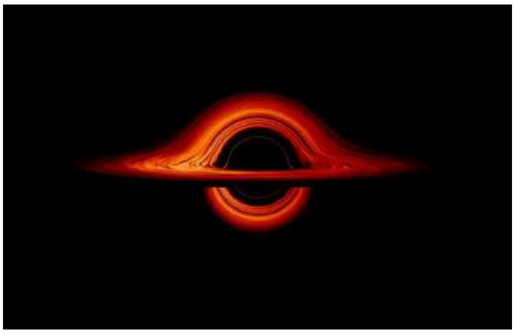

Figura 5. Agujero negro.

4. LA IMPORTANCIA DE LAS ESTRELLAS

El ciclo de vida de las estrellas es fundamental para la evolución del universo. Las etapas finales de las estrellas, en particular, juegan un papel crucial en la distribución de elementos pesados, que son esenciales para la formación de planetas y la vida tal como la conocemos. En este sentido, todos los átomos de nuestro cuerpo alguna vez fueron parte de una estrella, lo que significa que somos, literalmente, "polvo de estrellas".

¿QUÉ ES UN AGUJERO NEGRO?

Escrito por José Emilio Pacheco Cuan[1]

[1]México, Puebla – <jose.pachecocn@udlap.mx>

RESUMEN

Los agujeros negros son algunos de los objetos más fascinantes y enigmáticos del universo entero. Los hemos visto en series, películas, e incluso en videojuegos, y es un tema que ha estado en al ambiente popular estos últimos años (posiblemente debido a la primera fotografía de tal objeto expuesta en tiempos recientes), pero, ¿realmente sabemos qué es un agujero negro? Estos objetos son regiones del espacio cuya gravedad es tan intensa que ni siquiera la luz puede escapar. En este artículo, exploraremos la naturaleza de los agujeros negros, su formación, los diferentes tipos que existen, y su impacto directo en la física moderna.

1. ¿QUÉ ES UN AGUJERO NEGRO?

Un agujero negro es una región del espacio-tiempo, donde la gravedad es tan intensa, que ninguna partícula o radiación electromagnética (luz), puede escapar de su atracción gravitacional. En el universo, conocemos objetos con gran atracción de gravedad, como por ejemplo el Sol, nuestra estrella tiene tanta fuerza gravitacional, que tiene a planetas, asteroides, y demás objetos espaciales orbitando a su alrededor, pero no la suficiente como para que la luz no pueda escapar de esa gravedad (por eso el sol brilla, porque sale luz de el).

En el centro de un agujero negro se encuentra lo que se conoce como **singularidad**, un punto en el que, según las ecuaciones de la relatividad general de Einstein, la densidad y la curvatura del espacio-tiempo se vuelven infinitas. ¿Esto quiere decir que los agujeros negros tienen gravedad infinita? Sí y no, hagamos un rápido experimento mental: ¿Qué crees que pasaría si cambiamos el Sol por un agujero negro de la misma masa? Una respuesta lógica sería que la tierra, y todos los planetas, terminarían tragados por el agujero negro, pero no, la Tierra seguiría orbitando de la misma manera (obviamente no habría luz, por lo cual todos moriríamos, pero a la Tierra no le pasaría nada). Esto se debe al famoso horizonte de sucesos.

Horizonte de sucesos

El límite que separa a un agujero negro del resto del universo se llama **horizonte de sucesos/eventos**, el cual, es un momento en el espacio en el que, una vez se cruza este horizonte, no hay vuelta atrás. Nada puede escapar, ni siquiera los fotones (luz) pueden salir, esto hace que los agujeros negros sean invisibles, y solo pueden ser detectables a través de sus efectos sobre la materia y la luz circundante.

Una parte observable de los agujeros negros es el **disco de acreción**. El disco de acreción es una estructura de gas y polvo que gira a grandes velocidades mientras cae lentamente hacia el horizonte de sucesos, este disco se forma cuando materia (principalmente gas de estrellas) es atraída por la intensa gravedad del agujero negro, y lo orbita a la espera de pasar el horizonte de sucesos. El disco es sumamente importante, ya que permite la observación no directa de los agujeros negros. Las regiones frías de los discos (los cuales se encuentras lejos del horizonte de sucesos, con temperaturas de $\approx 10^3 - 10^4$K) ¡Emiten radiación en el rango de luz visible!

Figura 1. En esta imagen se pueden apreciar las partes de un agujero negro, la singularidad, el horizonte de sucesos, y el disco de acreción.

2. PROPIEDADES Y FENÓMENOS DE LOS AGUJEROS NEGROS

Los agujeros negros presentan varias características únicas y producen fenómenos extremos que han revolucionado nuestra comprensión del cosmos:

2.1. Horizonte de sucesos

El horizonte de sucesos es una superficie esférica que es la puerta de entrada a un agujero negro. La velocidad de escape es igual a la velocidad de la luz, por lo que nada puede cruzar esta frontera.

Forma matemática

El radio de Schwarzschild nos define el radio para el horizonte de sucesos de un agujero negro sin rotación:

$$r_s = \frac{2GM}{c^2} \tag{1}$$

Donde G = constante de grav. universal, c = velocidad de la luz, y M = masa.

¿Que pasaría si cruzamos el horizonte de sucesos? Bueno, depende:

- Desde tu perspectiva, no notarías nada en el momento de cruzar, si entras con los pies viendo hacía la singularidad, sentirías tus pies cada vez mas pesados, hasta llegar a un punto en el cual, la diferencia de gravedad entre tus pies y tu cabeza sería tan grande, que ocurre el fenómeno de espaguetización.
- Para alguien que te esta viendo desde un lugar seguro, parecería que te detienes en el espacio, y tu imagen se volverá cada vez mas roja, hasta desaparecer.

2.2. Singularidad

En el centro de un agujero negro, se encuentra la singularidad, un punto en el cual la curvatura del espacio-tiempo se vuelve infinita. Este concepto es problemático, ya que choca con las teorías de mecánica cuántica (la cual establece el cómo se pueden comportar la materia y la energía a escalas cuánticas). La teoría de la relatividad predice la singularidad, pero en cuanto tratamos de analizar cuánticamente, tenemos múltiples problemas, uno de ellos, la llamada paradoja de la información.

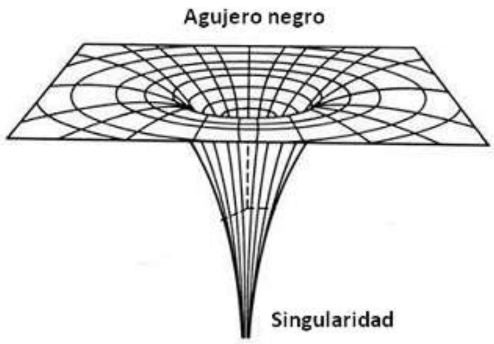

Figura 2. Singularidad de un agujero negro, podemos ver que, el espacio-tiempo, se curva hasta el infinito.

Paradoja de la unformación

Este es un tema bastante complejo, pero resumiendo: según la cuántica, la información sobre un estado cuántico no puede destruirse, sin embargo, cuando llega a la singularidad, parece desaparecer, lo que viola las reglas de la mecánica cuántica. Existen posibles soluciones, las más interesantes son:

1. Principio holográfico: la información podría codificarse y luego liberarse mediante la radiación de Hawking.
2. Múltiples universos: la información es transferida a otra región del espacio-tiempo ajena a este universo.
3. Agujeros de gusano: los agujeros negros podrían contener un puente de Einstein-Rosen, los cuales llevarían la información a otra región de este universo.

2.3. Radiación de Hawking

La radiación de Hawking, propuesta por Stephen Hawking, nos dice que los agujeros negros no son eternos, sino que pierden masa muy lentamente, y pueden desaparecer en algún punto. Esta teoría es sumamente bella, ya que conecta a la relatividad general, la mecánica cuántica, y la termodinámica en un solo marco teórico.

Lo que nos dice la radiación de Hawking es sumamente importante, ya que nos explica que, los agujeros negros no son realmente oscuros, sino que pueden emitir una forma de radiación debido a efectos cuánticos cerca del horizonte de sucesos. Esta radiación implica que los agujeros negros pueden evaporarse con el tiempo.

Forma matemática

Hawking mostró, en 1974, que los agujeros negros emiten radiación con una temperatura dada por:

$$T_H = \frac{\hbar c^3}{8\pi G M k_B} \tag{2}$$

Donde $\hbar$ es la constante de Planck reducida, y k_B la constante de Boltzmann.

El proceso de evaporación de los agujeros negros es extremadamente lento, incluso pudiendo tardar más tiempo que la edad del universo actual, entre más masa tiene el agujero negro, más es el tiempo de evaporación del mismo. En el caso de que se hayan formado miniagujeros negros en el Big Bang, algunos podrían estar en su fase final de evaporación hoy en día. Por eso, en junio de 2008, la NASA lanzó el telescopio espacial Fermi, el cual está buscando destellos terminales de rayos gamma, los cuales se esperarían en una hipotética evaporación de agujeros negros primordiales (formados en el Big Bang).

2.4. El tiempo en un agujero negro

El tiempo en un agujero negro se comporta de manera muy diferente a como lo experimentamos comúnmente en la Tierra, esto se debe a los efectos de la relatividad general, a medida que nos acercamos al horizonte de sucesos de un agujero negro, el tiempo se **ralentiza enormemente** para un observador externo.

Dilatación temporal gravitacional

La relatividad general predice que, el tiempo es relativo, y la gravedad afecta la percepción del tiempo. Cuanto más fuerte es la gravedad, más lento transcurre el tiempo.

Dentro de un agujero negro, el espacio y el tiempo están tan deformados, que todas las trayectorias llevan a la singularidad en el centro, donde la curvatura del espacio-tiempo es infinita. En la singularidad, según la relatividad general, es literalmente el final del tiempo, lo que plantea problemas físicos y filosóficos aún sin resolver.

Forma matemática

La ecuación que describe la dilatación temporal dada la relatividad general es:

$$t' = t\sqrt{1 - \frac{2GM}{rc^2}} \tag{3}$$

En donde t' es el tiempo medido por un observador en el agujero negro, t el tiempo medido por el observador ajeno, y r la distancia al centro del agujero negro.

2.5. Métodos de detección de agujeros negros

Aunque los agujeros negros no emiten luz, los astrónomos han desarrollado diversas formas de detectarlos, por ejemplo:

- Observación de discos de acreción: la materia que gira alrededor de un agujero negro emite radiación de alta energía, la cual puede ser detectada por telescopios espaciales.
- Efectos gravitacionales: si un objeto, como una estrella, muestra comportamientos extraños en su orbita (por ejemplo, que orbite un objeto invisible de gran masa), los astrónomos pueden inferir la presencia de un agujero negro.
- Ondas gravitacionales: cuando dos agujeros negros se encuentran, empiezan a orbitar el uno con el otro, llegando a una fusión en un agujero negro más grande. Esta fusión produce ondas gravitacionales, detectadas por observatorios como LIGO, que ya han confirmado la existencia de esos eventos cósmicos.

3. CONCLUSIONES

Los agujeros negros son una de las maravillas más impresionantes del cosmos. Desde su formación hasta su impacto en el universo, estos objetos desafían nuestra comprensión de la física y continúan inspirando nuevas investigaciones. Con cada avance científico, nos acercamos un poco más a desentrañar los secretos ocultos detrás de estos gigantes cósmicos. Mientras tanto, los agujeros negros siguen siendo un recordatorio del inmenso misterio y belleza del universo.

Esta revista se realizó con la intención de divulgar temas de ciencias a estudiantes de educación media superior. Los artículos fueron realizado por un estudiante de física de la Universidad de las Americas Puebla, como parte del programa de servicio social.