

Elektronik 2

FS 24 Guido Keel (Michael Lehmann)

Autoren:

Simone Stitz, Laurin Heitzer

Version:

1.0.20240603

<https://github.com/P4ntomime/elektronik-2>



Inhaltsverzeichnis

1 Feldeffekt-Transistoren	3	10 Schaltregler	6
1.1 FET-Typen und Symbole	3	10.1 Spannungswandler mit Spulen	6
1.2 Sperrschiert-FET / Junction FET (JFET)	3	10.2 Energien in den Komponenten	6
1.3 MOS-FETs	3	10.3 Aufwärtswandler (Boost, Step-Up Converter)	6
1.4 Verstärkerschaltungen mit FETs	3	10.4 Aufwärtswandler: Lückender Betrieb	7
1.5 MOS-FET als (Leistungs-)Schalter	3	10.5 Abwärtswandler (Buck, Step-Down Converter)	7
1.6 Transmission Gate	3	10.6 Invertierender Wandler (Buck-Boost Converter)	7
2 Transistor-Transistor-Logik	3	10.7 Flyback (Sperrwandler)	7
2.1 Resistor Transistor Logik (RTL)	3	10.8 Power Fail Control (PFC)	7
2.2 Dioden-Transistor-Logik (DTL)	4	10.9 Aufbau Modernes Netzteil	7
2.3 Transistor-Transistor-Logik (TTL)	4	10.10 Fazit Spannungswandler SMPS	7
3 CMOS-Logik	4	11 Passive Filter	7
3.1 Grundgatter in CMOS-Logik	4	11.1 Tiefpassfilter 1. Ordnung	7
3.2 Dualität NMOS – PMOS	4	11.2 Bodeplot Tiefpassfilter 1. und 2. Ordnung	7
3.3 Verlustleistung bei CMOS-Logik	4	11.3 Filter 2. Ordnung	8
3.4 Verzögerungszeit	4	11.4 Filter höherer Ordnung	8
4 Schmitt-Trigger	4	11.5 Zeitverhalten: Schrittantwort	8
4.1 Aufbau nichtinvertierender digitaler Schmitt-Trigger	4	11.6 Schrittantworten verschiedener Polgüten	8
4.2 Aufbau invertierender digitaler Schmitt-Trigger	4	11.7 Filter 2. Ordnung (passiv und aktiv)	8
4.3 Schmitt-Trigger vs. CMOS-Logik	4	12 Aktive Filter	8
5 Signalübertragung	4	12.1 Sallen-Key-Filter (Einfachmitkopplung)	8
5.1 Leitungstheorie	4	12.2 Multiple-Feedback-Struktur	8
5.2 Einfluss / Relevanz von Reflexionen	4	12.3 Sallen-Key vs. Multiple-Feedback Struktur	8
6 High-Speed-Logik	4	12.4 Vorgehen: UTF aus OPV-Filterschaltung ermitteln	8
6.1 Emitter Coupled Logic (ECL)	4	12.5 Zustandsvariablen-Filter (Biquad-Filter)	8
6.2 Current Mode Logic (CML)	5	13 Analyse von Filterschaltungen mit SFDs	9
7 Spannungsreferenzen	5	13.1 Eingangssadmittanzen / (Eingangsimpedanzen)	9
7.1 Spannungsteiler	5	13.2 OpAmp Impedanzfunktionen	9
7.2 Diodenreferenz	5	13.3 Regel von Mason (vereinfacht)	9
7.3 Spannungsreferenz mit mehreren Dioden	5	14 Switched-Capacitor-Verstärker	9
7.4 Spannungsreferenz mit Zenerdiodes (Shunt-Regler)	5	14.1 Switched-Capacitor-Verstärker	9
7.5 Bootstrap-Referenz (VD Stromquelle)	5	14.2 Vergleich RC- und SC-Integrator	9
7.6 Proportional To Absolute Temperature (PTAT)	5	14.3 RC- / SC-Filter	9
7.7 Bandgap-Spannungsreferenz	5	14.4 Fazit Filter	9
8 Lineare Spannungsregler	5	15 Single- und Dual-Slope-Wandler	9
8.1 Spannungsstabilisierung mit Z-Diode und BJT	5	15.1 Dual-Slope-Wandler	9
8.2 Linearer Spannungsregler	5	15.2 Single-Slope-Wandler	10
8.3 Low-Dropout-Regler mit pnp-Längstransistor (LDO)	5	15.3 Dual-Slope-Wandler für pos. und neg. Eingangsspannungen	10
8.4 Einstellbarer Serie-Spannungsregler	6	16 Sigma-Delta-ADC	10
9 Spannungswandler mit Ladungspumpen	6	16.1 Aufbau Sigma-Delta-ADC	10
9.1 Grundprinzip Switched-Capacitor-Schaltungen (SC)	6	16.2 Sigma-Delta-Modulator 1. Ordnung	10
9.2 Grundprinzip Ladungspumpen	6	16.3 Sigma-Delta-Modulator im Zeitbereich	10
9.3 Allgemeine Funktionsweise geschaltete Kapazitäten	6	16.4 Modellierung Sigma-Delta-Modulator im Frequenzbereich	10
9.4 Spannungsversion mit Switched Capacitors	6	16.5 Oversampling / Signal-Rausch-Abstand (SNR)	10
9.5 Spannungsverdoppler mit Switched Capacitors	6	16.6 Sigma-Delta-Wandler 2. Ordnung	10
9.6 Dickson Charge Pump (Spannungsvervielfacher)	6		

17 Multi-Bit Modulatoren	10	19.2 Rauschen in der Elektronik	11
17.1 1 Bit vs. Multi-Bit ADC (im Modulator)	10	19.3 Arten von Rauschen	11
17.2 1 Bit vs. Multi-Bit DAC (im Modulator)	10	19.4 Amplitude und Leistung des Rauschens	11
17.3 Dynamic Element Matching (DEM), Mismatch-Shaping	10	19.5 Rauschen von Widerständen	11
17.4 Fazit Sigma-Delta-Modulatoren	11	19.6 Rauschen von Spannungsteilern	11
17.5 Digitalfilter	11	19.7 Rauschen von Netzwerken	11

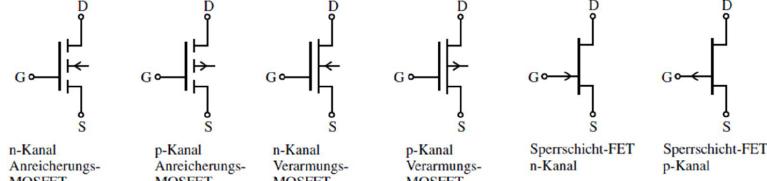
18 Sigma-Delta-DAC	11	19.8 Rauschbandbreite	12
18.1 Pattern-Noise	11	19.9 Rauschen von OpAmps	12
18.2 Bilanz Sigma-Delta-DAC	11	19.10 Noise und Signal to Noise Ratio (SNR)	12

19 Rauschen	11	19.11 Rauschen vermindern	12
19.1 Übersicht der Größen und Zusammenhänge	11		

20 Anhang	12		
20.1 Temperaturabhängigkeit von Widerständen	12		

1 Feldeffekt-Transistoren

1.1 FET-Typen und Symbole

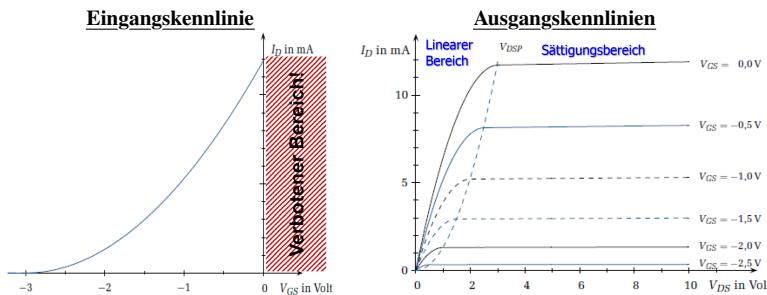


1.1.1 Anschlüsse eines FET

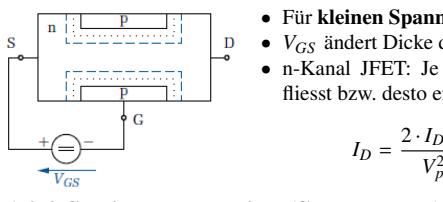
Kanal von Drain zu Source (Stromfluss), gesteuert von Gate (und Bulk)

1.2 Sperrsicht-FET / Junction FET (JFET)

1.2.1 Kennlinien



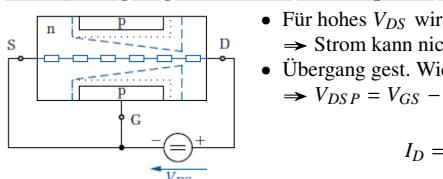
1.2.2 Linearer Bereich (gesteuerter Widerstand)



- Für kleinen Spannung-Unterschied V_{DS}
- V_{GS} ändert Dicke der Raumladungszone (Kanal)
- n-Kanal JFET: Je negativer V_{GS} , desto weniger Strom fließt bzw. desto enger der Kanal

$$I_D = \frac{2 \cdot I_{DSS}}{V_p^2} \left(V_{GS} - V_p - \frac{V_{DS}}{2} \right) V_{DS}$$

1.2.3 Sättigungs-Bereich (Stromquelle)



- Für hohes V_{DS} wird leitender Kanal abgeschürtet \Rightarrow Strom kann nicht weiter steigen (Stromquelle)
- Übergang gest. Widerstand zu Stromquelle @ $V_{DSp} = V_{GS} - V_p$ (V_p = Pinch-Off-Spannung)

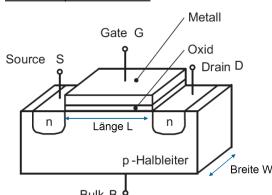
$$I_D = \frac{I_{DSS}}{V_p^2} \cdot (V_{GS} - V_p)^2$$

Verstärkungsmass Transkonduktanz:

$$g_m = \frac{2 \cdot I_{DSS}}{V_p^2} \cdot (V_{GS} - V_p) = \frac{2}{|V_p|} \cdot \sqrt{I_{DSS} \cdot I_D} \quad [g_m] = S$$

1.3 MOS-FETs

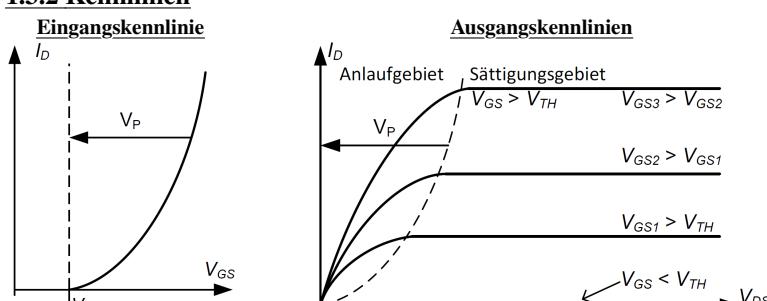
1.3.1 Aufbau



L Länge des Transistors
W Breite des Transistors

- N-Kanal FET: Drain und Source sind n-dotiert
- Kanal ist p-dotiert

1.3.2 Kennlinien



1.3.3 Bereiche

- Sperrbereich: $V_{GS} < V_{TH}$
- Linearer (Widerstands-)Bereich / Anlaufbereich: $V_{GS} > V_{TH}$
- Sättigungsbereich (Stromquelle): $V_{DS} > V_{GS} - V_{TH}$

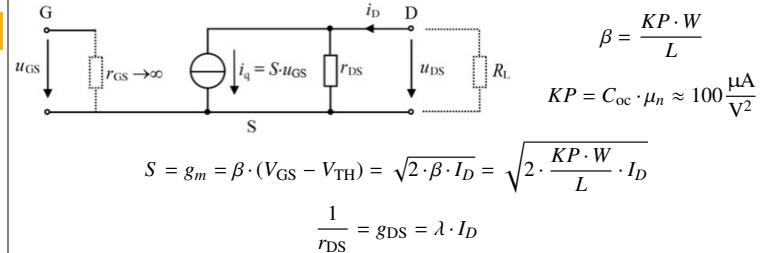
Anlaufbereich (Linearer Bereich)

$$I_{D,lin} = \beta \cdot (V_{GS} - V_{TH} - \frac{V_{DS}}{2}) \cdot V_{DS}$$

Sättigungsbereich (Stromquelle)

$$I_{D,sat} = \frac{\beta}{2} \cdot (V_{GS} - V_{TH})^2$$

1.3.4 Kleinsignal-Ersatzschaltung (MOS-FET)



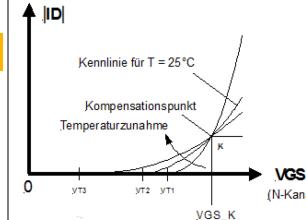
$$\beta = \frac{KP \cdot W}{L}$$

$$KP = C_{oc} \cdot \mu_n \approx 100 \frac{\mu A}{V^2}$$

$$S = g_m = \beta \cdot (V_{GS} - V_{TH}) = \sqrt{2 \cdot \beta \cdot I_D} = \sqrt{2 \cdot \frac{KP \cdot W}{L} \cdot I_D}$$

$$\frac{1}{r_{DS}} = g_{DS} = \lambda \cdot I_D$$

1.3.5 Temperaturabhängigkeit der Übertragungskennlinie



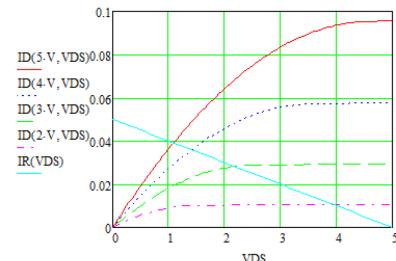
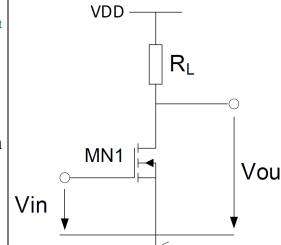
Für den n-Kanal FET gilt:

- Threshold-Spannung V_{TH} sinkt mit 1-2 $\frac{\mu V}{K}$
- β sinkt mit steigender Temperatur
- Im Kompressionspunkt bleibt I_D für fixes V_{GS} konstant

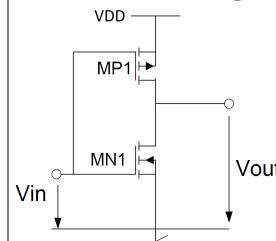
1.4 Verstärkerschaltungen mit FETs

1.4.1 Source-Schaltung mit Lastwiderstand

Um den Arbeitspunkt der Schaltung zu bestimmen, wird die Lastgerade von R_L in das Ausgangskennlinienfeld eingezeichnet:



1.4.2 Push-Pull / Digitaler Inverter



- V_{in} geht auf NMOS und PMOS
- Ermöglicht grössere Verstärkung

Für $V_{in} \approx \frac{V_{DD}}{2}$ gilt:

$$AV_0 = -(g_{m1} + g_{m2}) \cdot (r_{DS1} \parallel r_{DS2})$$

1.5 MOS-FET als (Leistungs-)Schalter

Wenn der FET als Schalter eingesetzt wird, so arbeitet er im **linearen Bereich** ($V_{GS} > V_{TH}$, d.h. $V_{out} < V_{DD} - V_{TH}$)

$$I_{D,lin} = \beta \cdot (V_{GS} - V_{TH} - \frac{V_{DS}}{2}) \cdot V_{DS}$$

$$r_{DS} = \frac{dV_{DS}}{dI_D} = \frac{1}{\beta \cdot (V_{GS} - V_{TH})}$$

Schalter geschlossen: $R_{FET} = R_{DS(on)}$

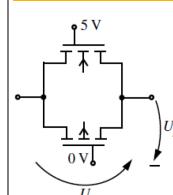
Schalter offen: $R_{FET} = \infty$

1.5.1 Verlustleistung / Erwärmung

$$P_V = R_{DS} \cdot I_{DS}^2 = 0 \text{ W}$$

$$\Delta T = R_{th} \cdot P_V$$

1.6 Transmission Gate



Im Bild links gilt: $V_{DD} = 5 \text{ V}$, $V_{SS} = 0 \text{ V}$

- NMOS (oben) leitet für $V_{in} < V_{DD} - V_{TH,n}$
- PMOS (unten) leitet für $V_{in} > V_{SS} - V_{TH,p}$
- Source und Drain austauschbar
- Strom kann in beide Richtungen fliessen

2 Transistor-Transistor-Logik

- Meist statischer Stromverbrauch
- Asymmetrische Schaltschwellen (weniger Marge als CMOS-Logik)

2.1 Resistor Transistor Logik (RTL)

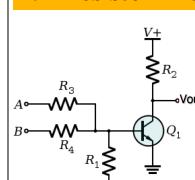


Bild: NOR-Gate

- Ausgangsspannung $V_{out} = V_+$ oder $V_{out} = V_{CE,sat}$
- Fan-Out ist begrenzt** (Werden zu viele weitere Gatter an den Ausgang gehängt, so reicht der Strom nicht mehr, um diese zu treiben \Rightarrow Spannungslevel stimmen nicht mehr, um Transistoren durchzusteuren)

2.2 Dioden-Transistor-Logik (DTL)

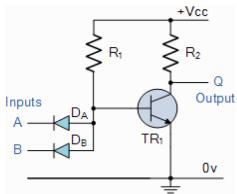
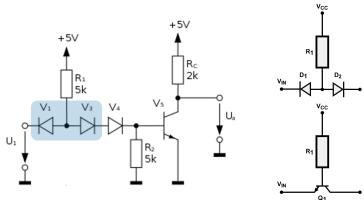


Bild: NAND-Gate

- Fan-Out grösser**, da Transistor aktiv nach '0' zieht
- R_2 muss keine Gatter treiben (kein grosser Stromfluss)
- Nachteile: Sehr tiefer Störabstand; Transistor leitet schon bei Spannungen, welche kaum > 0 V sind

2.3 Transistor-Transistor-Logik (TTL)

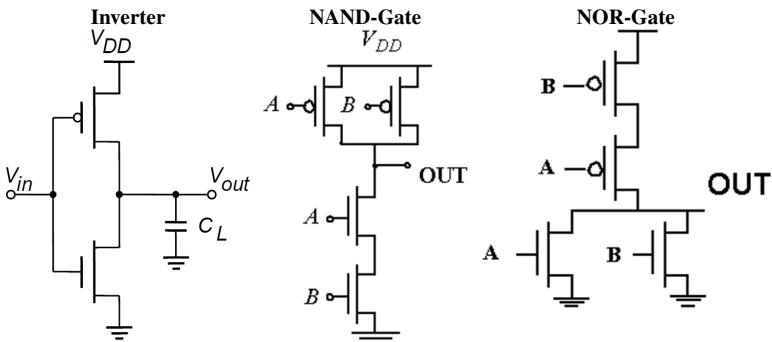


- Schaltschwelle am Eingang wird durch Dioden V_3 und V_4 um 1.4 V erhöht
- Dioden V_1 und V_3 bilden npn-Struktur \Rightarrow npn-Transistor

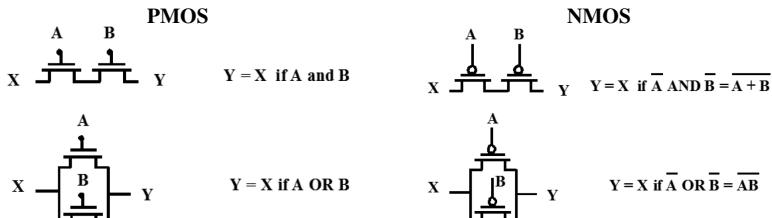
3 CMOS-Logik

- Entweder leitender Pfad nach V_{SS} (NMOS) oder V_{DD} (PMOS)
- Kein statischer Stromverbrauch
- Langsamer als Bipolar
- Symmetrische Schaltschwellen bei ca. $\frac{V_{DD}}{2}$ (Übertragungskennlinie)
- Output-Level V_{ol} , V_{oh} näher bei Speisung als Input Level V_{il} , V_{ih} \Rightarrow mehr Marge
- Höhere Speisespannung \Rightarrow weniger propagation delay
- Nicht geeignet zur Datenübertragung über längere Strecken (kein 50Ω Abschluss)

3.1 Grundgatter in CMOS-Logik



3.2 Dualität NMOS – PMOS



3.3 Verlustleistung bei CMOS-Logik

$$P_V = C \cdot V_{CC}^2 \cdot f$$

C Kapazität (aus Datenblatt)
f Frequenz

3.4 Verzögerungszeit

Linearer Bereich

$$t_{pHL} = 0.69 \cdot R_{on} \cdot C_L$$

\Rightarrow Exponentielle Entladung!

Sättigung (Stromquellen-Bereich)

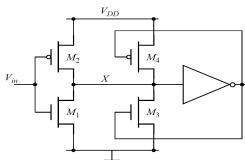
$$t_{pHL} = \frac{C_L \cdot \frac{V_{swing}}{2}}{I_{sat}} \approx \frac{C_L}{k_n \cdot V_{DD}}$$

\Rightarrow Lineare Entladung!

4 Schmitt-Trigger

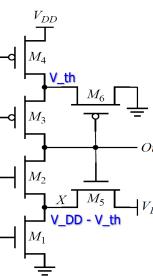
- Schaltschwellen müssen nicht sehr genau sein
- Schmitt-Trigger garantieren auch bei verrauschten Signalen saubere (einmalige) Schaltwellen, dank der Hysterese

4.1 Aufbau nichtinvertierender digitaler Schmitt-Trigger



- M_1, M_2 : Digitale Inverter
- M_3, M_4 : gesteuerte Widerstände
- Für $V_{out} = 0$** : M_4 leitet, M_3 sperrt
- Für $V_{out} = 1$** : M_3 leitet, M_4 sperrt
- M_3, M_4 verschieben Schaltschwellen abhängig von V_{out} \Rightarrow Hysterese

4.2 Aufbau invertierender digitaler Schmitt-Trigger



- Ohne M_5, M_6 : Normaler Inverter mit je 2 Serie-Transistoren
- Für $V_{out} = 1$** : Durch M_5 fließt Strom in M_1
- V_{in} muss höher sein, um Strom der PMOS aufzunehmen \Rightarrow Höhere Schaltschwelle für High-Log-Übergang
- 'Inverses' gilt für M_6 und M_4

4.3 Schmitt-Trigger vs. CMOS-Logik

	Low Power	Noise Rejection	Supports Slow Inputs
Input Voltage Waveforms			
Standard CMOS Input Response Waveforms			
Schmitt-trigger CMOS Input Response Waveforms			

5 Signalübertragung

5.1 Leitungstheorie

- Leitungen haben Widerstände, Kapazitäten und Induktivitäten \Rightarrow RLC-Netzwerke
- Fortpflanzungsgeschwindigkeit Signal**: $v = 10 - 20 \text{ cm/ns}$ (Lichtgeschwindigkeit: $c = 30 \text{ cm/ns}$)
- Ev. **Impedanzanpassungen** zur Verhinderung von **Reflexionen** nötig (meistens 50Ω)
- CMOS-Logik: tiefen Quellenwiderstand, hohen Eingangswiderstand \Rightarrow Nicht geeignet zur Datenübertragung über 'längere Strecken'

5.2 Einfluss / Relevanz von Reflexionen

5.2.1 Keine Reflexionen

Wenn nichts anderes bekannt gilt: $T_r = \frac{1}{10} \cdot T$

$$T_d < \frac{1}{2} \cdot T_r$$

$T_r = T_f$ Anstiegs- / bzw. Abfallzeit des Signals
 T_d Laufzeit des Signals
 T Periodendauer

5.2.2 Reflexionen

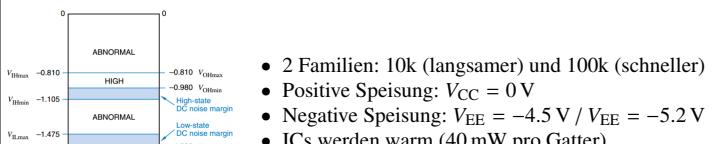
$$l > \frac{1 \cdot 10^7 \text{ m}}{f_{max}}$$

f_{max} Maximal enthaltene Frequenz im Signal
 l Länge der Leitung

6 High-Speed-Logik

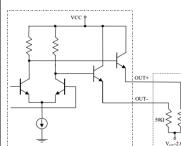
- Sättigung verhindern, da langsam (bei Bipolar-Transistoren)
- Reduzierter Spannungshub
- Stromsteuerung, da Ströme schneller geschaltet werden als Spannungen

6.1 Emitter Coupled Logic (ECL)



- 2 Familien: 10k (langsamer) und 100k (schneller)
- Positive Speisung: $V_{CC} = 0 \text{ V}$
- Negative Speisung: $V_{EE} = -4.5 \text{ V}$ / $V_{EE} = -5.2 \text{ V}$
- ICs werden warm (40 mW pro Gatter)
- Eingangssignal V_I wird mit fixer Referenz V_R verglichen
- Von $V_R - 100 \text{ mV}$ bis $V_R + 100 \text{ mV}$ kippt Ausgangsspannung von V_{CC} auf $V_{CC} - R_C \cdot I_C$
- Differentieller Spannungshub der Ausgänge: $V_{diff} = \pm R_C \cdot I_C$
- Spannungspegel nicht kompatibel zu CMOS / TTL

6.1.1 Positive Emitter Coupled Logic PECL

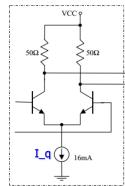


- Positive Speisung: $V_{CC} = 5 \text{ V}$
- Negative Speisung: $V_{EE} = 0 \text{ V}$
- Ausgangsbeschaltung mit 50Ω Abschluss zu $V_{CC} - 2 \text{ V}$ \Rightarrow Reduktion der Reflexionen!
- Spannungspegel sind kompatibel zu CMOS / TTL

6.1.2 Low Voltage Positive ECL (LVPECL)

- Speisespannungen: $V_{CC} = 3.3 \text{ V}$; $V_{EE} = 0 \text{ V}$
- Weniger Leistung als 5 V Logik; leichter anpassbar an 3.3 V Logik

6.2 Current Mode Logic (CML)



- Terminierung am Eingang der Folgestufe gegen V_{CC}
- Äquivalenter Widerstand: $R_{C_{eq}} = 50 \Omega \parallel 50 \Omega = 25 \Omega$

$$\text{Differentielle Spannung: } V_{\text{diff}} = \pm R_{C_{eq}} \cdot I_q$$

6.2.1 CML vs. ECL

ECL

- Diff-Amp mit Transistor-Buffer; Ausgang am Emitter
- Single-ended Input (2. Eingang auf fixer Spannung)
- Single-ended Output (z.T. auch differentiell)

CML

- Ausgang direkt vom Diff-Amp
- Differentieller Input und differentieller Output
- Impedanzanpassung zur Reduktion von Reflexionen (50Ω)

6.2.2 Vorteile / Nachteile von CML gegenüber CMOS-Logik

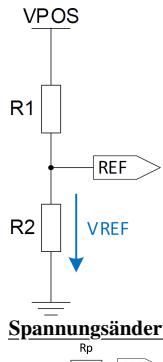
- + high Speed
- + konstanter Strom (kaum Speisungseinbrüche)
- + differentiell: wenig Störung
- + kann Kabel treiben

- hoher statischer Stromverbrauch
- differentiell: benötigt doppelt so viele Leitungen
- aufwändiges PCB-Layout wegen angepassten Leistungsimpedanzen nötig

7 Spannungsreferenzen

- Referenzspannungsquellen liefern idealerweise Ausgangsspannungen, welche **unabhängig** von Temperatur, Speisespannung und Last sind
- 2 Hauptprinzipien: Zenerdioden (meistens mit $V_Z = 5.6 \text{ V}$) und Bandgap-Quellen mit $V_{out} = 1.25 \text{ V}$

7.1 Spannungsteiler



Speisespannungsabhängigkeit

Spannungsänderung:

$$\Delta V_{\text{ref}} = \Delta V_{\text{POS}} \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Temperaturabhängigkeit

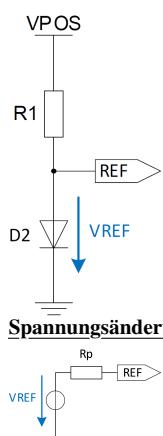
Da die Widerstände **gleiche Temperaturkoeffizienten** haben ändert sich der Strom durch R_1 und R_2 , jedoch nicht das Widerstandsverhältnis $\Rightarrow V_{\text{ref}}$ bleibt **konstant** \Rightarrow gut

Spannungsänderung bei Lastwechsel

Ersatzschaltung der Referenzquelle durch Thévenin-Äquivalent mit

$$R_P = R_1 \parallel R_2 \quad \Rightarrow \text{sehr lastabhängig, da } R_P \text{ gross}$$

7.2 Diodenreferenz



Speisespannungsabhängigkeit

$$\text{Sensitivität: } \frac{V_{\text{ref}}}{I} = \frac{1}{\ln(\frac{I}{I_S})} = 0.065 \Rightarrow \text{gut}$$

Temperaturabhängigkeit

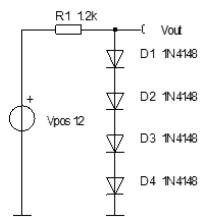
Diode hat einen **Temperaturkoeffizient von -2 mV/K** , d.h. V_{ref} ändert ebenfalls mit -2 mV/K \Rightarrow schlecht

Spannungsänderung bei Lastwechsel

Diode durch Kleinsignal-Ersatzschaltung ersetzen und Ersatzschaltung der Referenzquelle durch Thévenin-Äquivalent mit

$$R_P = R_1 \parallel r_D \quad \Rightarrow \text{weniger lastabhängig, da } r_D = \frac{n \cdot V_T}{I_D} \approx 7 \Omega$$

7.3 Spannungsreferenz mit mehreren Dioden

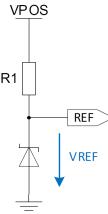


m = Anzahl Dioden in Serie (links: $m = 4$)

- Strom durch Dioden muss $> 0 \text{ A}$ sein, damit $V_D \approx 0.7 \text{ V}$
- Spannung über m Dioden: $V_{\text{out}} = m \cdot V_D$
- Max. Ausgangsstrom: $I_{\text{out,max}} = \frac{V_{\text{pos}} - V_{\text{out}}}{R_1}$
- Temperaturabhängigkeit: $TK_{\text{tot}} = m \cdot -2 \text{ mV/K}$

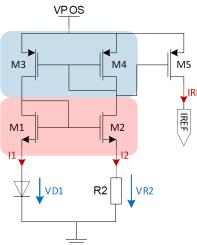
7.4 Spannungsreferenz mit Zenerdiode (Shunt-Regler)

Shunt-Regler: Überflüssiger Strom wird durch ein Element abgeführt \Rightarrow Je nach Last wird mehr oder weniger Strom in Z-Diode verheizt



- V_{REF} entspricht Zener-Spannung der Z-Diode
- Häufigste Zener-Spannung: $5.6 \text{ V} \Rightarrow TK = 0 \text{ mV/K}$
- Strom $I = \frac{V_{\text{POS}} - V_{\text{REF}}}{R_1}$ fließt entweder durch Diode oder durch Last
- $I_{\text{out}} < I_{\text{out,max}} = \frac{V_{\text{POS}} - V_{\text{REF}}}{R_1}$

7.5 Bootstrap-Referenz (V_D Stromquelle)



- Stromspiegel M_3 und $M_4 \Rightarrow I_1 = I_2$
- Stromspiegel M_1 und $M_2 \Rightarrow V_{GS1} = V_{GS2}$ da $I_1 = I_2$
- Da Temperaturkoeffizient von $V_{D1} \approx -2 \text{ mV/K}$ nimmt I_{out} mit steigender Temperatur ab \Rightarrow schlechte Referenz
- Schaltung hat zwei mögliche Arbeitspunkte (AP $I_1 = I_2 = 0$ ist unerwünscht!)

$$V_{D1} = I_2 \cdot R_2 = V_{R2}$$

$$I_{\text{REF}} = I_1 = I_2$$

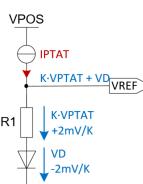
7.6 Proportional To Absolute Temperature (PTAT)

$$V_D = n \cdot \frac{kT}{q} \cdot \ln\left(\frac{I_D}{I_S}\right) \quad V_{DN} = n \cdot \frac{kT}{q} \cdot \ln\left(\frac{I_{DN}}{N \cdot I_S}\right)$$

$$\Delta V_D = V_D - V_{DN} = n \cdot \frac{kT}{q} \cdot \ln(N) = TK \cdot T$$

$\Rightarrow \Delta V_T$ ist proportional zur absoluten Temperatur T

7.7 Bandgap-Spannungsreferenz



$$V_{\text{REF}} = K \cdot V_{\text{PTAT}} + V_D$$

- Der positive Temperaturkoeffizient von V_{PTAT} wird mit dem Faktor K verstärkt, sodass $K \cdot TK_{\text{PTAT}} = +2 \text{ mV/K}$
- Der nur positive Temperaturkoeffizient wird mit einer Diodenquelle mit $TK_{\text{Diode}} = -2 \text{ mV/K}$ kompensiert
- Der gesamte Temperaturkoeffizient $TK_{\text{bandgap}} = 0 \text{ mV/K}$
- V_{REF} buffern, damit der Ausgang belastet werden darf

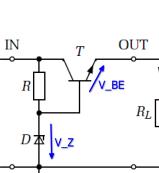
Beispiel: LM4041 Shunt Voltage Bandgap Reference

$$V_{\text{out}} = V_Z = V_{\text{REF}} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

- Einstellbare Referenzspannung $V_Z = V_{\text{out}}$
- Interne Referenz: $V_{\text{REF}} = 1.25 \text{ V}$ (Bandgap-Referenz)

8 Lineare Spannungsregler

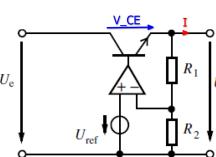
8.1 Spannungsstabilisierung mit Z-Diode und BJT



$$V_{\text{out}} = V_Z - V_{BE}$$

- Ausgang kann viel Strom liefern
- Ausgangsspannung sinkt um ca. 20 mV bei Verdoppelung des Stroms
- Ausgangsspannung sinkt um -2 mV/K
- Keine Regelung der Ausgangsspannung
- Schnell und stabil, aber nicht genau

8.2 Linearer Spannungsregler

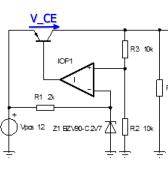


$$U_a = V_{\text{ref}} \left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right)$$

$$P_V = V_{CE} \cdot I$$

- OpAmp Ausgang ändert so lange, bis für die Spannungen $V_{R2} = V_{\text{ref}}$ ($= 1.25 \text{ V}$) gilt
- Minimaler Spannungsabfall V_{CE} über Regler: bis 2.5 V
- Regler kann sehr warm werden \Rightarrow Verlustleistung P_V

8.3 Low-Dropout-Regler mit pnp-Längstransistor (LDO)

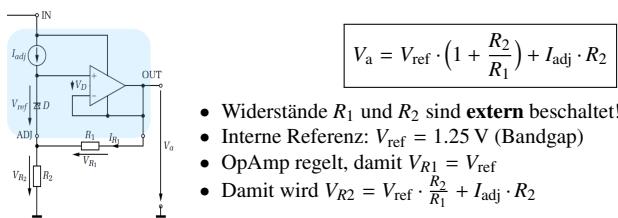


$$V_{\text{out}} = V_{\text{ref}} \left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right)$$

$$P_V = V_{CE} \cdot I$$

- Feedback auf **positiven** OpAmp-Eingang!
- Ansteuerung Längstransistor mit Basisspannung $< V_{\text{out}}$
- Kleiner minimaler Spannungsabfall V_{CE} über Regler ($V_{CE,\text{sat}}$)
- Auch erhältlich mit PMOS-Transistor statt pnp-Transistor
- Regler kann sehr warm werden \Rightarrow Verlustleistung P_V

8.4 Einstellbarer Serie-Spannungsregler

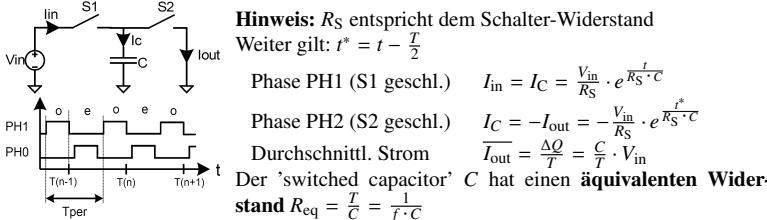


9 Spannungswandler mit Ladungspumpen

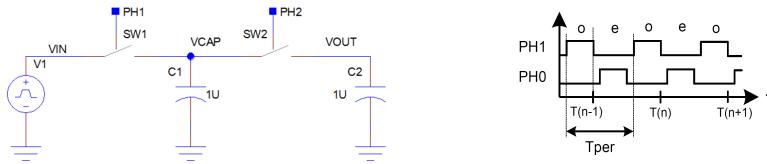
- Ladung kann **nicht springen** und nicht vernichtet werden
⇒ Ladung wird umverteilt!
- Ladungspumpen sind billige, effiziente Spannungswandler
(Wirkungsgrad > 99 % möglich)

$$Q = C \cdot V$$

9.1 Grundprinzip Switched-Capacitor-Schaltungen (SC)



9.2 Grundprinzip Ladungspumpen



Ausgangsspannung V_{out} nähert sich schrittweise exponentiell der Eingangsspannung an!

Im ersten Zyklus ist $V_{\text{out}} = 0 \text{ V}$

Phase PH1 Kapazität C_1 wird auf V_{in} geladen

$$Q_1 = C_1 \cdot V_{\text{in}}$$

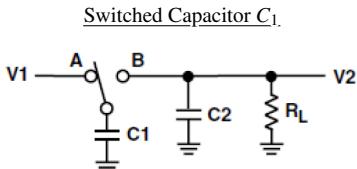
Phase PH2 Ladung **verschiebt** sich von C_1 auf C_2 , bis beide Kapazitäten dieselbe Spannung aufweisen

$$Q_{\text{tot}} = Q_1 + Q_2 = C_1 \cdot V_{\text{in}} + C_2 \cdot V_{\text{out}}$$

$$\Rightarrow \text{Neue Ausgangsspannung: } V_{\text{out}} = \frac{Q_{\text{tot}}}{C_1 + C_2}$$

Wichtig: Die PH0 muss vollständig abgeschlossen sein, bevor PH2 beginnt.

9.3 Allgemeine Funktionsweise geschaltete Kapazitäten

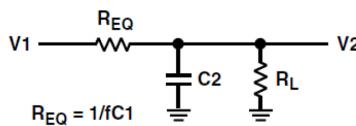


• Strom fließt in 'Paketen':

$$\Delta Q = C_1 \cdot \Delta V$$

• Durchschnittlicher Strom proportional zu C_1 , ΔV und Schaltfrequenz f

Ersatzschaltung mit R_{eq}



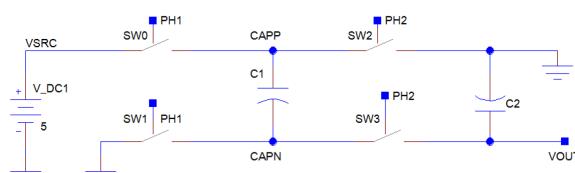
- Durchschnittlicher Strom proportional zu ΔV und $\frac{1}{R}$
- Geschaltetes C_1 bildet äquivalenten Widerstand $R_{\text{eq}} = \frac{1}{f \cdot C_1} = \frac{T}{C}$

Für beide Schaltungen gilt, dass der **finale Wert der Ausgangsspannung** $V_{\text{out}} = V_2$ durch den **Spannungsteiler** von R_L und R_{eq} bestimmt wird:

$$V_{\text{out}} = V_{\text{in}} \cdot \frac{R_L}{R_{\text{eq}} + R_L}$$

$$I = \frac{V_1 - V_2}{R_{\text{eq}}}$$

9.4 Spannungsinversion mit Switched Capacitors



Ausgangsspannung V_{out} nähert sich schrittweise exponentiell $-V_{\text{SRC}}$ an!

Im ersten Zyklus ist $V_{\text{out}} = 0 \text{ V}$

Phase PH1 Kapazität C_1 wird auf V_{SRC} geladen

$$Q_1 = C_1 \cdot V_{\text{SRC}}$$

Phase PH2 Positiver Anschluss von C_1 wird mit GND verbunden

⇒ Negativer Anschluss von C_1 auf Potential $-V_{\text{SRC}}$

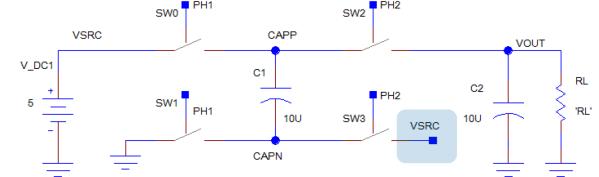
$$Q_{\text{tot}} = Q_2 - Q_1 = C_2 \cdot V_{\text{out}} - C_1 \cdot V_{\text{SRC}}$$

⇒ Neue Ausgangsspannung: $V_{\text{out}} = \frac{Q_{\text{tot}}}{C_1 + C_2}$

Für $C_1 = C_2$ ändert sich die Ausgangsspannung V_{out} folgendermassen:

$$V_{\text{out}} = \left(-\frac{1}{2}, -\frac{3}{4}, -\frac{7}{8}, \dots, -1\right) \cdot V_{\text{SRC}}$$

9.5 Spannungsverdoppler mit Switched Capacitors



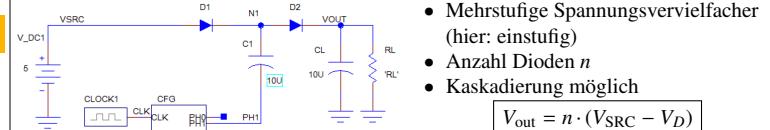
• PH1: C_1 wird auf Eingangsspannung V_{in} aufgeladen

• PH2: Negativer Anschluss CAPN wird mit V_{SRC} verbunden

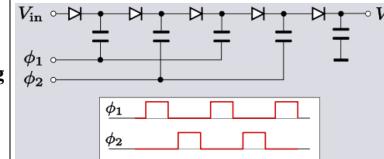
⇒ Positiver Anschluss C_1 springt auf $2 \cdot V_{\text{SRC}}$

• Ladung teilt sich zwischen C_1 und C_2 auf, sodass V_{out} schrittweise ansteigt

9.6 Dickson Charge Pump (Spannungsvervielfacher)



9.6.1 Mehrstufige Dickson Charge Pump



10 Schaltregler

SMPS (switched-mode-power-supply) sind getaktete Systeme, deren übliche Schaltfrequenzen im Bereich von 20 kHz bis zu einigen MHz liegen.

10.1 Spannungswandler mit Spulen

• Grundprinzip

– Energie wird aus einer (Spannungs-)Quelle bezogen, in verlustarmen Elementen (**Spulen**, Kondensatoren) zwischengespeichert, auf die gewünschte Spannung gebracht und stabilisiert.

• Gemeinsamkeiten aller aufgeführten Spannungswandler mit Spulen

– Energie wird in Magnetfeld gespeichert $E_L = \frac{1}{2} L \cdot i_L^2$

– Spannung über Spule bewirkt Änderung des Stroms

$$V_L = L \cdot \frac{di_L}{dt} \quad \text{oder} \quad i_L = \frac{1}{L} \int V_L(t) dt + I_0 = \frac{V_L}{L} \cdot t + I_0$$

– Zur Stabilisierung der Spannung werden Kondensatoren benötigt (potentieller LC-Schwingkreis!)

– Für die meisten Rechnungen kann man annehmen, dass:

* V_{in} und V_{out} **konstant** sind

* Die **Schalter ideal** sind (kein Schaltwiderstand)

* Die **Dioden keinen Spannungsabfall** haben

Hinweis: Zur Steigerung der Effizienz werden Dioden manchmal durch MOS-FETs ersetzt ('nur' $R_{\text{DS,ON}}$ statt grosser Spannungsabfall). Die Schalter werden in der Praxis ebenfalls mit einem FET realisiert.

10.2 Energien in den Komponenten

Energie in Spule

$$E_L = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i_L^2$$

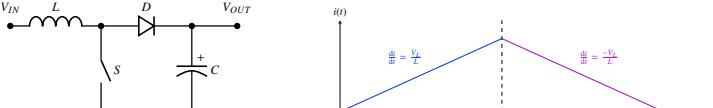
Energie in Kondensator

$$E_C = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V_C^2$$

Energie in Last (pro Periode)

$$E_{\text{load}} = \frac{1}{2} P_{\text{load}} \cdot T_{\text{clk}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{V_{\text{out}}^2}{R_{\text{load}}} \cdot T_{\text{clk}}$$

10.3 Aufwärtswandler (Boost, Step-Up Converter)



1. Phase Energie in Spule speichern

- Schalter geschlossen
- $V_L = V_{\text{in}}$ liegt an Spule an
- i_L muss nicht bei $I_0 = 0$ starten!

2. Phase Entmagnetisierung

- Schalter offen
- Strom sinkt, wenn $V_{\text{out}} > V_{\text{in}}$
- Eingeschwungener Zustand: $i_L = I_0$

In **beiden Phasen** gelten die folgenden Formeln:

Ladephase

$$\Delta I_{L_{on}} = \frac{1}{L} \cdot V_{in} \cdot t_{on}$$

$$I_{L_{on}} = \frac{1}{L} \cdot V_{in} \cdot t_{on} + I_0$$

$$\Delta I_{L_{off}} = \frac{1}{L} \cdot (V_{in} - V_{out}) \cdot t_{off}$$

$$I_{L_{off}} = \frac{1}{L} \cdot (V_{in} - V_{out}) \cdot t_{off} + I_0$$

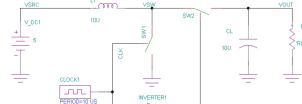
Gleichgewicht (eingeschwungen)
Ausgangsspannung

$$\Delta I_{L_{on}} = -\Delta I_{L_{off}}$$

$$V_{out} = V_{in} \cdot \left(1 + \frac{t_{on}}{t_{off}}\right)$$

Die Ausgangsspannung V_{out} ist abhängig von der Last \Rightarrow Bei hochohmiger Last kann die Ausgangsspannung sehr gross werden!

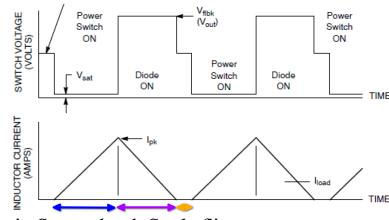
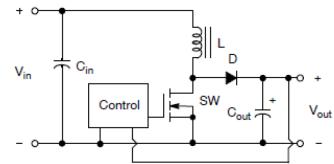
10.3.1 Synchronous Boost Converter



- Diode ersetzt durch Schalter SW2
- Entweder SW1 oder SW2 geschlossen
- VSW somit immer leitend verbunden, entweder mit GND oder mit V_{out}
- In Spule fliesst immer ein Strom

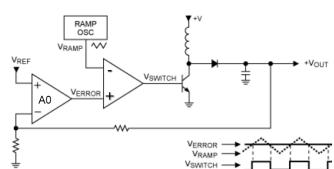
Achtung: Bei kleinen Lasten fliesst Strom in die Quelle zurück und die Verlustleistung in der Spule ist grösser (Drahtwiderstand)

10.4 Aufwärtswandler: Lückender Betrieb



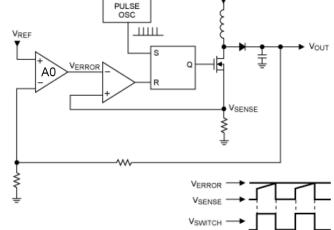
- Es existiert ein 3. Zustand, in welchem kein Strom durch Spule fliesst
- Aus $i_L = 0$ folgt $V_L = 0$
- Schalter SW offen, damit Spannung am Knoten SW = V_{in} wird \Rightarrow Diode sperrt
- Control schliesst Schalter, nachdem $V_{out} < V_{out,soll}$ ist \Rightarrow Regelung von V_{out}

10.4.1 Regelung der Ausgangsspannung: voltage-mode control



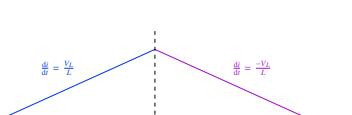
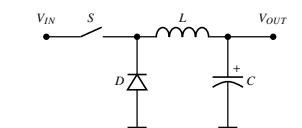
- Verstärker mit Verstärkung A0
- Komparator vergleicht V_{ERROR} mit V_{RAMP}
- $V_{OUT} - V_{REF} \uparrow \uparrow$, $V_{ERROR} \uparrow \uparrow$, Schalter muss länger geschlossen bleiben
 \Rightarrow grösserer Duty Cycle $\Rightarrow V_{OUT} \uparrow$

10.4.2 Regelung der Ausgangsspannung: current-mode control



- Strom wird mit Shunt-Widerstand durch Spannung V_{SENSE} gemessen
- Verstärker mit Verstärkung A0
- Komparator resetted Flip-Flop
 \Rightarrow Schalter (FET) öffnet
- Häufiger zur Regelung verwendet als vorherige Schaltung

10.5 Abwärtswandler (Buck, Step-Down Converter)



Vereinfachungen: V_{out} konstant, kein Spannungsabfall über Diode und Schalter
Formeln gelten nur, wenn immer ein Strom in der Spule fliesst

Ladephase

$$\Delta I_{L_{on}} = \frac{1}{L} \cdot (V_{in} - V_{out}) \cdot t_{on}$$

$$I_{L_{on}} = \frac{1}{L} \cdot (V_{in} - V_{out}) \cdot t_{on} + I_0$$

$$\Delta I_{L_{off}} = -\frac{1}{L} \cdot V_{out} \cdot t_{off}$$

$$I_{L_{off}} = -\frac{1}{L} \cdot V_{out} \cdot t_{off} + I_0$$

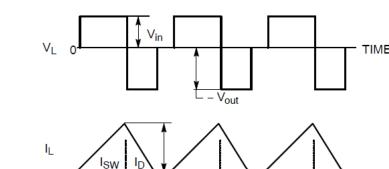
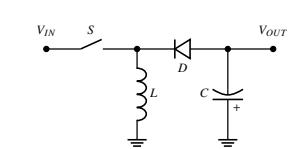
Gleichgewicht (eingeschwungen)

$$\Delta I_{L_{on}} = -\Delta I_{L_{off}}$$

Ausgangsspannung

$$V_{out} = V_{in} \cdot \frac{t_{on}}{T}$$

10.6 Invertierender Wandler (Buck-Boost Converter)



Der Converter kann im buck-mode oder boost-mode betrieben werden buck-mode:
Duty Cycle $\frac{t_{on}}{T} < 0.5$; boost-mode: Duty Cycle $\frac{t_{on}}{T} > 0.5$

Ladephase
Entladephase
Gleichgewicht (eingeschwungen)
Ausgangsspannung

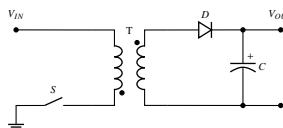
$$\Delta I_{L_{on}} = \frac{1}{L} \cdot V_{in} \cdot t_{on}$$

$$\Delta I_{L_{off}} = \frac{1}{L} \cdot V_{out} \cdot t_{off}$$

$$\Delta I_{L_{on}} = -\Delta I_{L_{off}}$$

$$V_{out} = -V_{in} \cdot \frac{t_{on}}{t_{off}}$$

10.7 Flyback (Sperrwandler)



- Ermöglicht galvanische Trennung zwischen Ein- und Ausgang
- Transformator mit grosser Induktivität nötig zur Energiespeicherung (mit Luftspalt)

Phase 1 (Schalter geschlossen)

- Linear steigender Strom auf Primärseite; Energie wird im Magnetfeld gespeichert

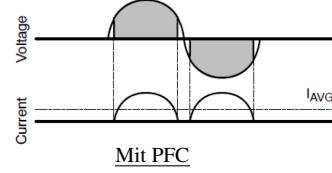
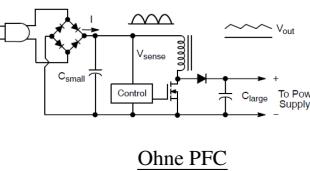
Phase 2 (Schalter offen)

- Linear sinkender Strom auf Sekundärseite; Magnetfeld baut sich über Sekundärspule ab

Phase 3 (LC-Schwingkreis)

- C parallel zu Schalter auf Primärseite wird wirksam

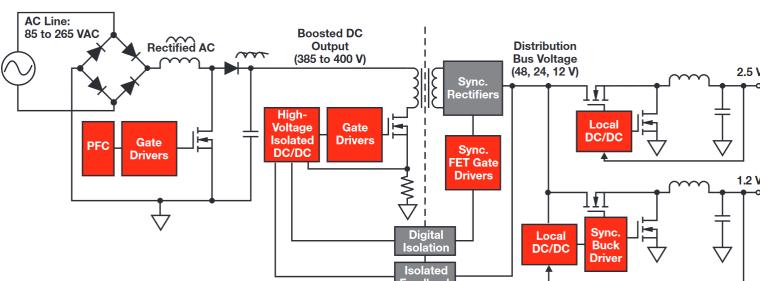
10.8 Power Fail Control (PFC)



- Strom soll möglichst sinusförmig fliessen, nicht nur beim Spannungsmaximum

• Lösung: 1. Stufe mit Boost Converter

10.9 Aufbau Modernes Netzteil



1. Stufe: Gleichrichtung und Boost Converter mit PFC
2. Stufe: Reduktion auf Systemspannung (Bus voltage) mit Flyback-Converter
3. Stufe: Buck Converter (ev. mehrere)

10.10 Fazit Spannungswandler SMPS

- Geschaltete Spannungsregler generieren weniger Verlustleistung als Linearregler
- Ausgangsspannung geschalteter Spannungsregler hat Rippel der Schaltfrequenz
 \Rightarrow Muss ev. mit Linearregler zusätzlich stabilisiert werden

11 Passive Filter

$f_3 \text{ dB}$ Cut-Off-Frequency, Corner-Frequency

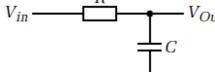
Dämpfung von 3 dB (d.h. Amplitude wird mit $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 'verstärkt'), Phase: -45°

f_s Sampling-Frequenz (ADC, digitale Filter)

\Rightarrow Alle Frequenzen über $\frac{f_s}{2}$ müssen unterdrückt werden

UTF Übertragungsfunktion $G(s)$

11.1 Tiefpassfilter 1. Ordnung



$$G(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{1 + s \cdot \frac{R \cdot C}{T}}$$

$$f_{3 \text{ dB}} = \frac{1}{2\pi \cdot \frac{R \cdot C}{T}}$$

Hinweis: Die Zeitkonstante T entspricht immer dem Parameter vor dem s. Beim Tiefpass 1. Ordnung entspricht dies $T = R \cdot C$

11.2 Bodeplot Tiefpassfilter 1. und 2. Ordnung

1. Ordnung

- Abfall von $-20 \text{ dB} / \text{Dekade}$
- Phasenschiebung von maximal -90° (bei $f_g = -45^\circ$)

2. Ordnung

- Abfall von $-40 \text{ dB} / \text{Dekade}$
- Phasenschiebung von maximal -180° (bei $f_g = -90^\circ$)

11.3 Filter 2. Ordnung

11.3.1 Kaskadierung von zwei gleichen Filtern

$$G_{11}(s) = \frac{1}{1 + s \cdot \underbrace{R \cdot C}_{T_2}} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot \underbrace{R \cdot C}_{T_2}}$$

$$T_2 = \frac{\sqrt{2} - 1}{2\pi f_{3\text{dB}}} \approx 0.64 \cdot T_1$$

Daraus folgt, dass bei 2 identischen Stufen die Grenzfrequenz $f_{3\text{dB}}$ der einzelnen Stufen $\frac{1}{0.64} = 1.56$ mal höher gewählt werden muss als bei einem Filter 1. Ordnung.

11.3.2 Filter 2. Ordnung mit komplexen Polen

$$G(s) = \frac{A_0 \cdot p_1 \cdot p_2}{(p_1 + s) \cdot (p_2 + s)} = \frac{A_0 \cdot \omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2}$$

$$p_i \quad \begin{array}{l} \text{Polstellen} \\ \text{komplex für } Q > \frac{1}{2} \end{array}$$

$$Q \quad \begin{array}{l} \text{Polgüte / Filtergüte} \\ \omega_0 \quad \text{Polfrequenz} \end{array}$$

$$p_{1,2} = \frac{\omega_0}{2Q} (1 \pm \sqrt{1 - 4Q^2})$$

11.4 Filter höherer Ordnung

- Systeme höherer Ordnung können in kaskadierte Teilsysteme 1. & 2. Ordnung aufgeteilt werden
- Höhere Ordnung und komplexe Pole ermöglichen steileren Übergang zwischen Durchlass- und Sperrbereich

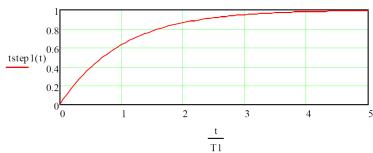
Folgende Filter erzielen durch unterschiedliche Polverteilungen untersch. Verhalten:

- Butterworth:** Konstant im Durchlassbereich der UTF
- Bessel:** Beste Rechteckübertragung, kein Überschwingen
- Tschebyscheff:** Steilster Abfall im Sperrbereich der UTF

11.5 Zeitverhalten: Schrittantwort

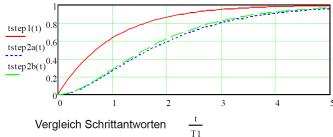
- Frequenzbereich: **Multiplikation** der UTF mit $\frac{1}{s}$
- Rücktransformation in den Zeitbereich, um $t_{\text{step}}(t)$ zu erhalten

11.5.1 Tiefpass 1. Ordnung



$$t_{\text{step},1}(t) = 1 - e^{-\frac{t}{T_1}}$$

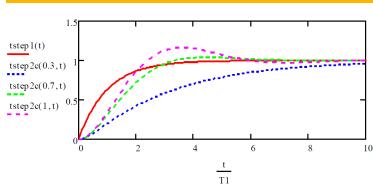
11.5.2 Tiefpass 2. Ordnung



$$t_{\text{step},2a}(t) = 1 - e^{-\frac{t}{T_1}} \cdot \left(1 + \frac{t}{T_1}\right)$$

$$t_{\text{step},2b}(t) = 1 - \left(\frac{T_1 \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} - T_2 \cdot e^{-\frac{t}{T_2}}}{T_1 - T_2}\right)$$

11.6 Schrittantworten verschiedener Polgüten



Komplexe Pole ($Q > 0$) führt zu Überschwingen.

Bei einer Polgüte von $Q = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.7$ (grüne Kurve) schwingt das System am schnellsten ein!

11.7 Filter 2. Ordnung (passiv und aktiv)

Tiefpass

$$G(s) = \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} = \frac{A_0}{\frac{1}{\omega_0^2} s^2 + \frac{1}{\omega_0 \cdot Q} s + 1}$$

Bandpass

$$G(s) = \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} = \frac{A \cdot \frac{\omega_0}{Q} \cdot s}{s^2 + \frac{1}{\omega_0 \cdot Q} s + 1}$$

Hochpass

$$G(s) = \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} = \frac{A_0 \cdot \frac{1}{\omega_0^2} \cdot s^2}{\frac{1}{\omega_0^2} s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2}$$

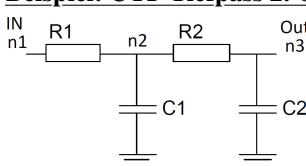
Aufbau Nenner

- Alle Terme positiv
- s^2 -Term definiert Grenzfrequenz
- Im s-Term ist Dämpfung enthalten
 - s-Term gross \Rightarrow grosse Dämpfung
 - s-Term = 0 \Rightarrow Oszillator!

Passive RC-Filter können maximal Güte 0.5 haben (entkoppelte reelle Pole). Filter höherer Güte benötigen entweder Spulen oder **Verstärker**.

→ Die Formeln gelten aber für passive und aktive Filter!

Beispiel: UTF Tiefpass 2. Ordnung



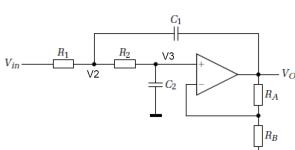
$$A_0 = 1 \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{C_1 C_2 R_1 R_2}}$$

$$Q = \frac{\sqrt{C_1 C_2 R_1 R_2}}{C_1 R_1 + C_2 R_1 + C_2 R_2}$$

$$G(s) = \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} = \frac{1}{1 + (C_1 R_1 + C_2 R_1 + C_2 R_2) \cdot s + C_1 C_2 R_1 R_2 \cdot s^2}$$

12 Aktive Filter

12.1 Sallen-Key-Filter (Einfachmitkopplung)



$$\text{OpAmp: } V_{\text{out}} = G_0 \cdot V_3 = \left(1 + \frac{R_A}{R_B}\right) \cdot V_3$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{C_1 C_2 R_1 R_2}}$$

$$Q = \frac{\sqrt{C_1 C_2 R_1 R_2}}{C_2(R_1 + R_2) + C_1 R_1 \cdot (1 - G_0)}$$

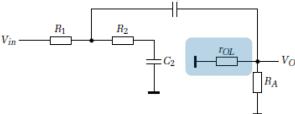
$$G(s) = \frac{G_0}{C_1 C_2 R_1 R_2 \cdot s^2 + [C_2(R_1 + R_2) + C_1 R_1(1 - G_0)] \cdot s + 1}$$

Stromgleichungen:

$$\text{V2: } 0 = (V_2 - V_{\text{in}}) \frac{1}{R_1} + (V_2 - V_3) \frac{1}{R_2} + (V_2 - V_{\text{out}}) \cdot s \cdot C_1$$

$$\text{V3: } 0 = (V_3 - V_2) \frac{1}{R_2} + V_3 \cdot s \cdot C_2$$

12.1.1 Sallen-Key-Filter bei hohen Frequenzen

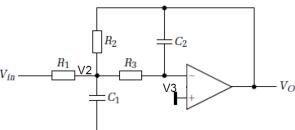


$$\frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} \approx \frac{r_{\text{OL}}}{R_1 + r_{\text{OL}}}$$

r_{OL} ist der OpAmp open-loop Ausgangswiderstand (bei hohen Frequenzen $\approx 100 \Omega$)

- Dämpfung ist limitiert auf obigen Spannungsteiler \Rightarrow Sallen-Key-Filter sind nicht geeignet für Systeme mit hohen Frequenzanteilen z.B. PWM-DAC

12.2 Multiple-Feedback-Struktur



$$\text{OpAmp: } G_0 = -\frac{R_2}{R_1}$$

$$Q = \frac{\sqrt{C_1 C_2 R_1 R_2}}{C_2(R_2 + R_2 + R_3 \frac{R_2}{R_1})}$$

$$G(s) = \frac{G_0}{1 + C_2(R_2 + R_2 + R_3 \frac{R_2}{R_1}) \cdot s + C_1 C_2 R_2 R_3 \cdot s^2}$$

Stromgleichungen:

$$\text{V2: } 0 = (V_2 - V_{\text{in}}) \frac{1}{R_1} + (V_2 - V_{\text{out}}) \frac{1}{R_2} + (V_2 - V_3) \frac{1}{R_3} + V_2 \cdot s \cdot C_1$$

$$\text{V3: } 0 = (V_3 - V_2) \frac{1}{R_3} + (V_3 - V_{\text{out}}) \cdot s \cdot C_2$$

12.3 Sallen-Key vs. Multiple-Feedback Struktur

Sallen-Key

- Nicht-invertierend
- Q sensitiver auf Toleranzen
- Vorwärtspfad für hohe Frequenzen
- Noise-Gain: A
- Eher für
 - Hochpass
 - kleine Verstärkungen

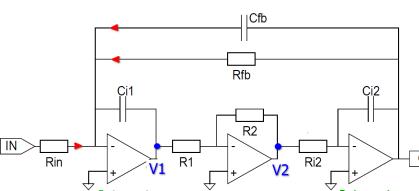
Multiple-Feedback

- Invertierend
- f_g sensitiver auf Toleranzen
- Noise-Gain: A + 1
- Eher für
 - Tiefpass, Bandpass
 - größere Verstärkungen

12.4 Vorgehen: UTF aus OPV-Filterschaltung ermitteln

- Stromgleichungen (Knotengleichungen) aufstellen
- Gleichungen ineinander einsetzen
- Umformen nach $G(s) = \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}}$

12.5 Zustandsvariablen-Filter (Biquad-Filter)



Mit dieser Topologie sind alle Parameter f_0 , Q und A_0 frei wählbar!
An V_{out} herrscht Tiefpass-Verhalten.

$$G(s) = \frac{-\frac{R_{\text{fb}}}{R_{\text{in}}}}{s^2 \cdot C_{i1} C_{i2} R_{\text{fb}} R_{i2} \frac{R_1}{R_2} + s \cdot C_{\text{fb}} R_{\text{fb}} + 1}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{C_{i1} C_{i2} R_{\text{fb}} R_{i2} \frac{R_1}{R_2}}} \quad Q = \frac{1}{C_{\text{fb}}} \sqrt{C_{i1} C_{i2} \frac{R_1}{R_2 R_{\text{fb}}}} \quad A_0 = -\frac{R_{\text{fb}}}{R_{\text{in}}}$$

12.5.1 Allgemein: Filter mit mehreren OpAmps

Mit der Filter-Struktur aus Abschnitt 12.5 können auch Bandpass- und Hochpass-Filter gebildet werden:

- **Tiefpass:** Abgriff beim 3. OpAmp (V_{out} gemäß Abschnitt 12.5)
- **Bandpass:** Abgriff beim 2. OpAmp (an Knoten V2)
- **Hochpass:** Abgriff beim 2. OpAmp, Einspeisung am neg. Eingang des 2. OpAmps

13 Analyse von Filterschaltungen mit SFDs

Aktive Filterschaltungen (mit OpAmps) können mittels Signalflussdiagrammen (SFDs) analysiert werden. Dazu wird die gesamte Schaltung in einzelne Komponenten aufgeteilt. Diese Komponenten werden dann mit Impedanz- bzw. Admittanzfunktionen abgebildet. Um die Übertragungsfunktion (UTF) der gesamten Schaltung zu erhalten, muss die **Regel von Mason** angewendet werden.

13.1 Eingangsadmittanzen / (Eingangsimpedanzen)

Hinweis: Es wird normalerweise mit Eingangsadmittanzen gearbeitet!

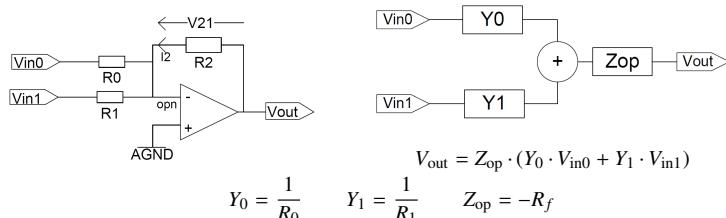
Komponente	Admittanz Y	(Impedanz Z)
Widerstand R	$Y_{res} = \frac{1}{R}$	($Z_{res} = R$)
Kapazität C	$Y_{cap} = s \cdot C$	($Z_{cap} = \frac{1}{s \cdot C}$)
Induktivität L	$Y_{ind} = \frac{1}{s \cdot L}$	($Z_{ind} = s \cdot L$)

13.2 OpAmp Impedanzfunktionen

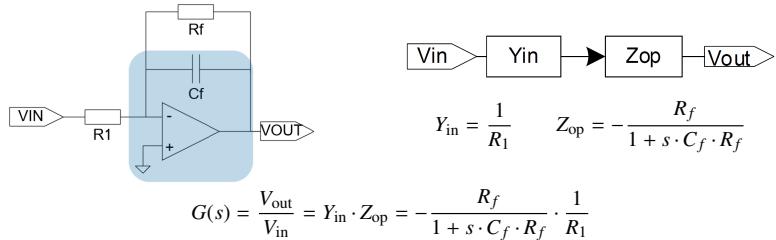
Hinweis: Es geht um negatives Feedback bzw. Gegenkopplung

Schaltung (Feedback)	Impedanz Z
Widerstand R_f im Feedback	$Z_{op} = -R_f$
Kapazität C_f im Feedback	$Z_{op} = -\frac{1}{s \cdot C_f}$
$R_f \cdot C_f$ (parallel) im Feedback	$Z_{op} = -\frac{R_f}{1 + s \cdot C_f \cdot R_f}$

Beispiel: Summierender Verstärker



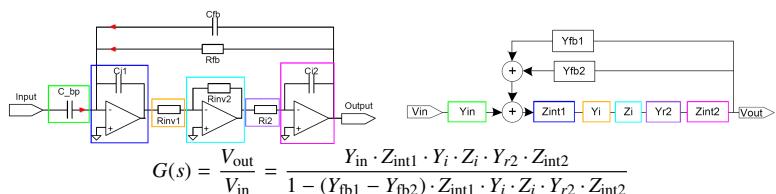
Beispiel: Aktiver Tiefpass 1. Ordnung



13.3 Regel von Mason (vereinfacht)

$$\text{UTF: } G(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{\text{Produkt der Transmittanzen im Vorfächerpfad}}{1 - \text{Summe aller Schleifentransmittanzen}}$$

Beispiel: Analyse Bandpass mittels SFD und Regel von Mason



14 Switched-Capacitor-Verstärker

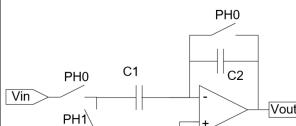
→ Funktionsweise von SC-Schaltungen siehe Abschnitt 9.2

14.1 Switched-Capacitor-Verstärker

Hinweis: Absolut-Werte von C_x variieren um bis zu 10 %, aber **Verhältnisse** können sehr exakt sein! **Verstärkung A**

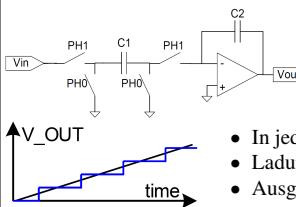
$$\begin{aligned} \text{PH1: } V_{out} &= 0 & Q \cdot C_1 &= Q \cdot C_2 = 0 \\ \text{PH2: } \Delta Q_1 &= C_1 \cdot V_{in} & \Delta V_{out} &= \frac{\Delta Q_1}{C_2} = -\frac{C_1}{C_2} V_{in} \end{aligned}$$

14.1.2 Nicht-invertierender Verstärker



Hinweis: Ansteuerung vertauscht: Aufladung von C_1 in PH0, gleichzeitig mit C_2 -Reset. Ansonsten seien der invertierende und nicht-invertierende SC-Verstärker gleich aus! **Verstärkung A**

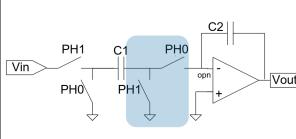
14.1.3 (Invertierender) SC-Integrator



Spannungsänderung $\Delta V_{out(T_{in})} = -\frac{C_1}{C_2} V_{in}$
Ausgangsspannung $V_{out}(t) \approx -\frac{C_1}{C_2} \frac{1}{T} \int V_{in}(t) dt$
Hinweis: $V_{out}(t)$ gilt für $t \gg T$ und langsam änderndes V_{in}

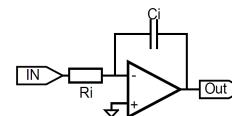
- In jedem Zyklus wird C_1 aufgeladen mit $Q = V_{in} \cdot C_1$
- Ladungen werden in C_2 akkumuliert
- Ausgangsspannung macht Sprünge!

14.1.4 Nicht-invertierender SC-Integrator



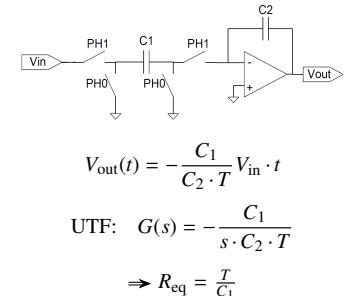
• Geänderte Schalter-Ansteuerung
→ In PH1 wird C_1 aufgeladen mit $V_{in} \cdot C_1$
• In PH0 fliesst Entladestrom in C_2 → SC bildet einen 'negativen Widerstand' mit $R_{eq} = -\frac{T_{per}}{C_1}$
• Spannungs-Sprünge sind um eine halbe Periode verschoben

14.2 Vergleich RC- und SC-Integrator



$$V_{out}(t) = -\frac{1}{R_1 \cdot C_i} \int V_{in}(t) dt = -\frac{1}{R_1 \cdot C_i} V_{in} \cdot t$$

$$\text{UTF: } G(s) = -\frac{1}{s \cdot R_i \cdot C_i}$$



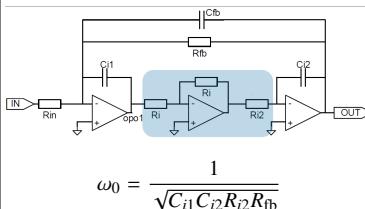
$$V_{out}(t) = -\frac{C_1}{C_2 \cdot T} V_{in} \cdot t$$

$$\text{UTF: } G(s) = -\frac{C_1}{s \cdot C_2 \cdot T}$$

$\Rightarrow R_{eq} = \frac{T}{C_1}$

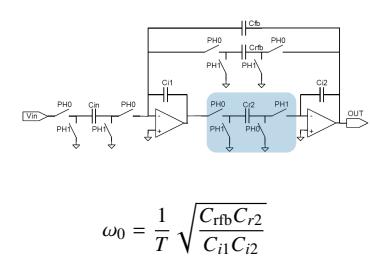
14.3 RC- / SC-Filter

RC-Filter



$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{C_{i1} C_{i2} R_{i1} R_{i2}}}$$

SC-Filter



$$\omega_0 = \frac{1}{T} \sqrt{\frac{C_{rb} C_2}{C_{i1} C_{i2}}}$$

- Für SC-Filter gilt:
 - C_2 wird umgekehrt angesteuert → bildet 'negativen Widerstand'
 - Kapazitäts-Verhältnisse und Taktperiode T bestimmen f_0 bzw. ω_0

14.4 Fazit Filter

- Aktive Filter sind nötig für Polgüten > 0.5 (oder Spulen)
- Filter werden aufgeteilt in Stufen 1. oder 2. Ordnung
- Strukturen mit mehreren opAmps sind weniger sensibel auf Bauteiltoleranzen und auf Nichtidealitäten der OpAmps
- Als **integrierte Schaltungen** werden oft Switched-Capacitor-Schaltungen eingesetzt

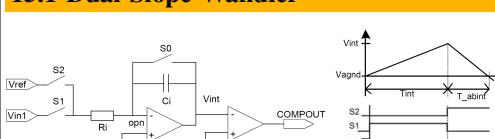
15 Single- und Dual-Slope-Wandler

n	Anzahl Bits
D	Digitaler Wert $D < 2^n$
q	Quantisierungsschritt (1 LSB)
B_0	Bitwert 0 (LSB)
B_{n-1}	Bitwert $n - 1$ (MSB)

$$q = \frac{V_{refp} - V_{refn}}{2^n}$$

$$D = \frac{V_{in} - V_{refn}}{V_{refp} - V_{refn}} 2^n$$

15.1 Dual-Slope-Wandler



$$V_{int} = \frac{V_{in} - V_{refn}}{R_i \cdot C_i} T_{int}$$

$$V_{abint} = \frac{V_{refp} - V_{refn}}{R_i \cdot C_i} T_{abint}$$

$$\text{DC: } V_{int} = V_{AGND} - \frac{1}{R_i \cdot C_i} (V_{in1} - V_{AGND}) \cdot T_{int}$$

$$\Delta V_{abint} = -\Delta V_{int}$$

$$\Delta V_{\text{abint}} = V_{\text{AGND}} - V_{\text{int}} = -\frac{1}{R_i \cdot C_i} (V_{\text{ref}} - V_{\text{AGND}}) \cdot T_{\text{abint}}$$

$$T_{\text{abint}} = -\frac{V_{\text{in1}} \cdot T_{\text{int}}}{V_{\text{ref}}}$$

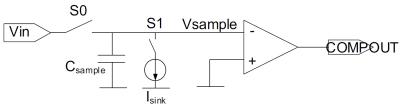
$$\text{Allgemein: } V_{\text{int}} = \int_0^{T_{\text{int}}} -\frac{1}{R_i \cdot C_i} V_{\text{in1}} dt + V_{\text{int},0}$$

$$-\frac{V_{\text{in}}}{V_{\text{ref}}} = \frac{T_{\text{abint}}}{T_{\text{int}}} = \frac{n \cdot T_{\text{clk}}}{N \cdot T_{\text{clk}}}$$

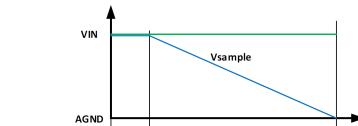
15.1.1 Frequenzverhalten vom Dual-Slope-Wandler

Frequenzen $f = \frac{1}{T}$, wobei T der Integrationszeit entspricht, werden perfekt unterdrückt
 \Rightarrow Integrationszeit $T = 20 \text{ ms}$ unterdrückt Netzbrumm von 50 Hz

15.2 Single-Slope-Wandler

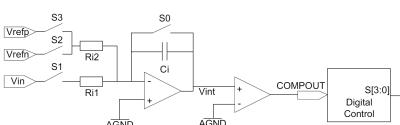


- Einfacher als Dual-Slope
- V_{in} wird auf C_{sample} übertragen
- C_{sample} wird mit I_{sink} entladen
- Zeit bis $V(C_{\text{sample}}) = 0$ wird gemessen

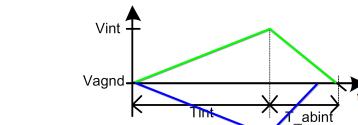


- + Kein OpAmp, nur zwei Schalter
- + Schnell, da $T_{\text{sample}} < T_{\text{int}}$
- $V_{\text{in}} \sim T_{\text{abint}}, C_{\text{sample}}, I_{\text{sink}}$
- C_{sample} und I_{sink} streuen stark

15.3 Dual-Slope-Wandler für pos. und neg. Eingangsspannungen



- Auf- und Abintegration wechseln ab
- Je nach Komparator-Ausgang wird S2 oder S3 geschlossen



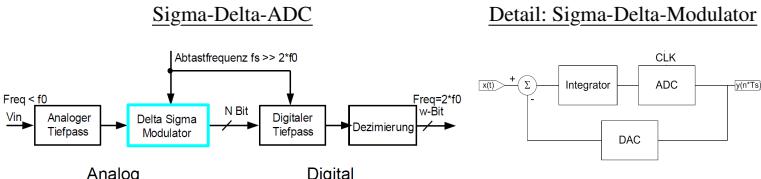
- + Für $V_{\text{in}} < V_{\text{AGND}}$ wird in Richtung positiver Speisung integriert
- + Für $V_{\text{in}} > V_{\text{AGND}}$ wird in Richtung GND integriert

15.3.1 Eigenschaften von Dual-Slope-Wandlern

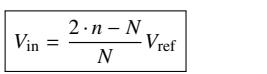
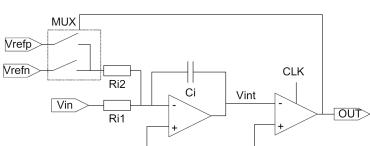
- Unabhängig von Bauteiltoleranzen
- Höhere Auflösung bedingt längere Integrationszeit (bei fixem clk) \Rightarrow Doppelte Zeit für 1 zusätzliches Bit
- Höhere Frequenzen werden stärker unterdrückt \Rightarrow reduziert Bandbreite
- Auflösung wird gegen Bandbreite getauscht

16 Sigma-Delta-ADC

16.1 Aufbau Sigma-Delta-ADC



16.2 Sigma-Delta-Modulator 1. Ordnung



$$V_{\text{in}} = \frac{2 \cdot n - N}{N} V_{\text{ref}}$$

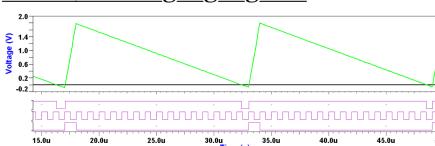
N # Taktzyklen von Clk
 n # Taktzyklen, in denen Modulator-Ausgang = 1

$$\text{Allgemein: } V_{\text{int}}(t) = \Delta V_{\text{int}} + V_{\text{int},0} = -\frac{1}{C_i} \int_0^t \left(\frac{V_{\text{in}} - A_{\text{GND}}}{R_{i1}} + \frac{V_{\text{ref}} - A_{\text{GND}}}{R_{i2}} \right) d\tilde{t} + V_{\text{int},0}$$

- Sigma-Delta-Wandler machen gleichzeitig Auf- und Abintegration (Feedback-Pfad)
- 'Digitales Filter' \Rightarrow 'Mittelwertbildung' um V_{in} zu berechnen
- Eingangsspannungsbereich: $V_{\text{refn}} \leq V_{\text{in}} \leq V_{\text{refp}} \Rightarrow I_{\text{Eingang}} \leq I_{\text{Feedback}}$
- Summe aller Ladungen muss gesamthaft 0 sein! $\Rightarrow \Delta Q = C \cdot \Delta U = I \cdot \Delta t = 0$

16.3 Sigma-Delta-Modulator im Zeitbereich

16.3.1 DC-Eingangssignale



Je nach V_{in} ergibt sich ein anderer DutyCycle $\frac{n}{N}$ (mod out). Für $V_{\text{refn}} = -V_{\text{refp}}$ gilt die aufgeführte Tabelle.

V_{in}	Duty Cycle $\frac{n}{N}$
0 V	$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2} V_{\text{refn}}$	$\frac{1}{4}$
$\frac{3}{4} V_{\text{refn}}$	$\frac{1}{16}$
$\frac{1}{10} V_{\text{refp}}$	$\frac{1}{20}$
0.02 · V_{refp}	$\frac{51}{100}$

Fazit DC-Eingangssignale

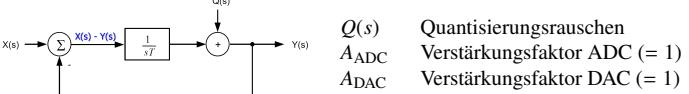
- DC-Eingangssignale erzeugen repetitive Sequenzen mit hohen Frequenz-Anteilen

- Ist V_{in} nahe bei Bruchteil von V_{ref} entstehen lange repetitive Sequenzen mit tiefen Frequenz-Anteilen
- Lange repetitive Sequenzen können nicht von Signal unterschieden werden
 \Rightarrow Pattern Noise

16.3.2 AC-Eingangssignale

AC-Eingangssignale können durch Mittelwertbildung (z.B. mit Tiefpassfilter mit entsprechend hoch dimensierter Zeitkonstante) des Signals V_{int} rekonstruiert werden.

16.4 Modellierung Sigma-Delta-Modulator im Frequenzbereich



$Q(s)$ Quantisierungsrauschen
 A_{ADC} Verstärkungsfaktor ADC (= 1)
 A_{DAC} Verstärkungsfaktor DAC (= 1)

16.4.1 Übertragungsfunktionen Sigma-Delta Modulator

Signal-Übertragungsfunktion $H_s(s)$
 (Quantisierungsrauschen $Q(s) = 0$)

$$Y(s) = [X(s) - Y(s)] \cdot \frac{1}{s \cdot T}$$

$$H_s(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{1 + s \cdot T} \quad (\text{Tiefpass})$$

Noise-Übertragungsfunktion $H_n(s)$
 (Eingangssignal $X(s) = 0$)

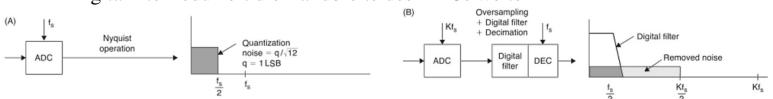
$$Y(s) = -Y(s) \cdot \frac{1}{s \cdot T} + Q(s)$$

$$H_n(s) = \frac{Y(s)}{Q(s)} = \frac{s \cdot T}{1 + s \cdot T} \quad (\text{Hochpass})$$

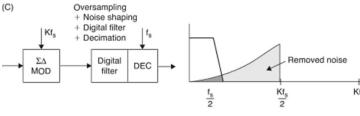
16.5 Oversampling / Signal-Rausch-Abstand (SNR)

$$\text{Rauschleistung} = \text{Rauschleistungsdichte} * \text{Bandbreite} = \frac{q^2}{12} = \text{konstant}$$

- Oversampling verteilt Quantisierungsrauschen über grösseren Frequenzbereich
- Da die Rauschleistung konstant ist, wird die Rauschleistungsdichte (also die 'Amplitude' des Rauschens) kleiner
- Ein Digitalfilter reduziert die Bandbreite des ADCs weiter

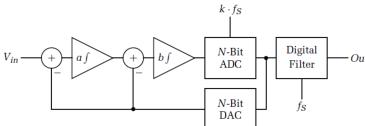


16.5.1 Noise-Shaping



- Nicht nur Oversampling und Rauschen gleichmässig verteilen, sondern Rauschleistungsdichte 'formen'
- Nur bei Sigma-Delta-Wandlern möglich

16.6 Sigma-Delta-Wandler 2. Ordnung



$$\text{SNR} \approx \log_{10} \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{2 \cdot M + 1}{\pi^{2M}} \cdot \text{OSR}^{2M+1} \right)$$

OSR Oversampling-Rate
 M Ordnung des Modulators

- Ordnung $M = 2 \Rightarrow 2$ Integratoren
- Quantisierungsrauschen $Q(s)$ wird mit Hochpass 2. Ordnung gefiltert
- Je höher Ordnung M , desto stärker das Noise-Shaping (6 dB pro Ordnung und Oktave)
- Je höher Oversampling (OSR), desto höher SNR (3 dB Oktave)

17 Multi-Bit Modulatoren

Anstatt eines Komparators ADCs mit mehreren Bits für den Aufbau des Sigma-Delta-Modulators verwendet.

- + Dynamikgewinn von ca. 6 dB pro zusätzliche Bit.

- Aufwändiger Flash-ADC (parallele Komparatoren) nötig, da in einem Takt gewandelt werden müssen

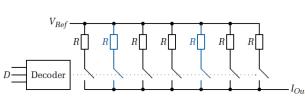
17.1 1 Bit vs. Multi-Bit ADC (im Modulator)

- ADC ist unproblematisch, da hinter Integrator (siehe Blockschaltbild Abschnitt 16.1) und daher Teil vom Quantisierungsfehler
- 1-Bit ADC (Komparator) nichtlinear \Rightarrow ADC-Verstärkung signalabhängig
- Es entsteht ein nichtlineares System

17.2 1 Bit vs. Multi-Bit DAC (im Modulator)

- DAC muss volle Präzision des (gesamten) Wandlers haben
 $-$ DAC-Spannung wird direkt mit Eingangsspannung 'verrechnet'
- 1-Bit DAC ist perfekt linear (nur Offset- und Gain-Fehler, welche statisch kompensierbar sind)
- DAC muss sehr genau sein \Rightarrow kann kalibriert werden
 $-$ Drifttemperatur und Alterung sind dennoch ein Problem

17.3 Dynamic Element Matching (DEM), Mismatch-Shaping



- Widerstände des DAC müssen perfekt matchen (so gut wie DAC-Genauigkeit)
 - In der Praxis ist das nicht möglich!
 - \Rightarrow mismatch

- Dynamic Element Matching (DEM): Spezieller Algorithmus
 - Einschalten der einzelnen Widerstände wird dynamisch umgestaltet, so dass Ausgangskennlinie des DAC 'durchschnittlich linear'
 - Systematischer Fehler wird in Zufallsfehler (Rauschen) umgewandelt
- Mismatch-Shaping
 - Zufallsfehler (Rauschen) wird mit Noise-Shaping gedämpft

17.4 Fazit Sigma-Delta-Modulatoren

- + Signal wird nicht (wenig) verändert mit Tiefpass
- + 1 Bit DAC perfekt linear
- + 1. SNR-Erhöhung durch Oversampling (3 dB pro Oktave)
- + 2. SNR-Erhöhung durch Noise Shaping (6 dB pro Oktave)
- + 3. SNR-Erhöhung durch ADC/DAC im Modulator (+6 dB pro Bit)
- + Modulatoren 1. Ordnung immer stabil (90° Phasenschiebung)
- + Modulatoren 2. Ordnung meistens stabil
 - Modulatoren höherer Ordnung können instabil werden
 - 1 Bit ADC (Komparator) nichtlinear
 - **Pattern Noise**

17.5 Digitalfilter

Der digitale Teil des Sigma-Delta-ADCs kann auf mehrere Arten realisiert werden. Das Digitalfilter soll die folgenden Aufgaben erfüllen:

- Reduktion des Rauschens (wegen Noise-Shaping viel Rauschen bei hohen Frequenzen)
 - Erhöhung der Auflösung
 - Reduktion der Sample Rate

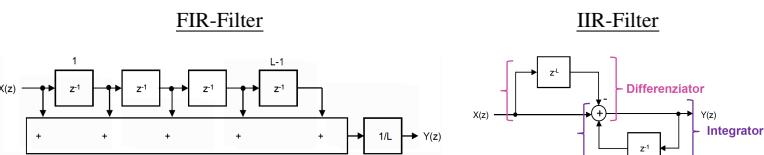
17.5.1 Mittelwertbildung

Einfachste Mittelwertbildung umgesetzt mittels countern → Funktionsweise und Formel siehe Abschnitt 16.2

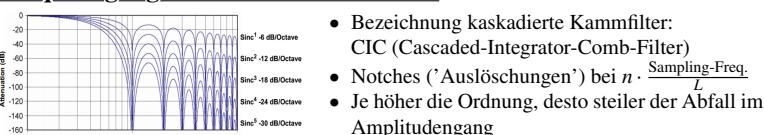
17.5.2 Kammfilter (Mittelwertfilter)

Z^{-1} um 1 Takt verschieben
 Z^{-L} um L Takte verschieben

FIR Finite Impulse Response
 IIR Infinite Impulse Response



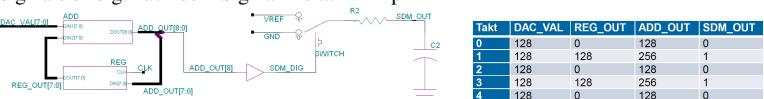
Frequenzgang kaskadierte Kammfilter



- Bezeichnung kaskadierte Kammfilter: CIC (Cascaded-Integrator-Comb-Filter)
- Notches ('Auslösungen') bei $n \cdot \frac{\text{Sampling-Freq.}}{L}$
- Je höher die Ordnung, desto steiler der Abfall im Amplitudengang

18 Sigma-Delta-DAC

Die finale Realisierung des DACs erfolgt als **PWM-DAC**. Die Generierung des PWM-Signals erfolgt nach dem Sigma-Delta-Prinzip



18.1 Pattern-Noise

Für einen 8-Bit DAC ist der digitale Wert 129 ungünstig, da in der Bitsequenz irgendwann zwei '1' hintereinander auftauchen. Dies führt zu einer grossen Periodendauer, welche ein **Pattern Noise** beim DAC verursacht, da die '0' und '1' möglichst gleichmäßig auf die gesamte Periode verteilt werden.

18.2 Bilanz Sigma-Delta-DAC

- Verhalten wie analoger Modulator (Blockschaltbild)
- Im Mittel gleich viele '1' und '0' wie bei PWM = $\frac{n}{N}$
- '1' werden möglichst gleichmäßig in Periode verteilt ($N \cdot T_{\text{clk}}$)
- Gleichmässige Verteilung ergibt regelmässige Sequenzen → periodische Signale → unerwünschte Frequenzkomponenten (Pattern Noise)

19 Rauschen

19.1 Übersicht der Größen und Zusammenhänge

e_n	Rauschspannungsdichte	$[e_n] = \frac{V}{\sqrt{\text{Hz}}}$
v_n	Rauschspannung (Effektivwert)	$[v_n] = V$
e_n^2 (oder S)	Rauschleistungsdichte	$[e_n^2] = \frac{V^2}{\text{Hz}}$
E	Rauschleistung	$[E] = V^2$

$$E = \int_0^\infty e_n^2 \, df$$

$$E = v_n^2$$

Hinweis: Ein guter Anhaltspunkt für die Zusammenhänge sind die Einheiten!

19.2 Rauschen in der Elektronik

- Alle Teile eines elektronischen Systems rauschen!
- Messpfad: Es sollen keine Störsignale zum Messsignal addiert werden
 - Ausser bei perfekter Abschirmung und Temperatur 0 K gibt es **immer** Störereinflüsse
- ADC und DAC: Quantisierungsrauschen q (Quantisierungsschritt)
 - Quantisierungsrauschen (Auflösung) soll etwa so gross gewählt werden, wie das elektronische Rauschen
- 'Reine DC-Spannungen' gibt es nicht!
 - Auch DC-Signale haben Spannungs-Schwankungen

19.3 Arten von Rauschen

- **Thermisches Rauschen**
- **Flicker Noise** $\frac{1}{f}$ -Noise
- Shot Noise
- Burst (Popcorn) Noise
- Avalanche Noise

19.3.1 Thermisches Rauschen

- Entsteht durch **zufällige Bewegung der Ladungsträger** aufgrund der **Wärmeenergie** und der **Quantisierung der Ladung**
- Ist über die Frequenzen **gleichverteilt**
- Begriff: Weisses Rauschen
 - Anderer Ausdruck: Johnson Noise

19.3.2 Flicker Noise (Funkelrauschen)

- Entsteht am **Übergang** von zwei Materialien
 - u.a. in MOS-FET, wenn sich Elektronen in Fehlerstellen zw. Silizium und Gate-Oxid oder zw. Gate-Oxid und Gate verfangen und nach gewissen Zeit zufällig wieder freikommen
- Rauschleistung nimmt **umgekehrt proportional zur Frequenz ab** ⇒ $\frac{1}{f}$ -Noise
- Jede Dekade liefert die gleiche Rauschleistung

19.4 Amplitude und Leistung des Rauschens

Hinweis: Als 'Leistung' gilt die **quadratierte Spannung**

$$\text{Mittelwert der Rauschspannung} \quad \overline{v_n}(t) = \frac{1}{T} \int_T v_n(t) \, dt = 0$$

$$\text{Mittelwert der Rauschleistung (Varianz)} \quad \overline{v_n(t)^2} = \overline{E} = \frac{1}{T} \int_T v_n^2(t) \, dt \neq 0$$

$$\text{Effektivwert (Wurzel der Varianz)} \quad v_{n,\text{rms}} = \sqrt{\overline{v_n(t)^2}}$$

19.4.1 Berechnung von Rauschen (!)

- Signale und Rauschen addieren sich **nicht gleich**
 - Deterministische **Signale: Amplituden** addieren sich
 - Stochastische Rauschquellen: **Rauschleistungen** addieren sich

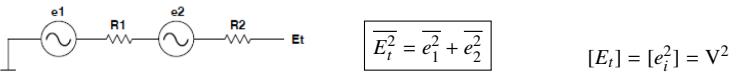
19.5 Rauschen von Widerständen

- **Jeder Widerstand rauscht, unabhängig vom Stromfluss**
- Rauschen kann auf folgende zwei Arten modelliert werden

$E = \overline{v_n^2} = 4kTRB$	$E = \overline{i_n^2} = 4kTGB$
$\overline{v_n^2}$ mittlere Rauschleistung $\overline{i_n^2}$ mittlerer Rauschleistung R Widerstand G Leitwert B Bandbreite T absolute Temperatur k Boltzmann-Konstante $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$	$\overline{v_n^2} = \text{V}^2$ $\overline{i_n^2} = \text{A}^2$ $[v_n^2] = \text{V}^2$ $[i_n^2] = \text{A}^2$ $[R] = \Omega$ $[G] = \text{S}$ $[B] = \text{Hz}$ $[T] = \text{K}$ $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$

$$\text{Mittlere Rauschleistungsdichte (in)} \frac{\text{V}^2}{\text{Hz}} : 4kTR$$

19.5.1 Serieschaltung von Widerständen



Nicht die Rauschspannungen, sondern die Rauschleistungen müssen addiert werden!

19.6 Rauschen von Spannungsteilern

Rauschquellen sind **Kleinsignalquellen**! ⇒ $V_{\text{in}} = \text{GND}$

V_{in}	R_1	V_{out}	R_2

$$\text{Rauschleistung: } E_{\text{Vout}} = 4kT \cdot \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

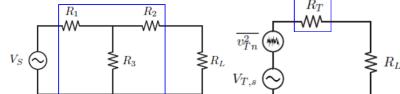
$$\text{Rauschspannung: } V_{\text{rausch}} = \sqrt{E_{\text{Vout}}}$$

19.7 Rauschen von Netzwerken

19.7.1 Widerstandsnetzwerke

Widerstands-Netzwerke rauschen gleich stark wie der äquivalente Ersatzwiderstand

Beispiel: Rauschen von Widerstandsnetzwerk



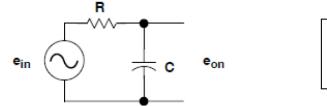
Ersatzwiderstand: $R_T = R_2 + R_1 \parallel R_3$
 Rauschleistung: $E = v_{Tn}^2 = 4kR_T B$
 Rauschspannung: $v_{Tn} = \sqrt{v_{Tn}^2} = \sqrt{E}$

19.7.2 RC-Netzwerke

- Kapazitäten und Induktivitäten **rauschen nicht!**
- Kapazitäten und Induktivitäten beeinflussen die **Bandbreite** des Systems!

Rauschspannung indirekt beeinflusst

⇒ Sobald Kapazitäten oder Induktivitäten in einem Netzwerk vertreten sind, sind die Widerstände für das Rauschen egal!



Rauschspannung Ausgang: $e_{on} = \sqrt{\frac{kR}{C}}$

Beispiel: Rauschen von RC-Netzwerken

Rauschspannungsdichte Widerstand: $e_{in} = \sqrt{4kTR}$

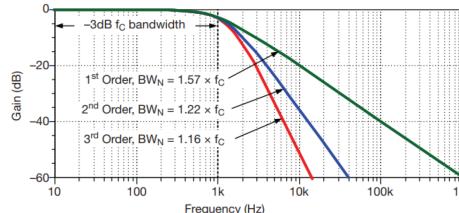
$$e_{on} = e_{in} \sqrt{\int_0^\infty \frac{1}{1+2\pi f RC} df} = e_{in} \sqrt{\frac{1}{1+2\pi f RC} \left[\tan^{-1}(2\pi f RC) \right]_0^\infty} = e_{in} \sqrt{\frac{1}{1+2\pi RC} \frac{\pi}{2}}$$

Rauschspannung Ausgang: $e_{on} = \sqrt{4kTR} \sqrt{\frac{1}{4RC}} = \sqrt{\frac{kR}{C}}$

19.8 Rauschbandbreite

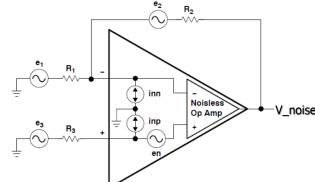
- In Realität werden Signal und Rauschen Tiefpass-gefiltert
- Rauschbandbreite nicht identisch mit 3dB-Bandbreite!**
⇒ ENB (Effective Noise Bandwidth)

Für n kaskadierte Butterworth-Filter 1. Ordnung mir Grenzfrequenz $f_c = \frac{1}{2\pi RC}$ verhält sich das ENB gemäss:



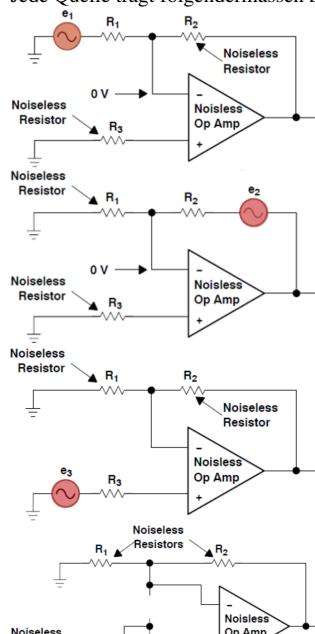
Filterordnung	ENB
1	$1.57 \cdot f_c$
2	$1.11 \cdot f_c$
3	$1.05 \cdot f_c$
4	$1.025 \cdot f_c$

19.9 Rauschen von OpAmps



- 6 Rauschquellen
 - e_1, e_2, e_3 sind **Rauschspannungen** der Widerstände
 - e_n ist Rauschspannungsdichte des OpAmps
 - i_{nn}, i_{np} sind Eingangsströme des OpAmps
- Ausgangsspannung V_{noise} wird berechnet mittels **Superposition**

Jede Quelle trägt folgendermassen zum gesamten Rauschen bei (exkl. Stromquellen):



Beitrag von R_1 wird **invertierend** verstärkt

Rauschspannung: $-\frac{R_2}{R_1} \cdot e_1$
 Rauschleistung: $(-\frac{R_2}{R_1}) \cdot e_1^2$

Beitrag von R_2 wird **nicht** verstärkt

Rauschspannung: $1 \cdot e_2$
 Rauschleistung: $1 \cdot e_2^2$

Beitrag von R_3 wird **nicht-invertierend** verstärkt

Rauschspannung: $\frac{R_1+R_2}{R_1} \cdot e_3$
 Rauschleistung: $(\frac{R_1+R_2}{R_1}) \cdot e_3^2$

Beitrag von e_n (OpAmp) wird **nicht-invertierend** verstärkt

Rauschspannung: $\frac{R_1+R_2}{R_1} \cdot e_n$
 Rauschleistung: $(\frac{R_1+R_2}{R_1}) \cdot e_n^2$

Für die **obige Beschaltung** (nicht allgemeingültig) ergibt sich somit gesamthaft:

$$V_{noise} = \sqrt{\int_0^\infty \left[4kTR_2 \left(\frac{R_1+R_2}{R_1} \right)^2 + 4kTR_3 \left(\frac{R_1+R_2}{R_1} \right)^2 + (i_{nn}R_2)^2 + (i_{np}R_3)^2 + (e_n \left(\frac{R_1+R_2}{R_1} \right))^2 \right] df}$$

⇒ Nicht vorhandene Elemente auf Null setzen!

Hinweis: Die meisten Elemente werden mit dem **Noise-Gain** A_{noise} multipliziert (Verstärkung nicht-invertierender OpAmp)

$$A_{noise} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

19.9.1 Vereinfachte Berechnung – Rauschen von OpAmps

Die vereinfachte Berechnung darf angewendet werden wenn: (UND-Verknüpfung)

- Bandbreite $B \gg$ Noise Corner Frequency f_{enc}
⇒ Bandbreite $B > 10$ kHz
- Widerstand $R_3 = 0$ (⇒ Abschnitt 19.9)

$$V_{noise} = \sqrt{4kT \cdot R_2 \cdot A_{noise} \cdot \underbrace{\frac{\pi}{2} \frac{GBP}{A_{OPV}}}_{ENB} + e_w^2 \cdot \underbrace{A_{noise}^2 \frac{\pi}{2} \frac{GBP}{A_{OPV}}}_{ENB}}$$

ENB Effective Noise Bandwidth $[ENB] = \text{Hz}$

GBW Gain Bandwidth (Product) $[GBW] = \text{Hz}$

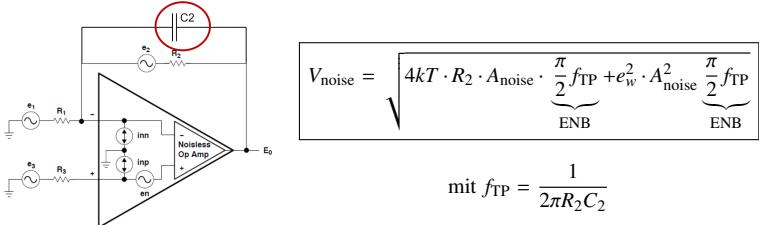
A_{noise} Noise Gain $[A_{noise}] = 1$

e_w Rauschspannungsdichte (Datenblatt OpAmp) $[e_w] = \frac{V}{\sqrt{\text{Hz}}}$

k Boltzmann-Konstante $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$

Optimalfall: Widerstände rauschen gleich viel wie OpAmp

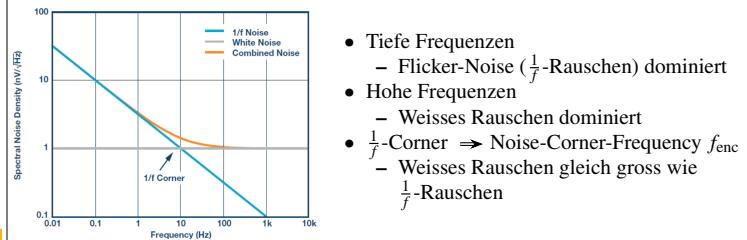
19.9.2 OpAmp Tiefpass – Vereinfachte Berechnung



$$V_{noise} = \sqrt{4kT \cdot R_2 \cdot A_{noise} \cdot \underbrace{\frac{\pi}{2} f_{TP}}_{ENB} + e_w^2 \cdot \underbrace{A_{noise}^2 \frac{\pi}{2} f_{TP}}_{ENB}}$$

mit $f_{TP} = \frac{1}{2\pi R_2 C_2}$

19.9.3 Arten von Rauschen in OpAmps

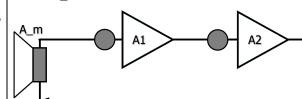


19.10 Noise und Signal to Noise Ratio (SNR)

$$\text{SNR} = \frac{V_{signal}}{V_{rausch}}$$

$$\text{SNR}_{\text{dB}} = 20 \cdot \log_{10}(\text{SNR})$$

Beispiel: Rauschen bei mehrstufigen Verstärkern



Bei mehrstufigen Verstärkern sollten **große Verstärkungen möglichst 'weit vorne'** in der Signalkette vorkommen.

$$v_{n,tot} = \sqrt{(v_{mic} \cdot A_{mic} \cdot A_1 \cdot A_2)^2 + (v_{OPV_1} \cdot A_1 \cdot A_2)^2 + (v_{OPV_2} \cdot A_2)^2}$$

19.11 Rauschen vermindern

- Weniger Rauschen ⇔ mehr Strom
 - Gilt für Widerstände und aktive Bauteile
- Bandbreite auf das Nötigste begrenzen
 - Tiefpass > 1. Ordnung ⇒ ENB verkleinern
- Verstärkung möglichst früh in Signalkette
- Nicht-invertierender OpAmp besser als invertierender OpAmp
- Verstärker parallel schalten
 - n -mal mehr Strom ⇔ $\frac{1}{\sqrt{n}}$ -mal weniger Rauschen
- Referenzspannung filtern
- Signal HP-filtern ⇒ Reduktion $\frac{1}{f}$ -Noise
- Chopper- oder Sutozeroing-Verstärker ⇒ Reduktion $\frac{1}{f}$ -Noise
- Correlated Double Sampling (CDS)
- Kühlen (teuer!)

20 Anhang

20.1 Temperaturabhängigkeit von Widerständen

$$R_\theta = R_{20} + \Delta R$$

Widerstand bei Temperatur θ

$$[R_\theta] = \Omega$$

$$R_{20} \quad \text{Widerstand bei } 20^\circ\text{C}$$

$$[R_{20}] = \Omega$$

$$\alpha \quad \text{Temperaturkoeffizient}$$

$$[\alpha] = \frac{1}{K}$$

$$\Delta\theta \quad \text{Temperaturdifferenz } \theta - 20^\circ\text{C}$$

$$[\Delta\theta] = ^\circ\text{C}$$