



# Elektronik 2

FS 24 – Prof. Guido Keel (Michael Lehmann)

Autoren:

Simone Stitz, Laurin Heitzer

<https://github.com/P4ntomime/elektronik-2>

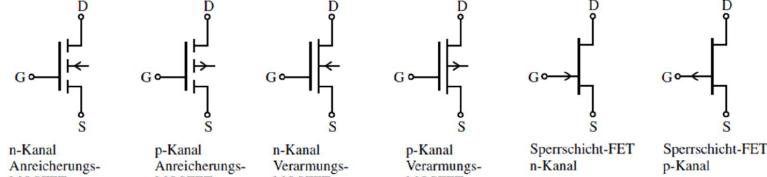
V 1.0.20240618

## Inhaltsverzeichnis

<b>1 Feldeffekt-Transistoren</b>	<b>2</b>	
1.1 FET-Typen und Symbole . . . . .	2	
1.2 Sperrschiicht-FET / Junction FET (JFET) . . . . .	2	
1.3 MOS-FETs . . . . .	2	
1.4 Verstärkerschaltungen mit FETs . . . . .	2	
1.5 MOS-FET als (Leistungs-)Schalter . . . . .	2	
1.6 Transmission Gate . . . . .	2	
<b>2 Transistor-Transistor-Logik</b>	<b>2</b>	
2.1 Resistor Transistor Logik (RTL) . . . . .	2	
2.2 Dioden-Transistor-Logik (DTL) . . . . .	3	
2.3 Transistor-Transistor-Logik (TTL) . . . . .	3	
<b>3 CMOS-Logik</b>	<b>3</b>	
3.1 Grundgatter in CMOS-Logik . . . . .	3	
3.2 Dualität NMOS – PMOS . . . . .	3	
3.3 Verlustleistung bei CMOS-Logik . . . . .	3	
3.4 Verzögerungszeit . . . . .	3	
<b>4 Schmitt-Trigger</b>	<b>3</b>	
4.1 Aufbau nichtinvertierender digitaler Schmitt-Trigger . . . . .	3	
4.2 Aufbau invertierender digitaler Schmitt-Trigger . . . . .	3	
4.3 Schmitt-Trigger vs. CMOS-Logik . . . . .	3	
<b>5 Signalübertragung</b>	<b>3</b>	
5.1 Leitungstheorie . . . . .	3	
5.2 Einfluss / Relevanz von Reflexionen . . . . .	3	
<b>6 High-Speed-Logik</b>	<b>3</b>	
6.1 Emitter Coupled Logic (ECL) . . . . .	3	
6.2 Current Mode Logic (CML) . . . . .	4	
<b>7 Spannungsreferenzen</b>	<b>4</b>	
7.1 Spannungsteiler . . . . .	4	
7.2 Diodenreferenz . . . . .	4	
7.3 Spannungsreferenz mit mehreren Dioden . . . . .	4	
7.4 Spannungsreferenz mit Zenerdiode (Shunt-Regler) . . . . .	4	
7.5 Bootstrap-Referenz (VD Stromquelle) . . . . .	4	
7.6 Proportional To Absolute Temperature (PTAT) . . . . .	4	
7.7 Bandgap-Spannungsreferenz . . . . .	4	
<b>8 Lineare Spannungsregler</b>	<b>4</b>	
8.1 Spannungsstabilisierung mit Z-Diode und BJT . . . . .	4	
8.2 Linearer Spannungsregler . . . . .	4	
8.3 Low-Dropout-Regler mit pnp-Längstransistor (LDO) . . . . .	4	
8.4 Einstellbarer Serie-Spannungsregler . . . . .	5	
<b>9 Spannungswandler mit Ladungspumpen</b>	<b>5</b>	
9.1 Grundprinzip Switched-Capacitor-Schaltungen (SC) . . . . .	5	
9.2 Grundprinzip Ladungspumpen . . . . .	5	
9.3 Allgemeine Funktionsweise geschaltete Kapazitäten . . . . .	5	
9.4 Spannungsinversion mit Switched Capacitors . . . . .	5	
9.5 Spannungsverdoppler mit Switched Capacitors . . . . .	5	
9.6 Dickson Charge Pump (Spannungsvervielfacher) . . . . .	5	
<b>10 Schaltregler</b>	<b>5</b>	
10.1 Spannungswandler mit Spulen . . . . .	5	
10.2 Energien in den Komponenten . . . . .	5	
10.3 Aufwärtswandler (Boost, Step-Up Converter) . . . . .	5	
10.4 Aufwärtswandler: Lückender Betrieb . . . . .	6	
10.5 Abwärtswandler (Buck, Step-Down Converter) . . . . .	6	
10.6 Invertierender Wandler (Buck-Boost Converter) . . . . .	6	
10.7 Flyback (Sperrwandler) . . . . .	6	
10.8 Power Fail Control (PFC) . . . . .	6	
10.9 Aufbau Modernes Netzteil . . . . .	6	
10.10 Fazit Spannungswandler SMPS . . . . .	6	
<b>11 Passive Filter</b>	<b>6</b>	
11.1 Tiefpassfilter 1. Ordnung . . . . .	6	
11.2 Bodeplot Tiefpassfilter 1. und 2. Ordnung . . . . .	6	
11.3 Filter 2. Ordnung . . . . .	7	
11.4 Filter höherer Ordnung . . . . .	7	
11.5 Zeitverhalten: Schrittantwort . . . . .	7	
11.6 Schrittantworten verschiedener Polgüten . . . . .	7	
11.7 Filter 2. Ordnung (passiv und aktiv) . . . . .	7	
<b>12 Aktive Filter</b>	<b>7</b>	
12.1 Sallen-Key-Filter (Einfachmitkopplung) . . . . .	7	
12.2 Multiple-Feedback-Struktur . . . . .	7	
12.3 Sallen-Key vs. Multiple-Feedback Struktur . . . . .	7	
12.4 Vorgehen: UTF aus OPV-Filterschaltung ermitteln . . . . .	7	
12.5 Zustandsvariablen-Filter (Biquad-Filter) . . . . .	7	
<b>13 Analyse von Filterschaltungen mit SFDs</b>	<b>8</b>	
13.1 Eingangsadmittanzen / (Eingangsimpedanzen) . . . . .	8	
13.2 OpAmp Impedanzfunktionen . . . . .	8	
13.3 Regel von Mason (vereinfacht) . . . . .	8	
<b>14 Switched-Capacitor-Verstärker</b>	<b>8</b>	
14.1 Switched-Capacitor-Verstärker . . . . .	8	
14.2 Vergleich RC- und SC-Integrator . . . . .	8	
14.3 RC- / SC-Filter . . . . .	8	
14.4 Fazit Filter . . . . .	8	
<b>15 Single- und Dual-Slope-Wandler</b>	<b>8</b>	
15.1 Dual-Slope-Wandler . . . . .	8	
15.2 Single-Slope-Wandler . . . . .	9	
15.3 Dual-Slope-Wandler für pos. und neg. Eingangsspannungen . . . . .	9	
<b>16 Sigma-Delta-ADC</b>	<b>9</b>	
16.1 Aufbau Sigma-Delta-ADC . . . . .	9	
16.2 Sigma-Delta-Modulator 1. Ordnung . . . . .	9	
16.3 Sigma-Delta-Modulator im Zeitbereich . . . . .	9	
16.4 Modellierung Sigma-Delta-Modulator im Frequenzbereich . . . . .	9	
16.5 Oversampling / Signal-Rausch-Abstand (SNR) . . . . .	9	
16.6 Sigma-Delta-Wandler 2. Ordnung . . . . .	9	
<b>17 Multi-Bit Modulatoren</b>	<b>9</b>	
17.1 1 Bit vs. Multi-Bit ADC (im Modulator) . . . . .	9	
17.2 1 Bit vs. Multi-Bit DAC (im Modulator) . . . . .	9	
17.3 Dynamic Element Matching (DEM), Mismatch-Shaping . . . . .	9	
17.4 Fazit Sigma-Delta-Modulatoren . . . . .	10	
17.5 Digitalfilter . . . . .	10	
<b>18 Sigma-Delta-DAC</b>	<b>10</b>	
18.1 Pattern-Noise . . . . .	10	
18.2 Bilanz Sigma-Delta-DAC . . . . .	10	
<b>19 Rauschen</b>	<b>10</b>	
19.1 Übersicht der Größen und Zusammenhänge . . . . .	10	
19.2 Rauschen in der Elektronik . . . . .	10	
19.3 Arten von Rauschen . . . . .	10	
19.4 Amplitude und Leistung des Rauschens . . . . .	10	
19.5 Rauschen von Widerständen . . . . .	10	
19.6 Rauschen von Spannungsteilern . . . . .	10	
19.7 Rauschen von Netzwerken . . . . .	10	
19.8 Rauschbandbreite . . . . .	11	
19.9 Rauschen von OpAmps . . . . .	11	
19.10 Noise und Signal to Noise Ratio (SNR) . . . . .	11	
19.11 Rauschen vermindern . . . . .	11	
<b>20 Reale Bauteile</b>	<b>11</b>	
20.1 Impedanzen – Übersicht . . . . .	11	
20.2 Reale Widerstände . . . . .	12	
20.3 Spezielle Widerstände . . . . .	12	
20.4 Reale Kondensatoren . . . . .	12	
20.5 Reale Spulen . . . . .	12	
<b>21 Printed Circuit Boards (PCBs)</b>	<b>13</b>	
21.1 Allgemeine Informationen . . . . .	13	
21.2 Aufbau von PCBs . . . . .	13	
21.3 Herstellungsprozess von PCBs . . . . .	13	
21.4 Elektrische Eigenschaften von PCBs . . . . .	13	
21.5 Signalfloss auf dem PCB . . . . .	13	
<b>22 Anhang</b>	<b>13</b>	
22.1 E-Reihen . . . . .	13	
22.2 Elektrische Eigenschaften typischer Materialien . . . . .	13	
22.3 Dielektrizitätskonstanten einiger Materialien . . . . .	13	

# 1 Feldeffekt-Transistoren

## 1.1 FET-Typen und Symbole

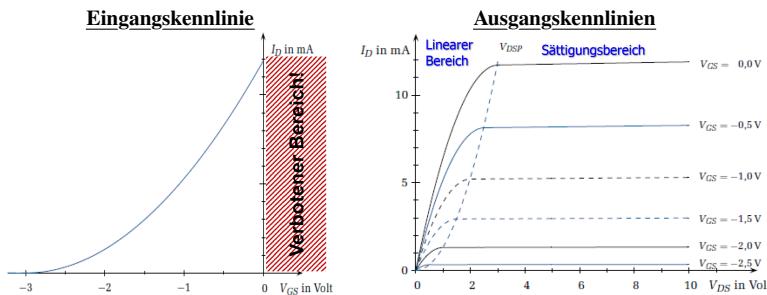


### 1.1.1 Anschlüsse eines FET

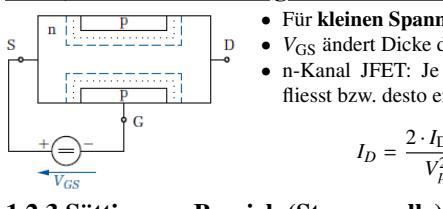
Kanal von Drain zu Source (Stromfluss), gesteuert von Gate (und Bulk)

## 1.2 Sperrsicht-FET / Junction FET (JFET)

### 1.2.1 Kennlinien



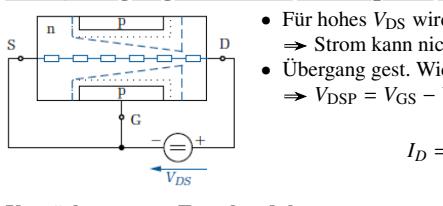
### 1.2.2 Linearer Bereich (gesteuerter Widerstand)



- Für kleinen Spannung-Unterschied  $V_{DS}$
- $V_{GS}$  ändert Dicke der Raumladungszone (Kanal)
- n-Kanal JFET: Je negativer  $V_{GS}$ , desto weniger Strom fließt bzw. desto enger der Kanal

$$I_D = \frac{2 \cdot I_{DSS}}{V_p^2} \left( V_{GS} - V_p - \frac{V_{DS}}{2} \right) V_{DS}$$

### 1.2.3 Sättigungs-Bereich (Stromquelle)



- Für hohes  $V_{DS}$  wird leitender Kanal abgeschürtet  $\Rightarrow$  Strom kann nicht weiter steigen (Stromquelle)
- Übergang gest. Widerstand zu Stromquelle @  $V_{DSP}$   $\Rightarrow V_{DSP} = V_{GS} - V_p$  ( $V_p$  = Pinch-Off-Spannung)

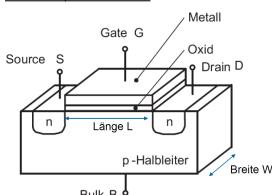
$$I_D = \frac{I_{DSS}}{V_p^2} \cdot (V_{GS} - V_p)^2$$

Verstärkungsmass Transkonduktanz:

$$g_m = \frac{2 \cdot I_{DSS}}{V_p^2} \cdot (V_{GS} - V_p) = \frac{2}{|V_p|} \cdot \sqrt{I_{DSS} \cdot I_D} \quad [g_m] = S$$

## 1.3 MOS-FETs

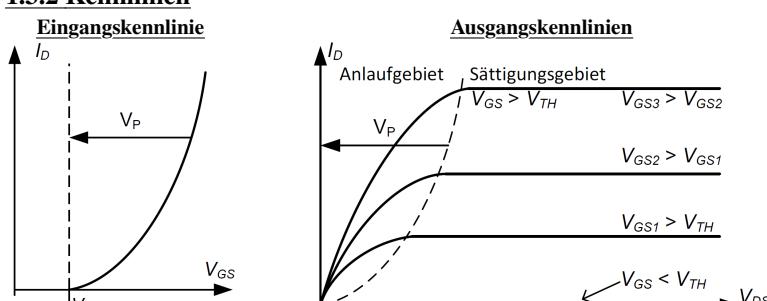
### 1.3.1 Aufbau



L Länge des Transistors  
W Breite des Transistors

- N-Kanal FET: Drain und Source sind n-dotiert
- Kanal ist p-dotiert

### 1.3.2 Kennlinien



### 1.3.3 Bereiche

- Sperrbereich:  $V_{GS} < V_{TH}$
- Linearer (Widerstands-)Bereich / Anlaufbereich:  $V_{GS} > V_{TH}$
- Sättigungsbereich (Stromquelle):  $V_{DS} > V_{GS} - V_{TH}$

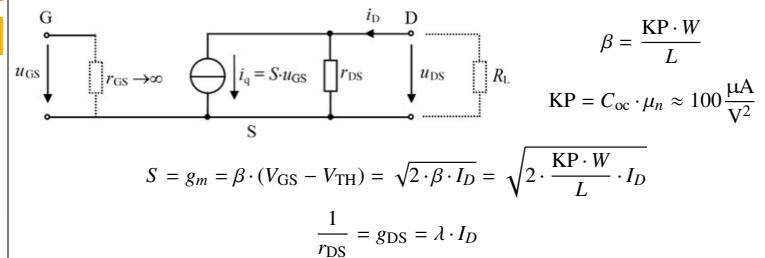
Anlaufbereich (Linearer Bereich)

$$I_{D,lin} = \beta \cdot (V_{GS} - V_{TH} - \frac{V_{DS}}{2}) \cdot V_{DS}$$

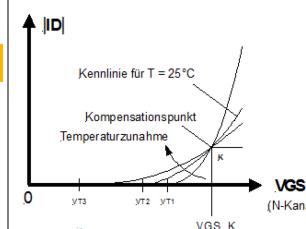
Sättigungsbereich (Stromquelle)

$$I_{D,sat} = \frac{\beta}{2} \cdot (V_{GS} - V_{TH})^2$$

## 1.3.4 Kleinsignal-Ersatzschaltung (MOS-FET)



## 1.3.5 Temperaturabhängigkeit der Übertragungskennlinie



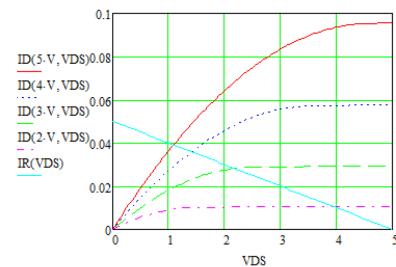
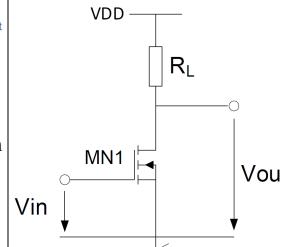
Für den n-Kanal FET gilt:

- Threshold-Spannung  $V_{TH}$  sinkt mit  $1-2 \text{ mV/K}$
- $\beta$  sinkt mit steigender Temperatur
- Im Kompenationspunkt bleibt  $I_D$  für fixes  $V_{GS}$  konstant

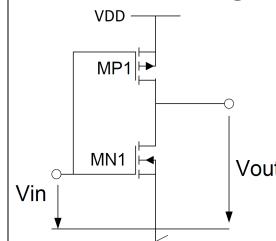
## 1.4 Verstärkerschaltungen mit FETs

### 1.4.1 Source-Schaltung mit Lastwiderstand

Um den Arbeitspunkt der Schaltung zu bestimmen, wird die Lastgerade von  $R_L$  in das Ausgangskennlinienfeld eingezeichnet.



### 1.4.2 Push-Pull / Digitaler Inverter



- $V_{in}$  geht auf NMOS und PMOS
  - Ermöglicht grössere Verstärkung
- Für  $V_{in} \approx \frac{V_{DD}}{2}$  gilt:  
 $A_{V0} = -(g_{m1} + g_{m2}) \cdot (r_{DS1} \parallel r_{DS2})$

## 1.5 MOS-FET als (Leistungs-)Schalter

Wenn der FET als Schalter eingesetzt wird, so arbeitet er im **linearen Bereich** ( $V_{GS} > V_{TH}$ , d.h.  $V_{out} < V_{DD} - V_{TH}$ )

$$I_{D,lin} = \beta \cdot (V_{GS} - V_{TH} - \frac{V_{DS}}{2}) \cdot V_{DS}$$

$$r_{DS} = \frac{dV_{DS}}{dI_D} = \frac{1}{\beta \cdot (V_{GS} - V_{TH})}$$

Schalter geschlossen:  $R_{FET} = R_{DS(on)}$

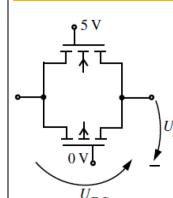
Schalter offen:  $R_{FET} = \infty$

### 1.5.1 Verlustleistung / Erwärmung

$$P_V = R_{DS} \cdot I_{DS}^2 = 0 \text{ W}$$

$$\Delta T = R_{th} \cdot P_V$$

## 1.6 Transmission Gate



Im Bild links gilt:  $V_{DD} = 5 \text{ V}$ ,  $V_{SS} = 0 \text{ V}$

- NMOS (oben) leitet für  $V_{in} < V_{DD} - V_{TH,n}$
- PMOS (unten) leitet für  $V_{in} > V_{SS} - V_{TH,p}$
- Source und Drain austauschbar  
 $\Rightarrow$  Strom kann in beide Richtungen fliessen

## 2 Transistor-Transistor-Logik

- Meist statischer Stromverbrauch
- Asymmetrische Schaltschwellen (weniger Marge als CMOS-Logik)

### 2.1 Resistor Transistor Logik (RTL)

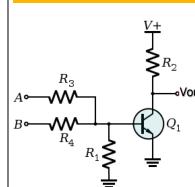


Bild: NOR-Gate

- Ausgangsspannung  $V_{out} = V_+$  oder  $V_{out} = V_{CE,sat}$
- Fan-Out ist begrenzt** (Werden zu viele weitere Gatter an den Ausgang gehängt, so reicht der Strom nicht mehr, um diese zu treiben  $\Rightarrow$  Spannungslevel stimmen nicht mehr, um Transistoren durchzusteuren)

## 2.2 Dioden-Transistor-Logik (DTL)

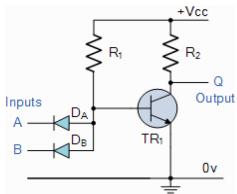
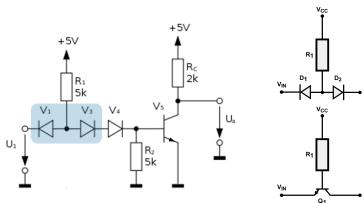


Bild: NAND-Gate

- Fan-Out grösser**, da Transistor aktiv nach '0' zieht
- $R_2$  muss keine Gatter treiben (kein grosser Stromfluss)
- Nachteile: Sehr tiefer Störabstand; Transistor leitet schon bei Spannungen, welche kaum > 0 V sind

## 2.3 Transistor-Transistor-Logik (TTL)

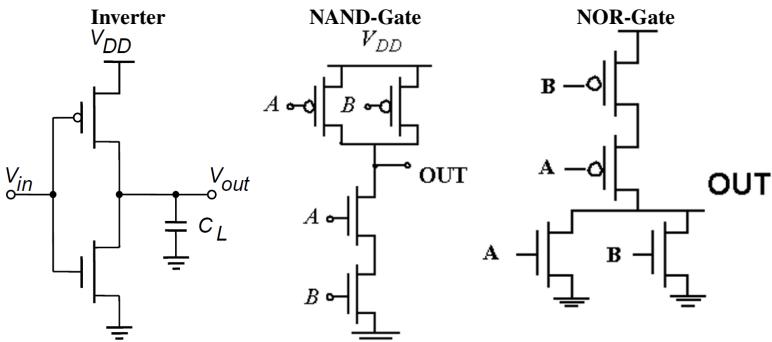


- Schaltschwelle am Eingang wird durch Dioden  $V_3$  und  $V_4$  um 1.4 V erhöht
- Dioden  $V_1$  und  $V_3$  bilden npn-Struktur  $\Rightarrow$  npn-Transistor

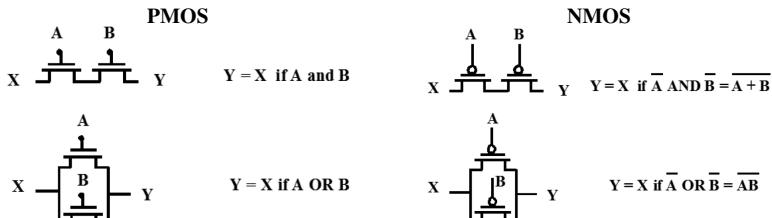
## 3 CMOS-Logik

- Entweder leitender Pfad nach  $V_{SS}$  (NMOS) oder  $V_{DD}$  (PMOS)
- Kein statischer Stromverbrauch
- Langsamer als Bipolar
- Symmetrische Schaltschwellen bei ca.  $\frac{V_{DD}}{2}$  (Übertragungskennlinie)
- Output-Level  $V_{ol}$ ,  $V_{oh}$  näher bei Speisung als Input Level  $V_{il}$ ,  $V_{ih}$   $\Rightarrow$  mehr Marge
- Höhere Speisespannung  $\Rightarrow$  weniger propagation delay
- Nicht geeignet zur Datenübertragung über längere Strecken (kein  $50\Omega$  Abschluss)

### 3.1 Grundgatter in CMOS-Logik



### 3.2 Dualität NMOS – PMOS



### 3.3 Verlustleistung bei CMOS-Logik

$$P_V = C \cdot V_{CC}^2 \cdot f$$

$C$  Kapazität (aus Datenblatt)  
 $f$  Frequenz

### 3.4 Verzögerungszeit

#### Linearer Bereich

$$t_{pHL} = 0.69 \cdot R_{on} \cdot C_L$$

$\Rightarrow$  Exponentielle Entladung!

#### Sättigung (Stromquellen-Bereich)

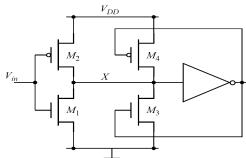
$$t_{pHL} = \frac{C_L \cdot \frac{V_{swing}}{2}}{I_{sat}} \approx \frac{C_L}{k_n \cdot V_{DD}}$$

$\Rightarrow$  Lineare Entladung!

## 4 Schmitt-Trigger

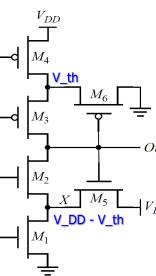
- Schaltschwellen müssen nicht sehr genau sein
- Schmitt-Trigger garantieren auch bei verrauschten Signalen saubere (einmalige) Schaltwellen, dank der Hysterese

### 4.1 Aufbau nichtinvertierender digitaler Schmitt-Trigger



- $M_1, M_2$ : Digitale Inverter
- $M_3, M_4$ : gesteuerte Widerstände
- Für  $V_{out} = 0$** :  $M_4$  leitet,  $M_3$  sperrt
- Für  $V_{out} = 1$** :  $M_3$  leitet,  $M_4$  sperrt
- $M_3, M_4$  verschieben Schaltschwellen abhängig von  $V_{out}$   $\Rightarrow$  Hysterese

## 4.2 Aufbau invertierender digitaler Schmitt-Trigger



- Ohne  $M_5, M_6$ : Normaler Inverter mit je 2 Serie-Transistoren
- Für  $V_{out} = 1$** : Durch  $M_5$  fließt Strom in  $M_1$
- $V_{in}$  muss höher sein, um Strom der PMOS aufzunehmen  $\Rightarrow$  Höhere Schaltschwelle für High-Low-Übergang
- 'Inverses' gilt für  $M_6$  und  $M_4$

### 4.3 Schmitt-Trigger vs. CMOS-Logik

	Low Power	Noise Rejection	Supports Slow Inputs
Input Voltage Waveforms			
Standard CMOS Input Response Waveforms			
Schmitt-trigger CMOS Input Response Waveforms			

## 5 Signalübertragung

### 5.1 Leitungstheorie

- Leitungen haben Widerstände, Kapazitäten und Induktivitäten  $\Rightarrow$  RLC-Netzwerke
- Fortpflanzungsgeschwindigkeit Signal**:  $v = 10 - 20 \text{ cm/ns}$  (Lichtgeschwindigkeit:  $c = 30 \text{ cm/ns}$ )
- Ev. **Impedanzanpassungen** zur Verhinderung von **Reflexionen** nötig (meistens  $50\Omega$ )
- CMOS-Logik: tiefen Quellenwiderstand, hohen Eingangswiderstand  $\Rightarrow$  Nicht geeignet zur Datenübertragung über 'längere Strecken'

### 5.2 Einfluss / Relevanz von Reflexionen

#### 5.2.1 Keine Reflexionen

Wenn nichts anderes bekannt gilt:  $T_r = \frac{1}{10} \cdot T$

$$T_d < \frac{1}{2} \cdot T_r$$

$T_r = T_f$  Anstiegs- / bzw. Abfallzeit des Signals  
 $T_d$  Laufzeit des Signals  
 $T$  Periodendauer

#### 5.2.2 Reflexionen

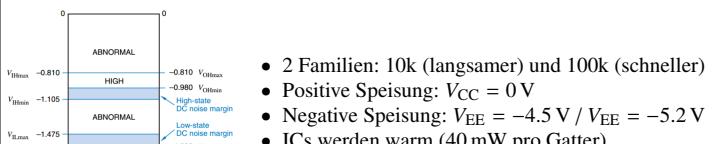
$$l > \frac{1 \cdot 10^7 \text{ m}}{f_{max}}$$

$f_{max}$  Maximal enthaltene Frequenz im Signal  
 $l$  Länge der Leitung

## 6 High-Speed-Logik

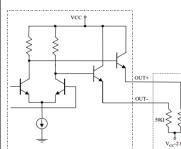
- Sättigung verhindern, da langsam (bei Bipolar-Transistoren)
- Reduzierter Spannungshub
- Stromsteuerung, da Ströme schneller geschaltet werden als Spannungen

### 6.1 Emitter Coupled Logic (ECL)



- Eingangssignal  $V_I$  wird mit fixer Referenz  $V_R$  verglichen
- Von  $V_R - 100 \text{ mV}$  bis  $V_R + 100 \text{ mV}$  kippt Ausgangsspannung von  $V_{CC}$  auf  $V_{CC} - R_C \cdot I_C$
- Differentieller Spannungshub** der Ausgänge:  $V_{diff} = \pm R_C \cdot I_C$
- Spannungspegel **nicht kompatibel** zu CMOS / TTL

#### 6.1.1 Positive Emitter Coupled Logic PECL

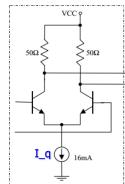


- Positive Speisung:  $V_{CC} = 5 \text{ V}$
- Negative Speisung:  $V_{EE} = 0 \text{ V}$
- Ausgangsbeschaltung mit  $50\Omega$  Abschluss zu  $V_{CC} - 2 \text{ V}$   $\Rightarrow$  Reduktion der Reflexionen!
- Spannungspegel sind kompatibel zu CMOS / TTL

## 6.1.2 Low Voltage Positive ECL (LVPECL)

- Speisespannungen:  $V_{CC} = 3.3 \text{ V}$ ;  $V_{EE} = 0 \text{ V}$
- Weniger Leistung als 5 V Logik; leichter anpassbar an 3.3 V Logik

## 6.2 Current Mode Logic (CML)



- Terminierung am Eingang der Folgestufe gegen  $V_{CC}$
- Äquivalenter Widerstand:  $R_{C_{eq}} = 50 \Omega \parallel 50 \Omega = 25 \Omega$

$$\text{Differentielle Spannung: } V_{\text{diff}} = \pm R_{C_{eq}} \cdot I_q$$

### 6.2.1 CML vs. ECL

#### ECL

- Diff-Amp mit Transistor-Buffer; Ausgang am Emitter
- Single-ended Input (2. Eingang auf fixer Spannung)
- Single-ended Output (z.T. auch differentiell)

#### CML

- Ausgang direkt vom Diff-Amp
- Differentieller Input und differentieller Output
- Impedanzanpassung zur Reduktion von Reflexionen ( $50 \Omega$ )

## 6.2.2 Vorteile / Nachteile von CML gegenüber CMOS-Logik

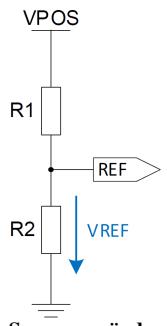
- + high Speed
- + konstanter Strom (kaum Speisungseinbrüche)
- + differentiell: wenig Störung
- + kann Kabel treiben

- hoher statischer Stromverbrauch
- differentiell: benötigt doppelt so viele Leitungen
- aufwändiges PCB-Layout wegen angepassten Leistungsimpedanzen nötig

## 7 Spannungsreferenzen

- Referenzspannungsquellen liefern idealerweise Ausgangsspannungen, welche **unabhängig** von Temperatur, Speisespannung und Last sind
- 2 Hauptprinzipien: Zenerdioden (meistens mit  $V_Z = 5.6 \text{ V}$ ) und Bandgap-Quellen mit  $V_{out} = 1.25 \text{ V}$

## 7.1 Spannungsteiler



#### Speisespannungsabhängigkeit

Spannungsänderung:

$$\Delta V_{\text{ref}} = \Delta V_{\text{POS}} \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

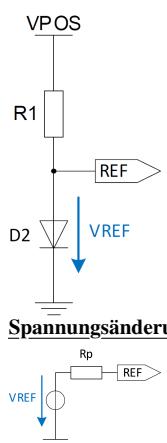
#### Temperaturabhängigkeit

Da die Widerstände **gleiche Temperaturkoeffizienten** haben ändert sich der Strom durch  $R_1$  und  $R_2$ , jedoch nicht das Widerstandsverhältnis  $\Rightarrow V_{\text{ref}}$  bleibt **konstant**  $\Rightarrow$  gut

#### Spannungsänderung bei Lastwechsel

Ersatzschaltung der Referenzquelle durch Thévenin-Äquivalent mit  $R_P = R_1 \parallel R_2$   $\Rightarrow$  sehr lastabhängig, da  $R_P$  gross

## 7.2 Diodenreferenz



#### Speisespannungsabhängigkeit

$$\text{Sensitivität: } S = \frac{V_{\text{ref}}}{I} = \frac{1}{\ln(\frac{I}{I_S})} = 0.065 \Rightarrow \text{gut}$$

#### Temperaturabhängigkeit

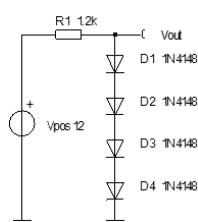
Diode hat einen **Temperaturkoeffizient von  $-2 \text{ mV/K}$** , d.h.  $V_{\text{ref}}$  ändert ebenfalls mit  $-2 \text{ mV/K}$   $\Rightarrow$  schlecht

#### Spannungsänderung bei Lastwechsel

Diode durch Kleinsignal-Ersatzschaltung ersetzen und Ersatzschaltung der Referenzquelle durch Thévenin-Äquivalent mit

$$R_P = R_1 \parallel r_D \Rightarrow \text{weniger lastabhängig, da } r_D = \frac{n \cdot V_T}{I_D} \approx 7 \Omega$$

## 7.3 Spannungsreferenz mit mehreren Dioden

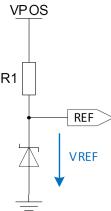


$m$  = Anzahl Dioden in Serie (links:  $m = 4$ )

- Strom durch Dioden muss  $> 0 \text{ A}$  sein, damit  $V_D \approx 0.7 \text{ V}$
- Spannung über  $m$  Dioden:  $V_{\text{out}} = m \cdot V_D$
- Max. Ausgangsstrom:  $I_{\text{out,max}} = \frac{V_{\text{pos}} - V_{\text{out}}}{R_1}$
- Temperaturabhängigkeit:  $TK_{\text{tot}} = m \cdot -2 \text{ mV/K}$

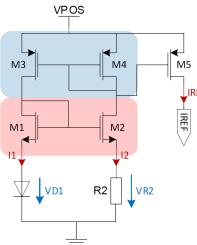
## 7.4 Spannungsreferenz mit Zenerdiode (Shunt-Regler)

**Shunt-Regler:** Überflüssiger Strom wird durch ein Element abgeführt  $\Rightarrow$  Je nach Last wird mehr oder weniger Strom in Z-Diode verheizt



- $V_{\text{REF}}$  entspricht Zener-Spannung der Z-Diode
- Häufigste Zener-Spannung:  $5.6 \text{ V} \Rightarrow TK = 0 \text{ mV/K}$
- Strom  $I = \frac{V_{\text{POS}} - V_{\text{REF}}}{R_1}$  fließt entweder durch Diode oder durch Last
- $I_{\text{out}} < I_{\text{out,max}} = \frac{V_{\text{POS}} - V_{\text{REF}}}{R_1}$

## 7.5 Bootstrap-Referenz ( $V_D$ Stromquelle)



- Stromspiegel  $M_3$  und  $M_4 \Rightarrow I_1 = I_2$
- Stromspiegel  $M_1$  und  $M_2 \Rightarrow V_{GS1} = V_{GS1}$  da  $I_1 = I_2$
- Da Temperaturkoeffizient von  $V_{D1} \approx -2 \text{ mV/K}$  nimmt  $I_{\text{out}}$  mit steigender Temperatur ab  $\Rightarrow$  schlechte Referenz
- Schaltung hat zwei mögliche Arbeitspunkte (AP  $I_1 = I_2 = 0$  ist unerwünscht!)

$$V_{D1} = I_2 \cdot R_2 = V_{R2}$$

$$I_{\text{REF}} = I_1 = I_2$$

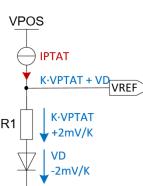
## 7.6 Proportional To Absolute Temperature (PTAT)

$$V_D = n \cdot \frac{kT}{q} \cdot \ln\left(\frac{I_D}{I_S}\right) \quad V_{DN} = n \cdot \frac{kT}{q} \cdot \ln\left(\frac{I_{DN}}{N \cdot I_S}\right)$$

$$\Delta V_D = V_D - V_{DN} = n \cdot \frac{kT}{q} \cdot \ln(N) = TK \cdot T$$

$\Rightarrow \Delta V_T$  ist proportional zur absoluten Temperatur  $T$

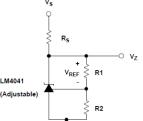
## 7.7 Bandgap-Spannungsreferenz



$$V_{\text{REF}} = K \cdot V_{\text{PTAT}} + V_D$$

- Der positive Temperaturkoeffizient von  $V_{\text{PTAT}}$  wird mit dem Faktor  $K$  verstärkt, sodass  $K \cdot TK_{\text{PTAT}} = +2 \text{ mV/K}$
- Der nur positive Temperaturkoeffizient wird mit einer Diodenquelle mit  $TK_{\text{Diode}} = -2 \text{ mV/K}$  kompensiert
- Der gesamte Temperaturkoeffizient  $TK_{\text{bandgap}} = 0 \text{ mV/K}$
- $V_{\text{REF}}$  buffern, damit der Ausgang belastet werden darf

## Beispiel: LM4041 Shunt Voltage Bandgap Reference

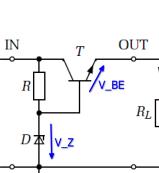


$$V_{\text{out}} = V_Z = V_{\text{REF}} \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

- Einstellbare Referenzspannung  $V_Z = V_{\text{out}}$
- Interne Referenz:  $V_{\text{REF}} = 1.25 \text{ V}$  (Bandgap-Referenz)

## 8 Lineare Spannungsregler

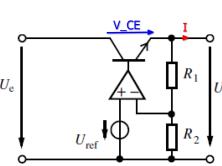
### 8.1 Spannungsstabilisierung mit Z-Diode und BJT



$$V_{\text{out}} = V_Z - V_{BE}$$

- Ausgang kann viel Strom liefern
- Ausgangsspannung sinkt um ca. 20 mV bei Verdoppelung des Stroms
- Ausgangsspannung sinkt um  $-2 \text{ mV/K}$
- Keine Regelung der Ausgangsspannung
- Schnell und stabil, aber nicht genau

### 8.2 Linearer Spannungsregler

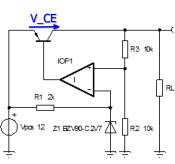


$$V_a = V_{\text{ref}} \left( 1 + \frac{R_1}{R_2} \right)$$

$$P_V = V_{CE} \cdot I$$

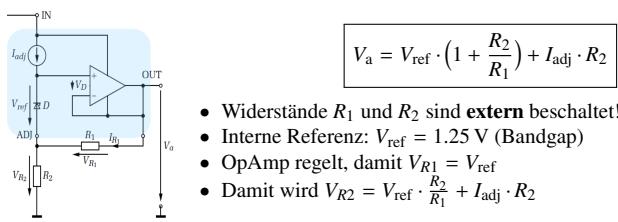
- OpAmp Ausgang ändert so lange, bis für die Spannungen  $V_{R2} = V_{\text{ref}}$  ( $= 1.25 \text{ V}$ ) gilt
- Minimaler Spannungsabfall  $V_{CE}$  über Regler: bis 2.5 V
- Regler kann sehr warm werden  $\Rightarrow$  Verlustleistung  $P_V$

### 8.3 Low-Dropout-Regler mit pnp-Längstransistor (LDO)



- Feedback auf **positiven** OpAmp-Eingang!
- Ansteuerung Längstransistor mit Basisspannung  $< V_{\text{out}}$
- Kleiner minimaler Spannungsabfall  $V_{CE}$  über Regler ( $V_{CE,\text{sat}}$ )
- Auch erhältlich mit PMOS-Transistor statt pnp-Transistor  $\Rightarrow$  Dropout-Spannung über Regler (PMOS) ist dann abhängig vom Laststrom (PMOS = gesteuerter Widerstand)

## 8.4 Einstellbarer Serie-Spannungsregler

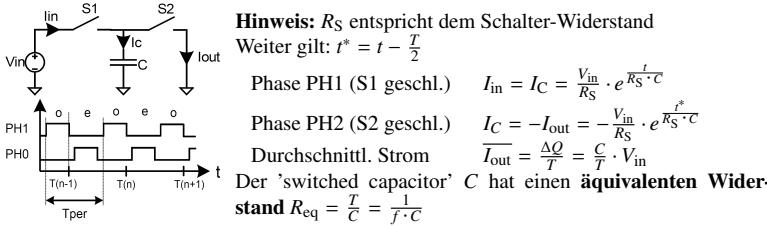


## 9 Spannungswandler mit Ladungspumpen

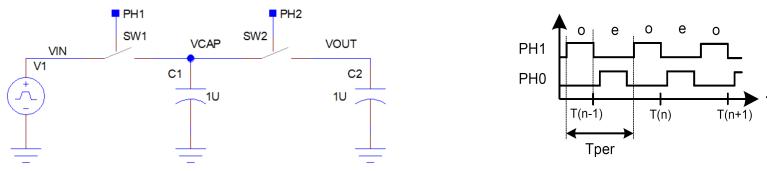
- Ladung kann **nicht springen** und nicht vernichtet werden  
⇒ Ladung wird umverteilt!
- Ladungspumpen sind billige, effiziente Spannungswandler  
(Wirkungsgrad > 99 % möglich)

$$Q = C \cdot V$$

### 9.1 Grundprinzip Switched-Capacitor-Schaltungen (SC)



### 9.2 Grundprinzip Ladungspumpen



Ausgangsspannung  $V_{out}$  nähert sich schrittweise exponentiell der Eingangsspannung an!

Im ersten Zyklus ist  $V_{out} = 0 \text{ V}$

Phase PH1 Kapazität  $C_1$  wird auf  $V_{in}$  geladen

$$Q_1 = C_1 \cdot V_{in} \text{ und } Q_2 = C_2 \cdot V_{out}$$

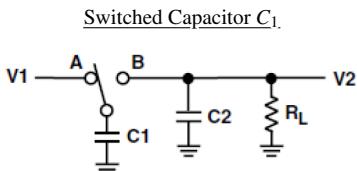
Phase PH2 Ladung **verschiebt** sich von  $C_1$  auf  $C_2$ , bis beide Kapazitäten dieselbe Spannung aufweisen

$$Q_{tot} = Q_1 + Q_2 = C_1 \cdot V_{in} + C_2 \cdot V_{out}$$

$$\Rightarrow \text{Neue Ausgangsspannung: } V_{out} = \frac{Q_{tot}}{C_1 + C_2}$$

**Wichtig:** Die PH0 muss vollständig abgeschlossen sein, bevor PH2 beginnt.

### 9.3 Allgemeine Funktionsweise geschaltete Kapazitäten

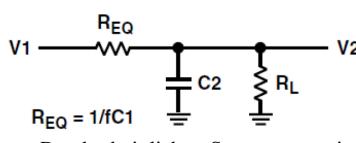


- Strom fließt in 'Paketen':  $\Delta Q = C_1 \cdot \Delta V$
- Durchschnittlicher Strom proportional zu  $C_1$ ,  $\Delta V$  und Schaltfrequenz  $f$

Für beide Schaltungen gilt, dass der **finale Wert der Ausgangsspannung**  $V_{out} = V_2$  durch den **Spannungsteiler** von  $R_L$  und  $R_{eq}$  bestimmt wird:

$$V_{out} = V_{in} \cdot \frac{R_L}{R_{eq} + R_L}$$

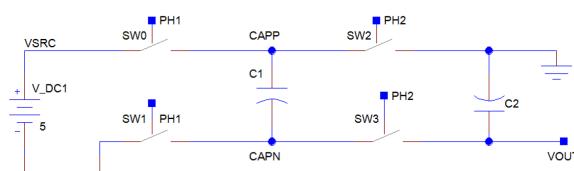
#### Ersatzschaltung mit $R_{eq}$



- Durchschnittlicher Strom proportional zu  $\Delta V$  und  $\frac{1}{R}$
- Geschaltetes  $C_1$  bildet äquivalenten Widerstand  $R_{eq} = \frac{1}{f \cdot C_1} = \frac{T}{C}$

$$I = \frac{V_1 - V_2}{R_{eq}}$$

### 9.4 Spannungsinversion mit Switched Capacitors



Ausgangsspannung  $V_{out}$  nähert sich schrittweise exponentiell  $-V_{SRC}$  an!

Im ersten Zyklus ist  $V_{out} = 0 \text{ V}$

Phase PH1 Kapazität  $C_1$  wird auf  $V_{SRC}$  geladen

$$Q_1 = C_1 \cdot V_{SRC} \text{ und } Q_2 = C_2 \cdot V_{out}$$

Phase PH2 Positiver Anschluss von  $C_1$  wird mit GND verbunden

⇒ Negativer Anschluss von  $C_1$  auf Potential  $-V_{SRC}$

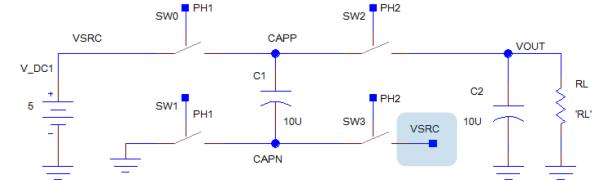
$$Q_{tot} = Q_2 - Q_1 = C_2 \cdot V_{out} - C_1 \cdot V_{SRC}$$

⇒ Neue Ausgangsspannung:  $V_{out} = \frac{Q_{tot}}{C_1 + C_2}$

Für  $C_1 = C_2$  ändert sich die Ausgangsspannung  $V_{out}$  folgendermassen:

$$V_{out} = \left(-\frac{1}{2}, -\frac{3}{4}, -\frac{7}{8}, \dots, -1\right) \cdot V_{SRC}$$

## 9.5 Spannungsverdoppler mit Switched Capacitors



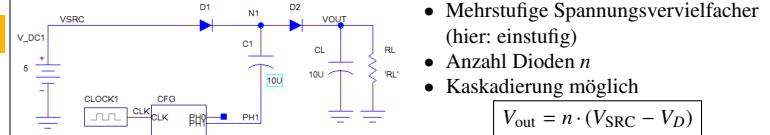
• PH1:  $C_1$  wird auf Eingangsspannung  $V_{in}$  aufgeladen

• PH2: Negativer Anschluss CAPN wird mit  $V_{SRC}$  verbunden

⇒ Positiver Anschluss  $C_1$  springt auf  $2 \cdot V_{SRC}$

• Ladung teilt sich zwischen  $C_1$  und  $C_2$  auf, sodass  $V_{out}$  schrittweise ansteigt

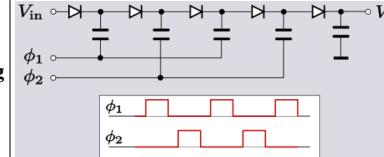
### 9.6 Dickson Charge Pump (Spannungsvervielfacher)



- Mehrstufige Spannungsvervielfacher (hier: einstufig)
- Anzahl Dioden  $n$
- Kaskadierung möglich

$$V_{out} = n \cdot (V_{SRC} - V_D)$$

### 9.6.1 Mehrstufige Dickson Charge Pump



- Mehrstufige Spannungsvervielfacher (hier:  $n = 5$ )

$$V_{out} = n \cdot (V_{SRC} - V_D)$$

## 10 Schaltregler

SMPS (switched-mode-power-supply) sind getaktete Systeme, deren übliche Schaltfrequenzen im Bereich von 20 kHz bis zu einigen MHz liegen.

### 10.1 Spannungswandler mit Spulen

#### • Grundprinzip

- Energie wird aus einer (Spannungs-)Quelle bezogen, in verlustarmen Elementen (**Spulen**, Kondensatoren) zwischengespeichert, auf die gewünschte Spannung gebracht und stabilisiert.

#### • Gemeinsamkeiten aller aufgeführten Spannungswandler mit Spulen

- Energie wird in Magnetfeld gespeichert  $E_L = \frac{1}{2} L \cdot i_L^2$
- Spannung über Spule bewirkt Änderung des Stroms  $V_L = L \cdot \frac{di_L}{dt}$  oder  $i_L = \frac{1}{L} \int V_L(t) dt + I_0 = \frac{V_L}{L} \cdot t + I_0$
- Zur Stabilisierung der Spannung werden Kondensatoren benötigt (potentieller LC-Schwingkreis!)
- Für die meisten Rechnungen kann man annehmen, dass:
  - \*  $V_{in}$  und  $V_{out}$  **konstant** sind
  - \* Die **Schalter ideal** sind (kein Schaltwiderstand)
  - \* Die **Dioden keinen Spannungsabfall** haben

**Hinweis:** Zur Steigerung der Effizienz werden Dioden manchmal durch MOS-FETs ersetzt ('nur'  $R_{DS,ON}$  statt grosser Spannungsabfall). Die Schalter werden in der Praxis ebenfalls mit einem FET realisiert.

### 10.2 Energien in den Komponenten

Energie in Spule

$$E_L = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i_L^2$$

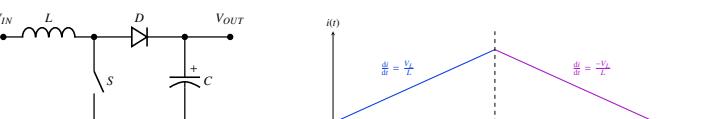
Energie in Kondensator

$$E_C = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V_C^2$$

Energie in Last (pro Periode)

$$E_{load} = \frac{1}{2} P_{load} \cdot T_{clk} = \frac{1}{2} \cdot \frac{V_{out}^2}{R_{load}} \cdot T_{clk}$$

### 10.3 Aufwärtswandler (Boost, Step-Up Converter)



1. Phase Energie in Spule speichern

2. Phase Entmagnetisierung

- Schalter geschlossen
- $V_L = V_{in}$  liegt an Spule an
- $i_L$  muss nicht bei  $I_0 = 0$  starten!

- Schalter offen
- Strom sinkt, wenn  $V_{out} > V_{in}$
- Eingeschwungener Zustand:  $i_L = I_0$

In **beiden Phasen** gelten die folgenden Formeln:

## Ladephase

$$\Delta I_{L_{on}} = \frac{1}{L} \cdot V_{in} \cdot t_{on}$$

$$I_{L_{on}} = \frac{1}{L} \cdot V_{in} \cdot t_{on} + I_0$$

$$\Delta I_{L_{off}} = \frac{1}{L} \cdot (V_{in} - V_{out}) \cdot t_{off}$$

$$I_{L_{off}} = \frac{1}{L} \cdot (V_{in} - V_{out}) \cdot t_{off} + I_0$$

## Gleichgewicht (eingeschwungen)

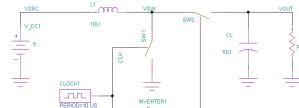
Ausgangsspannung

$$\Delta I_{L_{on}} = -\Delta I_{L_{off}}$$

$$V_{out} = V_{in} \cdot \left(1 + \frac{t_{on}}{t_{off}}\right)$$

Die Ausgangsspannung  $V_{out}$  ist abhängig von der Last  $\Rightarrow$  Bei hochohmiger Last kann die Ausgangsspannung sehr gross werden!

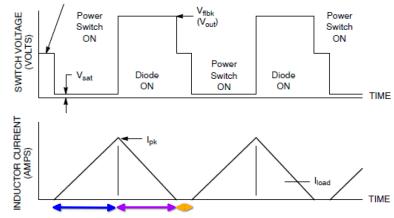
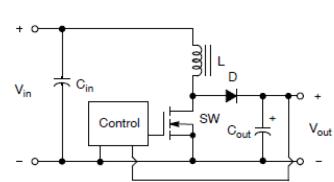
### 10.3.1 Synchronous Boost Converter



- Diode ersetzt durch Schalter SW2
- Entweder SW1 oder SW2 geschlossen
- VSW somit immer leitend verbunden, entweder mit GND oder mit  $V_{out}$
- In Spule fliesst immer ein Strom

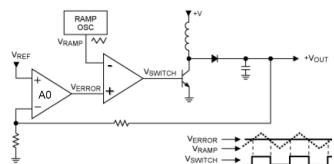
Achtung: Bei kleinen Lasten fliesst Strom in die Quelle zurück und die Verlustleistung in der Spule ist grösser (Drahtwiderstand)

### 10.4 Aufwärtswandler: Lückender Betrieb



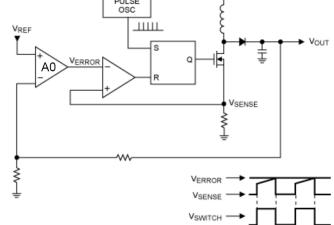
- Es existiert ein 3. Zustand, in welchem kein Strom durch Spule fliesst
- Aus  $i_L = 0$  folgt  $V_L = 0$
- Schalter SW offen, damit Spannung am Knoten SW =  $V_{in}$  wird  $\Rightarrow$  Diode sperrt
- Control schliesst Schalter, nachdem  $V_{out} < V_{out,soll}$  ist  $\Rightarrow$  Regelung von  $V_{out}$

#### 10.4.1 Regelung der Ausgangsspannung: voltage-mode control



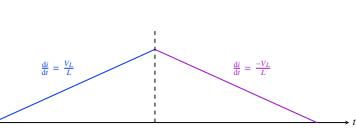
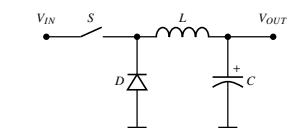
- Verstärker mit Verstärkung A0
- Komparator vergleicht  $V_{ERROR}$  mit  $V_{RAMP}$
- $V_{OUT} - V_{REF} \uparrow \uparrow$ ,  $V_{ERROR} \uparrow \uparrow$ , Schalter muss länger geschlossen bleiben
- gröserer Duty Cycle  $\Rightarrow V_{OUT} \uparrow$

#### 10.4.2 Regelung der Ausgangsspannung: current-mode control



- Strom wird mit Shunt-Widerstand durch Spannung  $V_{SENSE}$  gemessen
- Verstärker mit Verstärkung A0
- Komparator resetted Flip-Flop  $\Rightarrow$  Schalter (FET) öffnet
- Häufiger zur Regelung verwendet als vorherige Schaltung

### 10.5 Abwärtswandler (Buck, Step-Down Converter)



Vereinfachungen:  $V_{out}$  konstant, kein Spannungsabfall über Diode und Schalter  
Formeln gelten nur, wenn immer ein Strom in der Spule fliesst

## Ladephase

$$\Delta I_{L_{on}} = \frac{1}{L} \cdot (V_{in} - V_{out}) \cdot t_{on}$$

$$I_{L_{on}} = \frac{1}{L} \cdot (V_{in} - V_{out}) \cdot t_{on} + I_0$$

$$\Delta I_{L_{off}} = -\frac{1}{L} \cdot V_{out} \cdot t_{off}$$

$$I_{L_{off}} = -\frac{1}{L} \cdot V_{out} \cdot t_{off} + I_0$$

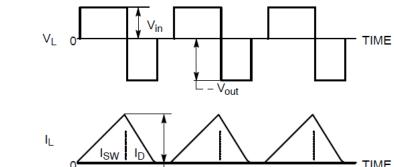
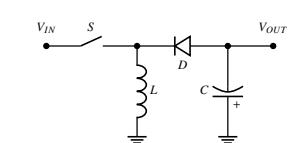
## Gleichgewicht (eingeschwungen)

Ausgangsspannung

$$\Delta I_{L_{on}} = -\Delta I_{L_{off}}$$

$$V_{out} = V_{in} \cdot \frac{t_{on}}{T}$$

### 10.6 Invertierender Wandler (Buck-Boost Converter)



Der Converter kann im buck-mode oder boost-mode betrieben werden buck-mode:  
Duty Cycle  $\frac{t_{on}}{T} < 0.5$ ; boost-mode: Duty Cycle  $\frac{t_{on}}{T} > 0.5$

$$\begin{aligned} \text{Ladephase} \quad \Delta I_{L_{on}} &= \frac{1}{L} \cdot V_{in} \cdot t_{on} \\ \text{Entladephase} \quad I_{L_{on}} &= \frac{1}{L} \cdot V_{in} \cdot t_{on} + I_0 \\ \Delta I_{L_{off}} &= \frac{1}{L} \cdot (V_{in} - V_{out}) \cdot t_{off} \\ I_{L_{off}} &= \frac{1}{L} \cdot (V_{in} - V_{out}) \cdot t_{off} + I_0 \end{aligned}$$

Gleichgewicht (eingeschwungen)

Ausgangsspannung

$$\begin{aligned} \Delta I_{L_{on}} &= \frac{1}{L} \cdot V_{in} \cdot t_{on} \\ \Delta I_{L_{off}} &= \frac{1}{L} \cdot V_{out} \cdot t_{off} \\ \Delta I_{L_{on}} &= -\Delta I_{L_{off}} \\ V_{out} &= -V_{in} \cdot \frac{t_{on}}{t_{off}} \end{aligned}$$

(Vout < 0)

Gleichgewicht (eingeschwungen)

Ausgangsspannung

(Vout < 0)

Gleichgewicht (eingeschwungen)

Aus

## 11.3 Filter 2. Ordnung

### 11.3.1 Kaskadierung von zwei gleichen Filtern

$$G_{11}(s) = \frac{1}{1 + s \cdot \frac{R \cdot C}{T_2}} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot \frac{R \cdot C}{T_2}}$$

$$T_2 = \frac{\sqrt{2} - 1}{2\pi f_{3\text{dB}}} \approx 0.64 \cdot T_1$$

Daraus folgt, dass bei 2 identischen Stufen die Grenzfrequenz  $f_{3\text{dB}}$  der einzelnen Stufen  $\frac{1}{0.64} = 1.56$  mal höher gewählt werden muss als bei einem Filter 1. Ordnung.

### 11.3.2 Filter 2. Ordnung mit komplexen Polen

$$G(s) = \frac{A_0 \cdot p_1 \cdot p_2}{(p_1 + s) \cdot (p_2 + s)} = \frac{A_0 \cdot \omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2}$$

$$p_i \quad \begin{array}{l} \text{Polstellen} \\ \text{komplex für } Q > \frac{1}{2} \end{array}$$

$$Q \quad \begin{array}{l} \text{Polgüte / Filtergüte} \\ \omega_0 \quad \text{Polfrequenz} \end{array}$$

$$p_{1,2} = \frac{\omega_0}{2Q} (1 \pm \sqrt{1 - 4Q^2})$$

## 11.4 Filter höherer Ordnung

- Systeme höherer Ordnung können in kaskadierte Teilsysteme 1. & 2. Ordnung aufgeteilt werden
- Höhere Ordnung und komplexe Pole ermöglichen steileren Übergang zwischen Durchlass- und Sperrbereich

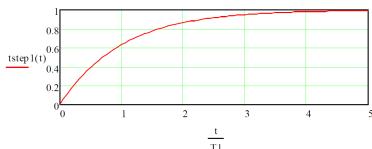
Folgende Filter erzielen durch unterschiedliche Polverteilungen untersch. Verhalten:

- Butterworth:** Konstant im Durchlassbereich der UTF
- Bessel:** Beste Rechteckübertragung, kein Überschwingen
- Tschebyscheff:** Steilster Abfall im Sperrbereich der UTF

## 11.5 Zeitverhalten: Schrittantwort

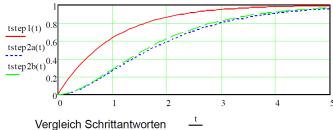
- Frequenzbereich: **Multiplikation** der UTF mit  $\frac{1}{s}$
- Rücktransformation in den Zeitbereich, um  $t_{\text{step}}(t)$  zu erhalten

### 11.5.1 Tiefpass 1. Ordnung



$$t_{\text{step},1}(t) = 1 - e^{-\frac{t}{T_1}}$$

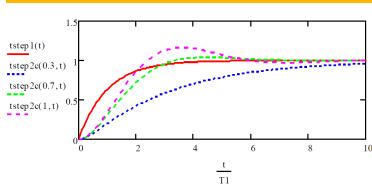
### 11.5.2 Tiefpass 2. Ordnung



$$t_{\text{step}2a}(t) = 1 - e^{-\frac{t}{T_1}} \cdot \left(1 + \frac{t}{T_1}\right)$$

$$t_{\text{step}2b}(t) = 1 - \left(\frac{T_1 \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} - T_2 \cdot e^{-\frac{t}{T_2}}}{T_1 - T_2}\right)$$

### 11.6 Schrittantworten verschiedener Polgüten



Komplexe Pole ( $Q > \frac{1}{2}$ ) führt zu Überschwingen.

Bei einer Polgüte von  $Q = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.7$  (grüne Kurve) schwingt das System am schnellsten ein!

## 11.7 Filter 2. Ordnung (passiv und aktiv)

### Tiefpass

### Bandpass

$$G(s) = \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} = \frac{A_0}{\frac{1}{\omega_0^2}s^2 + \frac{1}{\omega_0 \cdot Q}s + 1}$$

$$G(s) = \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} = \frac{\frac{A_0}{\omega_0} \cdot \frac{Q}{s}}{\frac{1}{\omega_0^2}s^2 + \frac{1}{\omega_0 \cdot Q}s + 1}$$

### Hochpass

### Aufbau Nenner

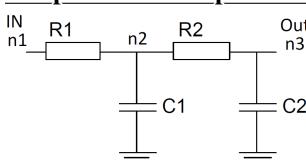
$$G(s) = \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} = \frac{\frac{A_0}{\omega_0} s^2}{\frac{1}{\omega_0^2}s^2 + \frac{1}{\omega_0 \cdot Q}s + 1}$$

- Alle Terme positiv
- $s^2$ -Term definiert Grenzfrequenz
- Im  $s$ -Term ist Dämpfung enthalten
  - $s$ -Term gross  $\Rightarrow$  grosse Dämpfung
  - $s$ -Term = 0  $\Rightarrow$  Oszillatör!

Passive RC-Filter können maximal Güte 0.5 haben (entkoppelte reelle Pole). Filter höherer Güte benötigen entweder Spulen oder Verstärker.

→ Die Formeln gelten aber für passive und aktive Filter!

### Beispiel: UTF Tiefpass 2. Ordnung



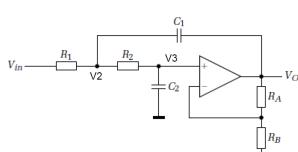
$$A_0 = 1 \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{C_1 C_2 R_1 R_2}}$$

$$Q = \frac{\sqrt{C_1 C_2 R_1 R_2}}{C_1 R_1 + C_2 R_1 + C_2 R_2}$$

$$G(s) = \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} = \frac{1}{1 + (C_1 R_1 + C_2 R_1 + C_2 R_2) \cdot s + C_1 C_2 R_1 R_2 \cdot s^2}$$

## 12 Aktive Filter

### 12.1 Sallen-Key-Filter (Einfachmitkopplung)



$$\text{OpAmp: } V_{\text{out}} = G_0 \cdot V_3 = \left(1 + \frac{R_A}{R_B}\right) \cdot V_3$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{C_1 C_2 R_1 R_2}}$$

$$Q = \frac{\sqrt{C_1 C_2 R_1 R_2}}{C_2(R_1 + R_2) + C_1 R_1 \cdot (1 - G_0)}$$

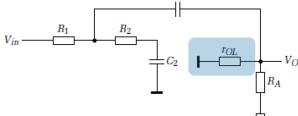
$$G(s) = \frac{G_0}{C_1 C_2 R_1 R_2 \cdot s^2 + [C_2(R_1 + R_2) + C_1 R_1(1 - G_0)] \cdot s + 1}$$

Stromgleichungen:

$$V2: \quad 0 = (V_2 - V_{\text{in}}) \frac{1}{R_1} + (V_2 - V_3) \frac{1}{R_2} + (V_2 - V_{\text{out}}) \cdot s \cdot C_1$$

$$V3: \quad 0 = (V_3 - V_2) \frac{1}{R_2} + V_3 \cdot s \cdot C_2$$

### 12.1.1 Sallen-Key-Filter bei hohen Frequenzen

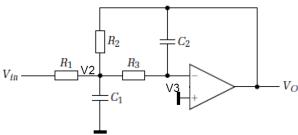


$$\frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} \approx \frac{r_{\text{OL}}}{R_1 + r_{\text{OL}}}$$

$r_{\text{OL}}$  ist der OpAmp open-loop Ausgangswiderstand (bei hohen Frequenzen  $\approx 100 \Omega$ )

- Dämpfung ist limitiert auf obigen Spannungsteiler  $\Rightarrow$  Sallen-Key-Filter sind nicht geeignet für Systeme mit hohen Frequenzanteilen z.B. PWM-DAC

### 12.2 Multiple-Feedback-Struktur



$$\text{OpAmp: } G_0 = -\frac{R_2}{R_1}$$

$$Q = \frac{\sqrt{C_1 C_2 R_1 R_2}}{C_2(R_2 + R_3 + R_3 \frac{R_2}{R_1})}$$

$$G(s) = \frac{G_0}{1 + C_2(R_2 + R_3 + R_3 \frac{R_2}{R_1}) \cdot s + C_1 C_2 R_3 \cdot s^2}$$

Stromgleichungen:

$$V2: \quad 0 = (V_2 - V_{\text{in}}) \frac{1}{R_1} + (V_2 - V_{\text{out}}) \frac{1}{R_2} + (V_2 - V_3) \frac{1}{R_3} + V_2 \cdot s \cdot C_1$$

$$V3: \quad 0 = (V_3 - V_2) \frac{1}{R_3} + (V_3 - V_{\text{out}}) \cdot s \cdot C_2$$

### 12.3 Sallen-Key vs. Multiple-Feedback Struktur

#### Sallen-Key

- Nicht-invertierend
- $Q$  sensitiver auf Toleranzen
- Vorwärtspfad für hohe Frequenzen
- Noise-Gain: A
- Eher für
  - Hochpass
  - kleine Verstärkungen

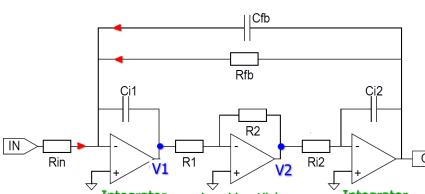
#### Multiple-Feedback

- Invertierend
- $f_g$  sensitiver auf Toleranzen
- Noise-Gain: A + 1
- Eher für
  - Tiefpass, Bandpass
  - größere Verstärkungen

### 12.4 Vorgehen: UTF aus OPV-Filterschaltung ermitteln

- Stromgleichungen (Knotengleichungen) aufstellen
- Gleichungen ineinander einsetzen
- Umformen nach  $G(s) = \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}}$

### 12.5 Zustandsvariablen-Filter (Biquad-Filter)



Mit dieser Topologie sind alle Parameter  $f_0$ ,  $Q$  und  $A_0$  frei wählbar!

An  $V_{\text{out}}$  herrscht Tiefpass-Verhalten.

$$G(s) = \frac{-\frac{R_{\text{fb}}}{R_{\text{in}}}}{s^2 \cdot C_{11} C_{12} R_{\text{fb}} R_{12} \frac{R_1}{R_2} + s \cdot C_{\text{fb}} R_{\text{fb}} + 1}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{C_{11} C_{12} R_{\text{fb}} R_{12} \frac{R_1}{R_2}}} \quad Q = \frac{1}{C_{\text{fb}}} \sqrt{C_{11} C_{12} \frac{R_1}{R_2 R_{\text{fb}}}} \quad A_0 = -\frac{R_{\text{fb}}}{R_{\text{in}}}$$

## 12.5.1 Allgemein: Filter mit mehreren OpAmps

Mit der Filter-Struktur aus Abschnitt 12.5 können auch Bandpass- und Hochpass-Filter gebildet werden:

- **Tiefpass:** Abgriff beim 3. OpAmp ( $V_{out}$  gemäß Abschnitt 12.5)
- **Bandpass:** Abgriff beim 2. OpAmp (an Knoten V2)
- **Hochpass:** Abgriff beim 2. OpAmp, Einspeisung am neg. Eingang des 2. OpAmps

## 13 Analyse von Filterschaltungen mit SFDs

Aktive Filterschaltungen (mit OpAmps) können mittels Signalflussdiagrammen (SFDs) analysiert werden. Dazu wird die gesamte Schaltung in einzelne Komponenten aufgeteilt. Diese Komponenten werden dann mit Impedanz- bzw. Admittanzfunktionen abgebildet. Um die Übertragungsfunktion (UTF) der gesamten Schaltung zu erhalten, muss die **Regel von Mason** angewendet werden.

### 13.1 Eingangsadmittanzen / (Eingangsimpedanzen)

**Hinweis:** Es wird normalerweise mit Eingangsadmittanzen gearbeitet!

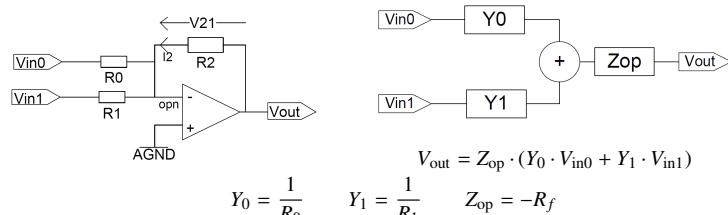
Komponente	Admittanz $Y$	(Impedanz $Z$ )
Widerstand $R$	$Y_{res} = \frac{1}{R}$	( $Z_{res} = R$ )
Kapazität $C$	$Y_{cap} = s \cdot C$	( $Z_{cap} = \frac{1}{s \cdot C}$ )
Induktivität $L$	$Y_{ind} = \frac{1}{s \cdot L}$	( $Z_{ind} = s \cdot L$ )

### 13.2 OpAmp Impedanzfunktionen

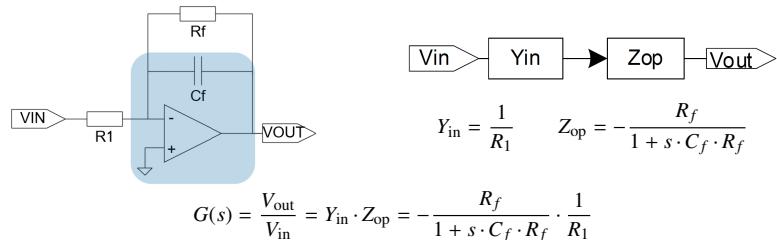
**Hinweis:** Es geht um negatives Feedback bzw. Gegenkopplung

Schaltung (Feedback)	Impedanz $Z$
Widerstand $R_f$ im Feedback	$Z_{op} = -R_f$
Kapazität $C_f$ im Feedback	$Z_{op} = -\frac{1}{s \cdot C_f}$
$R_f \cdot C_f$ (parallel) im Feedback	$Z_{op} = -\frac{R_f}{1 + s \cdot C_f \cdot R_f}$

### Beispiel: Summierender Verstärker



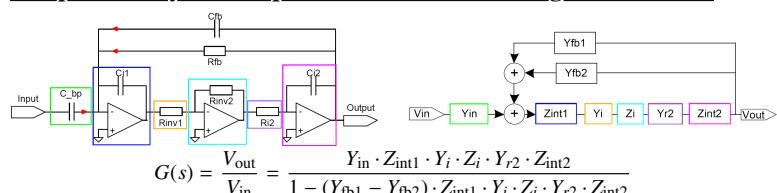
### Beispiel: Aktiver Tiefpass 1. Ordnung



### 13.3 Regel von Mason (vereinfacht)

$$\text{UTF: } G(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{\text{Produkt der Transmittanzen im Vorfächerpfad}}{1 - \text{Summe aller Schleifentransmittanzen}}$$

### Beispiel: Analyse Bandpass mittels SFD und Regel von Mason



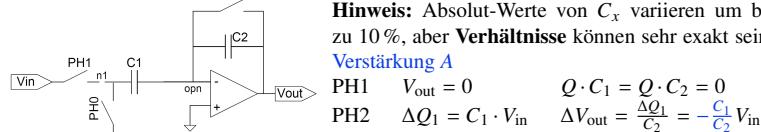
## 14 Switched-Capacitor-Verstärker

→ Funktionsweise von SC-Schaltungen siehe Abschnitt 9.2

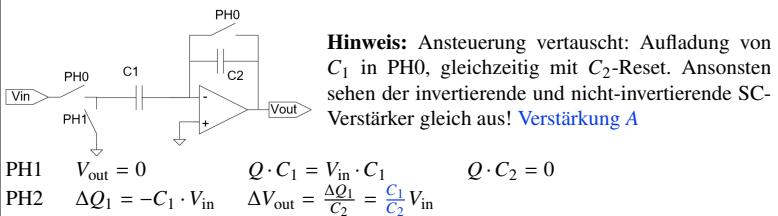
### 14.1 Switched-Capacitor-Verstärker

→ Funktionsweise von SC-Schaltungen siehe Abschnitt 9.2

#### 14.1.1 Invertierender Verstärker

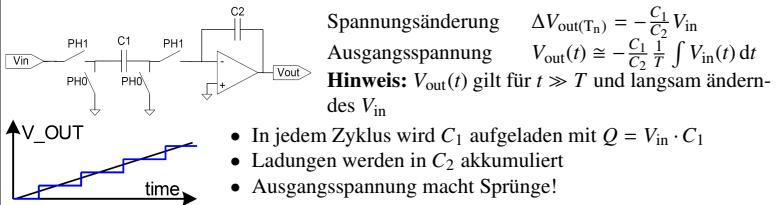


## 14.1.2 Nicht-invertierender Verstärker



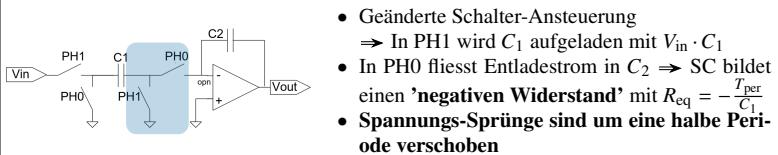
**Hinweis:** Ansteuerung vertauscht: Aufladung von  $C_1$  in PH0, gleichzeitig mit  $C_2$ -Reset. Ansonsten sehen der invertierende und nicht-invertierende SC-Verstärker gleich aus! **Verstärkung A**

### 14.1.3 (Invertierender) SC-Integrator



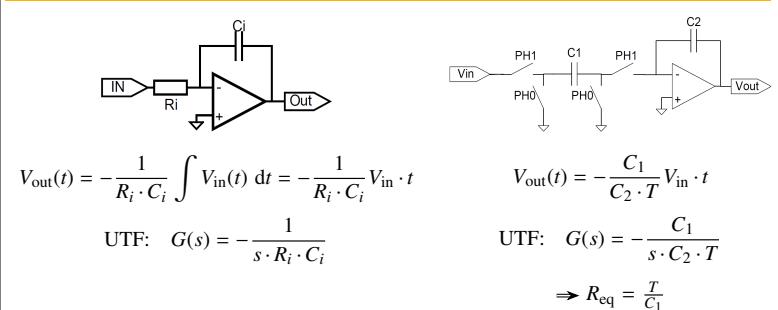
- In jedem Zyklus wird  $C_1$  aufgeladen mit  $Q = V_{in} \cdot C_1$
- Ladungen werden in  $C_2$  akkumuliert
- Ausgangsspannung macht Sprünge!

### 14.1.4 Nicht-invertierender SC-Integrator

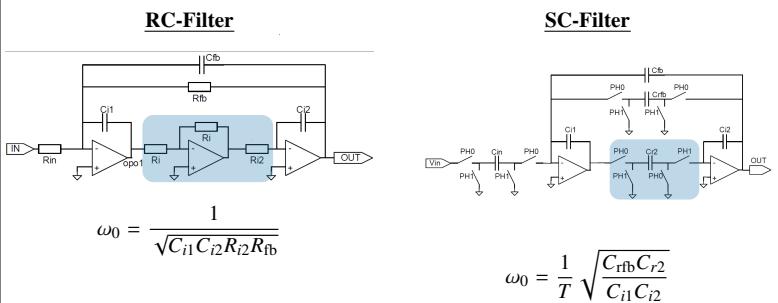


- Geänderte Schalter-Ansteuerung  
⇒ In PH1 wird  $C_1$  aufgeladen mit  $V_{in} \cdot C_1$
- In PH0 fliesst Entladestrom in  $C_2$  ⇒ SC bildet einen 'negativen Widerstand' mit  $R_{eq} = -\frac{T_{per}}{C_1}$
- Spannungs-Sprünge sind um eine halbe Periode verschoben

## 14.2 Vergleich RC- und SC-Integrator



## 14.3 RC- / SC-Filter



- Für SC-Filter gilt:
  - $C_2$  wird umgekehrt angesteuert ⇒ bildet 'negativen Widerstand'
  - Kapazitäts-Verhältnisse und Taktperiode  $T$  bestimmen  $f_0$  bzw.  $\omega_0$

## 14.4 Fazit Filter

- Aktive Filter sind nötig für Polgüten > 0.5 (oder Spulen)
- Filter werden aufgeteilt in Stufen 1. oder 2. Ordnung
- Strukturen mit mehreren OpAmps sind weniger sensibel auf Bauteiltoleranzen und auf Nichtidealitäten der OpAmps
- Als **integrierte Schaltungen** werden oft Switched-Capacitor-Schaltungen eingesetzt

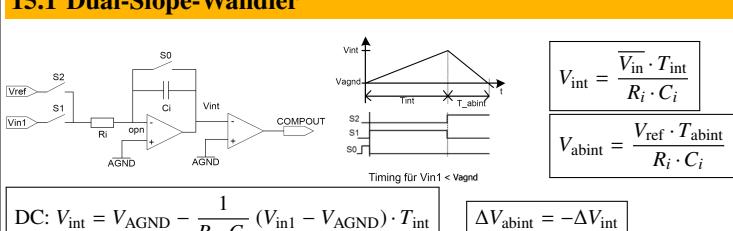
## 15 Single- und Dual-Slope-Wandler

$n$	Anzahl Bits
$D$	Digitaler Wert $D < 2^n$
$q$	Quantisierungsschritt (1 LSB)
$B_0$	Bitwert 0 (LSB)
$B_{n-1}$	Bitwert $n - 1$ (MSB)

$$q = \frac{V_{refp} - V_{refn}}{2^n}$$

$$D = \frac{V_{in} - V_{refn}}{V_{refp} - V_{refn}} 2^n$$

### 15.1 Dual-Slope-Wandler



$$\Delta V_{\text{abint}} = V_{\text{AGND}} - V_{\text{int}} = -\frac{1}{R_i \cdot C_i} (V_{\text{ref}} - V_{\text{AGND}}) \cdot T_{\text{abint}}$$

$$T_{\text{abint}} = -\frac{V_{\text{in1}} \cdot T_{\text{int}}}{V_{\text{ref}}}$$

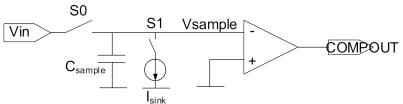
$$\text{Allgemein: } V_{\text{int}} = \int_0^{T_{\text{int}}} -\frac{1}{R_i \cdot C_i} V_{\text{in1}} dt + V_{\text{int},0}$$

$$-\frac{V_{\text{in}}}{V_{\text{ref}}} = \frac{T_{\text{abint}}}{T_{\text{int}}} = \frac{n \cdot T_{\text{clk}}}{N \cdot T_{\text{clk}}}$$

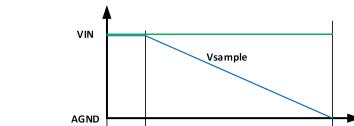
## 15.1.1 Frequenzverhalten vom Dual-Slope-Wandler

Frequenzen  $f = \frac{1}{T}$ , wobei  $T$  der Integrationszeit entspricht, werden perfekt unterdrückt  
 $\Rightarrow$  Integrationszeit  $T = 20 \text{ ms}$  unterdrückt Netzbrumm von 50 Hz

## 15.2 Single-Slope-Wandler

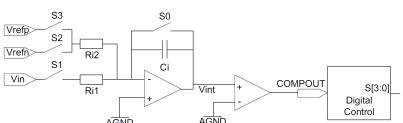


- Einfacher als Dual-Slope
- $V_{\text{in}}$  wird auf  $C_{\text{sample}}$  übertragen
- $C_{\text{sample}}$  wird mit  $I_{\text{sink}}$  entladen
- Zeit bis  $V(C_{\text{sample}}) = 0$  wird gemessen

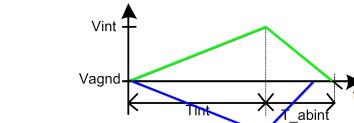


- + Kein OpAmp, nur zwei Schalter
- + Schnell, da  $T_{\text{sample}} < T_{\text{int}}$
- $V_{\text{in}} \sim T_{\text{abint}}$ ,  $C_{\text{sample}}, I_{\text{sink}}$  streuen stark

## 15.3 Dual-Slope-Wandler für pos. und neg. Eingangsspannungen



- Auf- und Abintegration wechseln ab
- Je nach Komparator-Ausgang wird S2 oder S3 geschlossen



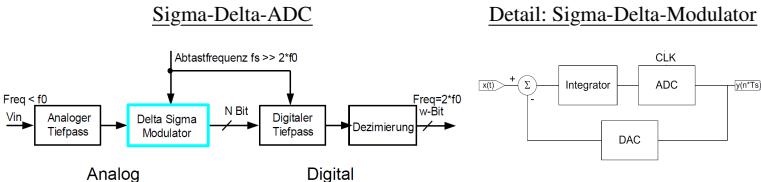
- + Für  $V_{\text{in}} < V_{\text{AGND}}$  wird in Richtung positiver Speisung integriert
- + Für  $V_{\text{in}} > V_{\text{AGND}}$  wird in Richtung GND integriert

## 15.3.1 Eigenschaften von Dual-Slope-Wandlern

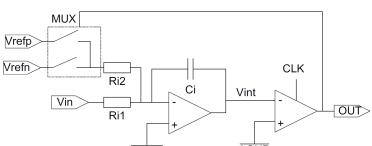
- Unabhängig von Bauteiltoleranzen
- Höhere Auflösung bedingt längere Integrationszeit (bei fixem clk)  $\Rightarrow$  Doppelte Zeit für 1 zusätzliches Bit
- Höhere Frequenzen werden stärker unterdrückt  $\Rightarrow$  reduziert Bandbreite
- Auflösung wird gegen Bandbreite getauscht

## 16 Sigma-Delta-ADC

### 16.1 Aufbau Sigma-Delta-ADC



### 16.2 Sigma-Delta-Modulator 1. Ordnung



$$V_{\text{in}} = \frac{2 \cdot n - N}{N} V_{\text{ref}}$$

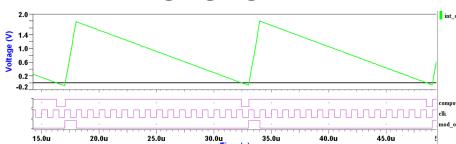
N # Taktzyklen von Clk  
 n # Taktzyklen, in denen Modulator-Ausgang = 1

$$\text{Allgemein: } V_{\text{int}}(t) = \Delta V_{\text{int}} + V_{\text{int},0} = -\frac{1}{C_i} \int_0^t \left( \frac{V_{\text{in}} - A_{\text{GND}}}{R_{i1}} + \frac{V_{\text{ref}} - A_{\text{GND}}}{R_{i2}} \right) d\tilde{t} + V_{\text{int},0}$$

- Sigma-Delta-Wandler machen gleichzeitig Auf- und Abintegration (Feedback-Pfad)
- 'Digitales Filter'  $\Rightarrow$  'Mittelwertbildung' um  $V_{\text{in}}$  zu berechnen
- Eingangsspannungsbereich:  $V_{\text{refn}} \leq V_{\text{in}} \leq V_{\text{refp}} \Rightarrow I_{\text{Eingang}} \leq I_{\text{Feedback}}$
- Summe aller Ladungen muss gesamthaft 0 sein!  $\Rightarrow \Delta Q = C \cdot \Delta U = I \cdot \Delta t = 0$

### 16.3 Sigma-Delta-Modulator im Zeitbereich

#### 16.3.1 DC-Eingangssignale



Je nach  $V_{\text{in}}$  ergibt sich ein anderer DutyCycle  $\frac{n}{N}$  (mod out). Für  $V_{\text{refn}} = -V_{\text{refp}}$  gilt die aufgeführte Tabelle.

$V_{\text{in}}$	Duty Cycle $\frac{n}{N}$
0 V	$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2} V_{\text{refn}}$	$\frac{1}{4}$
$\frac{7}{8} V_{\text{refn}}$	$\frac{1}{16}$
$\frac{1}{10} V_{\text{refp}}$	$\frac{11}{20}$
$0.02 \cdot V_{\text{refp}}$	$\frac{51}{100}$

#### Fazit DC-Eingangssignale

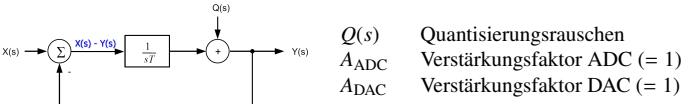
- DC-Eingangssignale erzeugen repetitive Sequenzen mit hohen Frequenz-Anteilen

- Ist  $V_{\text{in}}$  nahe bei Bruchteil von  $V_{\text{ref}}$  entstehen lange repetitive Sequenzen mit tiefen Frequenz-Anteilen
- Lange repetitive Sequenzen können nicht von Signal unterschieden werden  
 $\Rightarrow$  Pattern Noise

### 16.3.2 AC-Eingangssignale

AC-Eingangssignale können durch Mittelwertbildung (z.B. mit Tiefpassfilter mit entsprechend hoch dimensierter Zeitkonstante) des Signals  $V_{\text{int}}$  rekonstruiert werden.

## 16.4 Modellierung Sigma-Delta-Modulator im Frequenzbereich



$Q(s)$  Quantisierungsrauschen  
 $A_{\text{ADC}}$  Verstärkungsfaktor ADC (= 1)  
 $A_{\text{DAC}}$  Verstärkungsfaktor DAC (= 1)

### 16.4.1 Übertragungsfunktionen Sigma-Delta Modulator

Signal-Übertragungsfunktion  $H_s(s)$   
 (Quantisierungsrauschen  $Q(s) = 0$ )

$$Y(s) = [X(s) - Y(s)] \cdot \frac{1}{s \cdot T}$$

$$H_s(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{1 + s \cdot T} \quad (\text{Tiefpass})$$

Noise-Übertragungsfunktion  $H_n(s)$   
 (Eingangssignal  $X(s) = 0$ )

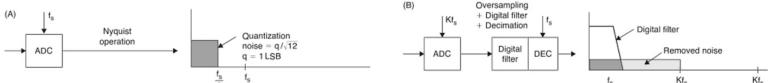
$$Y(s) = -Y(s) \cdot \frac{1}{s \cdot T} + Q(s)$$

$$H_n(s) = \frac{Y(s)}{Q(s)} = \frac{s \cdot T}{1 + s \cdot T} \quad (\text{Hochpass})$$

## 16.5 Oversampling / Signal-Rausch-Abstand (SNR)

$$\text{Rauschleistung} = \text{Rauschleistungsdichte} * \text{Bandbreite} = \frac{q^2}{12} = \text{konstant}$$

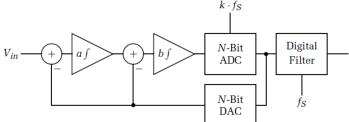
- Oversampling verteilt Quantisierungsrauschen über grösseren Frequenzbereich
- Da die Rauschleistung konstant ist, wird die Rauschleistungsdichte (also die 'Amplitude' des Rauschens) kleiner
- Ein Digitalfilter reduziert die Bandbreite des ADCs weiter



### 16.5.1 Noise-Shaping

- Nicht nur Oversampling und Rauschen gleichmäigig verteilen, sondern Rauschleistungsdichte 'formen'
- Nur bei Sigma-Delta-Wandlern möglich

## 16.6 Sigma-Delta-Wandler 2. Ordnung



$$\text{SNR} \approx 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{3}{2} \cdot \frac{2M+1}{\pi^{2M}} \cdot \text{OSR}^{2M+1} \right)$$

OSR Oversampling-Rate  
 M Ordnung des Modulators

- Ordnung  $M = 2 \Rightarrow 2$  Integratoren
- Quantisierungsrauschen  $Q(s)$  wird mit Hochpass 2. Ordnung gefiltert
- Je höher Ordnung  $M$ , desto stärker das Noise-Shaping (6 dB pro Ordnung und Oktave)
- Je höher Oversampling (OSR), desto höher SNR (3 dB Oktave)

## 17 Multi-Bit Modulatoren

Anstatt eines Komparators ADCs mit mehreren Bits für den Aufbau des Sigma-Delta-Modulators verwendet.

- + Dynamikgewinn von ca. 6 dB pro zusätzliche Bit.

- Aufwändiger Flash-ADC (parallele Komparatoren) nötig, da in einem Takt gewandelt werden müssen

### 17.1 1 Bit vs. Multi-Bit ADC (im Modulator)

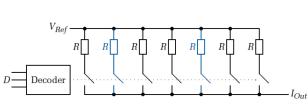
- ADC ist unproblematisch, da hinter Integrator (siehe Blockschaltbild Abschnitt 16.1) und damit Teil vom Quantisierungsfehler
- 1-Bit ADC (Komparator) nichtlinear  $\Rightarrow$  ADC-Verstärkung signalabhängig
- Es entsteht ein nichtlineares System

### 17.2 1 Bit vs. Multi-Bit DAC (im Modulator)

- DAC muss volle Präzision des (gesamten) Wandlers haben  
 $-$  DAC-Spannung wird direkt mit Eingangsspannung 'verrechnet'
- 1-Bit DAC ist perfekt linear (nur Offset- und Gain-Fehler, welche statisch kompensierbar sind)
- DAC muss sehr genau sein  $\Rightarrow$  kann kalibriert werden  
 $-$  Drifttemperatur und Alterung sind dennoch ein Problem

### 17.3 Dynamic Element Matching (DEM), Mismatch-Shaping

- Widerstände des DAC müssen perfekt matchen (so gut wie DAC-Genauigkeit)  
 $-$  In der Praxis ist das nicht möglich!  
 $\Rightarrow$  mismatch



- Dynamic Element Matching (DEM): Spezieller Algorithmus
  - Einschalten der einzelnen Widerstände wird dynamisch umgestaltet, so dass Ausgangskennlinie des DAC 'durchschnittlich linear'
  - Systematischer Fehler wird in Zufallsfehler (Rauschen) umgewandelt
- Mismatch-Shaping
  - Zufallsfehler (Rauschen) wird mit Noise-Shaping gedämpft

## 17.4 Fazit Sigma-Delta-Modulatoren

- + Signal wird nicht (wenig) verändert mit Tiefpass
- + 1 Bit DAC perfekt linear
- + 1. SNR-Erhöhung durch Oversampling (3 dB pro Oktave)
- + 2. SNR-Erhöhung durch Noise Shaping (6 dB pro Oktave)
- + 3. SNR-Erhöhung durch ADC/DAC im Modulator (+6 dB pro Bit)
- + Modulatoren 1. Ordnung immer stabil (90° Phasenschiebung)
- + Modulatoren 2. Ordnung meistens stabil
  - Modulatoren höherer Ordnung können instabil werden
  - 1 Bit ADC (Komparator) nichtlinear
  - **Pattern Noise**

## 17.5 Digitalfilter

Der digitale Teil des Sigma-Delta-ADCs kann auf mehrere Arten realisiert werden. Das Digitalfilter soll die folgenden Aufgaben erfüllen:

- Reduktion des Rauschens (wegen Noise-Shaping viel Rauschen bei hohen Frequenzen)
  - Erhöhung der Auflösung
  - Reduktion der Sample Rate

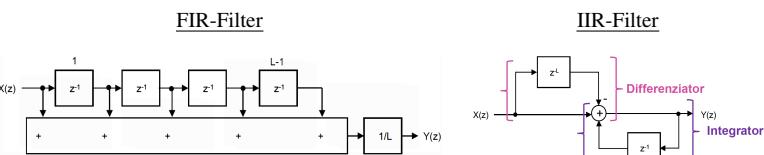
### 17.5.1 Mittelwertbildung

Einfachste Mittelwertbildung umgesetzt mittels countern ⇒ Funktionsweise und Formel siehe Abschnitt 16.2

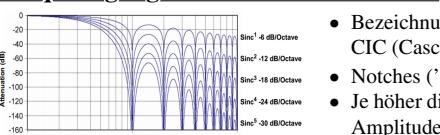
### 17.5.2 Kammfilter (Mittelwertfilter)

$Z^{-1}$  um 1 Takt verschieben  
 $Z^{-L}$  um  $L$  Takte verschieben

FIR Finite Impulse Response  
 IIR Infinite Impulse Response



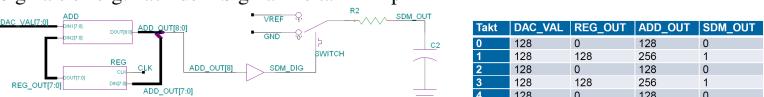
### Frequenzgang kaskadierte Kammfilter



- Bezeichnung kaskadierte Kammfilter: CIC (Cascaded-Integrator-Comb-Filter)
- Notches ('Auslösungen') bei  $n \cdot \frac{\text{Sampling-Freq.}}{L}$
- Je höher die Ordnung, desto steiler der Abfall im Amplitudengang

## 18 Sigma-Delta-DAC

Die finale Realisierung des DACs erfolgt als **PWM-DAC**. Die Generierung des PWM-Signals erfolgt nach dem Sigma-Delta-Prinzip

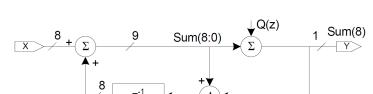


## 18.1 Pattern-Noise

Für einen 8-Bit DAC ist der digitale Wert 129 ungünstig, da in der Bitsequenz irgendwann zwei '1' hintereinander auftauchen. Dies führt zu einer grossen Periodendauer, welche ein **Pattern Noise** beim DAC verursacht, da die '0' und '1' möglichst gleichmässig auf die gesamte Periode verteilt werden.

## 18.2 Bilanz Sigma-Delta-DAC

- Verhalten wie analoger Modulator (Blockschaltbild)



- Im Mittel gleich viele '1' und '0' wie bei PWM =  $\frac{n}{N}$
- '1' werden möglichst gleichmässig in Periode verteilt ( $N \cdot T_{clk}$ )
- Gleichmässige Verteilung ergibt regelmässige Sequenzen ⇒ periodische Signale ⇒ unerwünschte Frequenzkomponenten (Pattern Noise)

## 19 Rauschen

### 19.1 Übersicht der Größen und Zusammenhänge

$e_n$	Rauschspannungsdichte	$[e_n] = \frac{V}{\sqrt{Hz}}$
$v_n$	Rauschspannung (Effektivwert)	$[v_n] = V$
$e_n^2$ (oder $S$ )	Rauschleistungsdichte	$[e_n^2] = \frac{V^2}{Hz}$
$E$	Rauschleistung	$[E] = V^2$

$$E = v_n^2$$

Hinweis: Ein guter Anhaltspunkt für die Zusammenhänge sind die Einheiten!

## 19.2 Rauschen in der Elektronik

- Alle Teile eines elektronischen Systems rauschen!
- Messpfad: Es sollen keine Störsignale zum Messsignal addiert werden
  - Ausser bei perfekter Abschirmung und Temperatur 0 K gibt es **immer** Störereinflüsse
- ADC und DAC: Quantisierungsrauschen  $q$  (Quantisierungsschritt)
  - Quantisierungsrauschen (Auflösung) soll etwa so gross gewählt werden, wie das elektronische Rauschen
- 'Reine DC-Spannungen' gibt es nicht!
  - Auch DC-Signale haben Spannungs-Schwankungen

## 19.3 Arten von Rauschen

- Thermisches Rauschen
- Flicker Noise  $\frac{1}{f}$ -Noise
- Shot Noise
- Burst (Popcorn) Noise
- Avalanche Noise

### 19.3.1 Thermisches Rauschen

- Entsteht durch **zufällige Bewegung der Ladungsträger** aufgrund der **Wärmeenergie** und der **Quantisierung der Ladung**
- Ist über die Frequenzen **gleichverteilt**
- Begriff: Weisses Rauschen
  - Anderer Ausdruck: Johnson Noise

### 19.3.2 Flicker Noise (Funkelrauschen)

- Entsteht am **Übergang** von zwei Materialien
  - u.a. in MOS-FET, wenn sich Elektronen in Fehlerstellen zw. Silizium und Gate-Oxid oder zw. Gate-Oxid und Gate verfangen und nach gewissen Zeit zufällig wieder freikommen
- Rauschleistung nimmt **umgekehrt proportional zur Frequenz ab** ⇒  $\frac{1}{f}$ -Noise
- Jede Dekade liefert die gleiche Rauschleistung

## 19.4 Amplitude und Leistung des Rauschens

Hinweis: Als 'Leistung' gilt die **quadratierte Spannung**

$$\text{Mittelwert der Rauschspannung} \quad \overline{v_n}(t) = \frac{1}{T} \int_T v_n(t) dt = 0$$

$$\text{Mittelwert der Rauschleistung (Varianz)} \quad \overline{v_n(t)^2} = \overline{E} = \frac{1}{T} \int_T v_n^2(t) dt \neq 0$$

$$\text{Effektivwert (Wurzel der Varianz)} \quad v_{n,\text{rms}} = \sqrt{\overline{v_n(t)^2}}$$

### 19.4.1 Berechnung von Rauschen (!)

- Signale und Rauschen addieren sich **nicht gleich**
  - Deterministische **Signale: Amplituden** addieren sich
  - Stochastische Rauschquellen: **Rauschleistungen** addieren sich

## 19.5 Rauschen von Widerständen

- Jeder Widerstand rauscht, unabhängig vom Stromfluss
- Rauschen kann auf folgende zwei Arten modelliert werden

$E = v_n^2 = 4kTRB$	$E = i_n^2 = 4kTGB$
$\overline{v_n^2}$ mittlere Rauschleistung	$\overline{i_n^2}$ mittlerer Rauschleistung
$[v_n^2] = V^2$	$[i_n^2] = A^2$
$R$ Widerstand	$[R] = \Omega$
$G$ Leitwert	$[G] = S$
$B$ Bandbreite	$[B] = Hz$
$T$ absolute Temperatur	$[T] = K$
$k$ Boltzmann-Konstante $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$	

$$\text{Mittlere Rauschleistungsdichte (in)} \frac{V^2}{Hz} : 4kTR$$

### 19.5.1 Serieschaltung von Widerständen

$$\overline{E_t^2} = \overline{e_1^2} + \overline{e_2^2} \quad [E_t] = [e_i^2] = V^2$$

Nicht die Rauschspannungen, sondern die Rauschleistungen müssen addiert werden!

## 19.6 Rauschen von Spannungsteilern

Rauschquellen sind **Kleinsignalquellen**! ⇒  $V_{in} = GND$

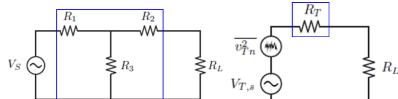
	$E_{Vout} = 4kT \cdot \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$
	$V_{rausch} = \sqrt{E_{Vout}}$

## 19.7 Rauschen von Netzwerken

### 19.7.1 Widerstandsnetzwerke

Widerstands-Netzwerke rauschen gleich stark wie der äquivalente Ersatzwiderstand

## Beispiel: Rauschen von Widerstandsnetzwerk



$$\text{Ersatzwiderstand: } R_T = R_2 + R_1 \parallel R_3$$

$$\text{Rauschleistung: } E = v_{Tn}^2 = 4kR_T B$$

$$\text{Rauschspannung: } v_{Tn} = \sqrt{v_{Tn}^2} = \sqrt{E}$$

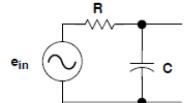
**Hinweis:** Die meisten Elemente werden mit dem Noise-Gain  $A_{\text{noise}}$  multipliziert (Verstärkung nicht-invertierender OpAmp)

$$A_{\text{noise}} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

## 19.7.2 RC-Netzwerke

- Kapazitäten und Induktivitäten **rauschen nicht!**
- Kapazitäten und Induktivitäten beeinflussen die **Bandbreite** des Systems!

Rauschspannung indirekt beeinflusst



$$\text{Rauschspannung Ausgang: } e_{\text{on}} = \sqrt{\frac{kR}{C}}$$

## Beispiel: Rauschen von RC-Netzwerken

Rauschspannungsdichte Widerstand:  $e_{\text{in}} = \sqrt{4kTR}$

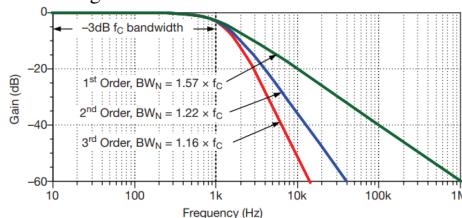
$$e_{\text{on}} = e_{\text{in}} \sqrt{\int_0^\infty \frac{1}{1+2\pi fRC} df} = e_{\text{in}} \sqrt{\frac{1}{1+2\pi fRC} \left[ \tan^{-1}(2\pi fRC) \right]_0^\infty} = e_{\text{in}} \sqrt{\frac{1}{1+2\pi RC} \frac{\pi}{2}}$$

$$\text{Rauschspannung Ausgang: } e_{\text{on}} = \sqrt{4kTR} \sqrt{\frac{1}{4RC}} = \sqrt{\frac{kR}{C}}$$

## 19.8 Rauschbandbreite

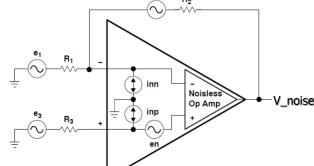
- In Realität werden Signal und Rauschen Tiefpass-gefiltert
- Rauschbandbreite nicht identisch mit 3dB-Bandbreite!**  
⇒ ENB (Effective Noise Bandwidth)

Für  $n$  kaskadierte Butterworth-Filter 1. Ordnung mit Grenzfrequenz  $f_c = \frac{1}{2\pi RC}$  verhält sich das ENB gemäß:



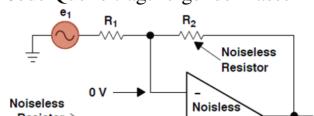
Filterordnung	ENB
1	$1.57 \cdot f_c$
2	$1.11 \cdot f_c$
3	$1.05 \cdot f_c$
4	$1.025 \cdot f_c$

## 19.9 Rauschen von OpAmps



- 6 Rauschquellen
  - $e_1, e_2, e_3$  sind **Rauschspannungen** der Widerstände
  - $e_n$  ist Rauschspannungsdichte des OpAmps
  - $i_{nn}, i_{np}$  sind Eingangsströme des OpAmps
- Ausgangsspannung  $V_{\text{noise}}$  wird berechnet mittels **Superposition**

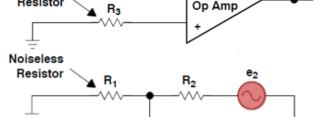
Jede Quelle trägt folgendermaßen zum gesamten Rauschen bei (exkl. Stromquellen):



Beitrag von  $R_1$  wird **invertierend** verstärkt

$$\text{Rauschspannung: } -\frac{R_2}{R_1} \cdot e_1$$

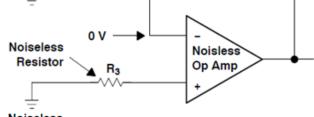
$$\text{Rauschleistung: } \left(-\frac{R_2}{R_1}\right) \cdot e_1^2$$



Beitrag von  $R_2$  wird **nicht** verstärkt

$$\text{Rauschspannung: } 1 \cdot e_2$$

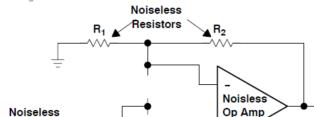
$$\text{Rauschleistung: } 1 \cdot e_2^2$$



Beitrag von  $R_3$  wird **nicht-invertierend** verstärkt

$$\text{Rauschspannung: } \frac{R_1+R_2}{R_1} \cdot e_3$$

$$\text{Rauschleistung: } \left(\frac{R_1+R_2}{R_1}\right) \cdot e_3^2$$



Beitrag von  $e_n$  (OpAmp) wird **nicht-invertierend** verstärkt

$$\text{Rauschspannung: } \frac{R_1+R_2}{R_1} \cdot e_n$$

$$\text{Rauschleistung: } \left(\frac{R_1+R_2}{R_1}\right) \cdot e_n^2$$

Für die **obige Beschaltung** (nicht allgemeingültig) ergibt sich somit gesamthaft:

$$V_{\text{noise}} = \sqrt{\int_0^\infty \left[ 4kTR_2 \left( \frac{R_1+R_2}{R_1} \right)^2 + 4kTR_3 \left( \frac{R_1+R_2}{R_1} \right)^2 + (i_{nn}R_3 \left( \frac{R_1+R_2}{R_1} \right))^2 + (e_n \left( \frac{R_1+R_2}{R_1} \right))^2 \right] df}$$

⇒ Nicht vorhandene Elemente auf Null setzen!

**Hinweis:** Die meisten Elemente werden mit dem Noise-Gain  $A_{\text{noise}}$  multipliziert (Verstärkung nicht-invertierender OpAmp)

$$A_{\text{noise}} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

## 19.9.1 Vereinfachte Berechnung – Rauschen von OpAmps

Die vereinfachte Berechnung darf angewendet werden wenn: (UND-Verknüpfung)

- Bandbreite  $B \gg$  Noise Corner Frequency  $f_{\text{enc}}$   
⇒ Bandbreite  $B > 10$  kHz
- Widerstand  $R_3 = 0$  (⇒ Abschnitt 19.9)

$$V_{\text{noise}} = \sqrt{4kT \cdot R_2 \cdot A_{\text{noise}} \cdot \underbrace{\frac{\pi \text{ GBW}}{2 \cdot A_{\text{OPV}}}}_{\text{ENB}} + e_w^2 \cdot \underbrace{A_{\text{noise}}^2}_{\text{ENB}} \underbrace{\frac{\pi \text{ GBW}}{2 \cdot A_{\text{OPV}}}}_{\text{ENB}}}$$

ENB Effective Noise Bandwidth [ENB] = Hz

GBW Gain Bandwidth (Product) [GBW] = Hz

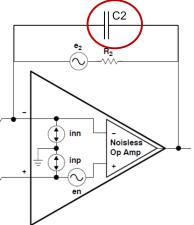
$A_{\text{noise}}$  Noise Gain [ $A_{\text{noise}}$ ] = 1

$e_w$  Rauschspannungsdichte (Datenblatt OpAmp) [ $e_w$ ] =  $\frac{V}{\sqrt{\text{Hz}}}$

$k$  Boltzmann-Konstante  $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$

**Optimalfall:** Widerstände rauschen gleich viel wie OpAmp

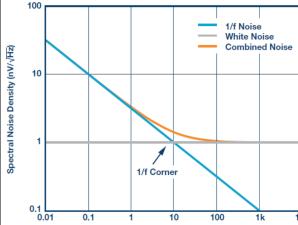
## 19.9.2 OpAmp Tiefpass – Vereinfachte Berechnung



$$V_{\text{noise}} = \sqrt{4kT \cdot R_2 \cdot A_{\text{noise}} \cdot \underbrace{\frac{\pi f_{\text{TP}}}{2}}_{\text{ENB}} + e_w^2 \cdot \underbrace{A_{\text{noise}}^2}_{\text{ENB}} \underbrace{\frac{\pi f_{\text{TP}}}{2}}_{\text{ENB}}}$$

$$\text{mit } f_{\text{TP}} = \frac{1}{2\pi R_2 C_2}$$

## 19.9.3 Arten von Rauschen in OpAmps



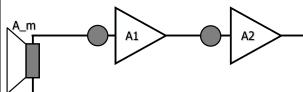
- Tiefe Frequenzen – Flicker-Noise ( $\frac{1}{f}$ -Rauschen) dominiert
- Hohe Frequenzen – Weisses Rauschen dominiert
- $\frac{1}{f}$ -Corner ⇒ Noise-Corner-Frequency  $f_{\text{enc}}$ 
  - Weisses Rauschen gleich gross wie  $\frac{1}{f}$ -Rauschen

## 19.10 Noise und Signal to Noise Ratio (SNR)

$$\text{SNR} = \frac{V_{\text{signal}}}{V_{\text{raus}}}$$

$$\text{SNR}_{\text{dB}} = 20 \cdot \log_{10}(\text{SNR})$$

## Beispiel: Rauschen bei mehrstufigen Verstärkern



Bei mehrstufigen Verstärkern sollten **große Verstärkungen möglichst 'weit vorne'** in der Signalkette vorkommen.

$$v_{n,\text{tot}} = \sqrt{(v_{\text{mic}} \cdot A_{\text{mic}} \cdot A_1 \cdot A_2)^2 + (v_{\text{OPV}_1} \cdot A_1 \cdot A_2)^2 + (v_{\text{OPV}_2} \cdot A_2)^2}$$

## 19.11 Rauschen vermindern

- Weniger Rauschen ⇔ mehr Strom
  - Gilt für Widerstände und aktive Bauteile
- Bandbreite auf das Nötigste begrenzen
  - Tiefpass > 1. Ordnung ⇒ ENB verkleinern
- Verstärkung möglichst früh in Signalkette
- Nicht-invertierender OpAmp besser als invertierender OpAmp
- Verstärker parallel schalten
  - $n$ -mal mehr Strom ⇔  $\frac{1}{\sqrt{n}}$ -mal weniger Rauschen
- Differentielle Signale verwenden
  - Amplitude doppelt so gross
- Referenzspannung filtern
- Signal HP-filtern ⇒ Reduktion  $\frac{1}{f}$ -Noise
- Chopper- oder Sutozeroing-Verstärker ⇒ Reduktion  $\frac{1}{f}$ -Noise
- Correlated Double Sampling (CDS)
- Kühlen (teuer!)

## 20 Reale Bauteile

### 20.1 Impedanzen – Übersicht

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C}$$

$$Z_L = j\omega L$$

$$|Z| = \sqrt{R_{\text{tot}}^2 + X_{\text{tot}}^2}$$

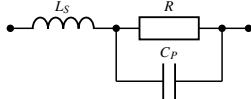
$$f_{\text{res}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{RC}}$$

## 20.2 Reale Widerstände

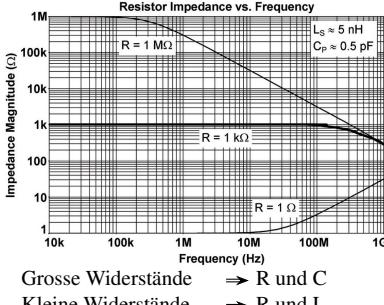
$$R = \frac{\rho \cdot l}{A}$$

- $R$  Widerstand (@ 20 °)  $[R] = \Omega$
- $\rho$  spez. Widerstand  $[\rho] = \frac{\Omega \text{mm}^2}{\text{m}}$
- $l$  Länge des Leiters  $[l] = \text{m}$
- $A$  Querschnitt des Leiters  $[A] = \text{m}^2$

### 20.2.1 Ersatzschaltung und Frequenzabhängigkeit



- $R$  nom. Widerstand
- $L_s$  Zuleitung
- $C_p$  zwischen Anschlüssen



### 20.2.2 Temperaturabhängigkeit

$R_\vartheta = R_{20} + \Delta R$	$R_\vartheta$ Widerstand bei Temperatur $\vartheta$ $[R_\vartheta] = \Omega$
$R_{20}$	Widerstand bei 20 °C $[R_{20}] = \Omega$
$\alpha$	Temperaturkoeffizient $[\alpha] = \frac{1}{\text{K}}$
$\Delta R = R_{20} \cdot \alpha \cdot \Delta \vartheta$	Temperaturdifferenz $\vartheta - 20^\circ \text{C}$ $[\Delta \vartheta] = ^\circ \text{C}$

Achtung: Leistungs-Derating bei steigender Temperatur beachten!

### 20.2.3 Kenngrößen

- Widerstandswert
- Toleranz
- Temperaturkoeffizient  $\alpha$
- max. Verlustleistung

### 20.2.4 Auswahlkriterien

- Baiform (Grösse)
- Leistung (Verlustwärme)
- Widerstandsmaterial
- Genauigkeit und Langlebigkeit

## 20.3 Spezielle Widerstände

### 20.3.1 Thermistoren

Thermistoren sind **temperaturabhängige** Widerstände.

#### NTC (neg. temp. Koeffizient, Heissleiter)

- Widerstandswert **sinkt** mit steigender Temperatur
  - Temperatursensoren
  - Einschaltstrombegrenzung
- Widerstandswert **steigt** mit steigender Temperatur
  - Temperatursensoren
  - Selbst-rückstellende Sicherungen
  - Selbst-regelndes Heizelement

$$R = R_{20} \cdot e^{B \cdot \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_{20}} \right)}$$

$$R = R_{20} \cdot (1 + A \cdot \vartheta + b \cdot \vartheta^2)$$

### 20.3.2 Varistoren

Varistoren sind **spannungsabhängige** Widerstände.

- Alternativ: Voltage Dependent Resistor (VDR)
- Verringern Widerstand bei steigender Spannung (Verhalten sich wie Z-Diode aber für beide Polaritäten)
- Eingesetzt für:
  - Begrenzung von Überspannungs-Impulsen
  - Eingangs-Schutzschaltungen

### 20.3.3 Fotowiderstände (LDR)

- Light Dependent Resistor (LDR)
- Trifft Licht auf die foto-empfindliche Fläche des Fotowiderstands, so verringert sich der Widerstand durch den inneren foto-elektrischen Effekt
- Relativ langsame Widerstands-Änderung
  - Mehrere ms Verzögerung
- Heutzutags werden statt LDRs meist Photodioden eingesetzt

### 20.3.4 Druck- und dehnungsabhängige Widerstände

- Dehnmessstreifen (Strain Gage, Strain Gauge)
- Ändern ihren Widerstandswert in Abhängigkeit ihrer Dehnung bzw. Zugspannung
- Folienwiderstände, welche aufgeklebt werden
- Häufig in Brückenschaltungen verwendet

### 20.3.5 Verstellbare Widerstände, Potentiometer

- Fester Widerstand mit Abgriff dazwischen ( $\Rightarrow$  'Spannungsteiler')
- Potentiometer geeignet für häufiges Verstellen
  - Alternative heute: Digitale Potentiometer
- Trimpotentiometer nur für gelegentliches Verstellen geeignet
  - Alternative heute: Winkelencoder mit Hall-Sensor

## 20.4 Reale Kondensatoren

$$C = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A}{d}$$

$$C_p \quad \text{Kapazität (Plattenkondensator!)} \quad [C_p] = \text{F}$$

$$\epsilon_0 \quad \text{elektrische Feldkonstante } 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$$

$$\epsilon_r \quad \text{relative Permittivität}$$

$$A \quad \text{Fläche der Platten}$$

$$d \quad \text{Abstand zwischen Platten}$$

$$[C_p] = \frac{\text{F}}{\text{m}}$$

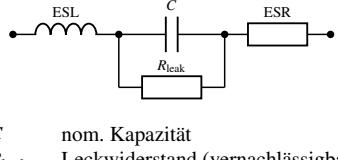
$$[\epsilon_0] = \frac{\text{F}}{\text{m}}$$

$$[\epsilon_r] = 1$$

$$[A] = \text{m}^2$$

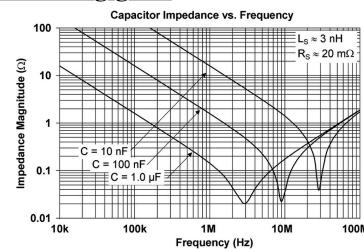
$$[d] = \text{m}$$

## 20.4.1 Ersatzschaltung und Frequenzabhängigkeit



- $C$  nom. Kapazität
- $R_{\text{leak}}$  Leckwiderstand (vernachlässigbar!)
- ESR Anschlüsse, Zuleitung
- ESL Anschlüsse, Zuleitung

$$|Z| = \sqrt{|R|^2 + (|X_C| - |X_L|)^2}$$



Bei Resonanz:  $|X_C| = |X_L| \Rightarrow Z$  rein reaktiv (tiefster Punkt in Diagramm)

Hinweis: Für eine optimale Stützung der Speisung werden mehrere Kondensatoren mit verschiedenen Kapazitätswerten parallelgeschaltet

### 20.4.2 Temperaturabhängigkeit

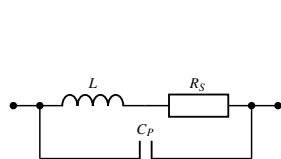
- Abhängig von Dielektrikum  
 $\Rightarrow$  Kennlinien

### 20.4.4 Verschiedene Typen von Kondensatoren

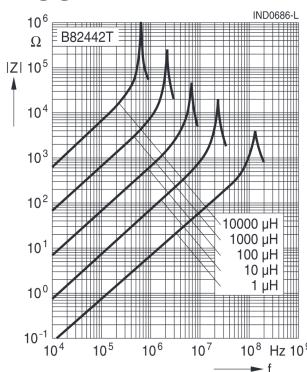
- **Elektrolytkondensatoren (Elkos)**
  - Gepolte Kondensatoren
  - Wenn bei tieferer Temperatur eingesetzt als spezifiziert:  
 $-10^\circ \text{C}$  verdoppelt Lebenserwartung
- **Tantalkondensatoren**
  - Gepolte Kondensatoren
  - Große Kapazität bei kleiner Abmessung
  - Tantal ist problematisch im Abbau
- **Folien-Filmkondensatoren**
  - Sind selbstheilend
  - Hohe Genauigkeit
  - Relativ teuer
- **Kondis mit einstellbarer Kapazität**
  - Zum Einstellen von Schwingfrequenzen
  - Trimmer
- **Super-Caps**
  - Kapazitäten bis 3000 F
  - 10 % Energiedichte von Akkus  
 $\Rightarrow$  10-fache Leistungsdichte
  - Schnell geladen / entladen
  - Sehr kleine Spannungsfestigkeit

## 20.5 Reale Spulen

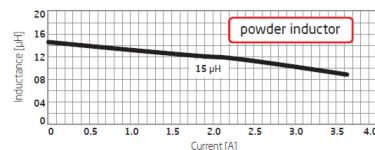
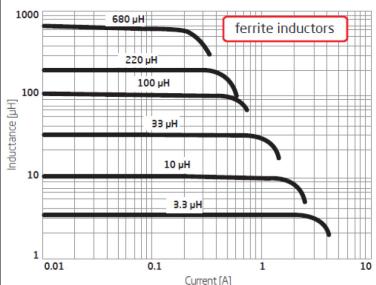
### 20.5.1 Ersatzschaltung und Frequenzabhängigkeit



- $R$  nom. Widerstand
- $L_s$  Zuleitung
- $C_p$  zwischen Anschlüssen



### 20.5.2 Induktivität und Strom



- Spule mit Ferritkern (links): Abrupter Abfall der Induktivität
- Spule mit Eisenkern (rechts): Kein abrupter Abfall der Induktivität

### 20.5.3 Einsatzgebiete von Spulen

- Transformator
- Galvanische Trennung
- DC-DC-Wandler
- HF-Anwendungen
- Entstörung (EMV)
- Auch Ferrite Bead genannt
- Dämpfung von HF-Störungen
  - Hohe Impedanzen bei hohen Frequenzen
  - Kleiner DC-Widerstand

# 21 Printed Circuit Boards (PCBs)

## 21.1 Allgemeine Informationen

### 21.1.1 Aufgaben PCB

- Elektrische Verbindung zwischen Bauteilen
- Mechanische Befestigung der Bauteile
- Wärmeabfuhr
- Ev. Abschirmfunktion
- Ev. Antennen (kleine Spulen)

### 21.1.2 Testen von PCBs

- Lot überprüfen
  - Automatische Röntgen-Inspektion (AXI)
- Elektrische Überprüfung
  - In-Circuit-Test (ICT)
- Bestückung
  - Automatische optische Inspektion (AOI)

### 21.1.3 Ausführungen von PCBs

- Anzahl der Lagen (Layer)
  - (4-Lagen als Standard)
- Flex-Leiterplatten
  - Stark elatisches Grundmaterial
- Starr-Flex-Leiterplatten
  - Kombination aus starr und flexibel

### 21.1.4 Gehäuse (Komponenten)

- THT: through-hole-technology
- SMD/SMT: surface mounted device / surface mounted technology
- BGA: Ball grid array
- CSP: chip scale package
- DCA: direct chip attach

## 21.2 Aufbau von PCBs

### 21.2.1 Lagen-Aufbau

Ein 4-lagiges PCB ist folgendermassen aufgebaut:

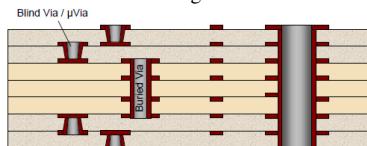
Material	Lagen	Typ	Dicke in mm
Cu-Folie	Lage 1		0.018
Prepreg		Prepreg 7628	0.180
Prepreg		Prepreg 7628	0.180
Kupfer	Lage 2		0.035
Innenlage		FR4-Kern	0.900
Kupfer	Lage 3		0.035
Prepreg		Prepreg 7628	0.180
Prepreg		Prepreg 7628	0.180
Cu-Folie	Lage 4		0.018

### Hinweise und Eigenschaften zum Lagen-Aufbau

- Die Gesamt-Dicke eines PCBs ist meist 1.6 mm (unabhängig von der Anzahl Layer)
- PCBs sind immer symmetrisch aufgebaut
- In die Innenlagen sind meist Speisungs-Layer (Flächen mit Speisungen)
- Das Basismaterial FR4 besteht aus Epoxidharz und Glasfasergewebe

### 21.2.2 Durchkontaktierung (Via)

Die verschiedenen Lagen des PCBs werden mit Vias miteinander verbunden.



- Buried Via (Vergrabene Durchkontaktierung)
- Blind Via (Sackloch)
- Micro Via

## 21.3 Herstellungsprozess von PCBs

- Vorbereitung und Belichtung der Innenlage (Kern aus FR4)
- Ätzen der Innenlage (Kupfer wird abgeätzt)
- Aussenlage aufbringen und verpressen
- Löcher für Durchkontaktierungen (Vias) bohren
- Durchkontaktieren der Vias (elektrisch verbinden)
- Belichten und Cu-Abscheiden der Aussenlagen
- Aussenlagen ätzen (Leiterbahnen bleiben übrig)
- Lötstoppmaske (solder mask) aufbringen
- Oberfläche veredeln (Lötspuren mit Nickel oder Gold überziehen)
- Bestückungsdruck (silk-screen)
- Fräslinien, Bohrungen (ohne Durchkontaktierung), Tests

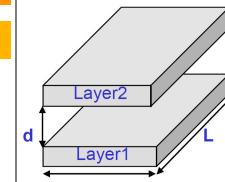
## 21.4 Elektrische Eigenschaften von PCBs

### 21.4.1 Widerstand von Leiterbahnen

Diagramm eines Leiterbahnabschnitts mit den Dimensionen  $d$  (Dicke),  $w$  (Breite) und  $l$  (Länge). Der Widerstand  $R$  ist definiert als spezifischer Widerstand  $\rho$  multipliziert mit der Länge  $l$  und dividiert durch die Fläche  $w \cdot d$ .

$$R = \frac{\rho \cdot l}{w \cdot d}$$

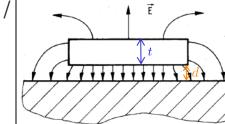
## 21.4.2 Kapazität von Leiterbahnen



$$C = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot W \cdot L}{d}$$

$C$  Kapazität (Plattenkondensator!)  $[C] = F$   
 $\varepsilon_0$  elektrische Feldkonstante  $8.85 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m}$   $[\varepsilon_0] = \frac{F}{m}$   
 $\varepsilon_r$  relative Permittivität (FR4:  $\varepsilon_r = 4.5$ )  $[\varepsilon_r] = 1$   
 $A = W \cdot L$  Fläche der Platten  $[A] = m^2$   
 $d$  Abstand zwischen Platten  $[d] = m$

### 21.4.3 Kapazität zwischen Leiterbahn und Fläche

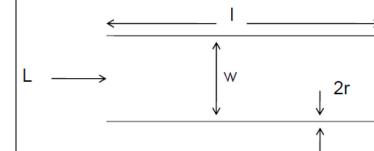


$$C_{sw} = 2 \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot l \cdot \ln\left(1 + \frac{t}{d}\right)$$

$$C_{tot} = C_P + C_{sw}$$

$C_{sw}$  Sidewall-Kapazität  $[C_{sw}] = F$   
 $\varepsilon_0$  elektrische Feldkonstante  $8.85 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m}$   $[\varepsilon_0] = \frac{F}{m}$   
 $\varepsilon_r$  relative Permittivität (FR4:  $\varepsilon_r = 4.5$ )  $[\varepsilon_r] = 1$   
 $l$  Länge der Leiterbahn  $[l] = m$   
 $t$  Dicke der Leiterbahn  $[t] = m$   
 $d$  Abstand zwischen Leiterbahn und Fläche  $[d] = m$

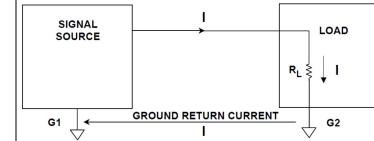
### 21.4.4 Induktivität von Leiterbahnen



$$\text{Für } l \gg w \gg r \quad L = \frac{\mu \cdot l}{\pi} \cdot \ln\left(\frac{w}{r}\right)$$

$L_C$  Induktivität (flache) PCB-Verbindung  
 $l$  Länge der Leiterbahn  
 $w$  Breite der Leiterbahn  
 $d$  Dicke der Leiterbahn

## 21.5 Signalfluss auf dem PCB



- Strom fliesst immer zurück!
  - Leitung oder ground planes
- Rückstrom nimmt Weg des geringsten Widerstands (geringste Impedanz)

## 22 Anhang

### 22.1 E-Reihen

10	12	15	18	22	27	33	39	47	56	68	82	91
11	13	16	20	24	30	36	43	51	62	75		

E6-Reihe: blau markierte E12-Reihe: obere Zeile  
E24-Reihe: ganze Tabelle

### 22.2 Elektrische Eigenschaften typischer Materialien

$\rho$  Spezifischer Widerstand       $\alpha$  Temperaturkoeffizient

Typ	Material	$\rho$ in $\Omega \cdot \text{mm}^2$	$\alpha$ in $\frac{1}{K}$
Leiter	Silber	0.016	$3.8 \cdot 10^{-3}$
	Kupfer	0.0178	$3.92 \cdot 10^{-3}$
	Gold	0.023	$4 \cdot 10^{-3}$
	Aluminium	0.028	$3.77 \cdot 10^{-3}$
	Konstantan	0.43	$\pm 40 \cdot 10^{-6}$
Halbleiter	Silizium	$6.25 \cdot 10^6$	$-1 \cdot 10^{-3}$
	Germanium	$0.454 \cdot 10^6$	$-5 \cdot 10^{-3}$
Isolator	Porzellan	$5 \cdot 10^{18}$	

### 22.3 Dielektrizitätskonstanten einiger Materialien

Material	$\varepsilon_r$
Vakuum, Luft	1
FR4	$\approx 4.7$
Glas	$5 - 10$
Aluminium Oxid (Elko)	10
Tantal Oxid (Elko)	26
Keramik	$10 - 20'000$
Wasser	80