

102 學年度高級中學資訊學科能力競賽決賽

筆試題目卷

1. 觸控式螢幕屬於那類電腦硬體基本單元？
 - (a) 輸入
 - (b) 輸出
 - (c) 輸入和輸出
 - (d) 控制
2. 在電腦的記憶體系統中，基於下列那項觀念使得記憶體被設計為階層式的讀取，因而讓我們可以用比較廉價的成本而得到很好記憶體存取速度？
 - (a) locality
 - (b) critical section
 - (c) page table
 - (d) time-sharing
3. 以二補數表示法將十進位 -40 轉換成八位元的二進位數值為何？
 - (a) 10101000
 - (b) 10101001
 - (c) 11011000
 - (d) 11010111
4. 通用邏輯閘 (Universal gates) 具有函數完備性 (Functional completeness)，可以被用來實現任何布林函數 (Boolean function)，因此其他的邏輯功能都可以僅用通用邏輯閘組合得到。下列二元邏輯閘 (Binary logic gates) 中何者屬於通用邏輯閘？
 - (a) XNOR
 - (b) OR
 - (c) NOR
 - (d) XOR
5. 邏輯運算式 $((\text{NOT } A) \text{ AND } (B \text{ XOR } C))$ 的值，何時為true？
 - (a) A: false, B: true, C: true
 - (b) A: true, B: false, C: true
 - (c) A: true, B: false, C: false
 - (d) A: false, B: true, C: false

6. 布林運算式(Boolean expression)

$\overline{\overline{a}cd} + \overline{a}bc + \overline{a}cd + bd + \overline{\overline{b}cd} + \overline{a}bd + \overline{a}b$ 可以減化為何? [其中 a, b, c, d 均為布林變數(Boolean variable), ”+”表示”OR”運算子, ” ab ”表示” a AND b ”。]

(a) $\overline{\overline{a}cd} + \overline{a}cd + bd + \overline{a}bd + \overline{a}b$

(b) $\overline{\overline{a}cd} + \overline{a}bc + \overline{\overline{b}cd} + \overline{a}bd + bd$

(c) $\overline{\overline{a}cd} + bd + \overline{\overline{b}cd} + \overline{a}b$

(d) $\overline{a}bc + \overline{a}b$

7. 在100個整數中要找出最大值和最小值,最佳的演算法所需的比對次數上限最接近下列何者?

(a) 100

(b) 150

(c) 200

(d) 250

8. 需要至少多少個位元,才可以有六萬種以上的組合數?

(a) 15

(b) 16

(c) 17

(d) 18

9. 以下為一程式之虛擬碼,請問執行 Guess(1,10)回傳的值為何?

Unsigned Guess(unsigned X, unsigned Y)

If(Y == 0) return 0;

else if (Y == 1) return X;

else{

 Z = Guess(X, Y/2);

 return Z*2 + X*(Y%2);

}

(a) 1

(b) 5

(c) 10

(d) 15

10. C 語言之字元有一個很特別的特性：「一個字元也等於其 ASCII 值」，由 ASCII 字元表對照，我們知道字元大寫 A 和小寫 a 其 ASCII 值分別為 65、97(以十進制表示)，以下為 C 語言的虛擬碼，請問當鍵盤輸入 “Hello world!”時，此程式的執行結果為何？

```
#include <stdio.h>

void func(char *s) {
    int sum = 0;

    while(*s)
        sum += (*s++ - 97);

    printf("%d", sum);
}

int main() {
    char s[27];
    scanf("%s", s);
    func(s);
}
```

- (a) 12
- (b) 15
- (c) 18
- (d) 21

11. 在 Θ -notation 下，下列何者有最大的量級？

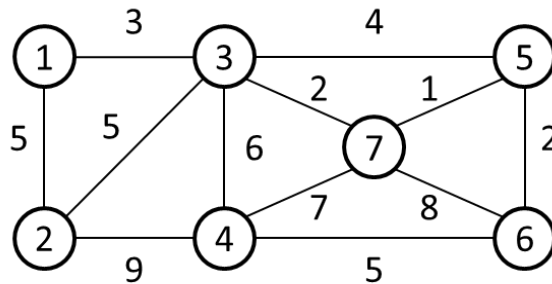
- (a) $\Theta(\log(n!))$
- (b) $\Theta\left(\sum_{i=1}^n \frac{n}{i}\right)$
- (c) $\Theta(n \cdot \log^2 n)$
- (d) $\Theta(n^{0.9} \cdot \log^{1.1} n)$

12. 三個不同物件有 3 種分成兩堆的方法，分別為 $\{\{A\},\{B,C\}\}$ ， $\{\{B\},\{A,C\}\}$ ，及 $\{\{C\},\{A,B\}\}$ 。那麼七個不同的物件共有多少種分成四堆的方法？
(a) 35
(b) 63
(c) 350
(d) 2046
13. 有四顆顏色不一的六面骰子，每面的點數分別為 1、2、3、4、5、和 6 點。若要湊成 5 點，則有 4 種可能的情形。若要湊成 17 點，總共有多少個可能的情形？
(a) 80
(b) 104
(c) 560
(d) 1820
14. 抽屜裡有十隻黑襪子，十隻白襪子。襪子摸起來都一樣，且不分左右。請問在看不到的情況之下，要拿出多少隻襪子，才能確保拿到一雙相同顏色的襪子？
(a) 3
(b) 4
(c) 10
(d) 11
15. 一個班上有 85 個人，每個人都有一個英文名字。請問至少有多少人的英文名字是同一個字母開頭？
(a) 2
(b) 3
(c) 4
(d) 5
16. 在平面上，若以 $T(n)$ 表示 n 條直線可以形成的最多區塊數，下列何者為 $T(n)$ 的遞迴式子？
(a) 若 $n=0$ 則 $T(n)=1$ ；若 $n \geq 2$ ，則 $T(n)=2T(n/2)+n$ 。
(b) 若 $n=0$ 則 $T(n)=1$ ；若 $n \geq 2$ ，則 $T(n)=T(n-1)+n$ 。
(c) 若 $n=0$ 則 $T(n)=1$ ；若 $n \geq 2$ ，則 $T(n)=2T(n/2)+1$ 。
(d) 若 $n=0$ 則 $T(n)=1$ ；若 $n \geq 2$ ，則 $T(n)=2T(n-1)+1$ 。

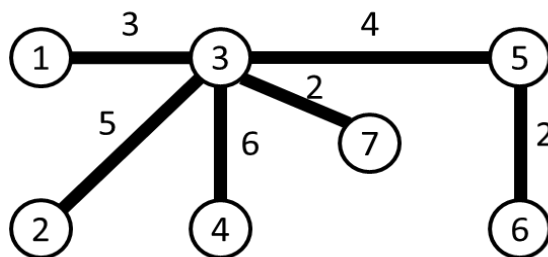
17. 二元樹 (binary tree) 是每個節點 (node) 擁有至多兩個子節點 (child nodes) 的資料結構。前序遍歷 (pre-order traversal)、中序遍歷 (in-order traversal) 與後序遍歷 (post-order traversal) 是常見的三種二元樹遍歷方式。在已知一棵二元樹的前序遍歷序列和中序遍歷序列，或後序遍歷序列和中序遍歷序列的情況下，我們可以輕易地還原出一棵唯一的二元樹。但僅知前序遍歷序列和後序遍歷序列時，我們可以得到不止一種二元樹，分別擁有不同的中序遍歷序列，卻都符合給定的前序遍歷序列和後序遍歷序列。請問有多少種不同的二元樹可以滿足前序遍歷序列 = A B C E F H D G，與後序遍歷序列 = E H F C G D B A？

- (a) 4
- (b) 6
- (c) 8
- (d) 16

18. 阿紫正在幫老師設計期末考題，他畫了一張如下有權重無向圖 (weighted undirected graph)：



並要求同學給出這張圖的最小展開樹 (minimum spanning tree)，之後設定此題的正確答案如下：



但是很快地便發現因為權重 (weight) 設定錯誤的關係，上面答案並不是正確的最小展開樹。阿紫決定要將原圖上的邊的權重做一些調整，好讓設定的正確答案是真正的小展開樹。另外，為了批閱考卷時的方便，他希望調整完權重之後，上面的這組答案將會是圖上唯一的一棵最小展開樹。為了避免麻煩，阿紫希望調整到權重的邊的個數越少越好，而且他不希望調整屬於被設定為最小展開樹的這些邊 (上圖中以粗線標示的邊)。請問有多少條邊應該被調整權重？

- (a) 2
- (b) 3
- (c) 4
- (d) 6

19. DVD系列的16倍速（16x）的速率大約是每秒多少位元組？（請選擇最接近的值。）

- (a) 22 MB
- (b) 220 MB
- (c) 22 KB
- (d) 220 KB

20. 下列函式之時間複雜度為何？

$$T_1(n) = \begin{cases} 0, & \text{if } n = 1 \\ 2T_1\left(\frac{n}{2}\right) + n, & \text{if } n > 1 \end{cases}$$

$$T_2(n) = \begin{cases} 1, & \text{if } n = 2 \\ T_2(\sqrt{n}) + 1, & \text{if } n > 2 \end{cases}$$

- (a) $T_1(n) = O(n \log n)$, $T_2(n) = O(\log \log n)$
- (b) $T_1(n) = O(\log n)$, $T_2(n) = O(\log \log n)$
- (c) $T_1(n) = O(\log \log n)$, $T_2(n) = O(n \log n)$
- (d) $T_1(n) = O(\log \log n)$, $T_2(n) = O(\log n)$

21. 下列有關一個連接圖(圖形中的任何一個頂點都有一條路可以走到另一個頂點稱為連接圖，而一條路是指由一連串相鄰的邊所構成的路徑)的任何一棵展開樹(spanning tree)的相關敘述，有哪個是錯的。請注意，針對一個圖的兩個頂點，假如在圖中找不到一條路連接這兩個頂點，此兩個頂點被稱為沒有連接。

- (a) 任意加入一個新的邊來連結 spanning tree 的任兩個頂點，一定會形成一個 cycle(從一個頂點出發，經過一條路之後會回到原本的頂點，在回到原本的頂點之前不會重覆經過其他的頂點，此種路徑稱為 cycle)。
- (b) 刪除掉 spanning tree 的任何一個邊所得到的圖不會再是一棵 spanning tree，也就是一定可以找到某兩個頂點，找不到一條路連接此兩個頂點。
- (c) 任意加入一個新的邊來連結 spanning tree 的任兩個頂點，有可能會形成兩個 cycles。
- (d) 假設原本的連接圖中不存在任何的 cycle，則其 spanning tree 會包含原本連接圖中所有的邊。

22. 下列關於公開金鑰加密 (Public-key cryptography) 的敘述，何者**不正確**？
- (a) 公開金鑰加密由一對公鑰 (Public key) 和私鑰 (Private key) 組成，經由公鑰加密後的資料可以透過私鑰來還原。
 - (b) 公開金鑰加密也稱為對稱金鑰加密 (Symmetric-key cryptography)。
 - (c) RSA 是一種常見的公開金鑰加密演算法。
 - (d) 數位簽章 (Digital signature) 是公開金鑰加密技術的一種應用。
23. 給定下列遞迴函式，請問 $X(1,1000000)$ 的回傳值最接近下列何者？(其中sqrt為計算平方根的函數。)
- ```
int X (int a, int b) {
 int t;
 if (b<=2*a) return 1;
 t=sqrt(a*b);
 if (a%2==1) return X(a,t)+1;
 else return X(t,b)+1;
}
```
- (a) 1
  - (b) 5
  - (c) 20
  - (d) 100
24. 利用一個空的堆疊(stack)，可以改變一串數字出現的順序。如原來的數字串的順序為 1，2，3，則若進行 push，push，pop (數字 2 出現)，push，pop (數字 3 出現)，pop (數字 1 出現)，則數字出現順序變成 2，3，1。若進行其他的 push-pop 過程，則可出現其他順序。細心試演下，可發現共有 5 種可能的順序(分別為 123，132，213，231，及 321)。如今假若數字串為 1 至 6 的六個數字，則共有多少種出現順序的可能？
- (a) 120
  - (b) 126
  - (c) 130
  - (d) 132
25. 下列有關最大流或匹配的選項中，恰有一者為NP-Complete，請問是何者？
- (a) (Circulation Problem) 給一個沒有source和sink 的圖 $G$ ,每條邊有其容量 (capacity)，問是否從在一個流量配置滿足同時滿足flow 的三個條件：流量限制 (Capacity constraints)、流量守恆 (Flow conservation)、流量對稱 (Skew Symmetry)。特別地，在Circulation 中流量守恆必須對所有點都滿足。

- (b) (Maximum Integral Multiple-Commodity Flow) 圖  $G$  有多對 (source, sink)-pair,  $(s_1; t_1)$ 、 $(s_2; t_2)$ 、...、 $(s_k; t_k)$ , 每條邊有其容量 (capacity)。  
 定義  $f_i$  為  $s_i$  至  $t_i$  的流量, 問在滿足 flow 的三個條件的整數流量配置中,  $\sum_{i=1}^k f_i$  最大為多少?
- (c) (Minimum-Cost Maximum Flow) 圖  $G$  的每條邊有其容量 (capacity)  $c(v; u)$  與權重 (cost)  $w(v; u)$ , 定義一個流量配置的權重為  $\sum_{f(v;u) \geq 0} f(v;u)w(v;u)$ ,  
 問同時滿足 flow 的三個條件的最大流量配置中, 權重最小為多少?
- (d) (Maximum Flow with Upper and Lower Capacity Constraints) 圖  $G$  的每條邊有其容量上限 (upper-capacity) 和下限 (lower-capacity) 流量限制條件變為「一條邊的流量必須介在上限與下限之間」。問是否存在合法的流量配置?