

Chapter 4

Motion in Two Dimensions

❖ ทบทวนเรื่องเวกเตอร์!

❖ Kinematics:

อธิบายการเคลื่อนที่ของวัตถุ
พิจารณา point-like object

❖ อ้างอิงเนื้อหาจาก Serway บทที่ 2 และบทที่ 3 ประกอบ

Chapter 4

Motion in Two Dimensions

❖ ปริมาณเวกเตอร์ที่ใช้อธิบายการเคลื่อนที่

- ตำแหน่ง การกระจัด
- ความเร็วเฉลี่ย ความเร็ว
- ความเร่งเฉลี่ย ความเร่ง

❖ ปริมาณสเกลาร์ที่ใช้อธิบายการเคลื่อนที่

- ระยะทาง
- อัตราเร็วเฉลี่ย อัตราเร็ว

ตำแหน่ง การกระจัด ระยะทาง

แกนอ้างอิง/จุดอ้างอิง

การเคลื่อนที่ใน 1 มิติ ใช้แกนอ้างอิงเดียว เช่น แกน x

การเคลื่อนที่ใน 3 มิติ ใช้แกนอ้างอิง xyz

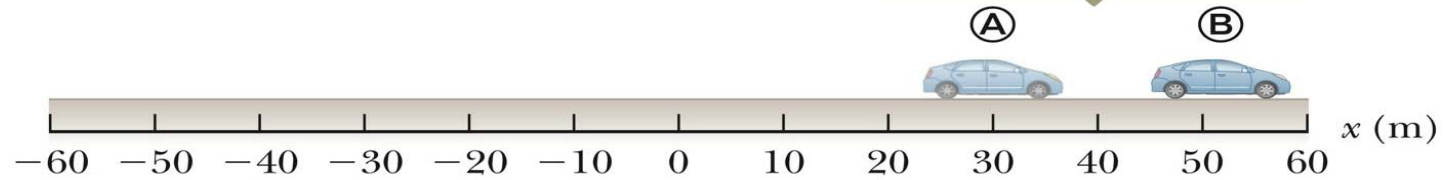
ตำแหน่ง (position)

การเคลื่อนที่ใน 1 มิติ $x(t)$

การเคลื่อนที่ใน 3 มิติ $\vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j} + z(t)\hat{k}$

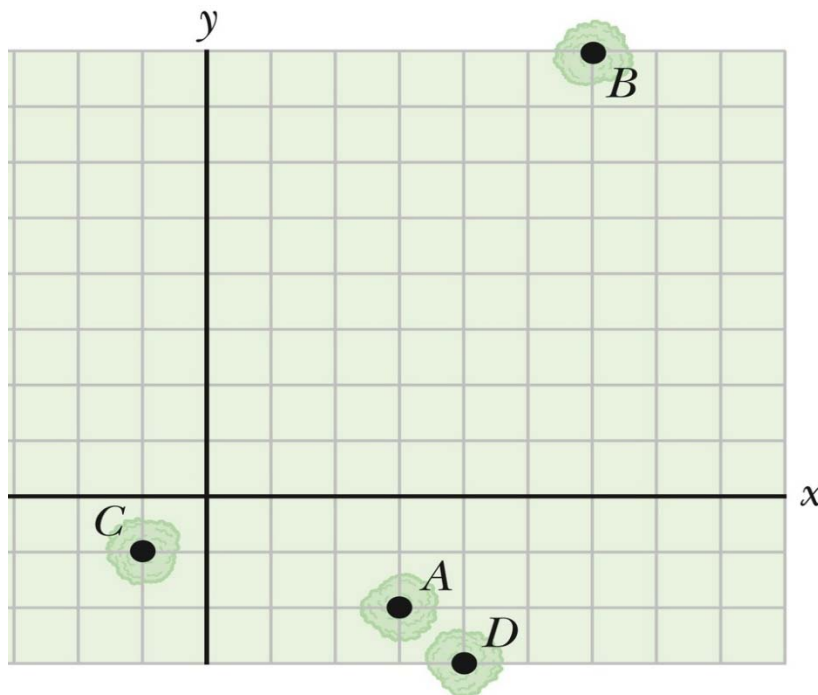
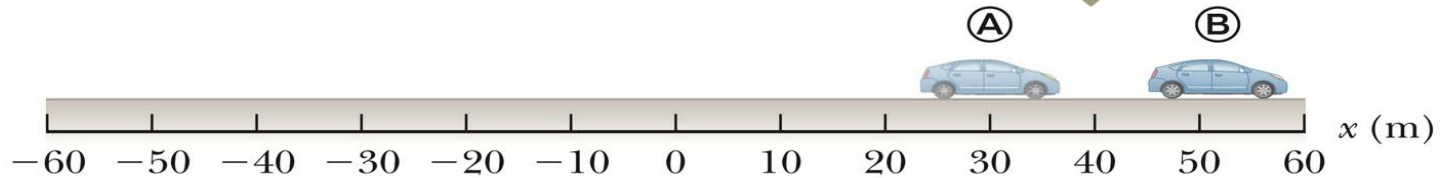
$$x(t_i) = 30 \text{ m}, x(t_f) = 52 \text{ m}$$

The car moves to the right between positions **(A)** and **(B)**.



$$x(t_i) = 30 \text{ m}, x(t_f) = 52 \text{ m}$$

The car moves to the right between positions (A) and (B).



$$\vec{r}_A = 3\hat{i} - 2\hat{j}$$

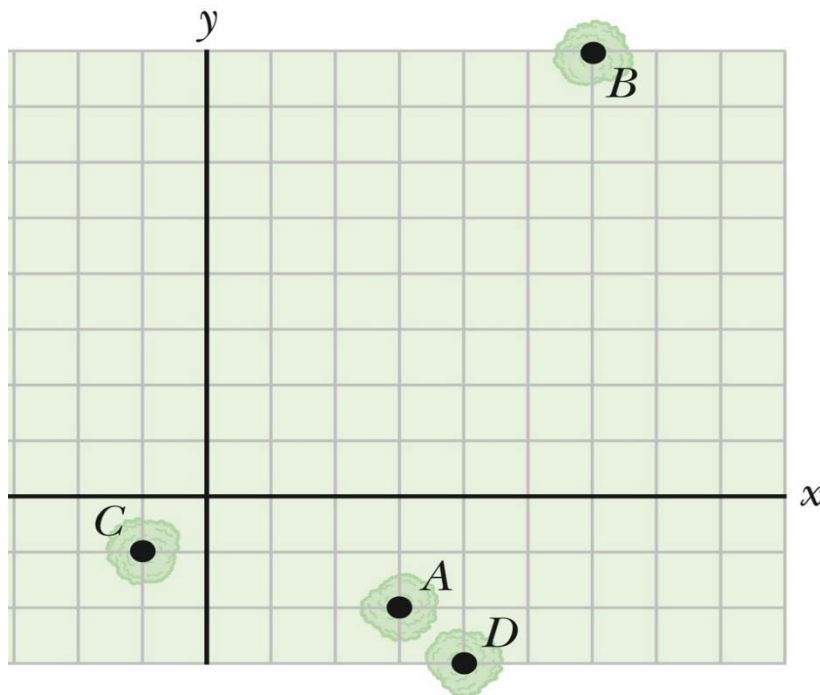
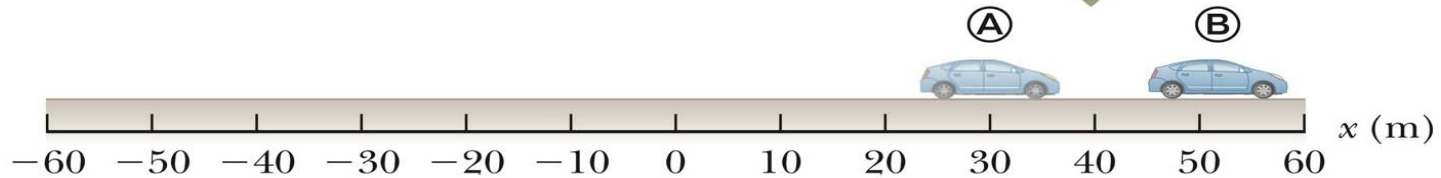
$$\vec{r}_B = 6\hat{i} + 8\hat{j}$$

$$\vec{r}_C = -\hat{i} - \hat{j}$$

$$\vec{r}_D = ?\hat{i} + ?\hat{j}$$

$$x(t_i) = 30 \text{ m}, x(t_f) = 52 \text{ m}$$

The car moves to the right between positions (A) and (B).



$$\vec{r}_A = 3\hat{i} - 2\hat{j}$$

$$\vec{r}_B = 6\hat{i} + 8\hat{j}$$

$$\vec{r}_C = -\hat{i} - \hat{j}$$

$$\vec{r}_D = 4\hat{i} - 3\hat{j}$$

ตำแหน่ง การกระจัด ระยะทาง

การกระจัด (displacement)

การเปลี่ยนแปลงตำแหน่งของวัตถุในช่วงเวลาที่พิจารณา

การเคลื่อนที่ใน 1 มิติ

$$\Delta x \equiv x(t_f) - x(t_i) = x_f - x_i$$

การเคลื่อนที่ใน 3 มิติ

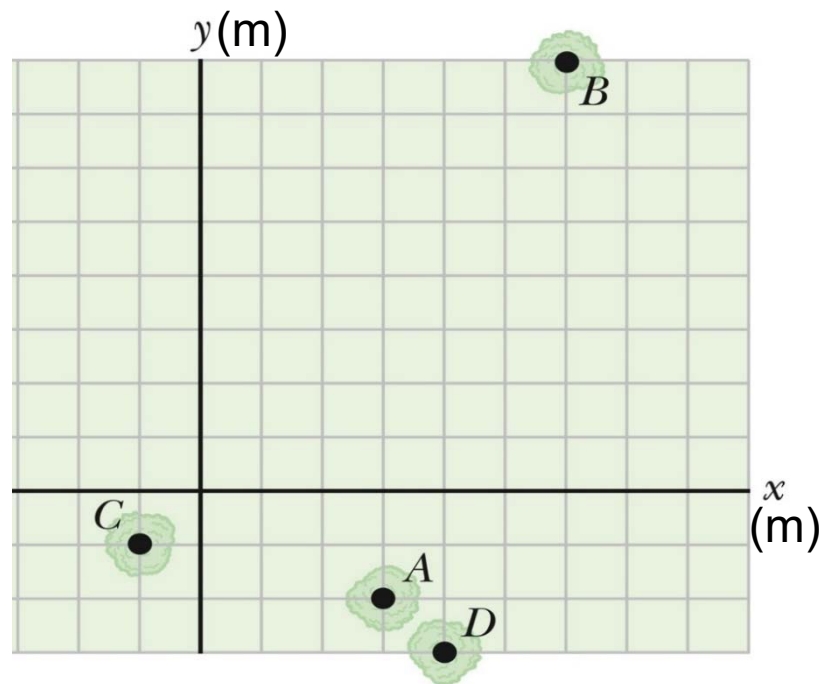
$$\Delta \vec{r} \equiv \vec{r}_f - \vec{r}_i$$

ระยะทาง (distance)

ระยะทั้งหมดที่วัตถุเคลื่อนที่ในช่วงเวลาที่พิจารณา

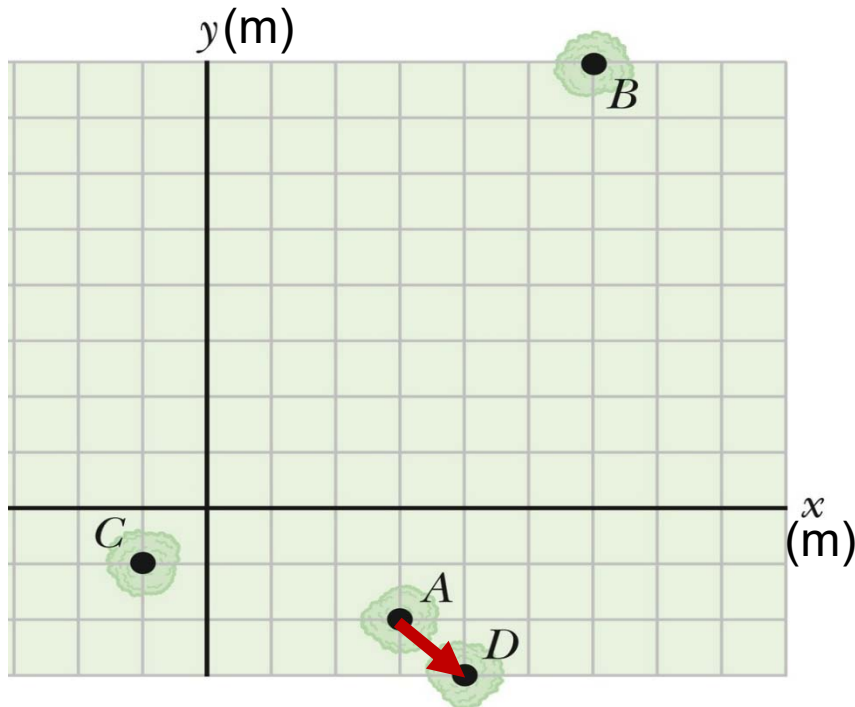
Ex วัตถุหนึ่งเดิมอยู่ที่ตำแหน่ง A วัตถุนี้เคลื่อนที่ตรงไปยังตำแหน่ง B โดยใช้เวลาในการเคลื่อนที่ 10 วินาที ต่อมาวัตถุเคลื่อนที่ตรงไปยัง C โดยใช้เวลา 10 วินาที จากนั้นเคลื่อนที่ตรงไปยัง D โดยใช้เวลา 5 วินาที

1. จงหา**การกระจัด**ของวัตถุในช่วงเวลา 25 วินาทีนี้
2. จงหา**ขนาดของการกระจัด**ในช่วงเวลาดังกล่าว
3. จงหา**ระยะทาง**ที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ในช่วงเวลาดังกล่าว



Ex วัตถุหนึ่งเดิมอยู่ที่ตำแหน่ง A วัตถุนี้เคลื่อนที่ตรงไปยังตำแหน่ง B โดยใช้เวลาในการเคลื่อนที่ 10 วินาที ต่อมาวัตถุเคลื่อนที่ตรงไปยัง C โดยใช้เวลา 10 วินาที จากนั้นเคลื่อนที่ตรงไปยัง D โดยใช้เวลา 5 วินาที

1. จงหา**การกระจัด**ของวัตถุในช่วงเวลา 25 วินาทีนี้
2. จงหา**ขนาดของการกระจัด**ในช่วงเวลาดังกล่าว

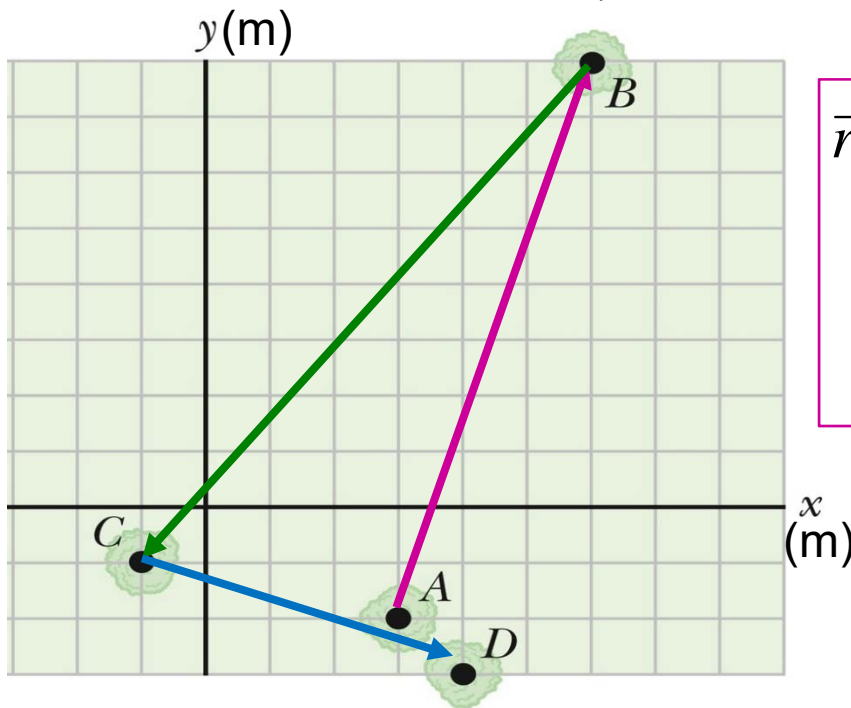


$$\begin{aligned}\Delta \vec{r} &= \vec{r}_D - \vec{r}_A \\ &= (4\hat{i} - 3\hat{j}) - (3\hat{i} - 2\hat{j}) \\ &= \hat{i} - \hat{j} \text{ m}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}|\Delta \vec{r}| &= |\hat{i} - \hat{j}| = \sqrt{(1)^2 + (-1)^2} \\ &= \sqrt{2} \text{ m}\end{aligned}$$

Ex วัตถุหนึ่งเดิมอยู่ที่ตำแหน่ง A วัตถุนี้อเคลื่อนที่ตรงไปยังตำแหน่ง B โดยใช้เวลาในการเคลื่อนที่ 10 วินาที ต่อมาวัตถุเคลื่อนที่ตรงไปยัง C โดยใช้เวลา 10 วินาที จากนั้นเคลื่อนที่ตรงไปยัง D โดยใช้เวลา 5 วินาที

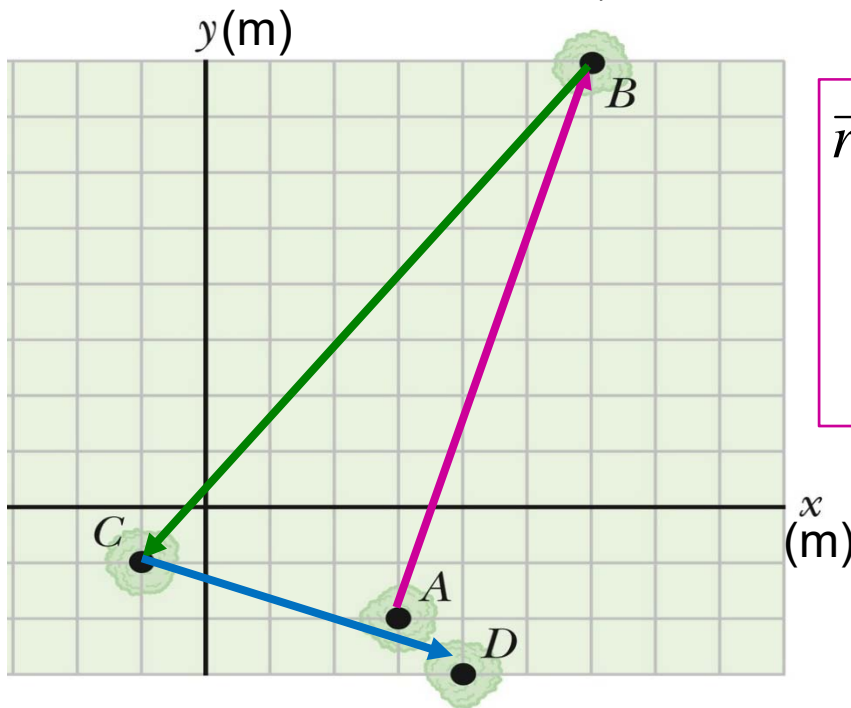
3. จงหา**ระยะทาง**ที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ในช่วงเวลาดังกล่าว



$$\begin{aligned}\vec{r}_{AB} &= \vec{r}_B - \vec{r}_A = (6\hat{i} + 8\hat{j}) - (3\hat{i} - 2\hat{j}) \\ &= 3\hat{i} + 10\hat{j} \text{ m} \\ |\vec{r}_{AB}| &= \sqrt{3^2 + 10^2} = 10.4 \text{ m}\end{aligned}$$

Ex วัตถุหนึ่งเดิมอยู่ที่ตำแหน่ง A วัตถุนี้เคลื่อนที่ตรงไปยังตำแหน่ง B โดยใช้เวลาในการเคลื่อนที่ 10 วินาที ต่อมาวัตถุเคลื่อนที่ตรงไปยัง C โดยใช้เวลา 10 วินาที จากนั้นเคลื่อนที่ตรงไปยัง D โดยใช้เวลา 5 วินาที

3. จงหา**ระยะทาง**ที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ในช่วงเวลาดังกล่าว



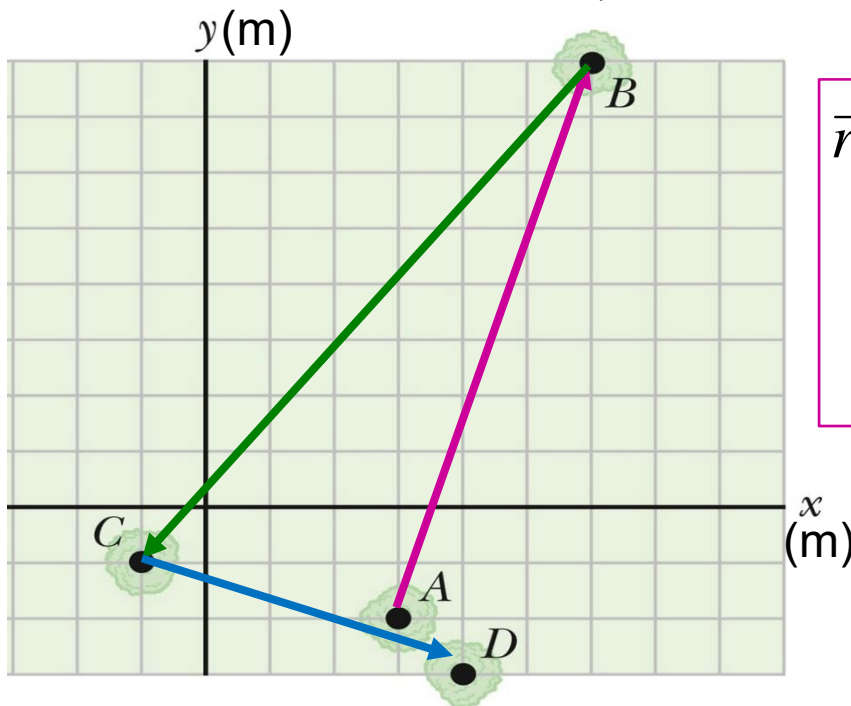
$$\begin{aligned}\vec{r}_{AB} &= \vec{r}_B - \vec{r}_A = (6\hat{i} + 8\hat{j}) - (3\hat{i} - 2\hat{j}) \\ &= 3\hat{i} + 10\hat{j} \text{ m} \\ |\vec{r}_{AB}| &= \sqrt{3^2 + 10^2} = 10.4 \text{ m}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{r}_{BC} &= -7\hat{i} - 9\hat{j} \text{ m} \\ |\vec{r}_{BC}| &= \sqrt{(-7)^2 + (-9)^2} = 11.4 \text{ m}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{r}_{CD} &= 5\hat{i} - 2\hat{j} \text{ m} \\ |\vec{r}_{CD}| &= \sqrt{5^2 + (-2)^2} = 5.4 \text{ m}\end{aligned}$$

Ex วัตถุหนึ่งเดิมอยู่ที่ตำแหน่ง A วัตถุนี้อเคลื่อนที่ตรงไปยังตำแหน่ง B โดยใช้เวลาในการเคลื่อนที่ 10 วินาที ต่อมาวัตถุเคลื่อนที่ตรงไปยัง C โดยใช้เวลา 10 วินาที จากนั้นเคลื่อนที่ตรงไปยัง D โดยใช้เวลา 5 วินาที

3. จงหา**ระยะทาง**ที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ในช่วงเวลาดังกล่าว



$$\begin{aligned}\vec{r}_{AB} &= \vec{r}_B - \vec{r}_A = (6\hat{i} + 8\hat{j}) - (3\hat{i} - 2\hat{j}) \\ &= 3\hat{i} + 10\hat{j} \text{ m} \\ |\vec{r}_{AB}| &= \sqrt{3^2 + 10^2} = 10.4 \text{ m}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{r}_{BC} &= -7\hat{i} - 9\hat{j} \text{ m} \\ |\vec{r}_{BC}| &= \sqrt{(-7)^2 + (-9)^2} = 11.4 \text{ m}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{distance} &= 10.4 + 11.4 + 5.4 \text{ m} \\ &= 27.2 \text{ m}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{r}_{CD} &= 5\hat{i} - 2\hat{j} \text{ m} \\ |\vec{r}_{CD}| &= \sqrt{5^2 + (-2)^2} = 5.4 \text{ m}\end{aligned}$$

ความเร็วเฉลี่ย ความเร็ว อัตราเร็วเฉลี่ย อัตราเร็ว

ความเร็วเฉลี่ย (average velocity)

อัตราส่วนระหว่างการกระจัดกับช่วงเวลา

$$\vec{v}_{avg} \equiv \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

ความเร็วเฉลี่ย ความเร็ว อัตราเร็วเฉลี่ย อัตราเร็ว

ความเร็วเฉลี่ย (average velocity)

อัตราส่วนระหว่างการกระจัดกับช่วงเวลา

$$\vec{v}_{avg} \equiv \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

ความเร็ว (instantaneous velocity)

ความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลาสั้นมากๆ

$$\vec{v} \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

ความเร็วเฉลี่ย ความเร็ว อัตราเร็วเฉลี่ย อัตราเร็ว

ความเร็วเฉลี่ย (average velocity)

อัตราส่วนระหว่างการกระจัดกับช่วงเวลา

$$\vec{v}_{avg} \equiv \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

ความเร็ว (instantaneous velocity)

ความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลาสั้นมากๆ

$$\vec{v} \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

อัตราเร็วเฉลี่ย (average speed)

อัตราส่วนระหว่างระยะทางกับช่วงเวลา

$$\text{speed}_{avg} \equiv \frac{\text{distance}}{\Delta t}$$

อัตราเร็ว (instantaneous speed)

ขนาดของเวกเตอร์ความเร็ว

$$\text{speed} \equiv |\vec{v}| = \left| \frac{d\vec{r}}{dt} \right|$$

ความเร่งเฉลี่ย ความเร่ง

ความเร่งเฉลี่ย (average acceleration)

อัตราส่วนระหว่างการเปลี่ยนแปลงความเร็วกับช่วงเวลา

$$\vec{a}_{avg} \equiv \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{t_f - t_i}$$

ความเร่ง (instantaneous acceleration)

ความเร่งเฉลี่ยในช่วงเวลาสั้นมากๆ

$$\vec{a} \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$$

การเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงที่ $\vec{a} = \text{const.}$

การเคลื่อนที่ใน 1 มิติ

$$v_f = v_i + at$$

$$x_f = x_i + v_i t + \frac{1}{2} at^2$$

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i)$$

$$x_f = x_i + \frac{1}{2}(v_i + v_f)t$$

การเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงที่ $\vec{a} = \text{const.}$

การเคลื่อนที่ใน 1 มิติ

$$v_f = v_i + at$$

$$x_f = x_i + v_i t + \frac{1}{2} at^2$$

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i)$$

$$x_f = x_i + \frac{1}{2}(v_i + v_f)t$$

การเคลื่อนที่ในหลายมิติ

$$\vec{v}_f = \vec{v}_i + \vec{a}t$$

$$\vec{r}_f = \vec{r}_i + \vec{v}_i t + \frac{1}{2} \vec{a}t^2$$

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i)$$

$$\vec{r}_f = \vec{r}_i + \frac{1}{2}(\vec{v}_i + \vec{v}_f)t$$

Example

อนุภาคหนึ่งเคลื่อนที่ด้วยความเร็วซึ่งเปลี่ยนตามเวลาดังสมการ

$$\vec{v}(t) = (t + 1)\hat{i} + (3t^2 + 1)\hat{j} \text{ m/s}$$

ที่เวลาเริ่มต้น ($t = 0$ s) อนุภาคนี้อยู่ที่ตำแหน่ง $\hat{i} + \hat{j}$ m

(1) จงหาความเร็วเฉลี่ย และ ความเร่งเฉลี่ยของอนุภาคนี้ ในช่วงเวลาจาก $t = 2$ s ถึง $t = 4$ s

(2) จงหาความเร่ง ณ เวลา $t = 2$ s

(1) ความเร็วเฉลี่ย : ต้องหาตำแหน่งที่เวลาใดๆก่อน

$$\vec{r}(t) = \int \vec{v}(t) dt = \left(\frac{t^2}{2} + t \right) \hat{i} + (t^3 + t) \hat{j} + \vec{c}$$

จากเงื่อนไขเริ่มต้น

$$\vec{r}(t = 0) = \hat{i} + \hat{j} = 0\hat{i} + 0\hat{j} + \vec{c}$$

$$\therefore \vec{r}(t) = \left(\frac{t^2}{2} + t + 1 \right) \hat{i} + (t^3 + t + 1) \hat{j} \text{ m}$$

ดังนั้น

$$\vec{v}_{avg} = \frac{\vec{r}(t = 4) - \vec{r}(t = 2)}{4 - 2} = 4\hat{i} + 29\hat{j} \text{ m/s}$$

ความเร่งเฉลี่ย :

$$\vec{a}_{avg} = \frac{\vec{v}(4) - \vec{v}(2)}{4 - 2} = \hat{i} + 18\hat{j} \text{ m/s}^2$$

(2) ความเร่ง :

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = (1 + 0)\hat{i} + (6t + 0)\hat{j} = \hat{i} + 6t\hat{j} \text{ m/s}^2$$

$$\vec{a}(t = 2) = \hat{i} + 12\hat{j} \text{ m/s}^2$$