

1 merge

```
merge :: ([Integer], [Integer]) -> [Integer]
merge ([], b) = b
merge (a, []) = a
merge (a:a1, b:b1) = if a < b then
                        a : merge (a1, b:b1)
                      else b : merge (a:a1, b1)
```

Die Funktion ist definiert auf einem Tupel aus Integer-Listen, das heißt, wir wissen auf jeden Fall

$$P \subseteq [\text{Integer}] \times [\text{Integer}]$$

eine größere Parametermenge verbietet uns das Typsystem.

Nach Aufgabenstellung können wir uns auf endliche Listen beschränken, d.h

$$P \subseteq [\text{Integer}] \times [\text{Integer}], \text{ mit } [\text{Integer}] \text{ endlich}$$

Oder auch:

$$P \subseteq \{(a, b) | a, b \in [\text{Integer}] \wedge a, b \text{ endlich}\}$$

Wenn wir uns die rekursiven Aufrufe ansehen, erkennen wir, dass immer ein e Liste der beiden verkürzt wird, daher bietet sich als Deltafunktion die gesamte Länge, d.h. die Summe der beiden Längen an. Die Noethersche Ordnung wäre damit (\mathbb{N}, \leq) Außerdem sehen wir, dass wir den Parameterbereich nicht weiter einschränken brauchen, somit haben wir jetzt:

$$N = (\mathbb{N}, le)$$

$$P = \{(a, b) | a, b \in [\text{Integer}] \wedge a, b \text{ endlich}\}$$

$$\delta : P \rightarrow N$$

$$\delta(a, b) = \text{length } a + \text{length } b$$

Um mit dieser δ -Funktion jetzt etwas untersuchen zu können, sollten wir aber genauer aufschreiben, wie die Funktionen G_1 und G_2 , die die Veränderung des formalen Parameters für den rekursiven Aufruf beschreibt, aussieht:

$$G_1 : P \rightarrow P$$

$$G_1(x, y) = (\text{tail } x, y)$$

$$G_2 : P \rightarrow P$$

$$G_2(x, y) = (x, \text{tail } y)$$

Jetzt müssen wir *erstens* Prüfen, dass die rekursiven Aufrufe wieder auf zulässigen Parametern erfolgen:

Da die Listen endlich lange sind und im Falle eines rekursiven Aufrufs mindestens ein Element haben, und der rekursiven Aufruf jeweils nur um ein *tail* verändert ist, bleiben wir in *P*.

Und *zweitens* sehen wir uns die Bewertung der δ -Funktion für die beiden rekursiven Aufrufe an:

$$\begin{aligned}\delta(G_1(x, y)) &= \delta(\text{tail } x, y) = \text{length}(\text{tail } x) + \text{length } y \\ &= \text{length } x - 1 + \text{length } y < \text{length } x + \text{length } y = \delta(x, y)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\delta(G_2(x, y)) &= \delta(x, \text{tail } y) = \text{length } x + \text{length}(\text{tail } y) \\ &= \text{length } x + \text{length } y - 1 < \text{length } x + \text{length } y = \delta(x, y)\end{aligned}$$

War doch einfach? ;)