Resolução Prova - 3.

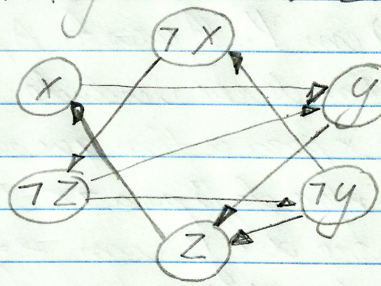
Caio Calixto Farolar Alves. - 1510078676

1. Considere uma 2-FNC Ψ com n variáveis e m clausulas. Mostraremos que 2-SAT tem tempo polinomial construindo um grafo usando caminhos de busca neste grafo.

Seja um grafo $G=(V,E)$ com $2n$ vertices. Intuitivamente cada vertice se conecta a um literal verdadeiro ou não-verdadeiro para cada variável em Ψ. Para cada clausula $(a \vee b)$ em Ψ, onde 'a' e 'b' são literais, cria-se uma aresta direcionada ligando '$\neg a$' a 'b' e de '$\neg b$' para 'a'. Essas arestas significam que se 'a' não é verdade, então 'b' deve ser verdade e vice-versa. Isto é, existe uma aresta direcionada (α, β) em G se existir uma clausula $(\neg\alpha \vee \beta)$ em Ψ.

Como pode ser representado no grafo abaixo.

$\Psi = (\neg x \vee y) \wedge (\neg y \vee z) \wedge (x \vee \neg z) \wedge (z \vee y)$



Se G contem um caminho de α para β, então também tem um caminho de $\neg\beta$ para $\neg\alpha$

Prova: Seja o caminho de α para β: $\alpha \rightarrow P_1 \rightarrow P_2 \rightarrow \ldots \rightarrow P_K \rightarrow \beta$

Pela construção do grafo G, se existe uma aresta (x, y) então existe a aresta $(\neg y, \neg x)$. Portanto, as arestas $(\neg\beta, \neg P_K), (\neg P_K, \neg P_{K-1}) \ldots, (\neg P_1, \neg\alpha)$, ou seja, existe um caminho de $\neg\beta$ para $\neg\alpha$.