

Uma fórmula Ψ 2-FNC é não-satisfizível se e somente se existe uma variável x tal que:

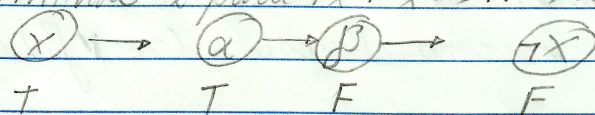
1. Existe um caminho de x para $\neg x$ no grafo.
2. Existe um caminho de $\neg x$ para x no grafo.

Prova por contradição:

Suponha que os caminhos x para $\neg x$ e $\neg x$ para x para uma variável x no grafo G , também existe uma afirmação satisfizível $p(x_1, x_2, \dots, x_n)$ para Ψ .

Caso $p(x_1, x_2, \dots, x_n)$ tal que $x = \text{TRUE}$:

Seja o caminho x para $\neg x$: $x \rightarrow \dots \rightarrow \alpha \rightarrow \beta \rightarrow \dots \rightarrow \neg x$



Por construção existe uma aresta entre A e B em G se e somente se tomamos uma cláusula $(\neg A \vee B)$ em Ψ . A aresta A para B representa que se A é verdade, então B tem de ser verdade. Agora se x é verdade, então todos os literais de x para α têm que ser verdade (incluindo α). Da mesma forma no caminho de β para $\neg x$ todos serão falsos. Isso resulta em uma aresta entre α e β com $\alpha = \text{TRUE}$ e $\beta = \text{FALSE}$. Consequentemente a cláusula $(\neg \alpha \vee \beta)$ se torna falsa contradizendo a afirmação que $p(x_1, x_2, \dots, x_n)$ para Ψ era satisfizível.

Caso $p(x_1, x_2, \dots, x_n)$ seja tal que $x = \text{FALSE}$

Portanto, checando pela existência de x para $\neg x$ e/ou $\neg x$ para x em G , podemos decidir quando uma expressão 2-FNC de Ψ é satisfizível ou não. A existência de um caminho de um nó para outro pode ser determinado por algoritmos transversais de grafos triviais, tais como busca em altura e profundidade. Ambos BFS e DFS tem tempo polinomial $O(V+E)$. Portanto provamos que 2-SAT está em P .