data • •
S T Q Q S S D

Uma fórmula Ψ 2-FNC é não-satisfazível se e somente se existe uma variável x tal que:

1. Existe um caminho de x para $\neg x$ no grafo.
2. Existe um caminho de $\neg x$ para x no grafo.

Prova por contradição:

Suponha que os caminhos x para $\neg x$ e $\neg x$ para x para uma variável x no grafo G, também existe uma afirmação satisfeita $\rho(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ para Ψ.

Caso $\rho(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ tal que $x = TRUE$:

Seja o caminho x para $\neg x$: $x \to \ldots \to \alpha \to \beta \to \ldots \to \neg x$

$$\underset{T}{x} \longrightarrow \underset{T}{\alpha} \longrightarrow \underset{F}{\beta} \longrightarrow \underset{F}{\neg x}$$

Por construção existe uma aresta entre A e B em G se e somente se tem uma clausula $(\neg A \vee B)$ em Ψ. A aresta A para B representa que se A é verdade, então B tem de ser verdade. Agora se x é verdade, então todos os literais de x para α têm que ser verdade (incluindo α). Da mesma forma no caminho de β para $\neg x$ todos serão falsos. Isso resulta em uma aresta entre α e β com $\alpha = TRUE$ e $\beta = FALSE$. Consequentemente a clausula $(\neg\alpha \vee \beta)$ se torna falsa contradizendo a afirmação que $\rho(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ para Ψ era satisfeita.

Caso $\rho(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ seja tal que $x = FALSE$

Portanto, checando pela existencia de x para $\neg x$ e/ou $\neg x$ para x em G, podemos decidir quando uma expressão 2-FNC de Ψ é satisfeita ou não. A existência de um caminho de um nó para outro pode ser determinado por algoritimos transversais de grafos triviais, tais como busca em altura e profundidade. Ambos BFS e DFS tem tempo polinomial $O(V+E)$. Portanto provamos que 2-SAT está em P

Jandaia