

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «БЕЛГОРОДСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. В. Г.
ШУХОВА»

Кафедра программного обеспечения вычислительной техники и автоматизированных
систем

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4
Дисциплина: Теория надежности

Выполнил: ст. группы ВТ-31
Подкопаев Антон Валерьевич
Проверил: доц. каф. ПО и ВТАС
Кабалянц Петр Степанович

Белгород 2020

Задание для выполнения к работе

На сервере есть n каналов передачи сообщений. Среднее время обработки сообщений τ . На сервер поступают сообщения в среднем количестве λ сообщений в минуту. Определить основные характеристики сервера:

1. абсолютную пропускную способность, т.е. среднее число сообщений, обрабатываемых в единицу времени;
2. относительную пропускную способность, т.е. среднюю долю пришедших сообщений, обрабатываемых системой;
3. вероятность отказа в обработке;
4. среднее число занятых каналов, если сообщение получает отказ при занятости всех каналов.

Параметры варианта определяются по формулам: $n = 3 + [(i + j) / 8]$, $\lambda = 1 + i / 4$, $\tau = 5 / (5 + j)$. Здесь квадратные скобки означают взятие целой части, а i, j - последние цифры зачетки.

Ход выполнения работы

$$i = 10, \quad j = 1$$

$$n = 3 + [(10 + 1) / 8] = 4 \text{ канала}$$

$$\tau = 5 / (5 + 1) = 0,83 \text{ с} - \text{среднее время обработки сообщения}$$

$$\lambda = 1 + 10 / 4 = 3,5 - \text{среднее кол-во сообщений в минуту}$$

$$\mu = 1 / \tau = 1 / 0,83 = 1,2 - \text{интенсивность потока обслуживания}$$

$$\rho = \lambda / \mu = 3,5 / 1,2 = 2,92 - \text{приведенная интенсивность потока}$$

Вычислим предельные вероятности:

$$P_0 = \left(1 + \rho + \frac{\rho^2}{2!} + \frac{\rho^3}{3!} + \frac{\rho^4}{4!} \right)^{-1}$$

$$P_1 = \rho * P_0; \quad P_2 = \frac{\rho^2}{2!} * P_0; \quad P_3 = \frac{\rho^3}{3!} * P_0; \quad P_4 = \frac{\rho^4}{4!} * P_0$$

$$P = [0,065; 0,19; 0,278; 0,269; 0,197]$$

Просчитаем основные характеристики:

$A = \lambda * Q = 3,5 * 0.803 = 2.811$ - абсолютная пропускная способность

$Q = 1 - P_{\text{отк}} = 0.803$ - относительная пропускная способность

$P_{\text{отк}} = \frac{\rho^4}{4!} * P_0 = 0.197$ - вероятность отказа

$\bar{k} = \sum_{i=1}^n i * P[i] = 2.343$ - среднее число занятых каналов

```
C:\Users\D4rkn\AppData\Local\Programs\Python\Python38-32\p...
Сообщений в минуту  $\lambda = 3.5$ 
Среднее время обработки сообщений  $\tau = 0.8333333333333334$ 
Интенсивность потока обслуживания  $\mu = 1.2$ 
Приведенная интенсивность потока  $\rho = 2.9166666666666667$ 

Предельные вероятности  $P = [0.06527075683487506, 0.1903730407683856, 0.27762735112056236, 0.2699154802561023, 0.19681337102007465]$ 

Теоретические значения:
Относительная пропускная способность  $Q = 0.8031866289799253$ 
Абсолютная пропускная способность  $A = 2.8111532014297387$ 
Вероятность отказа в обработке  $P_{\text{отк}} = 0.19681337102007465$ 
Среднее число занятых каналов  $\sim k = 2.3426276678581157$ 

Результаты эксперимента (100000 минут,  $\Delta t = 0.01$ ):
Всего сообщений: 343638, отказов: 64054
Среднее время обработки сообщения: 0.8333049426031378

Относительная пропускная способность  $Q = 0.8136003585168113$ 
Абсолютная пропускная способность  $A = 2.79584$ 
Вероятность отказа при обработке  $P_{\text{отк}} = 0.18639964148318872$ 
Среднее число занятых каналов при этом составило  $\sim k = 2.3436853$ 
Press any key to continue . . .
```

```

import random
import math
import numpy
from scipy.special import factorial as fact

i = 10
j = 1

n = 3 + ((i + j) // 8)          # Количество каналов передачи сообщений
lambd = 1 + i / 4               # Интенсивность потока заявок
tau = 5 / (5 + j)              # Среднее время обработки сообщений

print("Количество каналов передачи n = {}\nСообщений в минуту  $\lambda$  = {}\nСреднее время обработки\nсообщений  $\tau$  = {}".format(n, lambd, tau))

mu = 1 / tau                    # Интенсивность потока обслуживания
ro = lambd / mu                 # Приведенная интенсивность потока заявок (интенсивность нагрузки)
print("Интенсивность потока обслуживания  $\mu$  = {}\nПриведенная интенсивность потока  $\rho$  =\n{}\n".format(mu, ro))
P = [0]                         # Предельные вероятности (среднее относительное время, которое канал\nзанят (p0 - все свободны))
for i in range(0, n + 1):
    P[0] += (ro ** i) / fact(i)
P[0] = P[0] ** -1
for i in range(1, n + 1):
    P.append((ro ** i) / fact(i) * P[0])
print("Предельные вероятности P = {}".format(P))

P_o = (ro ** n) / fact(n) * P[0] # Вероятность отказа (все каналы заняты)
Q = 1 - P_o                     # Относительная пропускная способность
A = lambd * Q                   # Абсолютная пропускная способность
k = 0                           # Среднее число занятых каналов
for i in range(0, n + 1):
    k += i * P[i]

print("Теоретические значения:")
print("Относительная пропускная способность Q = ", Q)
print("Абсолютная пропускная способность A = ", A)
print("Вероятность отказа в обработке P_отк = ", P_o)
print("Среднее число занятых каналов ~k = {}".format(k))

# Возвращает номер свободного канала, иначе - -1
def freeChannel(channels):
    for i in range(0, n):
        if channels[i] == 0:
            return i
    return -1

# Обработка уже имеющихся сообщений
def messagesProcessing(channels, dt):
    for i in range(0, len(channels)):
        if (channels[i] > dt):
            channels[i] -= dt
        else:
            channels[i] = 0

# Получение нового сообщения
def newMessage(message, channels):
    pos = freeChannel(channels)
    if (pos != -1):
        channels[pos] = message
        return True
    return False

```

```

channels = [0 for i in range (0, n)] # Каналы связи (0, если не обрабатывается, иначе - оставшееся
время)
maxTime = 100000 # Время работы
busyChannels = 0 # Занятые каналы
unProcessedMessages = 0 # Необработанные сообщения
totalMessages = 0 # Всего сообщений
dt = 0.01 #  $\Delta t$ 
averageTime = 0 # Среднее время обработки сообщения
for currentTime in range (0, int(maxTime / dt)):
    if (random.random() < 1 - math.exp(-1 * lambd * dt)): # Если сообщение пришло
        message = tau - 0.05 + random.random() / 10 # Назначаем ему время обработки
        averageTime += message
        totalMessages += 1
        if(newMessage(message, channels) != True): # Отправляем сообщение в свободный
канал
            unProcessedMessages += 1 # Если все каналы заняты, сообщение
не обработано
            busyChannels += n - channels.count(0)
            messagesProcessing(channels, dt) # Обрабатываем сообщение
busyChannels = busyChannels / (maxTime / dt)
averageTime = averageTime / totalMessages

print("Результаты эксперимента ({} минут,  $\Delta t = \{\}$ ):".format(maxTime, dt))
print("Всего сообщений: {}, отказов: {}".format(totalMessages, unProcessedMessages))
print("Среднее время обработки сообщения: ", averageTime)
print("\nОтносительная пропускная способность Q = ", (totalMessages - unProcessedMessages) /
totalMessages)
print("Абсолютная пропускная способность A = ", (totalMessages - unProcessedMessages) / maxTime)
print("Вероятность отказа при обработке P_отк = ", unProcessedMessages / totalMessages)
print("Среднее число занятых каналов при этом составило ~k = ", busyChannels)

```