

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Белгородский государственный технологический университет
им. В.Г. Шухова**

**Кафедра программного обеспечения вычислительной техники и
автоматизированных систем**

**Утверждено
научно-методическим советом
университета**

НАДЕЖНОСТЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ

**Методические указания к выполнению лабораторных работ
для студентов специальности
090303.65 — Информационная безопасность
автоматизированных систем**

**Белгород
2014**

УДК 681.3.06
ББК 32.973-04я7
Н17

Составитель ст. препод. *Т. В. Бондаренко*

Рецензент канд. техн. наук доц. *Е. Н. Коробкова*

Надежность информационных систем: методические указания к
Н17 выполнению лабораторных работ для студентов специальности
090303.65 Информационная безопасность автоматизированных
систем / сост. Т. В. Бондаренко. — Белгород: Изд-во БГТУ,
2014. — 24 с.

Методические указания содержат требования к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Надежность информационных систем» и предназначены для студентов, обучающихся по специальности 090303.65 «Информационная безопасность автоматизированных систем».

Данное издание публикуется в авторской редакции.

УДК 681.3.06
ББК 32.973-04я7

© Белгородский государственный
технологический университет
(БГТУ) им. В. Г. Шухова, 2014

Содержание

| | |
|--|----|
| Лабораторная работа № 1. Расчет показателей надежности систем на основании статистических данных | 4 |
| Лабораторная работа № 2. Расчет показателей надежности элемента для заданного закона распределения времени до отказа | 8 |
| Лабораторная работа № 3. Построение структурной схемы сложной резервируемой системы | 12 |
| Лабораторная работа № 4. Построение моделей надежности сложной резервируемой системы | 16 |
| Лабораторная работа № 5. Анализ надежности сложной резервируемой системы | 20 |
| Библиографический список | 23 |

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

Расчет показателей надежности систем на основании статистических данных

Основные понятия

Основные показатели надежности невосстанавливаемой системы:

1. $P(t)$ — вероятность безотказной работы в течение времени t

Вероятность безотказной работы — вероятность того, что технический объект не откажет в течение времени t или что время ξ , работы до отказа технического объекта больше времени его функционирования t :

$$P(t) = P(\xi > t).$$

Вероятность безотказной работы является убывающей функцией времени, имеющей следующие свойства:

$$0 <= P(t) <= 1, \quad P(0) = 1, \quad P(+\infty) = 0.$$

По статистическим данным об отказах, полученным из опыта или эксплуатации, $P(t)$ определяется следующей статистической оценкой:

$$P^*(t) = \frac{N(t)}{N_0} = \frac{N_0 - n(t)}{N_0}$$

где N_0 — общее число элементов, находящихся на испытании,

$N(t)$ — число исправно работающих элементов в момент времени t ,

$n(t)$ — число отказавших элементов в течение времени t .

2. $Q(t)$ — вероятность отказа в течение времени t ;

$$Q(t) = 1 - P(t)$$

3. T_l — среднее время безотказной работы.

Среднее время безотказной работы — математическое ожидание времени безотказной работы объекта.

По статистическим данным об отказах T_l определяется зависимостью:

$$T_l^* = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^{N_0} t_i$$

где t_i — время безотказной работы i -го элемента.

Для вычисления T_l по этой формуле необходимо точно знать моменты выхода из строя каждого элемента, находящегося на испытании, что не всегда возможно, поэтому применяется приближенное значение T_l , вычисленное по формуле:

$$T_l^* \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{N_0} n_i t_{i\text{cp}}$$

где n — число элементов отказавших за время испытания;

n_i — число элементов, отказавших в i -ом интервале времени;

$t_{i\text{cp}}$ — середина i -го временного интервала.

4. $f(t)$ — плотность распределения времени безотказной работы (частота отказов)

Частота отказов — это плотность распределения случайной величины ξ , характеризует надежность в данный момент (точечная характеристика).

Статистически $f(t)$ определяется отношением числа отказавших элементов в единицу времени к числу испытываемых элементов при условии, что отказавшие не восполняются исправными:

$$f^*(t) = \frac{n(t, t + \Delta t)}{N_0 \Delta t} = \frac{\Delta n(t)}{N_0 \Delta t}$$

где $n(t, t + \Delta t) = \Delta n(t)$ — число отказавших элементов за промежуток времени $[t, t + \Delta t]$.

5. $\lambda(t)$ — интенсивность отказа в момент времени t

Интенсивность отказов — отношение плотности распределения к вероятности безотказной работы объекта:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}$$

Статистически интенсивность отказов есть отношение числа отказавших элементов в единицу времени к среднему числу элементов, исправно работающих на интервале $[t, t + \Delta t]$:

$$\lambda^*(t) = \frac{n(t, t + \Delta t)}{N_{cp} \Delta t}, \quad N_{cp} = \frac{N(t) + N(t + \Delta t)}{2}$$

где N_{cp} — среднее число элементов исправно работающих в течение времени от t до $(t + \Delta t)$.

Варианты заданий

| Вар | задачи | Вар | задачи | Вар | задачи | Вар | задачи |
|-----|---------------|-----|--------------|-----|---------------|-----|---------------|
| 1 | 1, 12, 5, 20 | 6 | 6, 10, 20, 7 | 11 | 11, 13, 4, 15 | 16 | 16, 9, 11, 1 |
| 2 | 2, 20, 19, 9 | 7 | 7, 15, 1, 13 | 12 | 12, 8, 13, 3 | 17 | 17, 7, 6, 18 |
| 3 | 3, 14, 16, 18 | 8 | 8, 19, 3, 10 | 13 | 13, 2, 12, 6 | 18 | 18, 5, 14, 11 |
| 4 | 4, 18, 10, 2 | 9 | 9, 4, 15, 19 | 14 | 14, 18, 6, 8 | 19 | 19, 3, 6, 12 |
| 5 | 5, 16, 8, 17 | 10 | 10, 17, 2, 5 | 15 | 15, 11, 4, 7 | 20 | 20, 1, 7, 17 |

Задачи для самостоятельного решения

1. На испытание поставлено 100 однотипных элементов. За 2000 часов отказало 50 из них. Во временном интервале $[2000, 2100]$ час.

отказало ещё 20 изделий. Определить частоту и интенсивность отказов, при $t = 2000$ час.

2. На испытание поставлено 100 однотипных объектов. За 300 часов отказало 20 из них. Определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа при $t = 300$ час.

3. В течение 1000 часов из 10 элементов отказало 2. За интервал времени $[1000, 1100]$ часов отказал еще один элемент. Определить частоту и интенсивность отказов, при $t = 1100$ часов.

4. На испытание поставлено 1000 однотипных электронных объектов. За первые 3000 часов отказало 80 из них. За интервал времени $[3000, 4000]$ часов отказало еще 50. Определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа при $t = 4000$ час.

5. На испытание поставлено 1000 изделий. За время $t=1300$ часов вышло из строя 288 изделий. За последующий интервал времени $[1300, 1400]$ часов вышло из строя еще 13 изделий. Необходимо вычислить вероятность безотказной работы и частоту отказов при $t=1400$ часов.

6. На испытание поставлено 1000 изделий. За 3000 часов вышло из строя 308 изделий. За последующий интервал времени $[3000, 3100]$ часов вышло из строя еще 25 изделий. Необходимо вычислить вероятность безотказной работы и интенсивность отказов при $t=3100$ часов.

7. На испытание поставлено 45 объектов. За время $t=60$ часов вышло из строя 35 из них. За последующий интервал времени $[60, 65]$ часов вышло из строя еще 3 объекта. Вычислить вероятность безотказной работы при $t=60$ часов и при $t= 65$ часов; частоту отказов при $t=60$ часов.

8. На испытание поставлено 8 однотипных изделий. Получены следующие значения t_i (t_i - время безотказной работы i -го изделия):

$$t_1 = 560 \text{ час.}; t_2 = 700 \text{ час.}; t_3 = 800 \text{ час.}; t_4 = 650 \text{ час.};$$

$$t_5 = 580 \text{ час.}; t_6 = 760 \text{ час.}; t_7 = 920 \text{ час.}; t_8 = 850 \text{ час.}$$

Определить статистическую оценку среднего времени безотказной работы изделия.

9. За наблюдаемый период эксплуатации системы было зарегистрировано 6 отказов в моменты времени: $t_1 = 15 \text{ мин.}; t_2 = 20 \text{ мин.}; t_3 = 10 \text{ мин.}; t_4 = 28 \text{ мин.}; t_5 = 22 \text{ мин.}; t_6 = 30 \text{ мин.}$ Определить среднее время безотказной работы.

10. На испытание поставлено 1000 изделий. За время $t=1000$ час. вышло из строя 210 изделий. В течение интервала времени $[1000, 1100]$

часов вышло из строя еще 10 изделий. Вычислить вероятность безотказной работы при $t=1000$ час. и частоту отказов при $t=1100$ час.

11. За наблюдаемый период эксплуатации $t=100$ часов из 1000 изделий из строя вышло 110 изделий. Вычислить вероятность безотказной работы, вероятность отказа и частоту отказов в конце периода наблюдения.

12. В результате наблюдения за 45 образцами радиоэлектронных элементов были получены данные до первого отказа всех 45 образцов, приведенные в таблицу. Необходимо определить среднее время безотказной работы.

| Δt_i час | n_i | Δt_i час | n_i |
|------------------|-------|------------------|-------|
| 0-10 | 18 | 30-40 | 0 |
| 10-20 | 12 | 40-50 | 3 |
| 20-30 | 9 | 50-60 | 3 |

13. На испытание поставлено 1000 однотипных электронных ламп, за 1000 часов отказало 75 ламп, за 2000 часов отказало 98 ламп, за три тысячи часов отказало 115 ламп. Определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа при $t = 3000$ час. Интенсивность отказов при $t = 2000$ час.

14. На испытание было поставлено 1000 однотипных элементов. За первые 500 часов отказало 180 из них, а за интервал времени $[500, 1000]$ часов отказало еще 150. Определить статистическую оценку частоты и интенсивности отказов элементов при $t=1000$ час.

15. На испытание поставлено $N = 400$ изделий. За время $t = 3000$ час отказало 200 изделий. За интервал времени $[t, t+100]$ отказало 100 изделий. Определить $P^*(3000)$, $P^*(3100)$, $f^*(3000)$, $\lambda^*(3000)$.

16. На испытание поставлено 5 однотипных элементов. Время безотказной работы этих элементов составило: 380 час; 250 час; 410 час; 335 час; 360 час. Определить статистическую оценку среднего времени безотказной работы элемента.

17. На испытание было поставлено 100 однотипных образцов. Вычислить основные показатели надежности: $P(t)$, $f(t)$, $\lambda(t)$, T_1 . Данные об отказах образцов приведены в таблице.

| интервал | 0-10 | 10-20 | 20-30 | 30-40 | 40-50 | 50-60 | 60-70 |
|------------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Δt | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 |
| n_i | 5 | 2 | 4 | 8 | 1 | 2 | 1 |

18. На испытание поставлено 200 однотипных элементов. За первые 10 часов отказало 3 из них, за следующие 20 часов отказало 8. Всего за 50 часов отказало 75 элементов. Определить частоту и

интенсивность отказов при $t = 5$ час., $t = 20$ час., $t = 40$ час.

19. На испытание поставлено 50 объектов. За время $t=50$ часов вышло из строя 25 из них. Вычислить вероятность безотказной работы, частоту и интенсивность отказов при $t = 50$ час.

20. На испытание было поставлено 1000 элементов. Вычислить основные показатели надежности: $P(t)$, $f(t)$, $\lambda(t)$, T_l . Данные об отказах образцов приведены в следующей таблице

| интервал | 0-1 | 1-3 | 3-5 | 5-7 | 7-9 | 9-11 |
|------------|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| Δt | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 |
| n_i | 5 | 2 | 4 | 8 | 1 | 2 |

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

Расчет показателей надежности элемента для заданного закона распределения времени до отказа

Основные понятия

Количественные характеристики надежности:

Вероятность безотказной работы на интервале времени $[0, t]$:

$$P(t) = 1 - \int_0^t f(t) dt$$

Вероятность отказа объекта на интервале времени $[0, t]$:

$$q(t) = 1 - P(t)$$

Частота отказов объекта (плотность вероятности времени безотказной работы изделия T):

$$f(t) = -\frac{dP(t)}{dt}$$

Интенсивность отказов объекта:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}$$

Среднее время безотказной работы

$$m_t = \int_0^{\infty} P(t) dt$$

Экспоненциальное распределение времени до отказа

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}, \quad t \geq 0$$

Интенсивность отказов есть величина постоянная $\lambda(t) = \lambda$.

Функция надежности при экспоненциальном распределении:

$$P(t) = e^{-\lambda t}$$

Плотность экспоненциального распределения:

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$

Математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение

$$M(X) = \frac{1}{\lambda} \quad D(X) = \frac{1}{\lambda^2} \quad \sigma(X) = \frac{1}{\lambda}$$

Нормальное распределение (распределение Гаусса)

Определяется плотностью распределения:

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-m)^2}{2\sigma^2}}, \quad -\infty < t < +\infty$$

где m - математическое ожидание; σ - среднее квадратическое отклонение времени безотказной работы объекта.

Функция надежности:

$$P(t) = 0,5 - \Phi_0(u), \quad u = \frac{t-m}{\sigma}$$

где $\Phi_0(u)$ - функция Лапласа, значения которой сведены в таблицу, функция является нечетной: $\Phi_0(-u) = -\Phi_0(u)$.

Распределение Вейбулла

Характеризуется плотностью распределения:

$$f(t) = \frac{\alpha t^{\alpha-1}}{\beta^\alpha} e^{-\left(\frac{t}{\beta}\right)^\alpha}$$

где α, β - параметры распределения.

Математические ожидания:

$$m = \beta \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)$$

Среднеквадратическое отклонение:

$$\sigma = \beta \sqrt{\Gamma\left(1 + \frac{2}{\alpha}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)}$$

где $\Gamma(x)$ - гамма-функция.

Основные показатели надежности, вычисляются по формулам:

$$P(t) = e^{-\left(\frac{t}{\beta}\right)^\alpha}$$

$$T_1 = \beta \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \quad \lambda = \frac{\alpha}{\beta^\alpha} t^{\alpha-1}$$

Распределение Рэлея

Получается из распределения Вейбулла при $\alpha=2$.

Характеризуется плотностью распределения:

$$f(t) = 2\lambda t e^{-\lambda t^2}$$

Функция надежности:

$$P(t) = e^{-\lambda t^2}$$

Интенсивность отказов:

$$\lambda(t) = \frac{2t}{\beta^2}$$

Математическое ожидание:

$$m(t) = \beta \Gamma(1.5) = \beta \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

Варианты заданий

| Вар | задачи | Вар | задачи | Вар | задачи | Вар | задачи |
|----------|---------------|-----------|--------------|-----------|---------------|-----------|---------------|
| 1 | 1, 12, 5, 20 | 6 | 6, 10, 20, 7 | 11 | 11, 13, 4, 15 | 16 | 16, 9, 11, 1 |
| 2 | 2, 20, 19, 9 | 7 | 7, 15, 1, 13 | 12 | 12, 8, 13, 3 | 17 | 17, 7, 6, 18 |
| 3 | 3, 14, 16, 18 | 8 | 8, 19, 3, 10 | 13 | 13, 2, 12, 6 | 18 | 18, 5, 14, 11 |
| 4 | 4, 18, 10, 2 | 9 | 9, 4, 15, 19 | 14 | 14, 18, 6, 8 | 19 | 19, 3, 6, 12 |
| 5 | 5, 16, 8, 17 | 10 | 10, 17, 2, 5 | 15 | 15, 11, 4, 7 | 20 | 20, 1, 7, 17 |

Задачи для самостоятельного решения

1. Для элемента справедлив экспоненциальный закон распределения времени до отказа с параметром $\lambda = 25 \cdot 10^{-5}$ час⁻¹. Вычислить количественные характеристики надежности элемента: $P(t)$, $q(t)$, $f(t)$, m_t для $t = 1000$ часов.

2. Время работы элемента до отказа подчинено нормальному закону с параметрами $m_t = 800$ час. $\sigma_t = 200$ час. Вычислить количественные характеристики надежности $P(t)$, $q(t)$, $f(t)$ для $t = 900$ часов и $t = 1000$ часов.

3. Время работы изделия до отказа подчиняется закону распределения Релея. Требуется вычислить количественные характеристики надежности изделия $P(t)$, $q(t)$, $f(t)$, m_t для $t = 10000$ час, если параметр распределения $\beta = 300$ час. и $\beta = 100$ час.

4. Время безотказной работы элемента подчиняется закону Вейбулла с параметрами $\beta = 1,5$; $\alpha = 10^{-4}$. Вычислить количественные характеристики надежности $P(t)$, $f(t)$, если время работы 100 часов, 150 часов, 200 часов.

5. Вероятность безотказной работы элемента за 100 часов составила 0,85. Экспоненциальный закон распределения времени безотказной работы справедлив для элемента. Вычислить частоту и интенсивность отказов при $t = 100$ часов.

6. Предполагается, что для элемента справедлив экспоненциальный закон распределения с параметром $0,01 \text{ час}^{-1}$. Определить вероятность безотказной работы в течение 115 час., частоту и интенсивность отказов при $t=120 \text{ час}$.

7. Для объекта справедлив нормальный закон распределения с параметрами $m_t = 800 \text{ час.}$, $\sigma_t=100 \text{ час}$. Вычислить основные показатели надежности: $P(t)$, $q(t)$, $f(t)$ при $t=400 \text{ час}$.

8. Для элемента справедливо распределение по закону Релея с параметром $\beta=160 \text{ час}$. Вычислить $q(t)$, $f(t)$, $\lambda(t)$, $m(t)$ при $t=1000 \text{ час}$.

9. Для элемента справедлив экспоненциальный закон распределения с параметром $\lambda=1,5 \cdot 10^{-3} \text{ час}^{-1}$. Определить $\lambda(t)$ для $t=225 \text{ часов}$.

10. Для элемента справедлив нормальный закон распределения с параметрами $m_t=700 \text{ час}$, $\sigma_t=150 \text{ час}$. Вычислить количественные характеристики надежности $\lambda(t)$, $f(t)$ для $t=1000 \text{ час}$. Вычислить $P(t)$ при $t=1200 \text{ часов}$.

11. Для элемента справедливо распределение по закону Релея с параметром $\beta=120 \text{ часов}$. Вычислить функцию надежности, частоту и интенсивность отказов при $t=400 \text{ часов}$.

12. Время безотказной работы изделия подчиняется закону Вейбулла с параметрами $\beta=0,5$; $\alpha=10^{-4}$. Время работы изделия $t=1000 \text{ часов}$. Вычислить вероятность отказа и интенсивность отказов.

13. Для двух элементов справедлив экспоненциальный закон распределения с параметрами $\lambda_1=0,03 \text{ час}^{-1}$, $\lambda_2=0,02 \text{ час}^{-1}$. Определить среднее время безотказной работы каждого элемента и частоту отказов системы, состоящей из этих элементов.

14. Время работы элемента до отказа подчиняется закону распределения Релея. Вычислить $P(t)$ для $t=10, 25, 50, 100 \text{ часов}$, если параметр распределения $\beta=100 \text{ часов}$.

15. Время работы элемента до отказа подчинено экспоненциальному закону распределения с параметром λ . Вычислить количественные характеристики надежности элемента: $q(t)$, $f(t)$, m_t при $t=1000 \text{ час}$, если $P(1000)=0,97$.

16. Время работы элемента до отказа подчинено нормальному закону распределения с параметрами $m_t=6500 \text{ час}$, $\sigma_t=1300 \text{ час}$. Вычислить количественные характеристики надежности $P(t)$, $q(t)$, $f(t)$, $\lambda(t)$ для $t=100000 \text{ часов}$.

17. Для работающего элемента справедлив экспоненциальный закон распределения, $\lambda(t)=0,5 \cdot 10^{-3} \text{ час}^{-1}$. Определить $\lambda(100)$, $\lambda(200)$,

$\lambda(1000)$. Вычислить вероятность безотказной работы системы в течение 1000 часов и частоту отказов при $t=200$ часов.

18. Время работы элемента до отказа подчинено нормальному закону распределения. Значение параметра $m_1=1000$ час, а вероятность безотказной работы в течение 800 часов составляет 0,98. Определить значение второго параметра распределения σ_1 . Вычислить значения показателей $q(t)$, $f(t)$, $\lambda(t)$ для $t=800$ час.

19. Для элемента справедлив закон распределения Рэлея с параметром $\beta=115$ час. Найти значение функции надежности при $t=200$ часов, интенсивность и частоту отказов при $t=300$ часов.

20. Время безотказной работы изделия подчиняется закону Вейбулла с параметром $\alpha=10^{-2}$, вероятность безотказной работы за время $t=100$ час, составляет 0,88. Найти значение второго параметра β . Вычислить вероятность отказа $q(t)$.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

Построение структурной схемы сложной резервируемой системы

Основные понятия

Одним из способов описания функционирования системы в смысле ее надежности является структурная схема.

Основное достоинство моделирования сложных систем с помощью структурных схем — это высокая наглядность.

Недостаток — не полная информация о системе, например, режим обслуживания, количество ремонтных бригад, приоритеты и т.п.

Каждый сложный элемент системы изображается в виде геометрической фигуры, которые соединяются линиями, имитирующими условия работы системы.

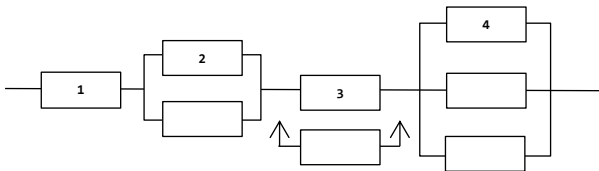


Рис. 1. Структурная схема резервируемой системы.

Система на рис. 1 работоспособна, если исправен элемент 1, а также любой из каждого блока резервируемых элементов; узел 2 — постоянно включенный резерв; элемент 3 — резервирование

замещением; узел 4 — резервирование с дробной кратностью $m=1/2$.

Кратность резервирования — отношения числа резервных устройств к числу основных.

Задания к работе

1. Построить структурную схему системы вручную.
2. Определить условия работоспособности и самый уязвимый элемент системы по построенной структурной схеме.
3. Составить программу, выполняющую построение простой структурной схемы, состоящей из n элементов, с возможностью задания типа резервирования для каждого элемента.
4. Составить отчет, содержащий титульный лист, решение задачи вручную, код программы, результаты выполнения программы.

Варианты заданий

1. Система содержит 5 равнонадежных функциональных элементов, к которым применены следующие способы резервирования: постоянно включенный резерв; резервирование с кратностью $m=2/4$; резервирование замещением, резервирование с кратностью 2.

2. Система содержит 6 равнонадежных функциональных элементов. Используются следующие способы резервирования: первый элемент с постоянно включенным резервом; для третьего резервирование с кратностью $m=1/3$; для пятого — резервирование замещением.

3. Система содержит 5 равнонадежных функциональных элементов, к которым применены следующие способы резервирования: для первого элемента — общее резервирование с облегченным режимом работы; для третьего элемента — резервирование замещением; для четвертого элемента — резервирование с кратностью $m=1/2$.

4. Система содержит 7 равнонадежных функциональных элементов, к которым применены следующие способы резервирования: общее резервирование системы; для третьего элемента резервирование замещением; для пятого элемента — кратность резервирования $m=1/2$.

5. Система содержит 4 равнонадежных функциональных

элементов, к которым применены следующие способы резервирования: общее резервирование системы; резервирование замещением каждого элемента.

6. Система содержит 6 равнонадежных функциональных элементов, к которым применены следующие способы резервирования: для первого и третьего элемента резервирование замещением; для четвертого элемента постоянно включенный резерв с кратностью $m=2$.

7. Система содержит 5 равнонадежных функциональных элементов, к которым применены следующие способы резервирования: общее резервирование системы с облегченным режимом работы; резервирование замещением пятого элемента; постоянное резервирование первого элемента.

8. Система содержит 7 равнонадежных функциональных элементов, к которым применены следующие способы резервирования: резервирование с кратностью $m=2$ для второго и четвертого элементов; резервирование с кратностью $m=3$ для третьего и пятого элементов и с кратностью $m=1/3$ для седьмого элемента.

9. Система содержит 5 равнонадежных функциональных элементов. Для каждого элемента применяется постоянно включенный резерв. Для элементов три и пять применяется резервирование замещением.

10. Система содержит 6 равнонадежных функциональных элементов, к которым применены следующие способы резервирования: общее резервирование системы; резервирование с кратностью $m=1/2$ для второго и четвертого элементов.

11. Система содержит 6 равнонадежных функциональных элементов, к которым применены следующие способы резервирования: постоянно включенный резерв; резервирование с кратностью $m=1/3$; резервирование замещением, резервирование с кратностью $m=3/4$.

12. Система содержит 5 равнонадежных функциональных элементов. Используются следующие способы резервирования: второй элемент с постоянно включенным резервом; для третьего элемента резервирование с кратностью $m=1/2$; для четвертого и пятого — резервирование замещением.

13. Система содержит 4 равнонадежных функциональных элементов, к которым применены следующие способы резервирования: для первого элемента — резервирование с кратностью $m=1/3$; для третьего элемента — резервирование замещением; для четвертого элемента — общее резервирование с облегченным режимом работы

14. Система содержит 8 равнонадежных функциональных элементов, к которым применены следующие способы резервирования: для третьего и восьмого элемента резервирование замещением; для пятого и седьмого элемента — кратность резервирования $m=1/2$.

15. Система содержит 9 равнонадежных функциональных элементов, к которым применены следующие способы резервирования: общее резервирование системы; резервирование замещением всех четных элементов элемента; постоянно включенный резерв для нечетных элементов.

16. Система содержит 5 равнонадежных функциональных элементов, к которым применены следующие способы резервирования: для первого элемента резервирование замещением; для четвертого элемента постоянно включенный резерв с кратностью $m=2$; для пятого элемента резервирование с кратностью $m=1/4$.

17. Система содержит 6 равнонадежных функциональных элементов, к которым применены следующие способы резервирования: общее резервирование системы с облегченным режимом работы; резервирование замещением третьего, четвертого и пятого элемента; постоянное резервирование шестого элемента.

18. Система содержит 7 равнонадежных функциональных элементов, к которым применены следующие способы резервирования: резервирование с кратностью $m=1/2$ для второго и седьмого элементов; резервирование с кратностью $m=2$ для третьего и шестого элементов и с кратностью $m=1/4$ для первого элемента.

19. Система содержит 4 равнонадежных функциональных элементов. Для системы применяется общее резервирование с облегченным режимом работы. Для каждого элемента применяется резервирование замещением.

20. Система содержит 7 равнонадежных функциональных элементов, к которым применены следующие способы резервирования: постоянное резервирование каждого нечетного элемента системы с кратностью $m=2$, для второго и четвертого элементов резервирование с замещением.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

Построение моделей надежности сложной резервируемой системы

Основные понятия

Матрица состояний системы

Введем следующие обозначения:

E — множество всех состояний системы;

n — число состояний системы;

E_+ — класс работоспособных состояний системы;

E_- — класс отказовых состояний системы.

В каждый фиксированный момент времени t для каждого k -го состояния можно выделить 6 подмножеств элементов системы:

- R_k — множество номеров работающих элементов;
- W_k — множество номеров ремонтируемых элементов;
- R'_k — множество номеров элементов, находящихся в состоянии простоя вследствие прерывания их функционирования;
- W'_k — множество номеров элементов, находящихся в состоянии простоя вследствие прерывания их восстановления;
- R_k^0 — множество номеров элементов, образующих очередь на работу;
- W_k^0 — множество номеров элементов, образующих очередь на восстановление.

$$\forall k \in E : A_k = (a_{1k}, a_{2k}, \dots, a_{mk})$$

$$a_{ik} = \begin{cases} s_i, & i \in R_k, \\ s'_i, & i \in R'_k, \\ \tau_i, & i \in W_k, \\ \tau'_i, & i \in W'_k, \\ 0 & i \in (R_k^0 \cup W_k^0) \end{cases}$$

С каждым состоянием k связан вектор, характеризующий состояние

всех элементов системы в момент времени t .

Если элемент находится в очереди на работу, то $a_{ik}=OR$.

Если элемент находится очереди на восстановление $a_{ik}=OW$.

Матрица состояний может быть дополнена верхней строкой, содержащей номера соответствующих состояний, и нижней строкой, показывающей к какому классу относится состояние системы с номером k : 1 (E_+); 0 (E_-).

Матрица переходов

Функционирование системы может быть описано графом состояний. Множество состояний системы E отождествляется с множеством узлов графа. Множество ветвей графа – возможные переходы системы из одного состояния в другое. При этом исключается отказ или восстановление более 1 элемента за один шаг.

Матрица переходов $P_{m \times n} = \{b_{ik}\}$ содержит сведения о переходах системы за один шаг, где b_{ik} – код состояния, в которое имеется непосредственный переход из состояния с номером k из-за отказа (восстановления) i -го элемента, иначе позиция в матрице не заполняется.

Элементам матрицы P соответствуют ветви графа с началом в узле, соответствующем состоянию с номером k , а концом в узле с кодом b_{ik} .

Допустимые переходы:

$$s \rightarrow s, s', \tau, OW$$

$$\tau \rightarrow s, \tau, \tau', OR$$

$$\tau' \rightarrow \tau, \tau'$$

$$OR \rightarrow s, OR$$

$$OW \rightarrow \tau, OW$$

Чтобы определить существование перехода из состояния k в состояние z , необходимо сравнить поэлементно векторы $A_k = (a_{1k}, \dots, a_{mk})$ $A_z = (a_{1z}, \dots, a_{mz})$. Переход $k \rightarrow z$ существует, если только для одного элемента v существует переход восстановления (отказа): $a_{vk} \rightarrow a_{vz}$.

Задания к работе

1. Построить структурную схему системы.
2. Составить матрицу состояний системы.
3. Составить матрицу переходов состояний системы.
4. Написать программу, осуществляющую построение матрицы переходов по матрице состояний системы.
5. Построить граф состояний системы.

Варианты заданий

1. Система включает три последовательно соединенных элемента, при отказе 1-го или 2-го элемента остальные элементы выключаются, а при отказе 3-го продолжают работать. Ремонт выполняется одной бригадой с обратным приоритетом.

2. Система включает три последовательно соединенных элемента, при отказе 1-го элемента остальные элементы продолжают работать, а при отказе 2-го выключаются. Ремонт выполняется одной бригадой с обратным приоритетом.

3. Система включает три последовательно соединенных элемента, при отказе 3-го элемента остальные элементы выключаются, а при отказе 1-го или 2-го продолжают работать. Ремонт выполняется одной бригадой с обратным приоритетом

4. Система включает три последовательно соединенных элемента, при отказе 2-го элемента остальные элементы продолжают работать, а при отказе 3-го или 1-го выключаются. Ремонт выполняется одной бригадой с обратным приоритетом.

5. Система включает четыре последовательно соединенных элемента, при отказе 1-го или 2-го элемента остальные элементы продолжают работать, а при отказе 3-го или 4-го выключаются. Ремонт выполняется одной бригадой с прямым приоритетом

6. Система включает три последовательно соединенных элемента, при отказе 1-го или 2-го элемента остальные элементы выключаются, а при отказе 3-го продолжают работать. Ремонт выполняется одной бригадой с прямым приоритетом.

7. Система включает три последовательно соединенных элемента, при отказе 1-го или 3-го элемента остальные элементы продолжают работать, а при отказе 2-го выключаются. Ремонт выполняется одной бригадой с прямым приоритетом.

8. Система включает три последовательно соединенных элемента, при отказе 3-го элемента остальные элементы выключаются, а при отказе 1-го или 2-го продолжают работать. Ремонт выполняется одной бригадой с прямым приоритетом

9. Система включает три последовательно соединенных элемента, при отказе 2-го элемента остальные элементы продолжают работать, а при отказе 1-го или 3-го выключаются. Ремонт выполняется одной бригадой с прямым приоритетом.

10. Система включает четыре последовательно соединенных элемента, при отказе 1-го или 2-го элемента остальные элементы

продолжают работать, а при отказе 3-го или 4-го выключаются. Ремонт выполняется одной бригадой с прямым приоритетом.

11. Система включает три последовательно соединенных элемента, при отказе 1-го или 3-го элемента остальные элементы продолжают работать, а при отказе 2-го выключаются. Ремонт выполняется одной бригадой с обратным приоритетом, но элемент 1 восстанавливается вне очереди.

12. Система включает три последовательно соединенных элемента, при отказе 1-го элемента остальные элементы продолжают работать, а при отказе 2-го или 3-го выключаются. Ремонт выполняется одной бригадой с прямым приоритетом, элемент 2 восстанавливается вне очереди.

13. Система включает три последовательно соединенных элемента, при отказе 3-го элемента остальные элементы выключаются, а при отказе 1-го или 2-го продолжают работать. Ремонт выполняется одной бригадой с обратным приоритетом, элемент 3 восстанавливается вне очереди.

14. Система включает три последовательно соединенных элемента, при отказе 2-го элемента остальные элементы продолжают работать, а при отказе 3-го или 1-го выключаются. Ремонт выполняется одной бригадой с обратным приоритетом, элемент 1 восстанавливается вне очереди.

15. Система включает четыре последовательно соединенных элемента, при отказе 1-го или 2-го элемента остальные элементы продолжают работать, а при отказе 3-го или 4-го выключаются. Ремонт выполняется одной бригадой с прямым приоритетом, элемент 4 восстанавливается вне очереди.

16. Система включает три последовательно соединенных элемента, при отказе 1-го или 2-го элемента остальные элементы выключаются, а при отказе 3-го продолжают работать. Ремонт выполняется две бригады с обратным приоритетом.

17. Система включает три последовательно соединенных элемента, при отказе 1-го элемента остальные элементы продолжают работать, а при отказе 2-го или 3-го выключаются. Ремонт выполняется две бригады с прямым приоритетом.

18. Система включает три последовательно соединенных элемента, при отказе 3-го элемента остальные элементы выключаются, а при отказе 1-го или 2-го продолжают работать. Ремонт выполняется две бригады с обратным приоритетом

19. Система включает три последовательно соединенных элемента, при отказе 1-го или 2-го элемента остальные элементы продолжают работать, а при отказе 3-го выключаются. Ремонт выполняется две бригады с прямым приоритетом.

20. Система включает четыре последовательно соединенных элемента, при отказе 1-го или 3-го элемента остальные элементы продолжают работать, а при отказе 2-го или 4-го выключаются. Ремонт выполняется две бригады с обратным приоритетом

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5

Анализ надежности сложной резервируемой системы

Основные понятия

Метод перебора гипотез

Дана невосстанавливаемая система, состоящая из n элементов.

Каждый i -й элемент может находиться в одном из двух состояний:

– работоспособное состояние с вероятностью p_i ;

– отказовое состояние с вероятностью q_i .

Система может находиться в 2^n состояниях, соответствующих гипотезам:

- H_0 — все n элементов работоспособны;
- H_i — отказал i -й элемент, остальные работоспособны;
- H_{ij} — отказали i -й j -й элементы, остальные работоспособны;
-
- $H_{1,2,...,n}$ — отказали все элементы системы.

В случае, когда отказы элементов являются независимыми, можно вычислить вероятность каждой гипотезы по формулам:

$$P(H_0) = p_1 p_2 \dots p_n$$

$$P(H_i) = p_1 p_2 \dots q_i \dots p_n$$

$$P(H_{i,j}) = p_1 p_2 \dots q_i \dots q_j \dots p_n$$

.....

$$P(H_{1,2,...,n}) = q_1 q_2 \dots q_n$$

E_+ — множество работоспособных состояний системы. Вероятность безотказной работы системы определяется по формуле:

$$P = \sum_{a \in E_+} P(H_a)$$

Метод, основанный на теоремах теории вероятности

Основан на применение теорем сложения и умножения теории

вероятностей и формулы полной вероятности.

Введем следующие обозначения для события A :

A_i — i -й элемент исправен; \bar{A}_i — i -й элемент отказал.

Вероятности этих событий:

$$P(A_i) = p_i, \quad P(\bar{A}_i) = q_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Расчет вероятности отказа или безотказности узла равен произведению соответствующих вероятностей элементов этого узла.

Для расчета надежности может использоваться формула полной вероятности:

$$P = \sum_i P(H_i) P(A / H_i)$$

где $P(A/H_i)$ — вероятность события A , при условии, что гипотеза H_i выполнена.

Метод минимальных путей и минимальных сечений

Минимальный путь — такой набор элементов в структуре, при котором система исправна, если исправны все элементы этого набора; отказ любого из элементов ведет к отказу системы.

Минимальное сечение — такой набор элементов в структуре, при котором система неисправна, если неисправны все элементы этого набора; исключение любого элемента из набора переводит систему в исправное состояние.

Пусть A_1, A_2, \dots, A_r — множество всех минимальных путей.

$$P = \bigcup_{i=1}^r A_i = \sum_{i=1}^r P(A_i) - \sum_{i < j} P(A_i A_j) + \sum_{i < j < k} P(A_i A_j A_k) - \dots + (-1)^{r-1} P(A_1 A_2 \dots A_r)$$

Пусть B_1, B_2, \dots, B_s — множество всех минимальных сечений.

$$Q = P\left(\bigcup_{i=1}^s B_i\right) = \sum_{i=1}^s P(B_i) - \sum_{i < j} P(B_i B_j) + \sum_{i < j < k} P(B_i B_j B_k) - \dots + (-1)^{s-1} P(B_1 B_2 \dots B_s)$$

P и Q — вероятность безотказности работы и отказа системы

Логико-вероятностный метод

Для каждого элемента системы вводится обозначения его состояний: 1 (исправность), 0 (отказ). Переменной x_i задается исправное состояние i -го элемента, а отрицанием переменной — отказ.

Условие работоспособности системы записывается с помощью функций алгебры логики через работоспособность ее элементов. Затем вместо переменных соответственно подставляются вероятности безотказной работы p_i , и вероятности отказа q_i . Знаки конъюнкции и дизъюнкции заменяются алгебраическими умножением и сложением.

Для определения вероятности безотказной работы и вероятности отказа необходимо получить СДНФ составленной функции.

Алгоритм разрезания

Позволяет получить логическую функцию для вычисления вероятности безотказной работы без составления СДНФ, для этого заданную логическую функцию преобразуют по формуле:

$$y(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) = x_i y(x_1, \dots, 1, \dots, x_n) \vee \bar{x}_i y(x_1, \dots, 0, \dots, x_n)$$

Задания к работе

1. Построить структурную схему системы.
2. Выполнить анализ системы методом, основанным на теоремах теории вероятности.
3. Выполнить анализ системы методом минимальных путей и минимальных сечений.
4. Составить для системы функцию алгебры логики.
5. Применить алгоритм разрезания для вычисления вероятности безотказной работы системы.
6. Составить программу, моделирующую работу системы при разном режиме обслуживания и случайном времени отказов и восстановлений.

Варианты заданий

1. Система состоит из 3 последовательно соединенных элементов и резервируется общим резервированием. Элемент 2 дополнительно резервируется дублирующим элементом.
2. Система состоит из 4 узлов: 1 и 3 не резервированные, для 2 и 4 резервирование с кратностью $m=3$.
3. Система состоит из 3 узлов: 1 не резервирован, для 2 применено резервирование с кратностью $m=3$, а для третьего — $m=1$.
4. Система состоит из 3 узлов, каждый из которых резервируется дублирующим элементом.
5. Система из трех элементов резервируется общим резервированием.
6. Система состоит из 4 узлов: 1 и 2 резервируются общим резервированием, а 3 и 4 раздельным с кратностью $m=2$.
7. Система состоит из 5 узлов: пары (1, 2) и (3, 4) резервируются общим резервированием, а элемент 5 не резервирован.
8. Система состоит из 5 узлов: пары (2, 3) и (4, 5) резервируются общим резервированием, а элемент 1 не резервирован.
9. Система состоит из 3 узлов: элемент 1 резервирован с кратностью $m=3$, а элементы 2 и 3 с кратностью $m=3/2$.

10. Система состоит из 3 последовательно соединенных элементов и резервируется общим резервированием. Элемент 1 дополнительно резервируется дублирующим элементом.

11. Система состоит из 3 последовательно соединенных элементов, с которыми соединен узел с кратностью резервирования $m=3/2$.

12. Система состоит из 4 узлов: элемент 2 резервирован с кратностью $m=3$, а элементы 3 с кратностью $m=2$.

13. Система состоит из 4 узлов: элемент 1 резервирован с кратностью $m=2$, а элементы 2 и 3 с кратностью $m=4/2$.

14. Система состоит из 5 параллельно соединенных элементов, за которыми следует 1 без резервирования.

15. Система состоит из 3 последовательно соединенных узлов с кратностью резервирования $m=2$.

16. Система представляет собой параллельное соединение 2 элементов, с которыми последовательно включен еще 1 элемент. К системе применено резервирование замещением.

17. Система состоит из 6 элементов, к каждому четному элементу применено резервирование дублирующим элементом.

18. Система состоит из 3 последовательно соединенных элементов и резервируется общим резервированием. Элемент 2 дополнительно резервируется дублирующим элементом.

19. Система состоит из 6 элементов, к каждому нечетному элементу применено резервирование дублирующим элементом.

20. Система состоит из 4 узлов: элемент 4 резервирован с кратностью $m=2$, а элементы 1 и 3 с кратностью $m=2$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Половко А.М., Гуров С.В. Основы теории надежности. – СПб.: БХВ-Петербург, 2006. – 704 с.
2. Острейковский В.А. Теория надежности: учебник. – М.: Высш. шк., 2008. – 464.
3. Черкесов, Г. Н. Надежность аппаратно-программных комплексов: учебное пособие. – СПб.: Питер, 2005. – 478 с.
4. Ю.Ю. Громов Надежность информационных систем. — Тамбов: Изд-во ГОУ ВПО ТГТУ, 2010. — 160 с.
5. Ушаков И.А. Курс теории надежности систем: учебное пособие для вузов. — М.: Дрофа, 2008. — 239 с.
6. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. — М.: Академия, 2005. — 572 с.

Учебное издание

НАДЕЖНОСТЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ

Методические указания к выполнению лабораторных работ
для студентов специальности 090303 Информационная безопасность
автоматизированных систем

Составитель **Бондаренко** Татьяна Владимировна

Подписано в печать 24.11.14. Формат 60×84/16. Усл.печ.л. 1,4. Уч.-изд.л. 1,5.
Тираж 33 экз. Заказ Цена
Отпечатано в Белгородском государственном технологическом университете
им. В. Г. Шухова
308012, г. Белгород, ул. Костюкова, 46