

PAM Synthèse hybride d'instruments à cordes

Théis Bazin, Louis Moreau-Gaudry, Victor Rosi
Hugo Caracalla et Maxime Dickerson

25 janvier 2016

Introduction

Mesures d'admittances sur instruments à corde pincée

1

Objectifs Dans le but de fournir aux deux systèmes de synthèse l'admittance d'instruments à cordes (guitare, ukulélé...), nous devons en faire la mesure sur les instruments réels. Pour cela il est nécessaire

- d'identifier des grandeurs physiques utile pour les synthèses
- de mettre en place un dispositif de mesures d'admittance
- d'établir un protocole de mesures avec système d'acquisition
- de visualiser et d'exploiter ces résultats

Nomenclature de la séance de mesure :

- $Y_{\text{corps}, \text{indice}}$: Admittance du corps. l'indice 1 indique l'axe vertical et l'indice 2 l'axe horizontal.
- $Y_{\text{corde}, \text{indice}}$: Admittance de la corde.
- $Y_{\text{total}, \text{note}, \text{indice}}$: Admittance de l'ensemble corde+corps.
- F : Force appliquée par le marteau
- α : Accélération délivrée par le capteur

Identification des grandeurs pour les synthèses

Pour la synthèse FRF et la synthèse modale nous avons besoin du Y_{corps} ainsi que du Y_{corde} de la guitare. Nous pouvons récupérer cette admittance dans deux dimensions grâce à un accéléromètre multi-axe. La vibration de l'ensemble corde-corps de guitare est donnée par un marteau d'impact, excitant le système au niveau du point de couplage (pour la guitare, le chevalet). Nous récupérerons également grâce à un microphone de mesure la pression acoustique rayonnée à 2 mètres de la guitare. La synthèse sonore pourra ainsi prendre en compte le rayonnement de la structure, ce qui tend à donner plus de réalisme.

Dispositif de mesures

Pour nos mesures, nous disposons d'un capteur, d'un marteau d'impulsion, d'une carte d'acquisition NI, d'un amplificateur, d'un système d'acquisition sur matlab, d'un microphone et enfin d'une guitare et d'un ukulele

Le capteur est un accéléromètre tri-axes, calibré dont on implémente la sensibilité dans le code d'acquisition. Le marteau d'impulsion fourni la force d'impacte F sur la guitare.

Lors de l'acquisition de nos résultats, le signal d'impulsion est fenêtré pour enlever tout bruit électronique.

Au final nous récupérons, la réponse temporelle de l'accélération en 2D et de la force. On obtient également leur réponse fréquentielle, c'est le rapport des deux, qui donne l'admittance du système.

1.0.1 Protocole de mesures

Voici l'ensemble des mesures effectuées. Pour assurer une répétabilité de la mesure, elles seront faites 5 fois chacune dans le même temps. La fréquence d'échantillonnage est fixée à $F_e = 25600\text{Hz}$, ce qui nous permet d'obtenir une bande passante suffisante pour le système à analyser.

- Mesure à vide pour évaluer le rapport signal sur bruit.
- Le corps seul, axe vertical(les cordes sont étouffées).
- Le corps et la corde de Mi2, axe vertical.
- Le corps et la corde de Mi2, axe horizontal.
- Le corps et la corde de Mi4, axe vertical.
- Le corps et la corde de Mi4, axe horizontal.



FIGURE 1.1 – Dispositif de mesure

- La corde Mi2 excitée au fil perpendiculairement à la table.
- La corde Mi2 excitée au fil 45 degré, à la table.
- Mesure du rayonnement de la table seule.

Pour la première mesure, nous placerons le "target" (force captée au marteau d'impulsion) proche de zéro dans le but de pouvoir lancer le code d'acquisition sans impulsion de marteau. Les deux dernières mesures consistent en l'excitation de la corde à une distance $b = 17$ mm.

1.0.2 Commentaire et exploitation des résultats

Synthèse modale

Pour la synthèse modale, les modes de corps sont obtenus à partir des mesures effectués lorsque les cordes étouffées. L'admittance Y_{corps} est ainsi obtenu expérimentalement et l'algorithme à haute résolution ESPRIT est utilisé pour obtenir les fréquences propres et amortissements du système (les détails de l'approche sont présentés dans la partie ?). Les modes de corps sont tantôt obtenus par une estimation haute résolution, tantôt par le modèle théorique de corde présenté en partie 1.1

Synthèse fréquentielle

Pour la synthèse fréquentielle (FRF), les mesures d' Y_{corps} et d' Y_{total} nous permettent d'estimer directement Y_{total} par une inversion (les détails de l'approche sont présentés dans la partie ?)

Comparaison et influence de la polarisation

Les mesures de l'excitation sous plusieurs angles ont pour but d'évaluer l'influence de la polarisation sur le son produit. En effet dans le cas d'une excitation au fil à 45 degrés, l'onde se propage dans la corde selon plusieurs directions et il est intéressant de comparer si l'angle d'attaque influence le son produit.

Rayonnement acoustique

Le rapport entre déplacement au niveau du chevalet et la pression rayonnée permet de déterminer une fonction de traduisant du rayonnement acoustique. Cette fonction de transfert tient compte des réflexions liés aux parois de la salle dans laquelle les mesures ont été effectués.

1.1 Modèle de corde théorique

En parallèle de nos mesures expérimentales, nous construisons un modèle de corde basé sur les articles de Woodhouse (a) et (b). Le signal temporel de corde ainsi obtenu sert notamment pour vérifier le bon fonctionnement de notre implémentation de notre algorithme ESPRIT appliquée à un signal temporel de corde.

Cette synthèse de corde utilise les paramètres suivants :

- La raideur (B)
- la masse linéique (ρ_0)
- la tension (T)
- la célérité des ondes (c_0)
- la longueur de la corde (L)
- le point d'excitation ($x_{excitation}$)
- le point d'écoute ($x_{listening}$)
- le nombre de modes calculé

Ainsi nous pourrions définir l'inharmonicité de la corde comme suit :

$$w_n = \frac{n\pi}{L} \left(1 + \frac{B}{2T} \frac{n\pi}{L} \right) \quad (1.1)$$

De même, nous avons à notre disposition une façon d'obtenir un amortissement théorique. Il est soit proposé d'utiliser une valeur constante du facteur de qualité, ($Q_{sn} \in [1000 \ 3500]$) soit de le définir à partir des paramètres de corde :

$$\eta_{sn} = \frac{T(\eta_F + \eta_A/\omega_n) + B\eta_B(n\pi/L)^2}{T + B(n\pi/L)^2} \quad (1.2)$$

Avec η_F, η_A, η_B des facteurs de pertes.

A partir de ces informations, nous pouvons construire l'admittance théorique de la corde, la fonction de transfert force-déplacement, pour la méthode FRF et, construire les matrices solution de l'équation de premier ordre pour la méthode modale.

Méthode ESPRIT - Extraction des paramètres de corde

2

2.0.1 Objectifs

Les paramètres physiques et fréquentiels de corde sont nécessaires à la fois à la synthèse par FRF et à la synthèse modale : dans la première, il est besoin d'une admittance en extrémité de corde et d'une fonction de transfert entre le déplacement de deux points de la corde, tandis que la seconde demande la connaissance des modes de cordes. Pour obtenir l'ensemble de ces données, plusieurs possibilités s'offrent à nous : s'il est possible de se servir directement du modèle proposé par l'article de Woodhouse et des valeurs qui y sont fournies, il pourrait être avantageux d'extraire nous-même ces valeurs de mesures réelles.

Pour cela, il est envisageable de se placer dans une position "guitariste", en mesurant uniquement la longueur de la corde, sa tension et sa réponse impulsionnelle en un point. A partir de là, il est nécessaire de conduire une analyse modale pour extraire de cette réponse les valeurs des fréquences modales et de leurs amortissements : avec eux, la synthèse FRF sera assurée. Pour obtenir les données nécessaires à la synthèse modale, il faudra ensuite "fitter" nos données avec le modèle de Woodhouse (c.f. partie Victor) afin de déterminer les paramètres B , c (et donc ρ), η_A , η_B et η_F . Un des avantages à effectuer cette démarche tient ensuite au fait que cette corde pourrait être jouée par nos méthodes de synthèse en la tendant (i.e. modifiant T) ou la raccourcissant (i.e. modifiant L) à volonté, comme une corde d'instrument réel.

Procédons donc comme si nous avions connaissance d'une réponse impulsionnelle de corde, de sa tension et de sa longueur.

2.0.2 Pré-traitement

Au lieu d'effectuer immédiatement une analyse modale via la méthode ESPRIT (c.f. un ou deux papiers) de la réponse impulsionnelle, qui risque de se révéler couteuse en temps, nous utilisons le fait que nous avons déjà une certaine idée de la forme de l'admittance de la corde et des valeurs de ses résonances pour effectuer un pré-traitement du signal : afin de n'utiliser la méthode ESPRIT qu'à faible ordre, nous traitons le signal temporel par un banc de filtres centrés sur les valeurs approximatives des fréquences attendues. Un autre intérêt est ensuite de pouvoir effectuer un décalage fréquentiel des signaux traités (en les modulant par une sinusoïde complexe à la fréquence du passe-bande correspondant) afin de le décimer et de réduire les temps de calcul à suivre, tout en permettant aisément de remonter aux valeurs véritables des pôles du signal. Il est à noter que les signaux en sortie de banc de filtre sont amputés de leur partie transitoire, qui trahirait le fait qu'il ne s'agit pas d'exponentielles infinies au yeux de la méthode ESPRIT : pour cela, il est utile d'utiliser un banc de filtre à réponse impulsionnelle finie (FRI) , puisque cette transition contiendra alors précisément autant d'échantillons que l'ordre des filtres.

2.0.3 Méthode ESPRIT et moindres carrés

- à remplir par une brève explication du principe des méthodes ? -

2.0.4 Extractions des paramètres

Les données obtenues via le traitement précédant permettent immédiatement l'utilisation de la synthèse de type FRF, mais ne suffisent pas à celle de type modale. Pour cette dernière, il faut encore remonter aux valeurs de B et de ρ : pour cela, et comme exposé plus haut, on se sert de l'expression des valeurs attendues des fréquences et amortissements (c.f. partie Victor) pour remonter aux paramètres encore inconnus de ces équations. Une fois obtenus, nos seront en mesure de manipuler ce type de corde à volonté sur nos deux méthodes de synthèses.

3.1 Synthèse FRF

3.1.1 Principe

Le principe de la synthèse dans le domaine fréquentiel est relativement simple. Il s'agit de calculer ou de mesurer des fonctions de transfert (*Frequency Response Function*) nous permettant de relier une force appliquée au point d'excitation de la corde à un déplacement au niveau du chevalet, de la table d'harmonie de la guitare, ou d'un autre instrument comme le ukulélé. Le premier élément nécessaire est l'admittance au chevalet, qui peut s'exprimer grâce à l'admittance des cordes et celle du corps au niveau du chevalet (par corps, il faut comprendre la table d'harmonie et la caisse de la guitare), par l'équation 3.1.

$$\frac{1}{Y_{total}} = \frac{1}{Y_{corps}} + \frac{1}{Y_{corde}} \quad (3.1)$$

Cette admittance totale au niveau du chevalet nous fournit la vitesse de celui-ci en fonction d'une force qui y serait appliquée.

Le second élément nécessaire est la fonction de transfert H reliant un déplacement de la corde à un déplacement au niveau du chevalet. En multipliant cette fonction avec Y_{total} , on obtient la FRF fournissant le déplacement $\delta_{excitation}$ en fonction de la force $F_{chevalet}$. Le système étant supposé linéaire, cette fonction de transfert fournit aussi le déplacement $\delta_{chevalet}$ en fonction de la force $F_{excitation}$:

$$\frac{\delta_{chevalet}}{F_{excitation}} = \frac{\delta_{excitation}}{F_{chevalet}} = \frac{Y_{total}H}{(j\omega)^2} \quad (3.2)$$

3.1.2 Mise en place

L'article de Woodhouse à notre disposition nous a permis d'écrire l'impédance de la corde au chevalet Z_{corde} , ainsi que la fonction de transfert unitaire H à partir de la connaissance des caractéristiques de la corde : masse linéique, tension, coefficients d'amortissement, raideur de flexion. Les mesures sur les instruments nous ont fourni une estimation de Y_{corps} et de Y_{total} .

La première approche a été d'utiliser uniquement Y_{total} mesurée en excitant au marteau d'impact un point proche du chevalet et en mesurant son accélération selon l'axe normal et l'axe transverse par rapport à la table d'harmonie. La corde que l'on souhaitait synthétiser était libre de vibrer alors que les autres étaient étouffées. En réalité, nous mesurions l'inertance, ce qui devait ajouter une seconde intégration à l'équation 3.2.

La seconde approche a été de n'utiliser que la mesure de Y_{corps} . L'admittance de la corde au chevalet a utilisé les formulations théoriques de l'article.

Les FRF issues des mesures temporelles ont été calculées avec un très grand nombre de point pour que le signal final dure plusieurs secondes.

L'obtention du son était en effet réalisée par FFT inverse, ce qui nous a imposé d'écrire la symétrie hermitienne pour notre fonction de transfert. L'intégration de l'équation 3.2 a été omise dans un premier temps : les valeurs sont divergentes en zéro. Pour compenser cela nous divisons l'admittance de mesure par 100 ou 1000.

Enfin, nous convoluons ce signal avec plusieurs impulsions consécutives pour adoucir le son et modéliser un plectre basiquement. La force excitatrice n'est pas un dirac mais 1 sur 100 échantillons avant de passer à 0.

3.1.3 Résultats

Plusieurs précisions ont du être apportés pour améliorer l'algorithme et le son. En effet, ce système comporte plusieurs limitations : l'admittance Y_{corps} est affectée par la présence de cordes même atténuées. Cet effet est difficilement écarté puisqu'oter les cordes modifie la masse au niveau du chevalet. Aussi, nous n'avons pas mesuré les caractéristiques des cordes de la guitare à notre disposition mais nous sommes basés sur des valeurs fournies par Woodhouse, qui peuvent ne pas correspondre à notre instrument.

Utiliser Y_{total} n'a pas fournit de résultats convaincants. Les sons synthétisés ne correspondaient pas à ceux d'une guitare. Woodhouse suggère en effet d'effectuer la séparation de cette grandeur, ce que nous avons fait ensuite.

La figure suivante présente les différentes étapes nous ayant permis de synthétiser les sons

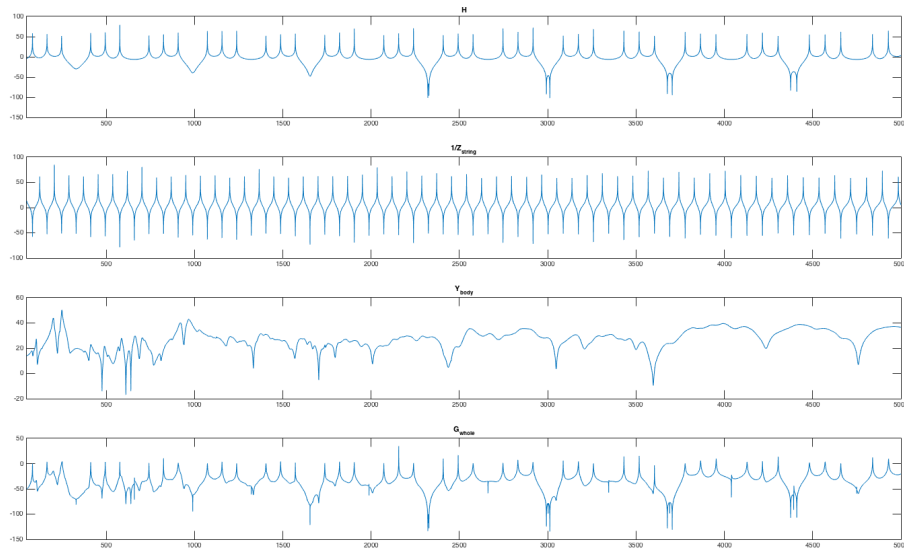


FIGURE 3.1 – Etapes de calcul de la synthèse FRF

La seconde approche a permis d'avoir un son accordé sur la note désirée et de reconnaître un son de guitare. Cependant il doit encore être précisé car il est saturé et comporte des fréquences assez élevées avec des atténuations peu faibles.

3.2 Synthèse modale

On présente dans cette partie le processus d'analyse/synthèse modale hybride appliqué dans le cadre du projet. Ce processus est basé sur les principes suivants : les paramètres physiques découplés de corde et de guitare sont posés, pour la corde via un modèle théorique, pour le corps en appliquant ESPRIT sur les mesures d'admittance effectuées et en remontant aux paramètres physiques du système. Ensuite, le système d'équations différentielles à N modes du système couplé est posé et on résout ce système pour en extraire les déformées modales et les fréquences propres du système couplé. Enfin, en posant fixant des conditions initiales, on peut resynthétiser le son de la corde couplée au chevalet.

3.2.1 Paramètres physiques

Par souci de concision, on ne présente pas dans ce rapport le détail des matrices développées dans l'article de Woodhouse, mais seulement la façon dont les paramètres physiques pertinents sont extraits ou fixés.

Corde

Concernant les conditions aux limites, la corde est supposée fixe-fixe en isolation et le couplage est ensuite réalisé au niveau du chevalet à l'aide d'un mode de contrainte rigide qui permet d'inclure les vibrations du corps.

Corps

Les paramètres physiques du corps sont extraits par analyse modale via ESPRIT. Dans l'état actuel, nous ne suivons pas complètement le processus proposé par Woodhouse, qui ne fait de l'analyse modale que jusqu'à 1500Hz puis, dans la partie haute-fréquences, pose un modèle de répartition modale statistique. Notre version souffre d'un overfitting dans les basses-fréquences, on se limite donc à un nombre restreint de modes de corps pour éviter cet overfitting.

Une fois les fréquences propres et les amortissements du corps isolé extraites, on en déduit les paramètres physiques du corps au niveau du chevalet, modélisé comme un ensemble unidimensionnel de systèmes masse-ressorts à N_b modes, d'admittance :

$$Y(\omega) = \sum_{k=1}^{N_b} \frac{j\omega}{m_k(\omega_k^2 + 2j\omega\omega_k\xi_k - \omega^2)}$$

Pour ce faire, on définit pour chaque mode calculé une masse effective m_k et une raideur effective s_k ainsi définies :

Les masses modales sont obtenues par inversion locale autour de $\omega = \omega_k$ de l'expression de l'admittance [pate14:phd] et valent

$$m_k = \frac{1}{2|Y(\omega_k)|\omega_k\xi_k}$$

une valeur plus simple à calculer que celle proposée par Woodhouse – son expression suppose de connaître les déformées modales du corps.

Les raideurs effectives en sont directement déduites et valent $s_k = m_k\omega_k^2$, valeur qui permet d'assurer la vibration du système à la pulsation ω_k .

Couplage par équations différentielles matricielles

L'étape suivante est la définition du système d'équations différentielles couplées. On se place dans la base des modes propres découplés de corde et de corps, avec N_s modes de corde et N_b modes de corps. On a donc pour vecteur de coordonnées le vecteur $\mathbf{q}(t) = [a_1(t), a_2(t), \dots, a_{N_s}(t), b_1(t), b_2(t), \dots, b_{N_b}(t)]$ de dimension $N = N_s + N_b$.

L'équation différentielle matricielle du second ordre décrivant le système couplé soumis à une excitation \mathbf{F} s'écrit alors

$$M\ddot{\mathbf{q}} + C\dot{\mathbf{q}} + K\mathbf{q} = \mathbf{F}$$

Les valeurs des matrices M et K , respectivement de masse et de raideur, sont obtenues dans l'article de Woodhouse par une analyse énergétique du système et une inversion des résultats obtenus (une sorte de fitting modal).

L'amortissement est supposé (hypothèse simplificatrice choisie par Woodhouse) visqueux (i.e. proportionnel pour chaque mode découplé à sa vitesse) et la matrice d'amortissement C est donc diagonale dans la base des modes découplés.

Enfin, en supposant M inversible et en posant le vecteur $\mathbf{p} = \begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{pmatrix}$ et la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{pmatrix}$ (entachée d'erreur dans l'article de Woodhouse, ce qui a été la cause de pas mal de tracas avant

que nous ne nous en rendions compte...), on réécrit 3.2.1 comme une équation différentielle du premier ordre :

$$\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{A}\mathbf{p}$$

Les modes propres du système couplé alors obtenus en extrayant les valeurs propres et une base de vecteurs propres de \mathbf{A} .

3.3 Synthèse modale

La synthèse modale est effectuée selon des formules décrites dans le livre de **newland**, qui traduisent une sommation des modes pondérée par les amplitudes issues des conditions initiales.

La condition initiale choisie est actuellement un déplacement triangulaire de la corde, avec prise en compte d'une largeur de doigt (d'un cm) qui opère comme un filtre passe-bas.

3.4 Statut de l'implémentation

TODO : ajouter du quanti / des figures.

Les résultats sont plutôt satisfaisants à l'oreille avec $N_s = 40$ et $N_b = 60$, si l'on augmente N_b , on observe un overfitting progressif dans les basses fréquences qui concentre de plus en plus d'énergie. L'amélioration (en cours) de l'utilisation de la méthode ESPRIT pourrait être la solution à ce problème.

Le véritable point problématique est le temps de calcul très élevé (de l'ordre de dix minutes pour générer 5 secondes à 22050Hz) pour l'étape de resynthèse. Ceci est dû au fait que plusieurs produits matriciels sont calculés pour chaque sample, au sein d'une boucle for. L'écriture du calcul de l'ensemble des échantillons en une seule expression matricielle est difficile en 2D, mais aisée en 3D (le temps devenant la troisième dimension des matrices).

L'utilisation d'une bibliothèque MATLAB permettant du calcul rapide sur des matrices à N-dimensions (un candidat est `mmx`¹) est en cours d'étude et pourrait grandement accélérer le processus.

1. <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/37515-mmx-multithreaded-matrix-operations-on-n-d-matrices>

Conclusion et discussion