

# **PAM Synthèse hybride d'instruments à cordes**

Théis Bazin, Louis Moreau-Gaudry, Victor Rosi  
Hugo Caracalla et Maxime Dickerson

27 janvier 2016

# Introduction

# Mesures d'admittances sur instruments à cordes pincées

# 1

Dans cette partie nous procédons à la mesure d'admittance (accélération sur force) d'une guitare et d'un Ukulélé au niveau du point de couplage entre la corde et le corps.

## 1.1 Nomenclature des grandeurs physiques :

- $Y_{body,indices}$  : Admittance du corps. l'indice 1 indique l'axe vertical et l'indice 2 l'axe horizontal.
- $Y_{string,indices}$  : Admittance de la corde.
- $Y_{total,string,indices}$  : Admittance de l'ensemble corde+corps.
- $Y_{string,wire}$  : Admittance de la corde.
- $F$  : Force appliquée par le marteau
- $\alpha$  : Accélération délivrée par le capteur

## 1.2 Dispositif de mesure employé

Pour nos mesures, nous disposons de :

- un capteur tri-axes
- un marteau d'impulsion
- une carte d'acquisition NI
- un amplificateur
- un système d'acquisition sur matlab
- un microphone
- une guitare

En amont de nos mesures, nous renseignons la fréquence d'échantillonnage et la sensibilité du capteur dans le code d'acquisition. Le marteau d'impulsion fourni la force d'impacte  $F$  sur la guitare.

Lors de l'acquisition de nos résultats, le signal d'impulsion du marteau est fenêtré dans le temps autour de son attaque dans le but d'éliminer le bruit électronique, dont on veut ignorer l'influence

Au final nous récupérons, la réponse temporelle de l'accélération en 2D et de la force. On obtient également leur réponse fréquentielle, c'est le rapport des deux, qui donne l'admittance du système.

L'installation du banc de mesure est présenté en Annexe.

## 1.3 Protocole de mesures

Voici l'ensemble des mesures effectuées. Pour assurer une répétabilité de la mesure, elles seront faites 5 fois chacune dans le même temps. Nous choisissons une valeur de fréquence d'échantillonnage pour l'accéléromètre de  $F_e = 25600Hz$ .

- Le corps seul, axe vertical(les cordes sont étouffées).
- Le corps et la corde de Mi2, axe vertical et horizontal.
- Le corps et la corde de Mi4, axe vertical et horizontal.
- La corde Mi4 excitée au fil perpendiculairement à la table.
- La corde Mi4 excitée au fil à 45 degré de la table.
- Mesure du rayonnement de la table seule.

Les deux dernières mesures consistent en l'excitation de la corde à une distance  $b = 17$  mm du chevalet.

## 1.4 Commentaire et exploitation des résultats

### 1.4.1 Visualisation des résultats

La Figure 1.1 montre l'ensemble de nos résultats d'admittance pour le corps seul, mesuré au niveau de la corde de Mi4 : La première ligne correspond à la mesure avec impulsion normale à

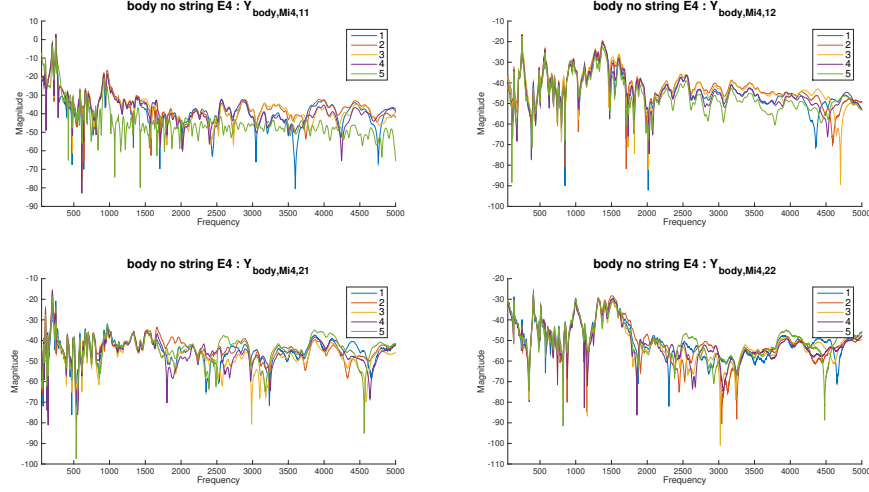


FIGURE 1.1 – Mesures pour le corps au niveau du chevalet et de la corde de Mi4

la table, la seconde ligne, à une impulsion parallèle. On obtient deux dimensions de l'admittance pour ces mesures, effectuées 5 fois chacune. Pour nos synthèses, nous ne nous servirons que de l'admittance correspondant au déplacement transversal de la table ( $Y_{body,11}$ ,  $Y_{body,12}$  et  $Y_{body,21}$ ) doivent être semblable.

### 1.4.2 Calcul de la cohérence

Dans le but de juger de la viabilité de nos mesures, nous calculons la cohérence des 5 mesures de  $Y_{body,11}$  au niveau de la corde de Mi2 et de la corde de Mi4. La Figure 1.1, montre dans le graphe de  $Y_{body,11}$  une mesure (la 5ème) que nous pourrions ignorer dans ce calcul. Les chutes locales de cohérence observées avant 2000Hz sont généralement dues à des anti-résonances autour desquelles les valeurs très faibles mesurées peuvent être assimilées à un bruit statistique.

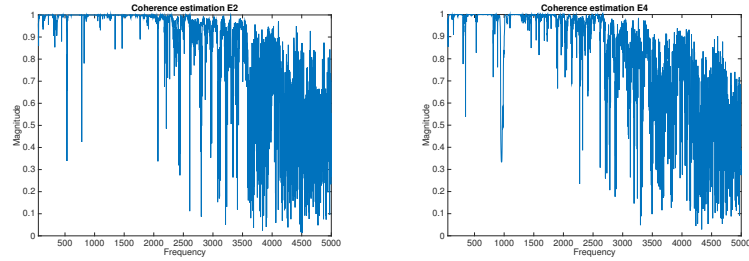


FIGURE 1.2 – Cohérence des mesures  $Y_{body1}$  au niveau de la corde de Mi2 et de celle de Mi4

Nous observons sur la Figure 1.2 une baisse importante de la cohérence autour de la fréquence de 2000 Hz. Cela est dû à un filtrage passe-bas du marteau qui ne produit pas une impulsion parfaitement ponctuelle lors de l'excitation. Nous pourrions donc dans nos synthèses, limiter notre recherche des modes de corps à la région fréquentielle entre 0 et 2000 Hz.

## 1.5 Extraction des paramètres

Une fois la qualité des mesures évaluée, il s'agit maintenant d'en extraire les paramètres nécessaires à la fois à la synthèse par FRF et à la synthèse modale.

### 1.5.1 Paramètres de synthèse FRF

Dans le cadre de la première, l'admittance  $Y_{body}$  du corps sans corde de l'instrument est obtenue de façon directe au travers des mesures de la partie précédente : ne restent à être extraites uniquement les valeurs des fréquences de résonance de la corde et celles de leurs amortissements.

Pour ce faire, et en se basant sur la relation [REF NEEDED], il est en théorie possible de commencer par extraire  $Y_{string}$  des valeurs mesurées de  $Y_{body}$  et  $Y_{total}$  puis d'analyser  $Y_{string}$  et d'identifier au moyen de la relation [REF NEEDED] les fréquences et amortissements. Malheureusement il existe entre l'admittance de corde et les deux autres une différence d'ordre de grandeur telle que le simple bruit de mesure de ces dernières noie le signal qui aurait dû être  $Y_{string}$  : cela nous pousse donc à la mesurer directement sur banc de corde, ce qui par manque de temps ne sera pas fait au cours de ce projet. La suite de cette partie s'attache cependant à mettre en place un protocole d'extraction des fréquences et amortissement en supposant la connaissance de  $Y_{string}$ .

#### Analyse ESPRIT par bandes

Supposons donc que nous disposions d'une admittance  $Y$ , issue d'une mesure sur corde : il est donc à priori possible, en extrayant sa fréquence fondamentale via produit spectral, puis en recherchant chaque harmonique sur une plage de fréquence dictée par les valeurs des harmoniques précédents, d'obtenir une première série de valeurs de fréquences de modes. Cette méthode n'a cependant pas le mérite d'être très précise, et ne renvoie pas non plus de valeurs d'amortissement : elle peut cependant servir de base à une analyse par méthode à haute-résolution (dans le cas présent, la méthode ESPRIT [REF NEEDED]) centrée autour de ces premières approximations de fréquences.

Le signal est dans un premier temps filtré autour de chacun de ces harmoniques par filtre passe-bande à réponse finie et phase linéaire, ceci afin de garantir des signaux filtrés présentant les mêmes pôles que le signal d'origine (le résultat est visible en [REF NEEDED]). Afin d'accélérer l'analyse par méthode ESPRIT, il est ensuite modulé par la fréquence de l'harmonique approximatif afin de la recentrer autour de 0Hz (voir [REF NEEDED]) et de permettre une décimation (voir [REF NEEDED]). S'ensuit alors une analyse par ESPRIT, qui donne directement accès aux valeurs exactes de fréquences propres et amortissement de  $Y$ .

#### Valeurs utilisées

A défaut d'utiliser ce protocole pour extraire les paramètres de la synthèse par FRF, les valeurs fournies par Woodhouse [REF NEEDED] seront utilisées.

### 1.5.2 Paramètres de synthèse modale

Les paramètres utilisés en entrée de la synthèse modale sont des paramètres physiques, notamment : [THEIS ?]. N'ayant pu les mesurer pour la plupart, nous utiliserons des valeurs...

Les paramètres ayant été rassemblés, il est maintenant possible de produire par chacune des méthodes de synthèses

## 1.6 Paramètres de synthèse modale

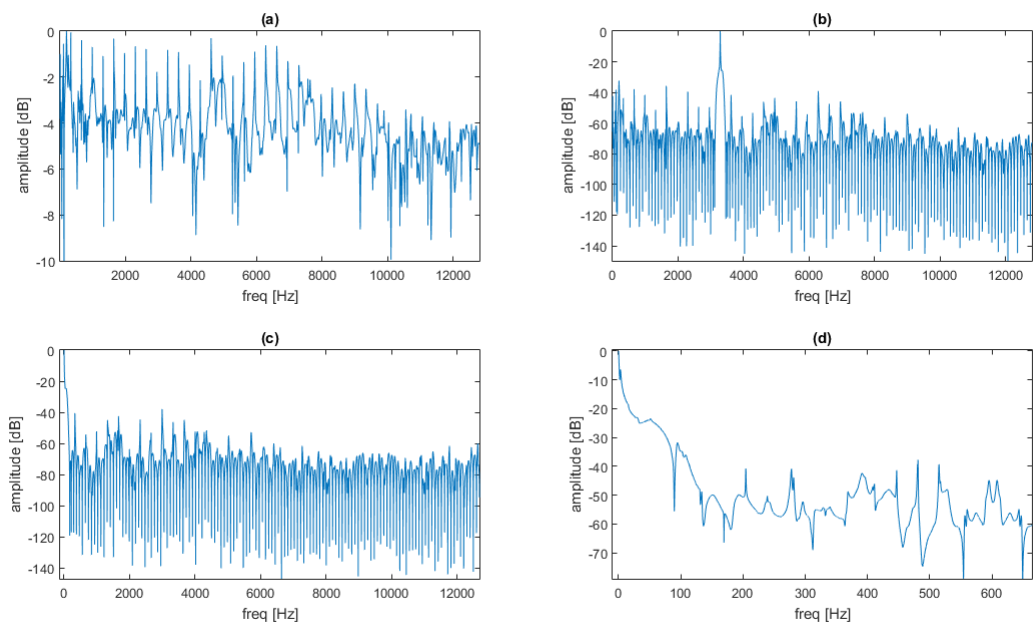


FIGURE 1.3 – (a) *spectre du signal d'entrée* - (b) *spectre du signal filtré sur un harmonique* - (c) *spectre du signal modulé par la fréquence de l'harmonique* - (d) *spectre du signal décimé.*

## 2.1 Synthèse FRF

### 2.1.1 Principe

Le principe de la synthèse dans le domaine fréquentiel est relativement simple. Il s'agit de calculer ou de mesurer des fonctions de transfert (*Frequency Response Function*) nous permettant de relier une force appliquée au point d'excitation de la corde à un déplacement au niveau du chevalet, de la table d'harmonie de la guitare, ou d'un autre instrument comme le ukulélé. Le premier élément nécessaire est l'admittance au chevalet, qui peut s'exprimer grâce à l'admittance des cordes et celle du corps au niveau du chevalet (par corps, il faut comprendre la table d'harmonie et la caisse de la guitare), par l'équation 2.1.

$$\frac{1}{Y_{total}} = \frac{1}{Y_{corps}} + \frac{1}{Y_{corde}} \quad (2.1)$$

Cette admittance totale au niveau du chevalet nous fournit la vitesse de celui-ci en fonction d'une force qui y serait appliquée.

Le second élément nécessaire est la fonction de transfert  $H$  reliant un déplacement de la corde à un déplacement au niveau du chevalet. En multipliant cette fonction avec  $Y_{total}$ , on obtient la FRF fournissant le déplacement  $\delta_{excitation}$  en fonction de la force  $F_{chevalet}$ . Le système étant supposé linéaire, cette fonction de transfert fournit aussi le déplacement  $\delta_{chevalet}$  en fonction de la force  $F_{excitation}$  :

$$\frac{\delta_{chevalet}}{F_{excitation}} = \frac{\delta_{excitation}}{F_{chevalet}} = \frac{Y_{total}H}{(j\omega)^2} \quad (2.2)$$

### 2.1.2 Mise en place

L'article de Woodhouse à notre disposition nous a permis d'écrire l'impédance de la corde au chevalet  $Z_{corde}$ , ainsi que la fonction de transfert unitaire  $H$  à partir de la connaissance des caractéristiques de la corde : masse linéique, tension, coefficients d'amortissement, raideur de flexion. Les mesures sur les instruments nous ont fourni une estimation de  $Y_{corps}$  et de  $Y_{total}$ .

La première approche a été d'utiliser uniquement  $Y_{total}$  mesurée en excitant au marteau d'impact un point proche du chevalet et en mesurant son accélération selon l'axe normal et l'axe transverse par rapport à la table d'harmonie. La corde que l'on souhaitait synthétiser était libre de vibrer alors que les autres étaient étouffées. En réalité, nous mesurions l'inertance, ce qui devait ajouter une seconde intégration à l'équation 2.2.

La seconde approche a été de n'utiliser que la mesure de  $Y_{corps}$ . L'admittance de la corde au chevalet a utilisé les formulations théoriques de l'article.

Les FRF issues des mesures temporelles ont été calculées avec un très grand nombre de point pour que le signal final dure plusieurs secondes.

L'obtention du son était en effet réalisée par FFT inverse, ce qui nous a imposé d'écrire la symétrie hermitienne pour notre fonction de transfert. L'intégration de l'équation 2.2 a été omise dans un premier temps : les valeurs sont divergentes en zéro. Pour compenser cela nous divisons l'admittance de mesure par 100 ou 1000.

Enfin, nous convoluons ce signal avec plusieurs impulsions consécutives pour adoucir le son et modéliser un plectre basiquement. La force excitatrice n'est pas un dirac mais 1 sur 100 échantillons avant de passer à 0.

### 2.1.3 Résultats

Plusieurs précisions ont du être apportés pour améliorer l'algorithme et le son. En effet, ce système comporte plusieurs limitations : l'admittance  $Y_{corps}$  est affectée par la présence de cordes même atténuées. Cet effet est difficilement écarté puisqu'oter les cordes modifie la masse au niveau du chevalet. Aussi, nous n'avons pas mesuré les caractéristiques des cordes de la guitare à notre disposition mais nous sommes basés sur des valeurs fournies par Woodhouse, qui peuvent ne pas correspondre à notre instrument.

Utiliser  $Y_{total}$  n'a pas fournit de résultats convaincants. Les sons synthétisés ne correspondaient pas à ceux d'une guitare. Woodhouse suggère en effet d'effectuer la séparation de cette grandeur, ce que nous avons fait ensuite.

La figure suivante présente les différentes étapes nous ayant permis de synthétiser les sons

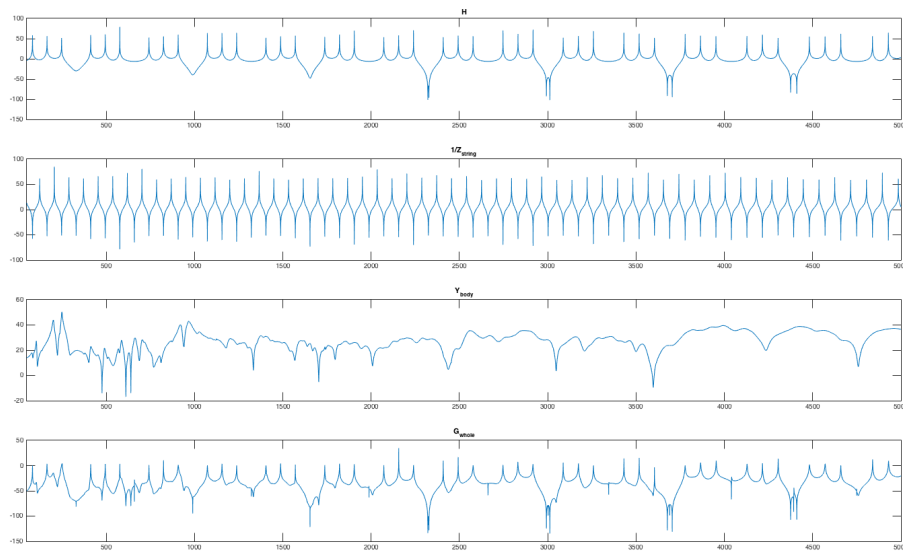


FIGURE 2.1 – Etapes de calcul de la synthèse FRF

La seconde approche a permis d'avoir un son accordé sur la note désirée et de reconnaître un son de guitare. Cependant il doit encore être précisé car il est saturé et comporte des fréquences assez élevées avec des atténuations peu faibles.

## 2.2 Synthèse modale

On présente dans cette partie le processus d'analyse/synthèse modale hybride appliqué dans le cadre du projet. Ce processus est basé sur les principes suivants : les paramètres physiques découplés de corde et de guitare sont posés, pour la corde via un modèle théorique, pour le corps en appliquant ESPRIT sur les mesures d'admittance effectuées et en remontant aux paramètres physiques du système. Ensuite, le système d'équations différentielles à  $N$  modes du système couplé est posé et on résout ce système pour en extraire les déformées modales et les fréquences propres du système couplé. Enfin, en posant fixant des conditions initiales, on peut resynthétiser le son de la corde couplée au chevalet.



### 2.2.1 Paramètres physiques

Par souci de concision, on ne présente pas dans ce rapport le détail des matrices développées dans l'article de Woodhouse, mais seulement la façon dont les paramètres physiques pertinents sont extraits ou fixés.

#### Corde

Concernant les conditions aux limites, la corde est supposée fixe-fixe en isolation et le couplage est ensuite réalisé au niveau du chevalet à l'aide d'un mode de contrainte rigide qui permet d'inclure les vibrations du corps.

#### Corps

Les paramètres physiques du corps sont extraits par analyse modale via ESPRIT. Dans l'état actuel, nous ne suivons pas complètement le processus proposé par Woodhouse, qui ne fait de l'analyse modale que jusqu'à 1500Hz puis, dans la partie haute-fréquences, pose un modèle de répartition modale statistique. Notre version souffre d'un overfitting dans les basses-fréquences, on se limite donc à un nombre restreint de modes de corps pour éviter cet overfitting.

Une fois les fréquences propres et les amortissements du corps isolé extraites, on en déduit les paramètres physiques du corps au niveau du chevalet, modélisé comme un ensemble unidimensionnel de systèmes masse-ressorts à  $N_b$  modes, d'admittance :

$$Y(\omega) = \sum_{k=1}^{N_b} \frac{j\omega}{m_k(\omega_k^2 + 2j\omega\omega_k\xi_k - \omega^2)}$$

Pour ce faire, on définit pour chaque mode calculé une masse effective  $m_k$  et une raideur effective  $s_k$  ainsi définies :

Les masses modales sont obtenues par inversion locale autour de  $\omega = \omega_k$  de l'expression de l'admittance [pate14:phd] et valent

$$m_k = \frac{1}{2|Y(\omega_k)|\omega_k\xi_k}$$

une valeur plus simple à calculer que celle proposée par Woodhouse – son expression suppose de connaître les déformées modales du corps.

Les raideurs effectives en sont directement déduites et valent  $s_k = m_k\omega_k^2$ , valeur qui permet d'assurer la vibration du système à la pulsation  $\omega_k$ .

#### Couplage par équations différentielles matricielles

L'étape suivante est la définition du système d'équations différentielles couplées. On se place dans la base des modes propres découplés de corde et de corps, avec  $N_s$  modes de corde et  $N_b$  modes de corps. On a donc pour vecteur de coordonnées le vecteur  $\mathbf{q}(t) = [a_1(t), a_2(t), \dots, a_{N_s}(t), b_1(t), b_2(t), \dots, b_{N_b}(t)]$  de dimension  $N = N_s + N_b$ .

L'équation différentielle matricielle du second ordre décrivant le système couplé soumis à une excitation  $\mathbf{F}$  s'écrit alors

$$M\ddot{\mathbf{q}} + C\dot{\mathbf{q}} + K\mathbf{q} = \mathbf{F}$$

Les valeurs des matrices  $M$  et  $K$ , respectivement de masse et de raideur, sont obtenues dans l'article de Woodhouse par une analyse énergétique du système et une inversion des résultats obtenus (une sorte de fitting modal).

L'amortissement est supposé (hypothèse simplificatrice choisie par Woodhouse) visqueux (i.e. proportionnel pour chaque mode découplé à sa vitesse) et la matrice d'amortissement  $C$  est donc diagonale dans la base des modes découplés.

Enfin, en supposant  $M$  inversible et en posant le vecteur  $\mathbf{p} = \begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{pmatrix}$  et la matrice  $A = \begin{pmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{pmatrix}$  (entachée d'erreur dans l'article de Woodhouse, ce qui a été la cause de pas mal de tracas avant

que nous ne nous en rendions compte...), on réécrit 2.2.1 comme une équation différentielle du premier ordre :

$$\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{A}\mathbf{p}$$

Les modes propres du système couplé alors obtenus en extrayant les valeurs propres et une base de vecteurs propres de  $\mathbf{A}$ .

## 2.3 Synthèse modale

La synthèse modale est effectuée selon des formules décrites dans le livre de **newland**, qui traduisent une sommation des modes pondérée par les amplitudes issues des conditions initiales.

La condition initiale choisie est actuellement un déplacement triangulaire de la corde, avec prise en compte d'une largeur de doigt (d'un cm) qui opère comme un filtre passe-bas.

## 2.4 Statut de l'implémentation

*TODO : ajouter du quanti / des figures.*

Les résultats sont plutôt satisfaisants à l'oreille avec  $N_s = 40$  et  $N_b = 60$ , si l'on augmente  $N_b$ , on observe un overfitting progressif dans les basses fréquences qui concentre de plus en plus d'énergie. L'amélioration (en cours) de l'utilisation de la méthode ESPRIT pourrait être la solution à ce problème.

Le véritable point problématique est le temps de calcul très élevé (de l'ordre de dix minutes pour générer 5 secondes à 22050Hz) pour l'étape de resynthèse. Ceci est dû au fait que plusieurs produits matriciels sont calculés pour chaque sample, au sein d'une boucle for. L'écriture du calcul de l'ensemble des échantillons en une seule expression matricielle est difficile en 2D, mais aisée en 3D (le temps devenant la troisième dimension des matrices).

L'utilisation d'une bibliothèque MATLAB permettant du calcul rapide sur des matrices à N-dimensions (un candidat est `mmx`<sup>1</sup>) est en cours d'étude et pourrait grandement accélérer le processus.

---

1. <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/37515-mmx-multithreaded-matrix-operations-on-n-d-matrices>

## Conclusion et Perspectives

Lors de ce projet, nous avons eu l'occasion d'implémenter deux méthodes de synthèse différentes, d'établir un protocole de mesures d'admittances, et d'employer des outils de comparaisons basés sur les méthodes HR.

En plus d'une compréhension approfondie du système couplé corde-table d'harmonie, nous obtenons des résultats satisfaisants pour chacune de nos synthèses.

Notre projet peut, à l'aide d'une interface, proposer un outils d'aide à la facture, invitant l'utilisateur à définir les paramètres physiques d'une corde et d'un corps comme la table d'harmonie de la guitare.

Il peut aussi offrir une banque de sons de guitares ou d'autres instruments. L'intérêt étant, à l'aide de la synthèse modale, de pouvoir modéliser des excitations d'amplitudes variables et de répondre avec précision à diverses vitesses.

Quelques pistes (polarisation, rayonnement...) resteraient à exploiter : les mesures nécessaires ont été faites (excitation en deux dimensions et prise de son de la table à l'aide d'un micro) il s'agit maintenant d'implémenter leur exploitation.

Enfin, nous tenons à remercier les encadrants de ce projet Bertrand DAVID et Jean-Loïc LE CARROUX.