

Laboratorium 5 – najkrótsza ścieżka w grafie

Zaimplementuj algorytm znajdujący najkrótszą ścieżkę pomiędzyadaną parą wierzchołków w nieskierowanym grafie ważonym z wagami na krawędziach. Napisz program, który rozwiązuje to zadanie dla danych zapisanych w pliku tekstowym `in.txt`; wyniki zapisz w pliku tekstowym `out.txt`.

W pierwszej linii pliku `in.txt` znajdują się dwie liczby całkowite n i m oznaczające odpowiednio liczbę wierzchołków i liczbę krawędzi ($1 \leq n \leq 1\,000$, $0 \leq m \leq 100\,000$). W kolejnych m liniach znajdują się opisy krawędzi w postaci trzech liczb a , b i w , gdzie a i b to numery wierzchołków będących końcami krawędzi ($0 \leq a, b < n$) a w to waga krawędzi ($1 \leq w \leq 10\,000$). Dalej w następnej linii zapisana jest liczba zapytań t o minimalną odległość między wierzchołkami ($1 \leq t \leq 100$) a w kolejnych t liniach pary wierzchołków, dla których należy wyznaczyć minimalną odległość w grafie.

Wyniki należy zapisać w pliku `out.txt` w postaci k liczb oznaczających odległości pomiędzy zadanymi wierzchołkami.

Przykład:

Dane do programu zapisane w pliku tekstowym `in.txt`:

```
7 9
0 1 3
0 2 2
0 3 1
0 4 6
0 5 7
1 2 8
2 3 5
3 5 4
5 6 2
3
6 0
1 5
5 4
```

Poprawna odpowiedź zapisana w pliku `out.txt`:

```
7
8
11
```

Do rozwiązania tego zadania zaimplementuj i zaadoptuj dwa wybrane algorytmy:

- algorytm Dijkstry (strategia zachłanna) do znajdowania najkrótszych ścieżek z pojedynczego źródła do wszystkich pozostałych wierzchołków w grafie spójnym nieskierowanym o nieujemnych wagach krawędzi (czas $O(E \cdot \log V)$ z zastosowaniem kolejki priorytetowej);
- algorytm Bellmana-Forda (metoda relaksacji) do znajdowania najkrótszych ścieżek z pojedynczego źródła do wszystkich pozostałych wierzchołków w grafie spójnym skierowanym o dowolnych wagach krawędzi ale bez ujemnych cykli (czas $O(E \cdot V)$);
- algorytm Floyda-Warshalla (programowanie dynamiczne) do znajdowania najkrótszych ścieżek pomiędzy wszystkimi parami wierzchołków w grafie skierowanym o dowolnych wagach krawędzi ale bez ujemnych cykli (czas $O(V^3)$).

Przed uruchomieniem algorytmu sprawdź, czy w grafie w ogóle istnieje jakakolwiek ścieżka z wierzchołka startowego a do wierzchołka docelowego b za pomocą przeglądania grafu w głąb DFS albo wszerz BFS (czas $O(E)$).

Przetestuj działanie obu implementacji na nietrywialnych danych (duże dane wygenerowane osobnym programem) i porównaj wyniki. Oszacuj złożoność obliczeniową tych metod.

Uwaga! Dopuszczalne języki programowania to: C++, Java, C#, Python i Rust.