Emergencia y complejidad en el modelado económico: Teoría de redes y Modelos Basados en Agentes

Deborah Noguera
dnoguera@fahce.unlp.edu.ar

LESET-IdIHCS(CONICET-UNLP)

2020

Estructura de la presentación

Introducción

- Las recientes crisis financieras han evidenciado la importancia de modelar a los agentes económicos no de forma aislada sino como componentes interconectados e interactivos de sistemas que evolucionan dinámicamente.
- En consecuencia, surgió un debate sobre cómo deben evolucionar las herramientas de modelado disponibles (Stiglitz, 2018 y Arestis, 2019).
- En este contexto, el modelado y análisis de redes complejas para el estudio de la dinámica económica han sido objeto de renovado interés.
- En las últimas décadas, los economistas comenzaron a aplicar los principales pilares de este enfoque al estudio de los sistemas económicos y financieros (Dosi y Roventini, 2019).

- Es posible identificar dos grandes grupos de estrategias abordadas en la literatura para el modelado de los sistemas económicos desde un enfoque de redes.

- Es posible identificar dos grandes grupos de estrategias abordadas en la literatura para el modelado de los sistemas económicos desde un enfoque de redes.

1-Redes estilizadas estudiadas analíticamente

Punto de partida: Allen y Gale (2000). Permite analizar los vínculos causales en las transmisiones de shocks e identificar el papel de la estructura de la red en el proceso de contagio (Cabrales et al., 2016).

- Es posible identificar dos grandes grupos de estrategias abordadas en la literatura para el modelado de los sistemas económicos desde un enfoque de redes.

1-Redes estilizadas estudiadas analíticamente

Punto de partida: Allen y Gale (2000). Permite analizar los vínculos causales en las transmisiones de shocks e identificar el papel de la estructura de la red en el proceso de contagio (Cabrales et al., 2016).

2-Modelos Basados en Agentes (ABM)

Redes económicas y/o financieras en los que el uso de técnicas computacionales permite la inclusión de una gran cantidad de agentes heterogéneos y la representación de una amplia gama de interacciones complejas.

- Existen distintos enfoques para el modelado de las interacciones entre agentes económicos $\rightarrow$ momento histórico, fenómeno de interés, objetivo del modelado.

- Existen distintos enfoques para el modelado de las interacciones entre agentes económicos $\rightarrow$ momento histórico, fenómeno de interés, objetivo del modelado.

- Existen distintos enfoques para el modelado de las interacciones entre agentes económicos $\rightarrow$ momento histórico, fenómeno de interés, objetivo del modelado.

Teoría de Redes

$\downarrow$

- Existen distintos enfoques para el modelado de las interacciones entre agentes económicos $\rightarrow$ momento histórico, fenómeno de interés, objetivo del modelado.

Teoría de Redes

$\downarrow$

Conjunto de interacciones

$\downarrow$

- Existen distintos enfoques para el modelado de las interacciones entre agentes económicos $\rightarrow$ momento histórico, fenómeno de interés, objetivo del modelado.

Teoría de Redes

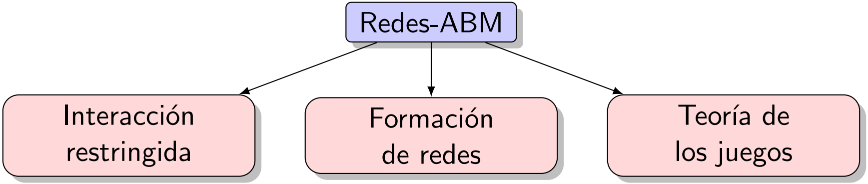
$\downarrow$

Conjunto de interacciones

$\downarrow$

Propiedades emergentes

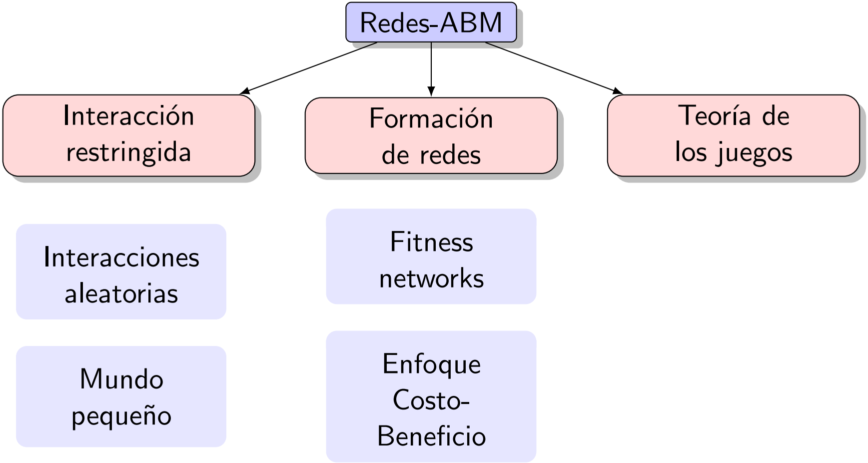
- En los últimos años, ha surgido un importante cuerpo de literatura que busca desarrollar una conexión profunda entre la teoría de redes y el enfoque de modelado AB.
- En particular, dedicados a los problemas de interacción a través de redes de formación endógena.
- Centraremos la atención en las formas en que los agentes económicos interactúan y las posibles consecuencias de su interacción en el sistema.
- Los modelos de red pueden introducir fenómenos complejos en el análisis o representación de los sistemas económicos al permitir la evolución endógena de las redes.


Redes-ABM
Interacción restringida
Formación de redes
Teoría de los juegos

- Redes-ABM
  - Interacción restringida
  - Formación de redes
  - Teoría de los juegos

Interacciones aleatorias

Mundo pequeño


Redes-ABM
Interacción restringida
Formación de redes
Teoría de los juegos
Interacciones aleatorias
Fitness networks
Mundo pequeño
Enfoque Costo-Beneficio

- Redes-ABM
  - Interacción restringida
    - Interacciones aleatorias
    - Mundo pequeño
  - Formación de redes
    - Fitness networks
    - Enfoque Costo-Beneficio
  - Teoría de los juegos
    - Juegos de coordinación
    - Redes evolutivas

Conceptos y propiedades de Redes y ABM

Redes

- Una red o grafo es una entidad matemática compuesta por nodos conectados por vínculos: $G = (V, E), V \subset \mathbb{N}, E \subset \mathbb{N}x\mathbb{N}$
- $I_{ij} \rightarrow (0, 1)$ con $I_{ij} = 1$ si existe un vínculo entre los nodos i y j; $I_{ij} = 0$ en caso contrario (asumiendo una red no dirigida o binaria).
- Una forma de especificar las relaciones es mediante una **matriz** A_{ij}. Cada elemento a_{ij} contiene la imagen de I_{ij} asociado a cada punto (i, j) de su dominio.

Redes: algunas características

- **Multigrafos**: l_{ij} puede tomar valores mayores que uno, cuando los vínculos entre los nodos i y j son múltiples.
- **Dirigidas**: el vínculo tiene una dirección, por lo que $l_{ij} \neq l_{ji}$, asimétrica.
- **Ponderadas**: los vínculos tienen cierto peso w_{ij}. Se puede definir una matriz ponderada W_{ij}.
- **Escasa:** si $|E| << |V|^2$, es decir, la capacidad de interacción de los agentes no crece proporcionalmente con la dimensión del sistema
- **Determinísticas – aleatorias:** resultado de una secuencia determinista de pasos – uno o más procesos estocásticos
- **Vecindad de un nodo**: para un nodo i, $n(i) \in \mathcal{N} \; / A_{i,n(i)} = 1$.
- **Grado de un nodo**: el número de nodos conectados a i, $k_i = \sum_j A_{i,j}$.

Redes: robustez y vulnerabilidad

- Permiten evaluar el desempeño de la red ante la eliminación de algunos nodos y/o vínculos.

Redes: robustez y vulnerabilidad

- Permiten evaluar el desempeño de la red ante la eliminación de algunos nodos y/o vínculos.
- **Robustez**: Se puede cuantificar con el siguiente experimento numérico:
  1. Se parte de una red con distribución de grados $P(k)$ y se determina que sea conexa.
  2. Se corta una fracción p de vínculos (o se elimina una fracción p de nodos) elegidos al azar.
  3. Se comprueba si la red resultante se fraccionó en más de una componente.

Redes: robustez y vulnerabilidad

- Permiten evaluar el desempeño de la red ante la eliminación de algunos nodos y/o vínculos.
- **Robustez**: Se puede cuantificar con el siguiente experimento numérico:
  1. Se parte de una red con distribución de grados $P(k)$ y se determina que sea conexa.
  2. Se corta una fracción p de vínculos (o se elimina una fracción p de nodos) elegidos al azar.
  3. Se comprueba si la red resultante se fraccionó en más de una componente.
- **Vulnerabilidad**: el proceso de remoción es dirigido. Por ejemplo, una red financiera centro-periferia es robusta (frente a ataques aleatorios) pero vulnerable a la eliminación de los nodos centrales.

Modelos Basados en Agentes

- En sentido general, ABM es una de las **técnicas de simulación del enfoque de sistemas complejos**, que se utiliza para simular las acciones e interacciones de agentes autónomos
- El enfoque combina elementos de sistemas complejos con teoría de los juegos, programación evolutiva, sociología computacional, entre otros. Incorpora métodos de Monte Carlo para introducir aleatoriedad.
- Los ABM poseen características que los distinguen en términos epistemológicos del enfoque tradicional de modelado basado en el equilibrio. A continuación se mencionan algunas de las más importantes.

ABM: Características generales

- **Racionalidad limitada**: Los agentes que interactúan en un sistema social complejo (de naturaleza inherentemente no estacionaria) tienen posibilidades limitadas tanto de obtener información como de procesarla.
- **Emergencia**: Se modela cómo dinámicas micro resultan en dinámicas macro, por lo que puede evaluarse la emergencia del fenómeno.
- **Perspectiva "Bottom-up"**: Un sistema macroeconómico es el resultado de la forma en que sus subsistemas interactúan, por lo que las propiedades de la dinámica macro pueden entenderse como el resultado de la dinámica micro que involucra entidades o agentes.

ABM: Características generales

- **Heterogeneidad**: Se modelan agentes heterogéneos tanto en atributos como en comportamientos.
- **Interacciones en red**: Las interacciones entre los agentes son directas e inherentemente no lineales. Directas porque las decisiones actuales dependen, a través de expectativas adaptativas, de las elecciones pasadas hechas por otros agentes en la población.
- **Aleatoriedad e indeterminación**: Las decisiones de los agentes pueden estar basadas en una probabilidad. Los ambientes son inciertos y estos sistemas pueden no alcanzar una situación de equilibrio.

Formación endógena: Redes evolutivas

Formación endógena de redes

- Los agentes pueden cambiar sus expectativas/comportamiento debido a las de aquellos con quienes se comunican.
- La probabilidad de que el agente *i* se encuentre en algún estado *s* está condicionada por los estados de sus vecinos.

Es importante especificar:

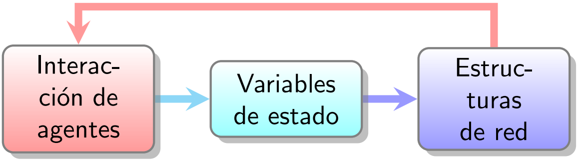
Cómo reacciona el comportamiento individual al comportamiento de los vecinos, para estudiar qué propiedades agregadas surgen en la población como consecuencia de la influencia mutua.

Formación endógena de redes

- Los agentes pueden cambiar sus expectativas/comportamiento debido a las de aquellos con quienes se comunican.
- La probabilidad de que el agente *i* se encuentre en algún estado *s* está condicionada por los estados de sus vecinos.

Es importante especificar:

Cómo reacciona el comportamiento individual al comportamiento de los vecinos, para estudiar qué propiedades agregadas surgen en la población como consecuencia de la influencia mutua.



Redes en evolución

- Morris (2000) presenta detalladamente un juego de coordinación en el que participan vecinos de una red fija. Se presenta una versión simplificada de Bargigli y Tedeschi (2014).
- Los agentes seleccionan la acción maximizando su beneficio, que se define de la siguiente manera:

Redes en evolución

- Los agentes seleccionan la acción maximizando su beneficio, que se define de la siguiente manera:

$$\pi_i(s(t)) = |\{j \in n(i) : s_j(t) = s_i(t)\}| - |\{j \in n(i) : s_j(t) = -s_i(t)\}| +$$

$$h \quad s_i(t) = s(t)\left(\sum_{j \in n(i)} s_j + h\right)$$

Redes en evolución

- Los agentes seleccionan la acción maximizando su beneficio, que se define de la siguiente manera:

$$\pi_i(s(t)) = |\{j \in n(i) : s_j(t) = s_i(t)\}| - |\{j \in n(i) : s_j(t) = -s_i(t)\}| +$$

$$h \quad s_i(t) = s(t) \left(\sum_{j \in n(i)} s_j + h \right)$$

- Espacio de acción $s = \{-1; 1\}$, i elige la misma acción con todos los vecinos

Redes en evolución

- Los agentes seleccionan la acción maximizando su beneficio, que se define de la siguiente manera:

$$\pi_i(s(t)) = |\{j \in n(i) : s_j(t) = s_i(t)\}| - |\{j \in n(i) : s_j(t) = -s_i(t)\}| +$$

$$h \quad s_i(t) = s(t) \left(\sum_{j \in n(i)} s_j + h \right)$$

- Espacio de acción $s = \{-1; 1\}$, i elige la misma acción con todos los vecinos
- $h \in (-1, 1)$ parámetro que introduce un sesgo en el pago de una de las dos acciones

Redes en evolución

- Los agentes seleccionan la acción maximizando su beneficio, que se define de la siguiente manera:

$$\pi_i(s(t)) = |\{j \in n(i) : s_j(t) = s_i(t)\}| - |\{j \in n(i) : s_j(t) = -s_i(t)\}| + h\, s_i(t) = s(t)\left(\sum_{j \in n(i)} s_j + h\right)$$

- Espacio de acción $s = \{-1; 1\}$, i elige la misma acción con todos los vecinos
- $h \in (-1, 1)$ parámetro que introduce un sesgo en el pago de una de las dos acciones
- $s(t) \in \{-1; 1\}^{|N|}$ perfil de acciones de los agentes en t. Cada $s(t)$ ocurre con una probabilidad $P(s) = e^{\beta \sum_i \pi_i(s(t))}$, $\beta \geq 0$

Redes en evolución

- Extensiones de esta configuración permiten a los agentes actualizar los vínculos a medida que el juego se desarrolla (Ehrhardt, Marsili y Vega-Redondo, 2008).
- En este sentido, lo anterior es una representación simplificada de cómo los agentes pueden desarrollar sus interacciones recíprocas a lo largo del tiempo.
- En consecuencia, la red se genera de forma endógena mediante interacciones a nivel micro.
- Por lo tanto, la topología de la red ya no se puede considerar fija, si no que la red en sí misma se configura a a partir del accionar de los agentes.

Redes en evolución

- Supongamos un número arbitrario q de acciones $a_r \in A, r = (1, 2, ..., q)$ y una red G arbitraria inicialmente.
- Función de pagos:

$$\pi_i(s) = |\{j \in n(i) : s_j = s_i\}| = \sum_{j \in n(i)} \delta_{s_i s_j}$$

- Estados de los agentes

La dinámica del modelo se describe mediante los siguientes procedimientos:

1. **Formación de vínculos**: en cada t, cada agente puede formar nuevos links a una tasa $\eta > 0$ con $j \in V$ elegido al azar de acuerdo a:

$$p = \begin{cases} 1 & \text{si} \quad s_i = s_j = a_r \\ \epsilon & \text{si} \quad s_i \neq s_j \end{cases}$$

suponemos $\epsilon = 0$.

2. **Remoción de vínculos**: los enlaces existentes se toman para desaparecer a una tasa constante, que se normaliza a la unidad.

3. **Revisión de acciones**: en cada t, revisa su estrategia a una tasa $\nu = 1 > 0$; si ocurre, el agente elige cualquier a_r con probabilidad:

$$P_i(a_r|s) \propto e^{\beta \pi_i(s')}$$

donde s' es idéntica a s excepto por el cambio de s_i a a_r. Vamos a suponer $\beta \to \infty$.

- Se forman nuevos vínculos solo entre agentes homogéneos
- La revisión de la acción selecciona solo aquellas acciones que maximizan π_i, es decir, las adoptadas por los subconjuntos más grandes de vecinos de i, de acuerdo con:

$$B_i \equiv \left\{ a_r \in A : |\{s_j = a_r : j \in n(i)1\}| \geq |\{s_j = a_{r'} : j \in n(i)\}| \forall r' \right\}$$

- Las acciones en B_i se seleccionan con la misma probabilidad $1/|B_i|$.

- El estado del sistema está dado por $\omega(t) = (s(t), G(t)) \implies$ proceso de Markov con propiedades determinadas por el tasas de transición entre dos estados ω y ω'
- El proceso es ergódico y existe una única clase de eventos recurrentes $\hat{\Omega} : \mu(\hat{\Omega}) = 1$, donde μ es la distribución invariante del proceso (Ehrhardt, Marsili y Vega-Redondo, 2008; proposición 1).
- $ij \in E \implies s_i = s_j$
- $\mu(\omega)$ es directamente proporcional a $\prod_{i<j, ij \in V} \left(\frac{2\eta}{N-1} \right)^{I_{ij}}$, donde I_{ij} es la función indicadora del evento $ij \in E$.

- Para caracterizar el comportamiento del modelo, se analiza no cada ω en particular, sino la distribución de agentes a través de diferentes acciones.
- Precisamente, esta variable afecta directamente la conectividad media de la red e indirectamente el nivel de pagos.
- Para cualquier estado $\omega \in \hat{\Omega}$, el conjunto de agentes que eligen a_r: $P_r(w) = \{i \in V : s_i = a_r\}$ con cardinalidad $N_r = |P_r|$.
- Perfiles asociados a ω: $P(\omega) = (P_1(\omega), ..., P_q(\omega))$ y $N(\omega) = (N_1(\omega), ..., N_q(\omega))$
- Colecciones de estados consistentes con esos perfiles: $\hat{\omega}(P), \hat{\omega}(N)$
- Estos últimos son particularmente relevantes, dado que los agentes son tratados simétricamente en el modelo excepto por su estado.

- Las colecciones de estado pueden expresarse de manera linelizada como indica la siguiente expresión (Ehrhardt, Marsili y Vega-Redondo, 2008; proposición 4):

$$f(n) = c + \sum_{r=1}^{q} (n_r \, log n_r - \eta n_r^2)$$

- $n = (n_1, ...n_q)$ con $n_r = \dfrac{N_r}{N}$
- Nos interesa encontrar el mínimo de $f(n)$ sujeto a $n \geq 0$ y $\sum_{r=1}^{q} n_r = 1$.
- Dos valores, $n_+ \geq n_-$ pueden ser solución al problema. Esto permite dividir las acciones de los agentes entre dominantes, con frecuencia n_+ y las dominadas, con frecuencia n_-.

- Sean L_+ y $L_- = q - L_+$ el número de acciones en las clases dominante y dominada, respectivamente.
- La CPO del problema para los valores de n_+ está dada por:

$$n_+ = \left[L_+ + (q - L_+) e^{-2\eta \frac{qn_+ - 1}{q - L_+}} \right]$$

- Para encontrar los valores de L_+ admisibles para un valor dado de η, se deben considerar las CSO relevantes.

Proposición (Proposición 5 de Ehrhardt, Marsili y Vega-Redondo, 2008)

Dado $q \geq 2$ y dos límites $\hat{\eta} \leq \check{\eta} = q/2$, el mínimo local de f como función de η puede identificarse de la siguiente manera:

1. *Hay un mínimo local con $L_+ = 0$ sii $\eta \leq \hat{\eta}$. Este mínimo es único en la clase $L_+ = 0$.*
2. *Hay q mínimos locales con $L_+ = 1$, uno para cada acción dominante, sii $\eta \geq \check{\eta}$. Estos mínimos son únicos en la clase $L_+ = 1$.*
3. *No hay mínimo con $L_+ \geq 2$.*

- La conectividad promedio de la red captura las propiedades del modelo en términos del promedio de pagos.
- El valor esperado de los pagos como función de la solución $\bar{n}_+$:

$$z = 2\eta \left[L_+ \bar{n}_+^2 + \frac{(1 + L_+ \bar{n}_+^2)^2}{q - L_+} \right]$$

- Los mínimos locales identificados por la Proposición coinciden con los mínimos globales por fuera del intervalo abierto $(\check{\eta}; \hat{\eta})$.
- La clave para lograr la convergencia de las simulaciones hacia los resultados teóricos deseados es mantener los perfiles fijos mientras los agentes se involucran en el proceso de formación de enlaces (Ehrhardt, Marsili y Vega-Redondo, 2008).

- Esto último permite escribir la distribución de grados de los agentes como:

$$P\{k_i = k | s_i = a_r\} = \binom{N_r - 1}{k} \left(\frac{2\eta}{N-1}\right)^k \left(1 - \frac{2\eta}{N-1}\right)^{N_r - 1 - k}$$

- Distribución binomial que caracteriza al conjunto de grafos aleatorios ER, con $\frac{2\eta}{N-1}$=probabilidad de que dos nodos de la misma clase estén conectados.
- Por lo tanto, se requiere de la construcción de grafos aleatorios ER para implementar correctamente el proceso de formación de enlaces (Ehrhardt, Marsili y Vega-Redondo, 2008).
- Para la configuración de la simulación es importante programar la formación de cada enlace y la actualización de la acción en una secuencia tal que esto último ocurra después de que se hayan formado los enlaces y antes de que desaparezcan.

- El modelo muestra un comportamiento dinámico que generalmente se supone que es típico de las redes complejas del mundo real, pese a su simplicidad.
- Como consecuencia de una transición de fase brusca, el modelo presenta una discontinuidad, presenta una discontinuidad.
- El sistema muestra histéresis, ya que las condiciones iniciales son importantes para su comportamiento a largo plazo.
- De hecho, un sistema que inicialmente estaba en un estado coordinado muestra una mayor conectividad en comparación con un sistema originalmente descoordinado , ambos observados con el mismo valor de η.
- La probabilidad de fallas de coordinación, que son la raíz de las fallas institucionales, depende de las condiciones históricas específicas del sistema considerado.

Comentarios finales

- Comprender el modo en que los entornos sociales afectan a los individuos y a la forma que adquiere su interacción o comunicación es una pregunta relevante en las ciencias sociales.
- Un abordaje para este tipo de interrogantes puede orientarse a modelar la emergencia de los fenómenos resultantes de la interacción de diferentes tipos de agentes en entornos complejos.
- En este sentido, la teoría de redes es un buen instrumento para comprender el mapeo entre individuos y ambiente.
- En este trabajo nos hemos centrado en la influencia que tienen las relaciones entre agentes en la estructura de la red.
- La creciente literatura en este campo da cuenta de que se trata de una metodología, capaz de dar cuenta de un conjunto de hechos estilizados tanto en términos de comportamientos microeconómicos como en términos de propiedades macroestadísiticas.

¡Gracias!

Contacto: dnoguera@fahce.unlp.edu.ar