

# 基于边界曲线的拟可展曲面构造方法及在船体造型中的应用

郑玉健, 伯彭波\*

(哈尔滨工业大学(威海)计算机科学与技术学院 威海 264209)  
(pbbo@hit.edu.cn)

**摘要:** 为了降低船体制造的成本, 基于可展曲面的船体造型, 提出以给定型线为边界曲线的拟可展曲面构造方法. 给定 2 条相邻的型线, 构造以给定型线为边界的拟可展曲面. 首先生成插值型值点的 B 样条曲线作为型线; 然后在型线上寻找可展曲面的近似母线并根据这些母线构造初始直纹面; 再通过求解带可展性约束的曲面边界拟合问题, 找到给定边界曲线附近虚拟边界之间的一个连续映射关系, 定义可展曲面上母线的位置; 最后将虚拟边界曲线的映射关系投影到给定边界并进行插值, 得到插值给定边界曲线的拟可展曲面. 实验结果表明, 该方法可生成满足实际制造要求的船体拟可展曲面.

**关键词:** 可展曲面; 船体造型; B 样条; 插值

**中图法分类号:** TP391.41 **DOI:** 10.3724/SP.J.1089.2018.16775

## Quasi-developable Surface Construction Based on Boundary Curve and Its Application in Ship Hull Design

Zheng Yujian and Bo Pengbo\*

(School of Computer Science and Technology, Harbin Institute of Technology, Weihai 264209)

**Abstract:** A novel method is proposed for quasi-developable surface construction between two boundary curves. Different from existing methods which construct a developable surface by connecting finite sampling points of two curves, the present method allows continuous mapping between boundary curves, which enhances the ability of searching for better developable surface. This method directly generates a developable B-spline surface whose boundaries interpolate target profile curves, as a contrast to existing approaches which construct smooth developable surfaces by joining surface patches. Moreover, with the present method, it is easy to control the overall smoothness of surface and avoid emergence of regression curves inside concerned surface region. The method is applied to several ship hull data and quasi-developable surfaces which meet manufacturing requirements are successfully generated.

**Key words:** developable surface; ship hull design; B-splines; interpolation

### 1 相关工作

可展曲面可以不经拉伸展开到平面上, 其高斯曲率处处为 0, 是一种单向弯曲的曲面. 在船体

制造中, 采用的薄板材料(如钢板、木板等)容易单向弯曲成形, 但如果使用这些材料生成双向弯曲的形状, 必须通过水火成形等复杂的加工技术, 制造成本较高, 因此尽量采用可展曲面形状构造

收稿日期: 2017-07-10; 修回日期: 2017-09-11. 基金项目: 国家自然科学基金(61672187); 模式识别国家重点实验室开放课题基金(201800013); 山东省重点研发计划(2018GGX103038). 郑玉健(1996—), 男, 在校学生; 伯彭波(1978—), 男, 博士, 副教授, 硕士生导师, CCF 会员, 论文通讯作者, 主要研究方向为 CAD&CG.

船体外形是船舶造型领域长久以来寻求的目标。在工程实践中,船体的外形通过能够反映船体曲面变化的型线表示,船体外形曲面通过构造插值型线的曲面得到。本文研究如何在相邻 2 条型线之间的插值曲面中找到可展性最佳的曲面,这是船体造型设计中的重要问题。

可展曲面建模的研究工作很多,与本文工作密切相关的是基于边界曲线的可展曲面构造方法。一类方法利用 B 样条或者 Bézier 曲面作为可展曲面的表示方式。Aumann<sup>[1]</sup>给出了在 2 条边界曲线之间构造可展 Bézier 曲面的充分必要条件,这里的边界曲线被限制在平行的平面中,且曲线的次数不能超过 3 次。Maekawa 等<sup>[2]</sup>通过将原始 B 样条曲线分割为多段平面 Bézier 曲线,把 Aumann<sup>[1]</sup>的算法扩展到 B 样条曲线。Aumann<sup>[3-4]</sup>利用 de Casteljau 算法提出了以一条任意次数和形状的 Bézier 曲线为边界的可展 Bézier 曲面构造方法。文献[5-6]采用射影几何的方法研究了利用对偶表示的可展曲面建模方法,但是对偶方法的几何直观性不够好。这些方法有时候会产生不符合预期的曲面形状。Tang 等<sup>[7]</sup>提出基于 B 样条表示的可展曲面交互设计方法,在交互过程中利用 Guided Projection 方法优化曲面的可展性,该方法不能直接用于插值给定边界曲线。

还有一些工作研究了插值离散数据点的可展网格曲面的构造方法。Wang 等<sup>[8]</sup>通过调整网格顶点的位置来减少网格曲面的高斯曲率,从而得到可展曲面。Tang 等<sup>[9-10]</sup>利用网格变形方法优化网格曲面的可展性,得到离散的拟可展曲面,并应用到布料的模拟中。Wang 等<sup>[11]</sup>利用最短路径算法寻找边界数据点的最佳对应关系,得到在所有的连接关系中可展性最佳的网格曲面。Liu 等<sup>[12]</sup>开发了一个网格可展曲面交互设计系统,能够处理拓扑复杂的曲面形状。Chen 等<sup>[13-14]</sup>提出在网格可展曲面上构造光滑拼接的曲面片的方法,其中考虑了三角 Bézier 曲面和  $G^2$  拼接的四边形 Bézier 曲面。

可展曲面造型方法在船体设计领域得到了广泛关注和研究。Julie 等<sup>[15]</sup>讨论了基于边界线的船体可展曲面造型,该方法需要给出边界曲线以及两端的母线。Konesky<sup>[16]</sup>通过边界曲线计算可展曲面的法向量函数,进而构造可展曲面,并将该方法应用到一个英属哥伦比亚大学(University of British Columbia, UBC)的船体数据中。Pérez 等<sup>[17]</sup>在 2 条边界 B 样条曲线上采样,找到可展性最好的母

线序列,并且允许修改给定边界曲线的形状来避免曲面内部出现母线交叉的情况;该方法的结果依赖于曲线点采样的方式和采样密度,而且其采用的边界曲线修改方法无法保证逼近误差在允许的范围內。

综上所述,已有方法在给定边界曲线上有限采样点间构造可展网格曲面,结果强烈依赖于采样方式和采样点个数;这些方法在每一网格面片上构造光滑曲面片,通过约束相邻曲面片之间的连续性来构造光滑的曲面,曲面可展性依然依赖边界曲线上的采样点及连接关系。这类方法的缺点如下:

(1) 采样点过少影响最后得到的曲面的质量,采样点过多则算法效率较低;

(2) 生成曲面的整体光顺性难以控制;

(3) 可展曲面上的自交曲线的位置难以控制;

(4) 严格的边界插值条件限制了曲面造型的自由度,有些情况难以得到可展性满意的插值曲面。

本文提出一种曲面可展性驱动的边界插值曲面构造方法,基本思想是通过优化 B 样条直纹面的可展性找到给定边界曲线的最佳映射关系。该方法允许边界曲线之间的映射关系连续变化,从而能够在相对于已有方法更大的解空间内寻找更优的结果。

## 2 本文算法

在船舶设计中,船体外形通过船体表面一些有特殊意义的曲线即型线来表达。基于 B 样条曲线曲面在工业领域的广泛应用,型线一般采用 B 样条曲线表示。由于型线图给出的只是型线上的一些数据点(型值点),本文首先通过 B 样条曲线插值算法得到经过给定型值点的 B 样条曲线;为了在 2 条相邻的型线之间构造以这 2 条型线为边界线的插值可展曲面,算法极小化定义在直纹面上的可展性衡量函数,同时约束曲面的边界曲线逼近给定的目标曲线;最后构造插值边界曲线,生成拟可展曲面。本文算法步骤如下:

Step1. 构造 B 样条曲线表示型线。假设 2 条型线上的数据点分别为点集  $X_1 = \{P_i\}$  和  $X_2 = \{Q_i\}$ 。首先构造 2 条 B 样条曲线  $C_1(u)$  和  $C_2(u)$ , 分别经过数据点集  $X_1$  和  $X_2$ 。

Step2. 构造初始拟可展曲面。构造初始拟可展曲面  $S(u, v) = D_1(u)(1-v) + D_2(u)v$ , 参数域为  $u \in [0, 1]$ ,  $v \in [0, 1]$ ;  $D_1(u)$ ,  $D_2(u)$  是曲面的边界曲线, 分别插值目标数据

点集  $X_1$  和  $X_2$ .

Step3. 构造边界插值拟可展曲面. 优化曲面  $S$  的可展性, 同时约束  $S$  的边界曲线  $D_1$  和  $D_2$  逼近目标边界曲线  $C_1$  和  $C_2$ . 最后构造分别插值  $C_1$  和  $C_2$  的曲线  $D_1$  和  $D_2$ , 得到拟可展曲面  $S$ .

该算法的关键是 Step3, 将在后面详细讨论. 图1以一个简单曲面片为例, 给出了算法的关键步骤及结果. 图1a是2条给定的边界曲线. 算法首先在两条给定曲线之间寻找一组初始的母线(图1c). 根据母线的情况, 边界曲线可能需要延长, 图1c中的红色曲线为边界曲线的延长线. 构造初始直纹面后, 算法首先构造逼近边界的拟可展曲面(图1e), 然后构造插值边界曲线的拟可展曲面. 图1g是边界插值可展曲面上的一些母线, 曲线上的红线是给定曲线端点的连线; 图1d和图1h分别是图1c和图1g中曲面的可展性颜色编码; 图1e和图1f是中间结果. 图1b是结果拟可展曲面的渲染图.

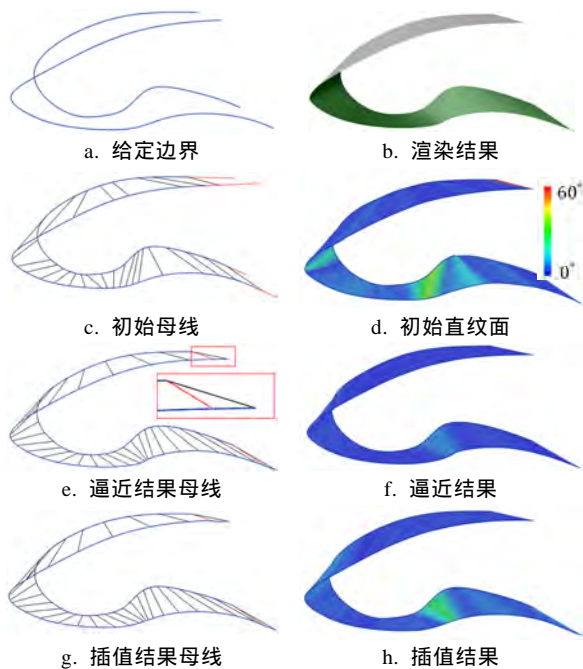


图1 展现本文方法主要步骤的简单模型

## 2.1 构造插值 B 样条曲线

在实际应用中, 型线常常用曲线上的一些数据点即型值点表示. 本文利用 B 样条曲线插值算法得到经过给定型值点的 B 样条曲线. 设 B 样条曲线的参数方程为  $C(u) = \sum_{i=0}^n B_{i,k}(u)P_i$ . 其中,  $P_i$  是控制点;  $B_{i,k}(u)$  是定义在节点矢量  $\{u_0, \dots, u_{n+k+1}\}$  上的  $k$  次 B 样条基函数, 通过端点重节点使得曲线端

点和两端控制点重合; 参数域设为  $u \in [0, 1]$ .

采用 3 次 B 样条曲线构造插值 B 样条曲线需要先对型值点进行参数化, 本文采用弦长参数化. 假设数据点  $X_i, i=0, \dots, n$  的参数分别是  $s_i, i=0, \dots, n$ , 其中,  $s_0=0, s_n=1$ . B 样条的节点矢量利用 deBoor 的平均化方法计算

$$\begin{cases} u_0 = \dots = u_k = 0 \\ u_i = \frac{1}{k} \sum_{j=i}^{i+k-1} s_{j-k}, i = k+1, \dots, n \\ u_{n+1} = \dots = u_{n+k+1} = 1 \end{cases} \quad (1)$$

曲线  $C(u)$  插值给定数据点, 即要求

$$\sum_{i=0}^n P_i B_{i,k}(s_i) = X_i, i = 0, \dots, n \quad (2)$$

考虑三维空间中点的  $x, y, z$  分量, 可以得到 3 个线性方程组. 插值曲线的控制点  $P_i$  通过求解式(2)得到. 已有工作表明, 式(2)有唯一解的条件是 B 样条曲线的控制点个数和数据点个数相等, 并且满足 Schoenberg-Whitney 条件<sup>[18]</sup>. 容易证明, 数据点的参数和 B 样条的节点若满足式(1), 则 Schoenberg-Whitney 条件得到满足.

## 2.2 构造初始拟可展曲面

本文方法利用数值优化方法得到可展曲面, 优化的结果依赖初始曲面. 构造初始曲面的思路是构造连接  $C_1$  和  $C_2$  上采样点的具有较好可展性的四边形网格, 过程是寻找一个线段序列  $L_0, L_1, \dots, L_k$ , 作为初始拟可展曲面的母线. 由于可展曲面的母线范围有可能超出给定的边界曲线范围, 一般把边界曲线的两端稍微延长<sup>[17]</sup>, 如图1c所示.

首先确定第 1 条线段  $L_0$ . 从边界曲线的一个端点到另一条曲线上若干采样点的连接中寻找可展性最好的连接, 如图 2a 所示. 在曲线  $C_1$  和  $C_2$  上将参数等分, 分别取得采样点  $\{E_0, \dots, E_n\}$  和  $\{F_0, \dots, F_m\}$ . 考虑边界曲线  $C_1$  上的一个端点  $E_0$ , 在  $C_2$  的对应端点附近取几个采样点  $F_0, \dots, F_m$ , 线段  $E_0F_i$  的可展性可以由

$$\theta((F_i - E_0) \times T_1(E_0), (F_i - E_0) \times T_2(F_i)) \quad (3)$$

来判断. 其中,  $\theta$  是 2 个矢量的夹角,  $\theta$  值越小, 表示可展性越好;  $T_1(P), T_2(P)$  分别表示曲线  $C_1$  和  $C_2$  上点  $P$  的切矢量. 同理, 考虑边界曲线  $C_2$  的端点. 在这些连接中选取函数  $\theta$  值最小的连接, 作为初始可展曲面的第 1 条母线  $L_0$ .

确定母线  $L_i$  后, 确定下一条母线  $L_{i+1}$  的方法如下: 在边界曲线  $C_1$  和  $C_2$  上  $L_i$  的 2 个端点附近取

若干个采样点,如图 2a 所示,其中,曲线上的圆点是母线  $L_1$  端点的候选点.

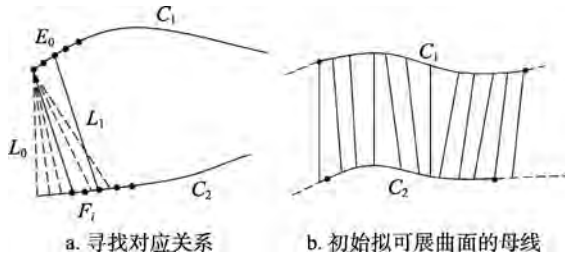


图 2 初始拟可展曲面构造

在采样点所有的连接可能中选取函数  $\theta$  值最小的连接,作为  $L_{i+1}$ ;持续这个过程,直至达到边界曲线的另一端.该算法的输出是一个线段序列如图 2b 和图 1c 所示  $\{(p_0, q_0), (p_1, q_1), \dots, (p_k, q_k)\}$ . 根据其构造的过程可知,该线段序列生成的四边形网格是近似可展的.初始拟可展曲面的边界曲线是分别插值  $\{p_0, p_1, \dots, p_k\}$ ,  $\{q_0, q_1, \dots, q_k\}$  的 B 样条曲线,通过求解式(2)的方程组得到.假设  $p_0, p_1, \dots, p_k$  和  $q_0, q_1, \dots, q_k$  的弧长参数化分别是  $s_0, s_1, \dots, s_k$  和  $t_0, t_1, \dots, t_k$ ,则在构造 2 条插值曲线时采用参数化  $v_0, v_1, \dots, v_k$ , 其中,  $v_i = \frac{1}{2}(s_i + t_i)$ . B 样条的节点矢量通过式(1)计算;通过插值得到 2 条新的边界曲线  $D_1$  和  $D_2$ ,构造出近似可展的初始直纹面  $S$ ,其定义为  $S(u, v) = D_1(u)(1-v) + D_2(u)v$ .

### 2.3 构造边界插值拟可展曲面

本节提出针对该问题的可展性驱动的参数化方法,即通过优化曲面  $S$  的可展性找到理想的参数化.该问题可以描述为极小化定义在曲面  $S$  上的可展性衡量函数,并且  $S$  的边界曲线是插值目标数据点的 B 样条曲线,即插值曲线的控制点和数据点参数化的关系由式(1)中方程组确定.由于该约束具有高度非线性,因此直接求解该问题比较困难.本文方法首先放松严格插值的要求,通过优化方法求解边界曲线逼近给定数据点的可展曲面(如图 1e 所示);然后通过投影得到数据点的参数化,构造边界插值的拟可展曲面(如图 1g 所示).下面讨论曲面优化中的主要约束,即曲面的可展性约束和边界曲线的逼近约束.

#### 2.3.1 曲面的可展约束

一个直纹面是可展曲面等价于曲面上每一条母线的两端点具有同样的曲面法矢量.对于 B 样条直纹曲面,只需曲面上有限条母线具有这一性质<sup>[19]</sup>.在曲线上取一些采样点,对应的参数为  $u_0$ ,

$u_1, \dots, u_K$ . 令参数  $u_j$  处的母线为

$$L(u_j) = D_2(u_j) - D_1(u_j);$$

其中,  $T_1(u_j)$  和  $T_2(u_j)$  分别是边界曲线  $D_1$  和  $D_2$  在参数  $u_j$  处的切矢量如图 3a 所示.

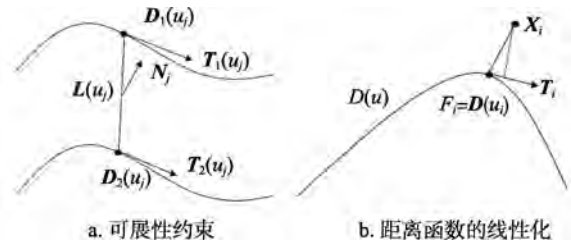


图 3 可展性约束与距离函数的线性化

曲面在两点  $D_1(u_j)$  和  $D_2(u_j)$  的法矢量分别为

$$N_1(u_j) = \frac{L(u_j) \times T_1(u_j)}{|L(u_j) \times T_1(u_j)|},$$

$$N_2(u_j) = \frac{L(u_j) \times T_2(u_j)}{|L(u_j) \times T_2(u_j)|}.$$

则可展性约束可以表示为

$$N_1(u_j) - N_2(u_j) = 0, j = 0, \dots, K \quad (4)$$

这个函数比较复杂.引入一个函数  $N(u)$  代表可展曲面的法矢量函数,式(4)可以改写为等价条件

$$\begin{cases} N(u_j) \cdot T_1(u_j) = 0 \\ N(u_j) \cdot T_2(u_j) = 0, j = 0, \dots, K \\ N(u_j) \cdot L_1(u_j) = 0 \end{cases} \quad (5)$$

如果将采样点处的法矢量  $N_j = N(u_j)$  作为优化变量,则式(5)是线性的.曲面法矢量  $N_j$  的初始值取对应的母线两端曲面法矢量平均值的单位化.

#### 2.3.2 边界逼近约束

为了约束可展曲面边界曲线逼近给定的目标边界,在优化中要考虑给定边界曲线上的目标数据点  $\{X_i\}$  到可展曲面边界曲线  $D(u)$  的距离函数.将数据点  $X_i$  到曲线  $D(u)$  的距离线性化,即构造  $X_i$  到  $D(u)$  上垂足点  $F_i$  处的切线的距离函数

$$d_i^1 = X_i - D(u_i) - ((X_i - D(u_i)) \cdot T_i) T_i.$$

其中,  $u_i$  是  $X_i$  到  $D(u)$  上的最近点  $F_i$  的参数,  $D(u_i) = F_i$ ;  $T_i$  是  $D(u)$  在  $F_i$  处的单位切矢量,如图 3b 所示.类似已有工作,在每次迭代中,将数据点在当前曲线上的垂足  $F_i$  对应的参数  $u_i$  和曲线单位切矢量  $T_i$  视为常量<sup>[20]</sup>,则距离误差  $d_i^1$  是线性的.

当 1 个数据点的最近点是目标曲线的端点时,位于端点切线上的数据点距离曲线端点的距离

可能很远. 对于这样的情况, 需要考虑  $X_i$  到  $F_i$  的距离函数  $d_i^* = X_i - D(u_i)$ .

综合以上情况, 采用的距离约束为

$$|d_i| = \alpha_i |d_i^*| + (1 - \alpha_i) |d_i^1| = 0.$$

其中,  $\alpha_i$  是  $X_i - F_i$  与  $F_i$  处曲线切矢量  $T_i$  的夹角的

余弦值的绝对值, 即  $\alpha_i = \left| \frac{X_i - F_i}{|X_i - F_i|} \cdot T_i \right|$ .

$F_i$  是数据点  $X_i$  在曲线上的最近点, 当  $F_i$  不是曲线的端点时,  $X_i - F_i$  与曲线垂直. 本文用牛顿法迭代计算  $F_i$  [21]. 牛顿法需要一个初始值, 在算法最初阶段, 采用一个简单的方法为每一个数据点找到一个近似垂足. 依据目标点集的大小将边界曲线的参数范围等分, 得到一个参数序列; 接着为目标点集中的每一个目标数据点找到在该参数序列中的最近点对应的参数作为初始垂足. 在后续的迭代中, 采用上一次迭代的结果作为本次迭代的初始参数.

### 2.3.3 曲面优化

为统一优化参数的调整, 将数据放缩到单位包围盒中. 优化的变量是边界曲线  $D_1$  和  $D_2$  的控制点以及曲面法矢量  $N_j, j = 0, \dots, K$ . 求解边界插值可展曲面优化问题, 构造目标函数

$$F = F_{\text{dist}} + \lambda F_{\text{fair}} + \gamma F_{\text{develop}} + \beta F_{\text{regular}}.$$

其中,

$$F_{\text{dist}} = \sum_{D_1, D_2} \sum_{i=0}^n \left( \alpha_i (d_i^*)^2 + (1 - \alpha_i) (d_i^1)^2 \right),$$

$$F_{\text{develop}} = \sum_{j=0}^K \left( \left( L(u_j) \cdot N_j \right)^2 + \left( T_1(u_j) \cdot N_j \right)^2 + \left( T_2(u_j) \cdot N_j \right)^2 \right).$$

曲面  $S$  为直纹面, 可以通过控制曲面的 2 条边界曲线的光顺性来控制曲面的光顺性, 即使曲线的近似能量函数值足够小. 控制边界曲线的光顺性可以在一定程度上避免可展曲面边界之间的曲面区域出现自交曲线. 这是因为在本文直纹面的定义下, 同一条母线在 2 条边界曲线上有同样的参数, 因此如果曲面内部出现自交, 则边界曲线上会出现环圈, 而曲线的光顺性控制可以在一定程度上避免曲线出现环圈. 光顺函数定义为

$$F_{\text{fair}} = \omega \left( \int |D'_1(u)|^2 du + \int |D'_2(u)|^2 du \right) + \left( \int |D''_1(u)|^2 du + \int |D''_2(u)|^2 du \right).$$

$F_{\text{regular}}$  用来避免法矢量的退化, 其定义为

$$F_{\text{regular}} = \sum_{j=0}^K \left( |N_j|^2 - 1 \right)^2.$$

采用 L-BFGS 优化算法求解极小化问题 [22], 算法所需要的导数信息解析求出. 每次迭代中, 需要更新目标数据点  $X_i$  到边界曲线的最近点  $F_i$  对应的参数  $u_i$  以及曲线在  $u_i$  处的单位切矢量  $T_i$ . 优化的结果是新的曲面  $S(u, v) = D_1(u)(1-v) + D_2(u)v$  以及法矢量  $N_j, j = 0, \dots, K$ .

### 2.3.4 数据点的参数化及边界插值

假设目标曲线  $C_1$  和  $C_2$  上的数据点分别为  $p_0, p_1, \dots, p_k$  和  $q_0, q_1, \dots, q_k$ . 可展曲面的边界曲线长度可能超出目标曲线, 在这种情况下, 为目标曲线数据点集增加对应的可展曲面边界曲线的端点, 即目标数据点改为

$$p_{-1} = D_1(0), p_0, p_1, \dots, p_n, p_{n+1} = D_1(1),$$

$$q_{-1} = D_2(0), q_0, q_1, \dots, q_n, q_{n+1} = D_2(1).$$

为计算插值曲线, 需确定数据点的参数, 希望得到的插值曲线与优化得到的曲面边界曲线  $S(u, 0)$  和  $S(u, 1)$  相差不大. 数据点的参数设为该数据点在当前边界曲线的垂足处的参数, 即数据点  $p_i, i = 0, \dots, n$  (或  $q_i, i = 0, \dots, n$ ) 的参数是该点在曲线  $D_1$  (或  $D_2$ ) 上的最近点的参数,  $p_{-1}$  ( $q_{-1}$ ) 的参数为 0,  $p_{n+1}$  (或  $q_{n+1}$ ) 的参数是 1. 求解式(1)得到插值 B 样条曲线, 得到插值曲线并构造边界插值曲面  $S(u, v)$ .

有些数据可能不存在插值给定曲线的可展性满足要求的曲面, 在这种情况下, 需要修改部分目标数据点, 以得到边界曲线逼近给定数据且逼近误差满足要求的拟可展曲面. 修改目标边界数据的方法如下: 首先采用第 2.3.3 节的方法得到逼近可展曲面后, 找出边界逼近误差大于给定阈值的目标数据点, 用这些数据点在当前曲面边界的最近点代替目标数据点; 然后求解插值曲线. 这个修改数据点和计算插值曲线的过程可以迭代多次, 直到生成的曲面的可展性满足要求.

## 3 实验和讨论

本节通过实验来验证本文方法的效果. 选取 2 个船体模型来展示实验结果, 船体由一系列型线定义. 利用本文方法在相邻的 2 条型线间构造拟可展曲面, 并衡量结果曲面的可展性. 实验平台为 Intel

i5-5200U 2.20 GHz, 8 GB DDR3L 的笔记本电脑.

在一些工作中, 曲面片的高斯曲率积分被用来作为曲面可展性的衡量标准<sup>[14]</sup>. 本文的曲面是直纹面, 采用曲面母线两端点法矢量的夹角  $\theta$  (式 (3)) 来定义曲面的可展性. 在船体加工中, 金属板材加工生成直纹面, 不要求该直纹面是精确的可展曲面, 即在金属板材加工中, 生成的曲面上母线两端的曲面法向允许有一定的夹角. 已有研究表明, 金属板材可以承受的偏角不超过  $6^\circ$ <sup>[23]</sup>.

### 3.1 实例 1

Hard Chine 模型由 3 条型线定义的 2 片曲面片构成, 如图 4 所示. 图 4a 中给出了船体模型的型线, 这些型线的控制点和节点数据见文献[17]. 由于给定的型线数据是 B 样条曲线, 因此算法可省去由型值点插值初始型线的步骤. 图 4b 所示为用本文方法在对应型线之间构造的边界插值可展曲面的母线. 注意在型线端点附近的母线已经超出了给定边界曲线的范围, 图中红色线段表示给定边界曲线端点的连线. 图 4c 给出了算法最终边界插值曲面的可展误差颜色编码, 可以看出母线两端曲面法矢量的偏角  $\theta$  均在金属材料的承受范围之内,

其中最大的夹角为  $3.08^\circ$ ; 曲面上所有采样母线端点法向偏角的平均值为  $0.45^\circ$ . 图 4d 所示为渲染后的结果曲面模型. 本例中, 构造的可展曲面的边界曲线采用 10 个控制点即可得到满意的结果, 算法的运行时间大约为 7.65 s.

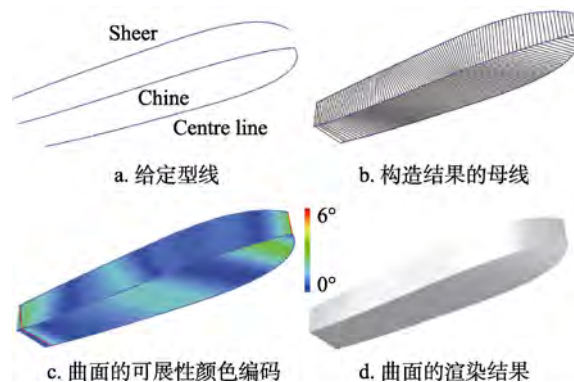


图 4 Hard Chine 模型

### 3.2 实例 2

UBC 渔船的型值点数据来源于文献[16]中的型线图. 根据型线图的数据还原出的型值点的三维空间坐标如表 1 所示.

表 1 UBC 渔船模型的型值点坐标

Main deck	Upper chine	Lower chine	Profile
(70.00, 1.71, 14.19)	(70.00, 0.00, 9.16)	(70.00, 0.00, 7.39)	(70.00, 0.00, 2.99)
(66.50, 3.40, 13.64)	(66.50, 1.89, 8.35)	(66.50, 1.86, 6.66)	(66.50, 0.00, 1.11)
(63.00, 5.03, 13.08)	(63.00, 3.67, 7.69)	(63.00, 3.65, 5.85)	(63.00, 0.00, 0.96)
(59.50, 6.54, 12.55)	(59.50, 5.34, 6.79)	(59.50, 5.19, 5.09)	(59.50, 0.00, 0.80)
(56.00, 7.91, 12.06)	(56.00, 6.84, 5.99)	(56.00, 6.49, 4.32)	(56.00, 0.00, 0.71)
(49.00, 9.96, 11.21)	(49.00, 9.09, 4.46)	(49.00, 8.23, 2.86)	(49.00, 0.00, 0.46)
(42.00, 11.16, 10.58)	(42.00, 10.35, 3.25)	(42.00, 9.04, 1.77)	(42.00, 0.00, 0.19)
(35.00, 11.49, 10.30)	(35.00, 10.78, 2.70)	(35.00, 9.29, 1.24)	(35.00, 0.00, 0.00)
(28.00, 11.48, 10.27)	(28.00, 10.82, 2.90)	(28.00, 9.31, 1.51)	(28.00, 0.00, -0.12)
(21.00, 11.48, 10.27)	(21.00, 10.75, 3.71)	(21.00, 9.23, 2.35)	(21.00, 0.00, 0.49)
(14.00, 11.48, 11.21)	(14.00, 10.64, 4.78)	(14.00, 9.11, 3.59)	(14.00, 0.00, 1.80)
(7.00, 11.48, 11.91)	(7.00, 10.52, 6.10)	(7.00, 8.96, 5.09)	(7.00, 0.00, 3.62)
(0.00, 11.48, 12.72)	(0.00, 10.36, 7.77)	(0.00, 8.78, 6.98)	(0.00, 0.00, 5.71)

采用第 2.1 节中的方法生成 4 条初始型线, 见图 5a 所示. 图 5b 所示为用本文方法生成的可展曲面的母线, 该结果采用第 2.3.4 节中的目标边界数据修改方法得到, 其中, 边界数据修改的距离误差阈值设定为模型大小的 0.04%. 图 5c 所示为图 5b 中曲面的可展误差颜色编码, 其中, 母线端点法向量偏角的最大值为  $5.6^\circ$ , 采样母线的端点法向偏角的平均值为  $0.52^\circ$ . 图 5d 所示为模型的渲染结果.

本例用时约 66.4 s.

UBC 渔船模型比 Hard Chine 模型复杂, 尤其是曲线 Profile 和 Lower chine 之间的部分母线变化剧烈, 这部分是算法耗时最长的部分, 约 60.10 s. 实验结果表明, 如果要求曲面严格插值给定型线 Profile 和 Lower chine, 则在这 2 条曲线之间无法构造满足船体制造可展性要求的曲面.

图 6a 所示为用第 2.3.3 节方法得到的边界逼近



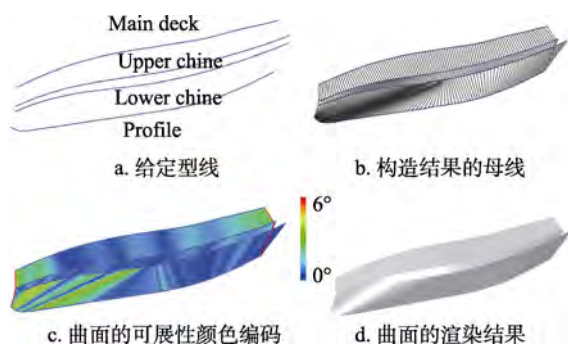


图 5 UBC 渔船模型

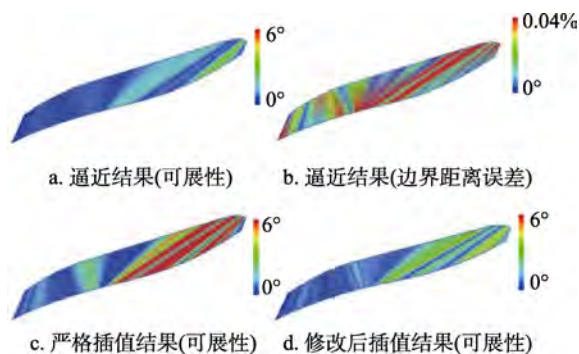


图 6 UBC 渔船 profile-lower chine 单片曲面模型

的曲面可展性颜色编码, 可见其可展误差足够小; 该曲面边界曲线上的采样点的距离误差平均值在模型大小的 0.03% 以内, 最大误差约为模型大小的 0.15%。图 6c 所示为不修改目标边界数据, 严格插值给定边界数据的曲面的可展性颜色编码, 其中最大偏角是  $16^\circ$ , 不能满足金属材料的加工要求。为了显示不满足误差要求的区域, 图 6c 中将偏角大于  $6^\circ$  的区域都显示为红色。图 6b 所示为第 2.3.3 节方法得到结果的边界曲线的距离误差颜色编码, 其中, 误差大于模型大小 0.04% 的区域显示为红色。结合图 6b 和图 6c 可以看出, 基于该数据得到的不修改给定边界的插值曲面, 其可展性不满足要求的区域与逼近的可展曲面上边界距离误差大于模型大小 0.04% 的区域基本一致, 说明逼近可展曲面上边界距离误差较大的区域, 在插值曲面上的相应区域的可展误差也较大。

为了得到满足可展性要求的曲面, 采用第 2.3.4 节方法对目标数据进行修改。图 6d 所示为按照第 2.3.4 节修改目标边界数据后得到的曲面的可展性颜色编码, 其中最大偏角为  $5.6^\circ$ , 采样母线的偏角平均值为  $0.68^\circ$ , 满足金属材料的加工要求。UBC 渔船模型的原始数据为若干型值点, 型线是采用弦长参数化方法得到的插值 B 样条曲线。本文统计了最终曲面边界曲线与初始型线的距离误

差, 其中最大的距离误差约为模型大小的 0.065%, 采样点的平均距离误差为模型大小的 0.0061%。

与文献[17]的工作相比, 本文方法有以下优势: (1) 文献[17]的方法最后生成的插值 B 样条曲面的可展性依赖于参数化方法, 这些工作没有讨论如何寻找最优的参数化; 而本文方法本质上是一种曲面可展性驱动的参数化方法。(2) 文献[17]的方法的效果和效率依赖于边界曲线上采样点的个数和采样的方式, 而本文方法没有这个限制。(3) 文献[17]的方法中, 对边界数据修改的方法不能对最后结果的边界距离误差进行控制, 而本文数据修改的方法在一定程度上是误差可控的。本文方法的缺点是算法中较多的约束和变量使计算过程耗时过长, 每次迭代都要重新计算垂足也影响了算法的效率。

## 4 结 语

本文提出一种基于边界曲线的拟可展曲面构造方法, 并将其应用到了船体造型设计中。实验结果表明, 本文方法可以生成满足实际制造要求的船体可展曲面。而且对于难以找到边界严格插值给定曲线且可展性满足要求的曲面的边界数据, 可以提供一个逼近结果, 以指导设计人员对草图进行修改。但是, 本文优化算法中较多的约束和变量使计算过程耗时过长, 每次迭代都要重新计算垂足, 影响了算法的效率。下一步的工作是寻找更合适的约束形式以优化求导过程, 从而提高算法效率。

## 参考文献(References):

- [1] Aumann G. Interpolation with developable Bézier patches[J]. Computer Aided Geometric Design, 1991, 8(5): 409-420
- [2] Maekawa T, Chalfant J S. Design and tessellation of B-spline developable surfaces[J]. Journal of Mechanical Design, 1998, 120(3): 453-461
- [3] Aumann G. A simple algorithm for designing developable Bézier surface[J]. Computer Aided Geometric Design, 2003, 20(8/9): 601-619
- [4] Aumann G. Degree elevation and developable Bézier surfaces[J]. Computer Aided Geometric Design, 2004, 21(7): 661-670
- [5] Bodduluri R M C, Ravani B. Design of developable surfaces using duality between plane and point geometries[J]. Computer-Aided Design, 1993, 25(10): 621-632
- [6] Pottmann H, Wallner J. Approximation algorithms for devel-

- opable surfaces[J]. Computer Aided Geometric Design, 1999, 16(6): 539-556
- [7] Tang C C, Bo P B, Wallner J, *et al.* Interactive design of developable surfaces[J]. ACM Transactions on Graphics, 2016, 35(2): Article No.12
- [8] Wang C C L, Tang K. Achieving developability of a polygonal surface by minimum deformation: a study of global and local optimization approaches[J]. The Visual Computer, 2004, 20(8/9): 521-539
- [9] Tang K, Chen M. Quasi-developable mesh surface interpolation via mesh deformation[J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 2009, 15(3): 518-528
- [10] Chen M, Tang K. A fully geometric approach for developable cloth deformation simulation[J]. The Visual Computer, 2010, 26(6-8): 853-863
- [11] Wang C C, Tang K. Optimal boundary triangulations of an interpolating ruled surface[J]. Journal of Computing and Information Science in Engineering, 2005, 5(4): 291-301
- [12] Liu Y J, Tang K, Gong W Y, *et al.* Industrial design using interpolatory discrete developable surfaces[J]. Computer-Aided Design, 2011, 43(9): 1089-1098
- [13] Chen M, Tang K. Quasi-developable surface modeling of contours with curved triangular patches[J]. Computers & Graphics, 2013, 37(7): 851-861
- [14] Chen M, Tang K.  $G^2$  quasi-developable Bézier surface interpolation of two space curves[J]. Computer-Aided Design, 2013, 45(11): 1365-1377
- [15] Chalfant J S, Maekawa T. Design for manufacturing using B-spline developable surfaces[J]. Journal of Ship Research, 1998, 42(3): 207-215
- [16] Konesky B. Newer theory and more robust algorithms for computer-aided design of developable surfaces[J]. Marine Technology, 2005, 42(2): 71-79
- [17] Pérez F, Suárez J A. Quasi-developable B-spline surfaces in ship hull design[J]. Computer-Aided Design, 2007, 39(10): 853-862
- [18] Schoenberg I J, Whitney A. On Pólya frequency functions. III. the positivity of translation determinants with an application to the interpolation problem by spline curves[J]. Transactions of the American Mathematical Society, 1953, 74(2): 246-259
- [19] Bo Pengbo, Yuan Ye, Zhang Caiming. Automatic reconstruction of developable surfaces[J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2016, 28(9): 1428-1435(in Chinese) (伯彭波, 袁 野, 张彩明. 可展曲面的自动识别与重建[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2016, 28(9): 1428-1435)
- [20] Wang W P, Pottmann H, Liu Y. Fitting B-spline curves to point clouds by curvature-based squared distance minimization[J]. ACM Transactions on Graphics, 2006, 25(2): 214-238
- [21] Hoschek J, Lasser D. Fundamentals of computer aided geometric design[M]. Natick: A. K. Peters, Ltd, 1993
- [22] Zheng W N, Bo P B, Liu Y, *et al.* Fast B-spline curve fitting by L-BFGS[J]. Computer Aided Geometric Design, 2012, 29(7): 448-462
- [23] Oetter R, Barry C D, Duffy B, *et al.* Block construction of small ship and boats through use of developable panels[J]. Journal of Ship Production, 2002, 18(2): 65-72