Exo 1

Q preliminaire

Un mouvement rectiligne et uniforme.

Q 1.1 part 1

(a) $v(t) = v_0 + a_0.t$ avec v_0 la vitesse initiale de la pierre et a_0 l'accécélération

(b) $x(t) = v_0.t + 1/2.a_0.t^2$. Comme la pierre est lance de l'origine $x_0 = 0$.

(c) La pierre doit s'arrêter sur la cible donc $v(t) = 0m/s$ (la pierre est stationaire) et $x(t) = l = 28m$ la distance du centre de la cible. Donc, il faut résoudre:

$$\begin{cases} 0 = v_0 + a_0.t \\ l = v_0.t + 1/2.a_0.t^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_0 = -a_0.t \\ l = v_0.t + 1/2.a_0.t^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_0 = -a_0.t \\ l = -a_0.t^2 + 1/2.a_0.t^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_0 = -a_0.t \\ t = \sqrt{\frac{l}{-1/2.a_0}} = \sqrt{\frac{-2.l}{a_0}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_0 = -\sqrt{-2.l.a_0} \\ t = \sqrt{\frac{l}{-1/2.a_0}} = \sqrt{\frac{-2.l}{a_0}} \end{cases}$$

Donc $v_0 = 2.245m/s$ et $t = 24.94s$.

Q 1.1 part 2

(a) $a = \lambda.v$, donc $m/s^2 = \lambda.m/s$. Donc, l'unité de λ est s^{-1}.

(b)On a $\frac{dv}{dt} = a$, donc $\frac{dv}{dt} = -\lambda\, v$ ou $\frac{dv}{dt} + \lambda\, v = 0$. La solution d'une équation différentielles du premier ordre est Ce^{kt}. Prenons $v(t) = Ce^{kt}$. A $t = 0$, la vitesse initiale est v_0. Ce qui fait $v_0 = Ce^{k.0}$, donc $C = v_0$.

En remplacant v par sa valeur dans l'équation différentielles, on a

$$\frac{d\, v_0 e^{kt}}{dt} + \lambda\, v_0 e^{kt} = 0$$

$$k.v_0 e^{kt} + \lambda\, v_0 e^{kt} = 0$$

$$v_0 e^{kt}(k + \lambda) = 0$$

$$k = -\lambda$$

Par conséquent $v(t) = v_0.e^{-\lambda\, t}$

(c) on a $\frac{dx}{dt} = v$. Donc $\frac{dx}{dt} = v_0.e^{-\lambda\, t}$.

$$x(t) = \frac{-v_0}{\lambda} e^{-\lambda\, t}$$

Q 1.2 part 1

(a) Oui, la vitesse initiale sur la figure 2 (2.25 m/s) est du même ordre de grandeur que la valeur calculée (2.45 m/s). La vitesse décroit selon une presque une droite ce qui indique que l'accélération est constante. La pente de la droite est environ de $((0-2.25)/(22-0) = -0.1\, m/s^2$ qui est proche de $0.09\, m/s^2$

(b) À l'instant $t = 7s$. la vitesse devient constante ce qui indique un changement dans l'acceleration pendant 2 secondes puis l'accélération redevient identique. AU même instant, la pierre change de trajectoire et accélère sur l'axe O_y.

(c) Entre les instants 0 et 15s la vitesse décroit linéairement. L'équation de la vitesse est $v(t) = v_0 - at = 2.25 - 0.1t$. L'équation horaire $x(t)$ est $2.25t - 0.05t^2 + x_0$. À l'instant $t = 0$, la pierre se trouve sur l'origine de l'axe donc:

$$x(t) = 2.25t - 0.05t^2$$

Q 1.2 part 2

(a) Entre les instants 0 et t_1, la vitesse oscille autour de $0m/s$,

(b) Pour $t \in [0, t_1], y(t) = 0.t + C_1 = C_1$. À l]instant $t = 0$, la pierre se trouve à l'origine, $y(0) = 0 = C_1$. Donc entre $[0, t_1]$, $y(t) = 0$.

(c) v_y représente une vitesse, son unité est m/s. τ est le paramètre de l'équation $v_y(t)$. Son unité est en seconde. L'équation est $m/s = k_0 + k1 * s + k_2 * s^2$, donc k_0 est en m/s, k_1 est en m/s^2 et k_2 est en m/s^3.

(d)

$$v(t) = \begin{cases} 0 & t \in [0, t_1] \\ k_0 + k1 * \tau + k_2 * \tau^2 & t \in]t_1, t_2], \tau = t - t_1 \end{cases}$$

$$v(t) = \begin{cases} 0 & t \in [0, 8] \\ 1.1 - 0.22 * \tau + 0.01 * \tau^2 & t \in]8, 11], \tau = t - 8 \end{cases}$$

(e) L'équation est

$$v(t) = \begin{cases} 0 & t \in [0, 8] \\ 1.1 - 0.22 * \tau + 0.01 * \tau^2 & t \in]8, 11], \tau = t - 8 \\ -0.1 & t \in]11, 15] \end{cases}$$

Q 1.2 part 3

- Vitesse nulle entre 0 et 8, donc pas de déplacement sur O_y.
- Entre 8 et 11, il faut intégrer la vitesse, donc $y(t) = 1.1 * \tau - 0.22/2 * \tau^2 + 0.01/3 * \tau^3 + C_2$. A'instant $t = 8$, la distance $y(8) = 0$ car pas de déplacement sur O_y entre 0 et 8 s. $y(8) = 1.1 * \tau - 0.22/2 * \tau^2 + 0.01/3 * \tau^3 + C_2 = 0$. Donc $C_2 = 0$.
- Entre 11 et 15, la vitesse constante donc déplacement linéaire. $y(t) = -0.1 * \tau_2 + C_3$, $\tau_2 = t - 11$. À l'instant $t = 11$, la distance $y(11) = 1.1 * \tau - 0.22/2 * \tau^2 + 0.01/3 * \tau^3 = 1.1 * 3 - 0.22/2 * 3^2 + 0.01/3 * 3^3 = 2.32 = C_3$. Donc $y(t) = -0.1 * \tau_2 + 2.32$.

$$y(t) = \begin{cases} 0 & t \in [0, 8] \\ 1.1 * \tau - 0.22/2 * \tau^2 + 0.01/3 * \tau^3 & t \in]8, 11],\ \tau = t - 8 \\ -0.1 * \tau_2 + 2.32 & t \in]11, 15],\ \tau_2 = t - 11 \end{cases}$$

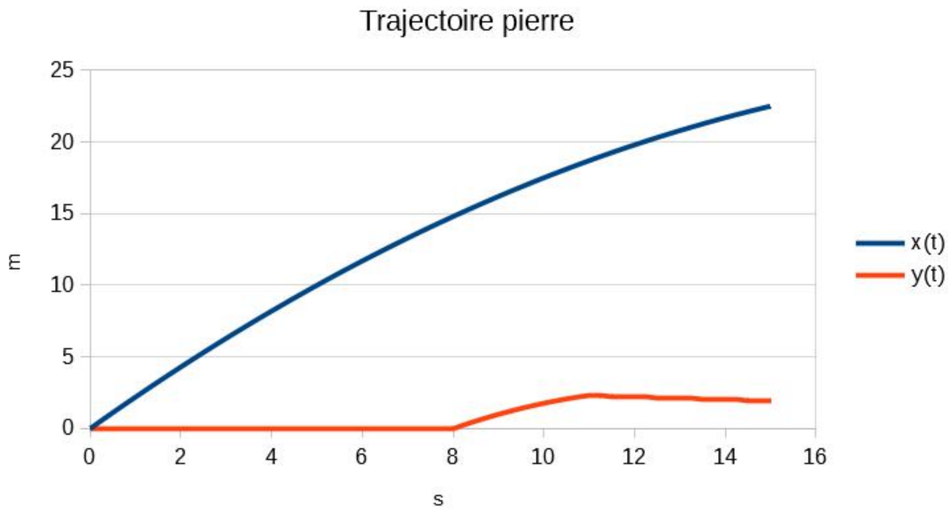
Exo 2

Q 2.1

(1) Oui.

(2) Dans le repère $\mathcal{R}$ le marin est immobile sur l'axe x et il se trouve à l'origine du repère. Sur l'axe y, le marin descend à vitesse constante à partir de la hauteur h. Donc,

$$\begin{cases} x(t) = 0 \\ y(t) = h - 0.5t \end{cases}$$



Q 2.2

(1) Oui.

(2) Dans le repère $\mathcal{R}'$ Sur l'axe x, le marin se déplace à la vitesse du bateau. Cette vitesse est constante donc son accélération est nulle. Sur l'axe y, le marin descend à vitesse constante à partir de la hauteur h. Donc,son accélération est nulle. Par conséquent, les équations sont:

$$a(t) \begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = 0 \end{cases}$$

$$v(t) \begin{cases} v_x(t) = 0 * t + 3 = 3 \\ v_y(t) = 0 * t - 0.5 = -0.5 \end{cases}$$

(3) Du (2), les équations de la trajectoire sont

$$\begin{cases} x(t) = 3 * t \\ y(t) = h - 0.5 * t \end{cases}$$

QED.