Exo 2.1.2

Q1

(a) $F(x)$ est la primitive de la fonction $f(x)$ si la dérivée de la fonction $F(x)$est égale à la fonction $f(x)$.

$$F'(x) = f(x)$$

(b) Lorsque $f(x) = C$, les primitives de la fonction $f(x)$ sont $F(x) = Cx + C_0$ avec C_0 une constante arbitraire.
(c) Lorsque $g(x) = Cx$, les primitives de la fonction $g(x)$ sont $G(x) = \frac{Cx^2}{2} + C_0$ avec C_0 une constante arbitraire.

Q2

La vitesse $v(t)$ est la primitive de l'accélération. Entre les instants $t = 0$ et $t = 2$, l'accélération est constante et égale à $2m/s^2$. Donc, $a(t) = 2$. Par conséquent l'équation de la vitesse est $v(t) = 2t + C_0$. Comme le mobile est sans vitesse initiale, donc $v(0) = 0$, donc $C_0 = 0$.
La distance $x(t)$ est la primitive de la vitesse. Entre les instants $t = 0$ et $t = 2$, la vitesse est $v(t) = 2t$. Par conséquent l'équation de la distance est $x(t) = t^2 + C_0$. Comme le mobile est à l'origine à l'instant 0. initiale, donc $x(0) = 0$, donc $C_0 = 0$.

$$v(t) = 2t, x(t) = t^2$$

Q3

La vitesse $v(t)$ est la primitive de l'accélération. Entre les instants $t = 2$ et $t = 4$, l'accélération est constante et égale à $-2m/s^2$. Donc, $a(t) = -2$. Par conséquent l'équation de la vitesse est $v(t) = -2t+C_0$. À l'instant $t = 2$, donc $v(2) = 2 * 2 = 4$, donc $C_0 = 8$.
La distance $x(t)$ est la primitive de la vitesse. Entre les instants $t = 2$ et $t = 4$, la vitesse est $v(t) = -2t + 8$. Par conséquent l'équation de la distance est $x(t) = -t^2 + 8t + C_0$. À l'instant $t = 2$, donc $x(2) = 2^2 = 4$, donc $C_0 = -8$.

$$v(t) = -2t + 8, x(t) = -t^2 + 8t - 8$$

La vitesse s'annule lorsque $v(t) = 0$. $v(t) = 2t = 0 \implies t = 0$ et $v(t) = -2t + 8 = 0 \implies t = 4$. La position du mobile lorsque la vitesse est nulle est $x(0) = 0$ et $x(4) = 8$.

Q4

La vitesse moyenne entre les instants $t = 0$ et $t = 2$ est $v_{moy} = \frac{x(2)-x(0)}{2-0} = 2m/s$