Devoir de physique n°1

L1-S1 PHYS 101

2019

A distribuer la semaine du 30 septembre, à rendre la semaine du 14 octobre

1 Curling

Le curling est un jeu qui est apparu au XVème siècle en Écosse. Il consiste à faire glisser une pierre sur de la glace pour qu'elle s'arrête au plus près d'une cible marqué au sol situé à une distance $l = 28$ m du point de lancement de la pierre. La figure 1 schématise une piste de curling.

La position de la pierre sera repérée par le vecteur $\overrightarrow{OP}$, (O) étant le point de lancement de la pierre et (P) étant le centre de la pierre. La cible est représentée par les cercles concentriques dont le centre (C) est à la distance l du point O. On notera $\vec{i}$ un vecteur unitaire portée par la droite (OC) et dirigé de O vers C. Pour étudier le mouvement de la pierre, on se place dans le repère cartésien (O, x, y) de base orthonormée $(\vec{i}, \vec{j})$ et on prend pour origine des temps, $t = 0$, l'instant où la pierre est lancée par le joueur avec une vitesse $\vec{v}_0 = v_0\vec{i}$. On veut déterminer la vitesse de lancer, v_0 permettant de réaliser la meilleure performance. Dans toute la suite vous négligerez les frottements dû à l'air.

Les valeurs numériques des quantités demandées ne seront calculées qu'une fois que ces quantités auront été exprimées de façon formelle en fonction des données.

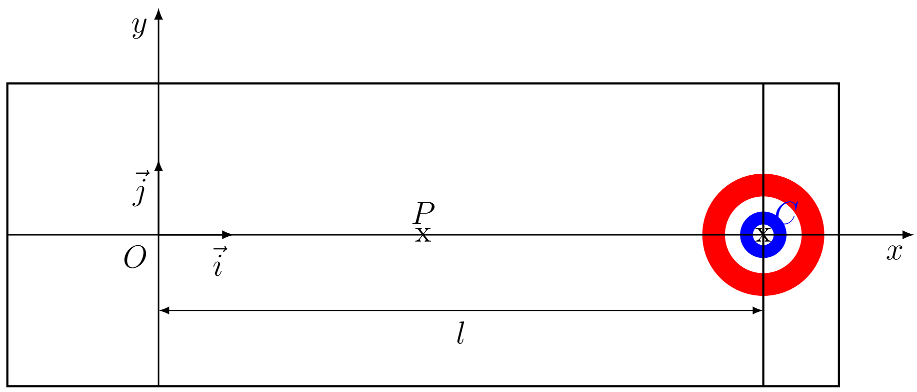


FIGURE 1 – Schéma d'une piste de curling. La cible est matérialisée par les disques concentriques de couleur blanche, bleu, blanche et rouge. L'origine du repère (O) coincide avec le le lieu du lacher de la pierre.

Question préliminaire : En l'absence de toute force de frottement, quelle est la nature du mouvement de la pierre ?

1.1 Un modèle simple pour le curling

Dans cette partie on considère que la trajectoire de la pierre (P) est rectiligne suivant l'axe (Ox) et que l'accélération $\vec{a} = -a\,\vec{i}$.

1. **Trajectoire de la pierre en absence d'action des joueurs après le lancer.** L'accélération est alors due uniquement aux frottements solide et est constante : $\vec{a} = -a_0\,\vec{i}$, avec $a_0 = 0.09 m/s^2$.
   (a) Donner l'expression de la composante $v(t)$ de la vitesse de la pierre sur l'axe (Ox) en fonction du temps t.
   (b) Donner l'équation horaire du mouvement de la pierre suivant $\vec{i}$ (c'est à dire la fonction $x(t)$).
   (c) En déduire la vitesse de lancer optimale v_0 correspondant à un arrêt de la pierre exactement au point (C). On donnera l'expression de v_0 en fonction de ℓ et a_0.
2. **Effet du balayage** Dans la pratique on peut modifier légérement la vitesse de la pierre en balayant devant elle pour faire fondre la glace ; le frottement devient alors un frottement visqueux l'accélération est alors donnée par $\vec{a} = -\lambda\,\vec{v}$, où λ est une constante réelle positive. On supposera toujours que le mouvement est rectiligne, le long de l'axe Ox, et on notera $\vec{v}(t) = v(t)\vec{i}$, $\vec{a}(t) = a(t)\vec{i}$.
   (a) Quelle est la dimension de λ ?
   (b) Donner l'expression de la vitesse $v(t)$ à chaque instant t. On rappelle que :
   $$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left\{\ln\left[f(t)\right]\right\} = \frac{1}{f(t)}\frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}.$$
   On exprimera $v(t)$ en fonction de v_0, λ et t.
   (c) En déduire l'équation horaire du mouvement $x(t)$. On exprimera $x(t)$ en fonction de v_0, λ et t.

1.2 Trajectoire réelle

Dans la réalité, le lanceur donne à la pierre un léger mouvement de rotation (1 à 2 tours par minute) dont l'effet est encore largement incompris ce qui a suscité quelques études et permis de documenter le mouvement de la pierre. L'évolution au cours du temps des vitesses v_x et v_y de la pierre sont présentées sur la figure 2.

1. On s'intéresse dans cette question uniquement aux composantes dans la direction (Ox) des grandeurs caractérisant le mouvement.
   (a) L'ordre de grandeur et lévolution de la composante de la vitesse dans la direction (Ox) de la cible C présentée sur la figure 2 est elle compatible avec le modèle utilisé à la question 1.1 ?
   (b) À quel instant la pierre entre dans une zone qui a été balayée ?
   (c) Donner l'équation horaire de $x(t)$ pour $t \in [0, 15s]$

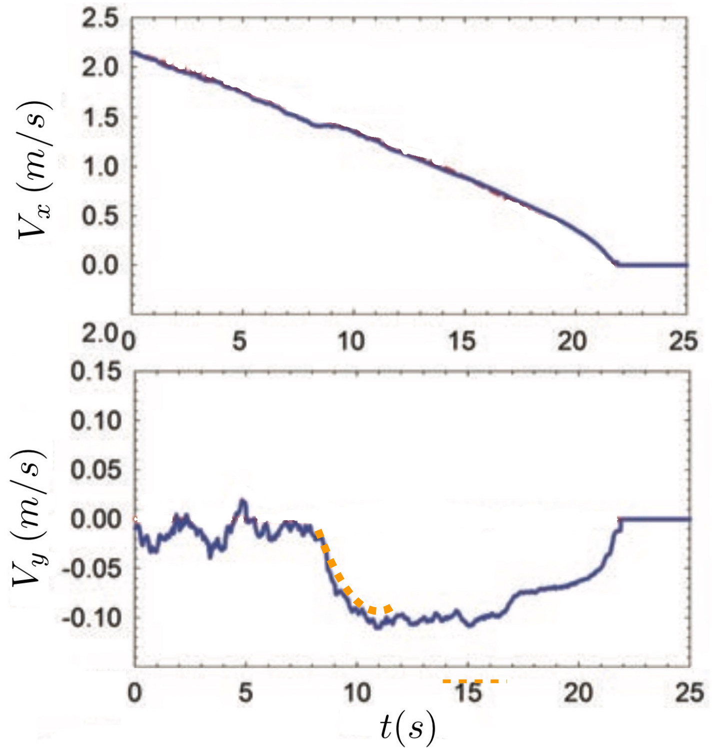


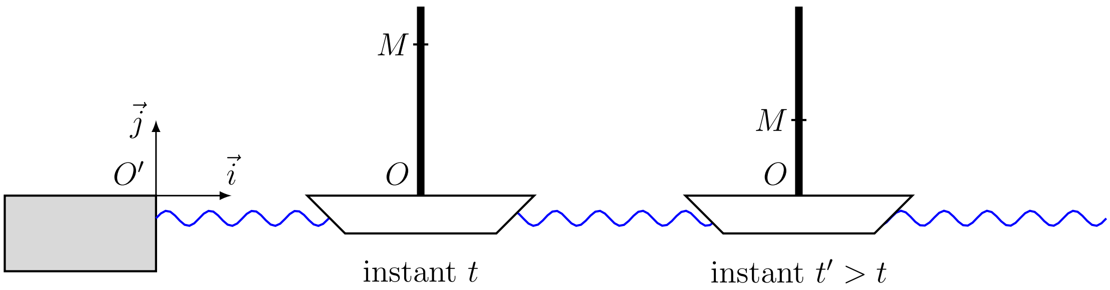
FIGURE 2 – Évolution des composantes de la vitesses au cours du temps (Lozowski, *et al.* "Comparison of IMU measurements of curling stone dynamics with a numerical model", Procedia Engineering **147** (2016).) La courbe en pointillés oranges est un ajustement, par un polynôme de degré 2, de la courbe pour $t \in [8, 12]$ s.

2. On s'intéresse maintenant aux composantes transverses (suivant (Oy)) du mouvement. On va découper le mouvement en 4 parties : $t \in [0, t_1]$, $t \in [t_1, t_2]$, $t \in [t_2, t_3]$ et $t \in [t_3, t_4]$, avec $t_1 = 8s$, $t_2 = 11s$, $t_3 = 15$ et $t_4 = 22$s.
   (a) Donner une approximation de la composante suivant y de la vitesse pour $t \in [0, t_1]$.
   (b) En déduire l'équation horaire $y(t)$ pour $t \in [0, t_1]$.
   (c) Pour $t \in [t_1, t_2]$ on peut décrire la vitesse suivant y par l'équation $v_y(\tau) = k_0 + k_1\tau + k_2\tau^2$, où $\tau = t - t_1$, $k_0 = 1,1$ SI, $k_1 = -0,22$ SI et $k_2 = 0,01$ SI. Quelles sont les dimensions de τ, k_0, k_1 et k_2 ?
   (d) Donner l'équation horaire $y(t)$ pour $t \in [0, t_2]$.
   (e) Pour $t \in [t_2, t_3]$, on approche v_x par une constante. Donner l'équation horaire de $y(t)$ pour $t \in [0, t_3]$
3. Tracer la trajectoire de la pierre pour $t \in [0, t_3]$.

2 Changement de référentiel

Un bâteau sort du port avec un mouvement rectiligne et uniforme par rapport au quai. Sa vitesse est $v_b = 3$ km/h. Au même moment, un marin (représenté par le point M) qui était au sommet du mât d'une hauteur h descend sur le pont. Il glisse le long du mat, et mesure sa vitesse $v_m = 0.5$ km/h.

Sur le quai, un pêcheur observe la scène.



2.1 Mouvement dans le référentiel du bâteau

Soit $\mathcal{R}$, le référentiel fixé sur le bateau et munis du repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ tel que l'origine (O) se trouve à l'intersection du mât et du pont du bâteau, que le vecteur $\vec{i}$ soit de même direction et de même sens que $\vec{v}_b$ représentant la vitesse du bâteau et que le vecteur $\vec{j}$ ait pour direction le mât et soit orienté vers le ciel.

1. Le reférentiel $\mathcal{R}$ est il Galliléen ?
2. Déterminer l'équation horaire du mouvement du marin dans $\mathcal{R}$. On notera $(x(t), y(t))$ les coordonnées du point M dans le référentiel $\mathcal{R}$.

2.2 Mouvement du marin vu par le pêcheur

On note $\mathcal{R}' = (O', \vec{i}, \vec{j})$ le référentiel lié au quai dont l'origine (O') correspond à l'origine (O) de $\mathcal{R}$ à l'instant de départ du bâteau.

1. Déterminer la vitesse et l'accélération du marin dans $\mathcal{R}'$.
2. En déduire les équations horaire $(x'(t), y'(t))$ du marin dans $\mathcal{R}'$.
3. Déterminer l'équation de la trajectoire du marin dans $\mathcal{R}'$. Représenter cette trajectoire sur un schéma.