Rappel de cours

Definition 1. Soit $f(x)$ et $g(x)$ deux fonctions réelles définies au voisinage de $+\infty$ avec $g(x)$ qui ne s'annule pas en $+\infty$. Lorsque

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$$

On écrit

$$f(x) = o_{x \to +\infty}(g(x))$$

Alors on dit que $f(x)$ est négligeable pas rapport à $g(x)$.

Theorem 1. Théorème des croissances comparées : Pour tous réel $\alpha, \beta, \gamma, \lambda > 0$

- Si $\alpha < \beta$ on a $x^\alpha = o_{x \to +\infty}(x^\beta)$
- on a $1 = o_{x \to +\infty}((\ln x)^\gamma)$
- on a $(\ln x)^\gamma = o_{x \to +\infty}(x^\beta)$
- on a $x^\beta = o_{x \to +\infty}(e^{\lambda x^\alpha})$

Theorem 2. On peut généraliser le théorème des croissances comparées aux suites (avec n un entier positif).

- on a $1 = o_{n \to +\infty}((\ln n)^\gamma)$
- on a $(\ln x)^\gamma = o_{n \to +\infty}(n^\beta)$
- on a $n^\beta = o_{n \to +\infty}(e^{\lambda n^\alpha})$
- on a $e^{\lambda n^\alpha} = o_{n \to +\infty}(n!)$

Exercice Cauchy

QED