Rappel de cours

- La composante de la force d'un point M, $\overrightarrow{F}(M)$ sur l'axe $\mathcal{O}_x$ est donnée par le produit scalaire $f(x) = \overrightarrow{F}(M).\overrightarrow{i}$.
- Le travail d'une force $\overrightarrow{F}$ sur un segment $\overrightarrow{AB}$ est donné par :

$$W_{A\to B}(\overrightarrow{F}) = \int_{A\to B} \overrightarrow{F}.\overrightarrow{i}\,dx = \int_{x_a}^{x_b} f(x)dx$$

- On dira qu'une force est conservative si elle ne dépend que de la position et si son travail d'un point A au point B ne dépend pas du chemin suivi, ceci quels que soient les point A et B.

$$\forall A, B, C,\; W_{A\to B}\overrightarrow{F} = W_{A\to C}\overrightarrow{F} + W_{C\to B}\overrightarrow{F}$$

- Dans le cas où le chemin est rectiligne, si une force est conservatrice alors l'*énergie potentielle* associée à la force $\overrightarrow{F}$ est notée $E_p(x)$ est définie par :

$$W_{A\to B}(\overrightarrow{F}) = \int_{A\to B} \overrightarrow{F}.\overrightarrow{i}\,dx = E_p(x_a) - E_p(x_b)$$

.

Exo 1

Q 1.1 a et b

Si la force $\overrightarrow{F_{el}}(x)$ est conservatrice alors on peut définir son énergie potentielle associée $E_{el}(x)$. La $\overrightarrow{F_{el)}}(x)$ est conservatrice si son travail d'un point A au point B ne dépend pas du chemin suivi sur l'axe $\mathcal{O}_x$, soit $\forall A, B, C,\, W_{A\to B}\overrightarrow{F} = W_{A\to C}\overrightarrow{F} + W_{C\to B}\overrightarrow{F}$. Le travail de la force $\overrightarrow{F_{el}}(x)$ entre les points A et B sur l'axe $\mathcal{O}_x$ est donné par $W_{A\to B}\overrightarrow{F} = \int_{x_a}^{x_b} f(x)dx$ avec $f(x) = -\frac{A}{x^2}$ car la force $\overrightarrow{F_{el}}(x)$ est parallèle à l'axe $\mathcal{O}_x$.

$$W_{A\to B}\overrightarrow{F_{el}} = \int_{x_a}^{x_b} -\frac{A}{x^2}dx = \left[\frac{A}{x}\right]_{x_a}^{x_b} = \frac{A}{x_a} - \frac{A}{x_b}$$

Et,

$$W_{A\to C}\overrightarrow{F_{el}} + W_{C\to B}\overrightarrow{F_{el}} = (\frac{A}{x_a} - \frac{A}{x_c}) + (\frac{A}{x_c} - \frac{A}{x_b}) = \frac{A}{x_a} - \frac{A}{x_b} = W_{A\to B}\overrightarrow{F_{el}}$$

Donc la force $\overrightarrow{F_{el}}$ est conservatrice et $E_p(x) = \frac{A}{x}$.

Pour l'origine de l'énergie potentielle associée à la force $\overrightarrow{F_{el}}$, je dirais á l'origine de l'axe $\mathcal{O}_x$ car comme les deux ions ne peuvent pas s'interpenétrer alors l'abscisse du ion Na^+ ne peut pas être 0.

Q 1.2

On a:

$$\frac{dE_{rep}(x)}{dx} = -\overrightarrow{F_{rep}}.\overrightarrow{i}$$

$$\frac{dE_{rep}(x)}{dx} = \frac{d(\frac{B}{x^8})}{dx} = -\frac{8B}{x^9}$$

Donc $\overrightarrow{F_{rep}}.\overrightarrow{i} = \frac{8B}{x^9}.\overrightarrow{i}$. La force $\overrightarrow{F_{rep}}$ est répulsive car elle a le même sens que $\overrightarrow{i}$.
QED.