

### Exo 3.1.3

#### Q1

cours: La position d'équilibre de la masse est lorsque la force de rappel élastique  $F_r = -k(l_e - l_0)$  est égale à la force gravitationnelle  $F_g = m.g$ . Donc,

$$\begin{aligned}F_e &= F_g \\m.g &= -k(l_e - l_0) \\l_e &= \frac{k.l_0 - m.g}{k}\end{aligned}$$

#### Q2

(a) La dérivée première de  $f(x) = \sin(ax)$  est  $f'(x) = a.\cos(ax)$ . La dérivée seconde de  $f(x)$  est  $f''(x) = -a^2.\sin(ax)$ .

(b) Une solution de l'équation  $f''(x) = -a^2 f(x)$  est  $f(x) = C.\sin(ax)$ . En effet,  $f''(x) = -C.a^2.\sin(ax) = -a^2.C.\sin(ax) = -a^2 f(x)$ .

Une autre solution de l'équation  $f''(x) = -a^2 f(x)$  est  $f(x) = C.\cos(ax)$ . En effet,  $f''(x) = -C.a^2.\cos(ax) = -a^2.C.\cos(ax) = -a^2 f(x)$ .

La solution générale de l'équation  $f''(x) = -a^2 f(x)$  est  $f(x) = C_1.\cos(ax) + C_2.\sin(ax)$ . En effet,  $f''(x) = -C_1.a^2.\cos(ax) - C_2.a^2.\sin(ax) = -a^2(C_1.\cos(ax) + C_2.\sin(ax)) = -a^2 f(x)$ .

#### Q3

*Identification du système* : Le système étudié est la masse  $m$  qui est accrochée au ressort.

*Bilan des forces* : La masse est soumise à trois forces;

- la force de rappel du ressort qui est proportionnelle à l'allongement du ressort  $F_r = -k.(y(t) + y_0) \vec{i}$ .

*Composantes dans un repère cartésien* : Le mouvement est rectiligne. Il a lieu le long de l'axe  $O_y$ . Il est avantageux de prendre la position de la bille à l'équilibre pour l'origine O des coordonnées sur l'axe  $O_y$ . Donc, nous avons  $y(t) = l(t) - (l_e)$  et  $\vec{g} = g.\vec{i}$

*PFD* : La résultante des forces est égale à  $m.\vec{a} = m.\frac{d^2 y(t)}{dt^2} \vec{i}$

$$m.g.\vec{i} - k.y(t).\vec{i} =$$

*Solution*