

## Rappel de cours

### Exercice 1

Trouver  $17^{-1}$  dans  $\mathbb{Z}/20\mathbb{Z}$ .

On a  $\text{pgcd}(17, 20) = 1$  donc l'inverse existe. Il faut trouver  $x$  tel que  $17.x = 1 \pmod{20}$  (ou  $17.x = 1 + k.20$ ).  
Ou bien  $17.x + (-k).20 = 1 = \text{pgcd}(17, 20)$ . Rebonjour Mr Bezout. Il faut trouver  $x$  et  $k$ . Donc, n steps.  
Trouver le reste de  $20/17$ .

$$20 = 17.(1) + 3$$

Trouver le reste de  $17/3$

$$17 = 3.(5) + 2$$

Trouver le reste de  $3/2$

$$3 = 2.(1) + 1$$

Le reste est 1 on arrête. Ensuite on inverse

$$20 + 17.(-1) = 3$$

$$17 + 3.(-5) = 2$$

$$3 + 2.(-1) = 1$$

Et on remonte, on remplace on simplifie ...

$$3 + 2.(-1) = 1$$

$$3 + (17 + 3.(-5)).(-1) = 3.(6) + 17(-1) = 1$$

$$(20 + 17.(-1)).(6) + 17(-1) = 20.(6) + 17(-7) = 1$$

On a trouvé  $k = 6$  et  $x = -7$ . Mais l'inverse doit être positif. on calcule  $-7 \pmod{20} = 13$  donc  $17^{-1} = 13 \pmod{20}$ . En effet,  $17.13 = 221 = 1 \pmod{20}$ .

QED