Rappel de cours

Travail

- La composante de la force d'un point M, $\overrightarrow{F}(M)$ sur l'axe $\mathcal{O}_x$ est donnée par le produit scalaire $f(x) = \overrightarrow{F}(M).\overrightarrow{i}$.
- Le travail d'une force $\overrightarrow{F}$ sur un segment $\overrightarrow{AB}$ est donné par :

$$W_{A\to B}(\overrightarrow{F}) = \overrightarrow{F}.\overrightarrow{AB} = \int_{A\to B} \overrightarrow{F}.\overrightarrow{i}\,dx = \int_{x_a}^{x_b} f(x)dx$$

- On dira qu'une force est conservative si elle ne dépend que de la position et si son travail d'un point A au point B ne dépend pas du chemin suivi, ceci quels que soient les point A et B.

$$\forall A, B, C,\, W_{A\to B}\overrightarrow{F} = W_{A\to C}\overrightarrow{F} + W_{C\to B}\overrightarrow{F}$$

- Dans le cas où le chemin est rectiligne, si une force est conservatrice alors l'*énergie potentielle* associée à la force $\overrightarrow{F}$ est notée $E_p(x)$ est définie par :

$$W_{A\to B}(\overrightarrow{F}) = \int_{A\to B} \overrightarrow{F}.\overrightarrow{i}\,dx = E_p(x_b) - E_p(x_a)$$

.

- Le travail du poids $\overrightarrow{P} = m\overrightarrow{g}$ sur le segment $\overrightarrow{AB}$ est $W_{A\to B}(\overrightarrow{P}) = -mg(z_b - z_a) = -mgh$.
- Le travail de la force de rappel élastique d'un ressort de raideur k, $\overrightarrow{F} = -k.x\overrightarrow{i}$ est $W_{A\to B}(\overrightarrow{F}) = -\frac{1}{2}k(x_a^2 - x_b^2)$.

Énergie

- L'énergie mécanique d'un système $E_m = E_c + E_p$ avec E_c l'énergie cinétique qui dépend de la masse et de la norme de la vitesse du système physique étudié et de l'énergie potentielle E_p qui correspond aux forces exercées sur le système.
- L'énergie cinétique du système $E_c = \frac{1}{2}mv^2$
- L'énergie potentielle qui correspond à l'ensemble des forces conservatives qui s'exercent sur le systéme, $E_p(B) - E_p(A) = W_{A\to B}(\overrightarrow{F}_{conservatives})$
- $E_m(B) - E_m(A) = W_{A\to B}(\overrightarrow{F}_{non\,conservatives})$

Puissance

- La puissance P représente l'énergie transférée uniformement (ie. le travail) pendant une unité de temps, $P = \frac{W}{\Delta t}$.
- $1\,W = 1\,J.s^{-1} = 1\,N.m.s^{-1} = 1\,kg.m^2.s^{-3}$

Coordonnées polaires

$$\begin{cases} x = \rho\cos(\theta) \\ y = \rho\sin(\theta) \end{cases} \qquad \begin{cases} \rho = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \theta = \arctan(\frac{y}{x}) \end{cases}$$

Exo I

I.1.a

$$\begin{cases} x = 1\cos(30) = \frac{\sqrt{3}}{2}\,cm \\ y = 1\sin(30) = \frac{1}{2}\,cm \end{cases}$$

I.1.b

$$\begin{cases} x = 20\cos(-30) = 20\frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}\,mm \\ y = 20\sin(-30) = -20\frac{1}{2} = -10\,mm \end{cases}$$

I.1.c

$$\begin{cases} x = 8\cos(120) = -8\frac{1}{2} = 4\,mm \\ y = 8\sin(120) = 8\frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}\,mm \end{cases}$$

I.1.d

$$\begin{cases} x = 3\cos(120) = -3\frac{1}{2} = -\frac{3}{2}\,cm \\ y = 3\sin(120) = -3\frac{\sqrt{3}}{2}\,cm \end{cases}$$

I.2.a

$$\begin{cases} \rho = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34}\,cm \\ \theta = \arctan(\frac{5}{3}) = 90 - \arctan(\frac{3}{5}) = 90 - 31 = 59^\circ \end{cases}$$