## Rappel de cours

- La composante de la force d'un point $M$, $\overrightarrow{F}(M)$ sur l'axe $\mathcal{O}_x$ est donnée par le produit scalaire $f(x) = \overrightarrow{F}(M).\overrightarrow{i}$.

- Le travail d'une force $\overrightarrow{F}$ sur un segment $\overrightarrow{AB}$ est donné par :

$$W_{A\to B}(\overrightarrow{F}) = \int_{A\to B} \overrightarrow{F}.\overrightarrow{i}\,dx = \int_{x_a}^{x_b} f(x)dx$$

- On dira qu'une force est conservative si elle ne dépend que de la position et si son travail d'un point $A$ au point $B$ ne dépend pas du chemin suivi, ceci quels que soient les point $A$ et $B$.

$$\forall A, B, C,\ W_{A\to B}\overrightarrow{F} = W_{A\to C}\overrightarrow{F} + W_{C\to B}\overrightarrow{F}$$

- Dans le cas où le chemin est rectiligne, si une force est conservatrice alors l'*énergie potentielle* associée à la force $\overrightarrow{F}$ est notée $E_p(x)$ est définie par :

$$W_{A\to B}(\overrightarrow{F}) = \int_{A\to B} \overrightarrow{F}.\overrightarrow{i}\,dx = E_p(x_a) - E_p(x_b)$$

.

## Exo 1

### Q 1.1 a et b

Si la force $\overrightarrow{F_{el}}(x)$ est conservatrice alors on peut définir son énergie potentielle associée $E_{el}(x)$. La $\overrightarrow{F_{el)}}(x)$ est conservatrice si son travail d'un point $A$ au point $B$ ne dépend pas du chemin suivi sur l'axe $\mathcal{O}_x$, soit $\forall A, B, C,\ W_{A\to B}\overrightarrow{F} = W_{A\to C}\overrightarrow{F} + W_{C\to B}\overrightarrow{F}$. Le travail de la force $\overrightarrow{F_{el}}(x)$ entre les points $A$ et $B$ sur l'axe $\mathcal{O}_x$ est donné par $W_{A\to B}\overrightarrow{F} = \int_{x_a}^{x_b} f(x)dx$ avec $f(x) = -\frac{A}{x^2}$ car la force $\overrightarrow{F_{el}}(x)$ est parallèle à l'axe $\mathcal{O}_x$.

$$W_{A\to B}\overrightarrow{F_{el}} = \int_{x_a}^{x_b} -\frac{A}{x^2}dx = \left[\frac{A}{x}\right]_{x_a}^{x_b} = \frac{A}{x_a} - \frac{A}{x_b}$$

Et,

$$W_{A\to C}\overrightarrow{F_{el}} + W_{C\to B}\overrightarrow{F_{el}} = (\frac{A}{x_a} - \frac{A}{x_c}) + (\frac{A}{x_c} - \frac{A}{x_b}) = \frac{A}{x_a} - \frac{A}{x_b} = W_{A\to B}\overrightarrow{F_{el}}$$

Donc la force $\overrightarrow{F_{el}}$ est conservatrice et $E_p(x) = \frac{A}{x}$.

Pour l'origine de l'énergie potentielle associée à la force $\overrightarrow{F_{el}}$, je dirais á l'origine de l'axe $\mathcal{O}_x$ car comme les deux ions ne peuvent pas s'interpenétrer alors l'abscisse du ion $Na^+$ ne peut pas être 0.

### Q 1.2

On a:

$$\frac{dE_{rep}(x)}{dx} = -\overrightarrow{F_{rep}}.\overrightarrow{i}$$

$$\frac{dE_{rep}(x)}{dx} = \frac{d(\frac{B}{x^8})}{dx} = -\frac{8B}{x^9}$$

Donc $\overrightarrow{F_{rep}}.\overrightarrow{i} = \frac{8B}{x^9}.\overrightarrow{i}$. La force $\overrightarrow{F_{rep}}$ est répulsive car elle a le même sens que $\overrightarrow{i}$.

**Q 1.3 a**

Rappel de cours:

- L'énergie mécanique d'un système $E_m = E_c + E_p$ avec $E_c$ l'énergie cinétique qui dépend de la masse et de la norme de la vitesse du système physique étudié et de l'énergie potentielle $E_p$ qui correspond aux forces exercées sur le système.

L'énergie mécanique est égale à $E_m = E_c + E_p$. Avec l'énergie cinétique du système $E_c = \frac{1}{2}mv_0^2$ et l'énergie potentielle qui correspond aux 2 forces qui s'exercent sur le systéme, $\overrightarrow{F_{el}}$, $\overrightarrow{F_{rep}}$, $E_p = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^8}$.

**Q 1.3 b**

Les forces qui s'exercent surt le systéme sont conservatrices donc l'ènergie mécanique du système est concervée.

$$E_m = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{A}{x} + \frac{B}{x^8}$$

Comme l'ion $Na$ est lancé depuis l'infini vers l'ion $Cl$ alors à $t = 0$, $E_m = \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}3.84 \times 10^{-28}(-2 \times 10^6)^2 = 7.68 \times 10^{-16} J$.

**Q 1.3 c**

On a

$$E_m = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{A}{x} + \frac{B}{x^8}$$

$$\dot{x}^2 = \frac{2}{m}(E_m - \frac{A}{x} - \frac{B}{x^8})$$

$$\dot{x} = \sqrt{\frac{2}{m}(E_m - \frac{A}{x} - \frac{B}{x^8})}$$

Non, on ne peux pas déterminer le sens du mouvement de l'ion $Na$. Pour cela il faut connaître les conditions initiales du système.

**Q 1.3 d**

Lorsque la force électromagnétique de cohésion devient négligeable devant la force de répulsion alors

$$\dot{x} = \sqrt{\frac{2}{m}(E_m - \frac{B}{x^8})}$$

Cette équation est n'est valide que si $\frac{2}{m}(E_m - \frac{B}{x^8}) > 0$ ou $E_m > \frac{B}{x^8}$), comme $E_m$ est constant et positif, et que la fonction $\frac{B}{x^8}$ est continue, lorsque $x(t = 0) > 0$ alors on a $x(t) > 0$.

L'abscisse minimum $x_{min}$ est lorsque $E_m - \frac{B}{x^8} = 0$ ou $E_m = \frac{B}{x^8}$. Donc $x^8 = \frac{B}{E_m}$ ou $x = \sqrt[8]{\frac{B}{E_m}} = 9.90 \times 10^{-11} \approx 10^{-10}$.

Donc à la distance minimum les atomes distants de leurs rayon atomique respectif.

**Q 1.3 e**

??

**Q 1.4 a**

Lorsque le système des deux ions est à l'équilibre on a :

$$\|\overrightarrow{F_{el}}\| = \|\overrightarrow{F_{rep}}\|$$

.

$$\frac{A}{x^2} = \frac{8B}{x^9}$$

$$A = \frac{8B}{x^7}$$

$$x = \sqrt[7]{8\frac{B}{A}}$$

$$x = \sqrt[7]{8\frac{7.1 \times 10^{-96}}{2.3 \times 10^{-28}}} = 3.05 \times 10^{-10}m = 3.05\text{Å}$$

**Q 1.4 b**

Voir courbes

**Q 1.4 c**

$$\frac{\left(7.1 \cdot 10^{-96}\right)}{\left(3.05 \cdot 10^{-10}\right)^8} - \frac{\left(2.3 \cdot 10^{-28}\right)}{\left(3.05 \cdot 10^{-10}\right)} = 6.5928716310^{19}$$

QED.