## Rappel de cours

**Definition 1.** Deux suites $(u_n)_{n\geq 0}$ et $(v_n)_{n\geq 0}$ sont adjacentes ssi:

- $(u_n)_{n\geq 0}$ est croisssante et $(v_n)_{n\geq 0}$ est décroissante
- $\forall n \in \mathbb{N}, u_n \leq v_n$
- $\lim_{n\to\infty}(v_n - u_n)_{n\geq 0} = 0$

## Exercice 3

Pour que $\sum c_n z^n$ converge, il suffit de montrer, par le critère d'Abel, que $\exists M, \forall n, |\sum_{k=0}^{n} z^k| \leq M$. On a

$$|\sum_{k=0}^{n} z^k| = |1.\frac{1-z^{n+1}}{1-z}| \leq \frac{1+|z^{n+1}|}{|1-z|} < \frac{2}{|1-z|}$$

car $|z| < 1$ et $|z^n| < 1$. On a trouvé un $M = \frac{2}{1-|z|}$, ce qui permet de montrer que $\sum c_n z^n$ converge.

## Exercice 4

### Exercice 4.1.a

Calculons

$$\frac{v_n}{u_n} = \frac{\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}}{\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}-(-1)^n}} = \frac{\sqrt{n}-(-1)^n}{\sqrt{n}} = 1 - \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$$

On a $\lim_{n\to\infty} \frac{v_n}{u_n} = 1$ donc $u_n \;{}_{n\to\infty} v_n$

### Exercice 4.1.b

$v_n = \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$ converge?

1. Y a-t-il Convergence absolue? $\sum |\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}| = \sum |\frac{1}{\sqrt{n}}$ Cette suite diverge. Donc il n'y a pas de convergence absolue.
2. Cas Special Série Alternée? La série est alternée car $(-1)^n$ est alternée et $\frac{1}{\sqrt{n}}$ est positif. Il faut montrer que $\frac{1}{\sqrt{n}}$ converge vers 0. Ce qui est vrai quand $n \to \infty$. Donc, la série de terme général $v_n = \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$ converge.

QED