Feuille_3 Math_103

Rappel de cours:

•

Exercice 3.3

Exercice 3.3.1

Prenons x_1 comme inconnue sedondaire du système d'équations. Donc, $(x_1, x_2, x_3) = x_1(1, 2, -1)$ et

$$\begin{cases} x_1 = x_1 \\ x_2 = 2x_1 \\ x_3 = -x_1 \end{cases}$$

Le système d'équations est:

$$\begin{cases} 2x_1 & -x_2 & = 0 \\ -x_1 & -x_3 & = 0 \end{cases}$$

Exercice 3.3.2

Le (v, w) est libre si $\lambda_1 v + \lambda_2 w = 0 \implies \lambda_1 = \lambda_2 = 0$. Donc $\lambda_1(1, 2, -3) + \lambda_2(1, -1, 1) = 0$. Le système d'équations est:

$$\begin{cases} \lambda_1 & +\lambda_2 &= 0\\ 2\lambda_1 & -\lambda_2 &= 0\\ -3\lambda_1 & +\lambda_2 &= 0 \end{cases}$$

De L1, on a $\lambda_1 = -\lambda_2$, on remplace dans L2, $2\lambda_1 + \lambda_1 = 0$, $3\lambda_1 = 0$. Donc $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$. La famille est libre.

Le système d'équations de Vect(v, w) est

$$\begin{cases} \lambda_1 & +\lambda_2 & = x_1 \\ 2\lambda_1 & -\lambda_2 & = x_2 \\ -3\lambda_1 & +\lambda_2 & = x_3 \end{cases}$$

L1 + L2 + L3, $\lambda_2 = x_1 + x_2 + x_3$, en remplacant dans L1, on a $\lambda_1 = -x_2 - x_3$. Donc

$$\begin{cases} x_1 & = x_1 \\ 2(-x_2 - x_3) - (x_1 + x_2 + x_3) & = x_2 \\ -3(-x_2 - x_3) + (x_1 + x_2 + x_3) & = x_3 \end{cases}$$
$$\begin{cases} -x_1 - 4x_2 - 3x_3 & = 0 \\ x_1 + 4x_2 + 3x_3 & = 0 \end{cases}$$

Les équations cartésienne de Vect(v, w) est $x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 0$ ' L'espace vectoriel est un plan.

Exercice 3.4

$$\begin{cases} a+b+2c & = x \\ -2a+b-c+3d & = y \\ a+2b+3c+d & = z \\ -2a+2b+4d & = t \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b+2c & = x \\ 3b+3c+3d & = 2x+y \\ b+c+d & = z-x \\ 4b+4c+4d & = 2x+t \end{cases}$$

Feuille_3 Math_103

$$\begin{cases} a+b+2c &= x \\ b+c+d &= z-x \\ 0 &= 3(z-x)-(2x+y)=3z-5x-y \\ 0 &= 4(z-x)-(2x+t)=4z-6x-t \end{cases}$$

Trouver a, b, c, d tel que $a\vec{u_1} + b\vec{u_2} + c\vec{u_3} + d\vec{u_4} = \vec{0}$. Donc x = y = z = t = 0.

$$\begin{cases} a+b+2c &= 0 \\ b+c+d &= 0 \\ 0 &= 0 \\ 0 &= 0 \end{cases}$$

Variables primaires a, b. Variables secondaires c, d. Donc

$$\left\{ \begin{array}{ll} a & = c+d-2c = d-c \\ b & = -(c+d) \end{array} \right.$$

Donc
$$(d-c)\vec{u_1} - (c+d)\vec{u_2} + c\vec{u_3} + d\vec{u_4} = \vec{0}$$

QED