

## Rappel de cours

- Théorème de l'énergie cinétique.  $\sum_{\vec{F}} W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = E_c(t_b) - E_c(t_a)$  avec  $E_c(t) = \frac{1}{2} \|v(t)\|^2$  avec  $t_b > t_a$ .
- Le travail du poids  $\vec{P} = m \vec{g}$  sur le segment  $AB$  est  $W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = -m.g(z_b - z_a)$  avec  $z_{a(b)}$  l'altitude du point  $a$  (resp.  $b$ ). Ou  $W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = -m.g.h$  avec  $h$  la différence d'altitude entre les points  $a$  et  $b$ .
- L'énergie potentielle due au poids est égale  $m.g.z$  avec  $z$  l'altitude de la masse  $m$ .

### Exo 1

#### Q 1.1.2

D'après le théorème de l'énergie cinétique.  $\sum_{\vec{F}} W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = E_c(t_b) - E_c(t_a)$  avec  $E_c(t) = \frac{1}{2} \|v(t)\|^2$ . On a  $t_a = 0$ ,  $v(t_a) = 0$  et  $v(t_b) = 1m/s$  (i.e.  $3.6 km/h$ ) et comme on néglige les frottements et que la route est horizontale (ie. énergie potentielle est nulle), il n'y a que la force de poussée.

$$\sum_{\vec{F}} W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot 1^2 - \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot 0^2 = 500J$$

#### Q 1.1.3

On a  $W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot d$  avec  $\|\vec{F}\| = 500$ .

$$500 = 500.d$$

Donc il faut pousser la voiture sur  $1m$ .

#### Q 1.1.4

On a  $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ . Si la force est constante alors l'accélération est également constante car la masse ne change pas. Lorsque l'accélération est constante alors  $v_f = v_i + a.t$  et la distance parcourue avec une accélération constante à partir d'une vitesse initiale  $v_i$  est  $l = v_i t + \frac{1}{2} a t^2$ .

$$v_f^2 - v_i^2 = (v_i + at)^2 - v_i^2 = v_i^2 + 2v_i at + a^2 t^2 - v_i^2 = 2a(v_i t + \frac{1}{2} a t^2) = 2al$$

ou L'accélération est constante donc  $F = m.a$  et D'après le théorème de l'énergie cinétique, on a

$$\sum_{\vec{F}} W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = F.l = E_c(t_f) - E_c(t_i) = \frac{1}{2} m.v_f^2 - \frac{1}{2} m.v_i^2$$

$$m.a.l = \frac{1}{2} m(v_f^2 - v_i^2)$$

$$(v_f^2 - v_i^2) = 2a.l$$

#### Q 1.1.5

Si la vitesse est constante alors avec  $v(t_b) = v(t_a)$ , donc  $\sum_{\vec{F}} W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = E_c(t_b) - E_c(t_a) = 0$ . Le travail est nulle et comme il n'y a que la force de poussée, alors cette force est nulle.

Ceci n'est pas en accord l'expérience, car lorsque l'on pousse une voiture sur une route horizontale, il faut constamment la pousser pour qu'elle avance.

### Q 1.2.1

Si la vitesse est constante alors avec  $v(t_b) = v(t_a)$ , donc  $\sum_{\vec{F}} W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_f) = E_c(t_b) - E_c(t_a) = 0$ . Le travail est nulle et comme la force de frottement est négative (sens inverse du mouvement), alors il faut une force de poussée égale à la force de frottement.

### Q 1.2.2

Le travail fournie par la force de poussée est  $W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = F.l$  avec  $F = 50N$  et  $l = 100m$ . Donc le travail fourni est égale à  $5000J$ .

L'énergie fournie a servi à annuler la force de frottement des pneus sur la route.

## Exo 2

### Q 2.2

La variation de l'énergie potentielle est donc  $-m.g.(z_b - z_h)$  ou  $-m.g.h$  avec  $h = z_b - z_h = -9m$ .

### Q 2.3

Le travail de la force de la pesanteur est  $W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = m.g.h = 90000$ .

### Q 2.3

Selon le théorème de l'énergie mécanique  $\sum_{\vec{F}} W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = E_c(t_b) - E_c(t_a)$ . La seule force appliquée est la force de la pesanteur  $W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = 90000$ , la vitesse initiale est de  $v_i = 1m/s$ , la masse du véhicule est de  $1000kg$ . Donc la vitesse en bas de la pente est égale à  $\sqrt{\frac{2.(90000+500)}{1000}} = 13.45m/s$  (ou  $48.4km/h$ ).

## Exo 3

### Q 3.1

Non, car les déformation du véhicule absorbent une partie de l'énergie du véhicule au moment du choc. Cette partie n'est pas transmise aux occupants du véhicule. Donc, ils absorbent un choc moindre. C'est pour cela que les voitures sont fabriquées pour se déformer en cas de choc tout en protégeant l'habitacle où les passagers sont présents.

### Q 3.2.a

On a  $u_i = 0m/s$ , la seconde voiture est en stationnement.

$$\begin{cases} M\vec{V}_i + m\vec{u}_i = M\vec{V}_f + m\vec{u}_f \\ \frac{1}{2}M\|\vec{V}_i\|^2 + \frac{1}{2}m\|\vec{u}_i\|^2 = \frac{1}{2}M\|\vec{V}_f\|^2 + \frac{1}{2}m\|\vec{u}_f\|^2 + E_d \end{cases}$$

$$\begin{cases} M.V_i = M.V_f + m.u_f \\ M.V_i^2 = M.V_f^2 + m.u_f^2 + 2E_d \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_i - \frac{m}{M}u_f = V_f \\ M.V_i^2 = M.V_f^2 + m.u_f^2 + 2E_d \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_i - \frac{m}{M}u_f = V_f \\ M.V_i^2 = M.(V_i - \frac{m}{M}u_f)^2 + m.u_f^2 + 2E_d \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_i - \frac{m}{M}u_f = V_f \\ M.V_i^2 = M.V_i^2 - 2m.V_i.u_f + \frac{m^2}{M}u_f^2 + m.u_f^2 + 2E_d \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_i - \frac{m}{M}u_f = V_f \\ 0 = -2m.V_i.u_f + \frac{m^2}{M}u_f^2 + m.u_f^2 + 2E_d \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_i - \frac{m}{M}u_f = V_f \\ u_f^2(\frac{m^2}{M} + m) - 2m.V_i.u_f + 2E_d = 0 \end{cases}$$

???????

### Q 3.2.b

La condition limite est lorsque les 2 voitures ont la même vitesse après le choc. Donc on a  $V_f = u_f$ .

$$\begin{cases} M\vec{V}_i + m\vec{u}_i = M\vec{V}_f + m\vec{u}_f \\ \frac{1}{2}M\|\vec{V}_i\|^2 + \frac{1}{2}m\|\vec{u}_i\|^2 = \frac{1}{2}M\|\vec{V}_f\|^2 + \frac{1}{2}m\|\vec{u}_f\|^2 + E_d \end{cases}$$

$$\begin{cases} M.V_i = M.V_f + m.u_f \\ M.V_i^2 = M.V_f^2 + m.u_f^2 + 2E_d \end{cases}$$

$$\begin{cases} M.V_i = V_f(M + m) \\ M.V_i^2 = V_f^2(M + m) + 2E_d \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{M}{M+m}V_i = V_f \\ M.V_i^2 = (\frac{M}{M+m}V_i)^2(M + m) + 2E_d \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{M}{M+m}V_i = V_f \\ V_i^2(M - \frac{M^2}{M+m}) = 2E_d \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{M}{M+m}V_i = V_f \\ \frac{M.m}{2(M+m)}V_i^2 = E_d \end{cases}$$

Donc  $\frac{M.m}{2(M+m)}V_i^2 > E_d$ .

### Q 3.2.c

On a  $M = 1000kg$ ,  $m = 1700kg$ ,  $V_i = 50km/h = 13.83m/s$ ,  $u_i = 0$ , et  $E_d = 20000J$ .

$$\begin{cases} 1000.13.83 = 1000V_f + 1700u_f \\ 1000.(13.83)^2 = 1000V_f^2 + 1700u_f^2 + 40000 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_f = \frac{13830-1000V_f}{1700} \\ 151269 = 1000V_f^2 + 1700(\frac{13830-1000V_f}{1700})^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_f = \frac{13830-1000V_f}{1700} \\ 151269 = 1000V_f^2 + \frac{13830^2 - 2.13830.1000V_f + (1000V_f)^2}{1700} \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_f = \frac{13830-1000V_f}{1700} \\ 0 = 2700000V_f^2 - 65888400 - 27660000V_f \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_f = 0.93m/s \\ V_f = 12.24m/s \end{cases}$$

Ou

$$\begin{cases} u_f = 9.3m/s \\ V_f = -2m/s \end{cases}$$

La première solution n'est pas possible car la seconde voiture ne peut pas passer au travers de la voiture en stationnement.

**Q 3.2.d**

L'énergie dissipée par la déformation est  $E_d = 20000J$  et  $E_d = \vec{F} \cdot d$ . Donc la norme de la force est égale à  $20000/.25 = 80.000N$ .

**Q 3.2.e**

L'idée du pare-choc en ressort n'est pas une bonne idée car le ressort restitue entièrement l'énergie reçue. Donc le passager devra également absorber cette énergie.

Mais je ne comprends pas pourquoi les heurtoirs de train ont des ressorts. Ils servent à absorber le choc!!!

QED.