

## Rappel de cours

Une matrice  $n \times n$   $A$  est diagonalisable ( $A = PDP^{-1}$ ) si :

- Elle a  $n$  vecteurs propres linéairement indépendants, condition pour avoir une matrice  $P$  formée des vecteurs propres en colonne qui est inversible.
- Elle a  $n$  valeurs propres distinctes, car  $n$  valeurs propres génèrent  $n$  vecteurs propres linéairement indépendants
- $\sum \dim E_{sp_n}(A) = n$
- pour chaque valeur propre  $sp$ , on a  $\dim E_{sp}(A) = \text{multiplicité } sp$ . La multiplicité de  $sp$  le nombre de racine de  $sp$ .
- si  $\chi_A(X) = P(X)$  et  $P(X)$  est un polynome scindé (ie  $P(X) = C(X - A_1)(X - A_2) \dots (X - A_{m-1})(X - A_m)$ ).
- si  $\chi_A(X) = P(X)$  et  $P(A) = 0$ .

### Exercice 3

#### Exercice 3e

On a

$$e_n = \frac{n!}{n^n} = \frac{1.2.3 \dots (n-1).n}{1.2.3 \dots (n-1).n} < \frac{1}{n} \cdot \frac{2}{n} \cdot 1.1 \dots 1$$

On sait que la série de terme général  $\frac{1}{n^2}$  converge ( $\sum_0 \infty \frac{1}{n^2}$  converge). En appliquant le Théorème de Riemann, on déduit que la suite de terme général  $e_n$  converge.

QED