Rappel de cours

Definition 1.

Exercice 3

Exercice 3.1

$$P_u(v) = < u, v > \frac{u}{\|u\|^2}$$

Exercice 3.2

Construction d'une base $Vect(u, v')$ orthogonale à une base $Vect(u, v)$. On construit le vecteur $\overrightarrow{v'}$ dans $Vect(u, v)$ sous la forme $v+\lambda u$ de facon à avoir $< u, v' >= 0$ (procédé d'orthogonalisation de Gram-Schmidt).

$$< u, v + \lambda u >=< u, v > + < u, \lambda u >=< u, v > +\lambda < u, u >=< u, v > +\lambda \|u\|^2$$

Donc $\lambda = -\frac{<u,v>}{\|u\|^2}$ et $v' = v - \frac{<u,v>}{\|u\|^2} u = v - P_u(v)$.

Exercice 3.2

Exercice 4

Exercice 4.1

On utilise le procédé d'orthogonalisation de Gram-Schmidt, en construisant par récurence la base orthogonale à F. On note $F' = Vect(u'_1, u'_2, u'_3)$ la base orthogonale à F. On commence par prendre $u'_1 = u_1$. Donc $u'_1 = (-1, 2, 0, 2)$.

On a ensuite $u'_2 = u_2 - \frac{<u_2,u'_1>}{\|u'_1\|^2} u'_1$ avec $< u_2, u'_1 >= (0, 4, 0, -4)$ et $\|u'_1\|^2 = 9$ donc $u'_2 = (0, 4, 0, -4) - 9(-1, 2, 0, 2) = (9, -14, 0, -22)$.

On a ensuite $u'_3 = u_3 + \dots$