Exo 3.2.1

Q1

Identification du système : Le système étudié est un projectile ponctuel M de masse m lancé avec une vitesse initiale v_0 avec un angle de α_0, sans frottement.

Bilan des forces : Comme il n'y a pas de frottement, le projectile est uniquement soumis à la pesanteur.

Composantes dans un repère cartésien : à $t = 0$, le projectile se trouve à l'origine du repère. La force de la pesanteur est verticale, donc la du projectile est :

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 * cos\,\alpha_0 \\ v_y(t) = 0 \\ v_z(t) = v_0 * sin\,\alpha_0 - g * t \end{cases}$$

L'équation horaire est

$$\begin{cases} x(t) = v_0 * cos\,\alpha_0 \ * t + C_z \\ y(t) = 0 * t + C_y \\ z(t) = v_0 * sin\,\alpha_0 \ * t - \frac{1}{2} g * t^2 + C_x \end{cases}$$

À $t = 0$, le projectile se trouve aux coordonnées $(0, 0, 0)$. Donc, $C_x = C_y = C_z = 0$.

$$\begin{cases} x(t) = v_0 * cos\,\alpha_0 \ * t \\ y(t) = 0 \\ z(t) = v_0 * sin\,\alpha_0 \ * t - \frac{g*t^2}{2} \end{cases}$$

Équation de la trajectoire: $z = \frac{(v_0 * sin\,\alpha_0)}{(v_0 * cos\,\alpha_0)} * x - \frac{g*x^2}{2v_0^2 cos^2\alpha_0} = tan\,\alpha_0 * x - \frac{g*x^2}{2v_0^2 cos^2\alpha_0}$.

Fin de la trajectoire quand $z = 0$.

$$tan\,\alpha_0 * x - \frac{g * x^2}{2v_0^2 cos^2\alpha_0} = 0$$

$$\frac{sin\,\alpha_0}{cos\,\alpha_0} - \frac{g * x}{2v_0^2 cos^2\alpha_0} = 0$$

$$sin\,\alpha_0 = \frac{g * x}{2 * v_0^2 * cos\,\alpha_0}$$

$$g * x = 2 * sin\,\alpha_0 * v_0^2 * cos\,\alpha_0$$

$$x = \frac{2 * sin\,\alpha_0 * v_0^2 * cos\,\alpha_0}{g}$$

$$x = \frac{sin\,2\alpha_0 * v_0^2}{g}$$

La distance maximale est lorsque $sin\,2\alpha_0 = 1$ soit $\alpha_0 = 45^o$.