

## Exo 1

### Q préliminaire

Un mouvement rectiligne et uniforme.

### Q 1.1 part 1

(a)  $v(t) = v_0 + a_0.t$  avec  $v_0$  la vitesse initiale de la pierre et  $a_0$  l'accélération

(b)  $x(t) = v_0.t + 1/2.a_0.t^2$ . Comme la pierre est lancée de l'origine  $x_0 = 0$ .

(c) La pierre doit s'arrêter sur la cible donc  $v(t) = 0 \text{ m/s}$  (la pierre est stationnaire) et  $x(t) = l = 28 \text{ m}$  la distance du centre de la cible. Donc, il faut résoudre:

$$\begin{cases} 0 = v_0 + a_0.t \\ l = v_0.t + 1/2.a_0.t^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_0 = -a_0.t \\ l = v_0.t + 1/2.a_0.t^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_0 = -a_0.t \\ l = -a_0.t^2 + 1/2.a_0.t^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_0 = -a_0.t \\ t = \sqrt{\frac{l}{-1/2.a_0}} = \sqrt{\frac{-2.l}{a_0}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_0 = -\sqrt{-2.l.a_0} \\ t = \sqrt{\frac{l}{-1/2.a_0}} = \sqrt{\frac{-2.l}{a_0}} \end{cases}$$

Donc  $v_0 = 2.245 \text{ m/s}$  et  $t = 24.94 \text{ s}$ .

### Q 1.1 part 2

(a)  $a = \lambda.v$ , donc  $m/s^2 = \lambda.m/s$ . Donc, l'unité de  $\lambda$  est  $s^{-1}$ .

(b) On a  $\frac{dv}{dt} = a$ , donc  $\frac{dv}{dt} = -\lambda v$  ou  $\frac{dv}{dt} + \lambda v = 0$ . La solution d'une équation différentielle du premier ordre est  $Ce^{kt}$ . Prenons  $v(t) = Ce^{kt}$ . À  $t = 0$ , la vitesse initiale est  $v_0$ . Ce qui fait  $v_0 = Ce^{k.0}$ , donc  $C = v_0$ .

En remplaçant  $v$  par sa valeur dans l'équation différentielle, on a

$$\frac{d v_0 e^{kt}}{dt} + \lambda v_0 e^{kt} = 0$$

$$k.v_0 e^{kt} + \lambda v_0 e^{kt} = 0$$

$$v_0 e^{kt} (k + \lambda) = 0$$

$$k = -\lambda$$

Par conséquent  $v(t) = v_0.e^{-\lambda t}$

(c) on a  $\frac{dx}{dt} = v$ . Donc  $\frac{dx}{dt} = v_0.e^{-\lambda t}$ .

$$x(t) = \frac{-v_0}{\lambda} e^{-\lambda t}$$

### Q 1.2 part 1

(a) Oui, la vitesse initiale sur la figure 2 (2.25 m/s) est du même ordre de grandeur que la valeur calculée (2.45 m/s). La vitesse décroît selon une presque une droite ce qui indique que l'accélération est constante. La pente de la droite est environ de  $((0 - 2.25)/(22 - 0) = -0.1 \text{ m/s}^2$  qui est proche de  $0.09 \text{ m/s}^2$

(b) Á l'instant  $t = 7 \text{ s}$ , la vitesse devient constante ce qui indique un changement dans l'accélération pendant 2 secondes puis l'accélération redevient identique. AU même instant, la pierre change de trajectoire et accélère sur l'axe  $O_y$ .

(c) Entre les instants 0 et 15s la vitesse décroît linéairement. L'équation de la vitesse est  $v(t) = v_0 - at = 2.25 - 0.1t$ . L'équation horaire  $x(t)$  est  $2.25t - 0.05t^2 + x_0$ . Á l'instant  $t = 0$ , la pierre se trouve sur l'origine de l'axe donc:

$$v(t) = 2.25t - 0.05t^2$$

### Q 1.2 part 2

(a) Entre les instants 0 et  $t_1$ , la vitesse oscille autour de  $0 \text{ m/s}$ ,

(b) Pour  $t \in [0, t_1]$ ,  $v(t) = 0$ .

(c)  $v_y$  représente une vitesse, son unité est  $\text{m/s}$ .  $\tau$  est le paramètre de l'équation  $v_y(t)$ . Son unité est en seconde. L'équation est  $\text{m/s} = k_0 + k_1 * s + k_2 * s^2$ , donc  $k_0$  est en  $\text{m/s}$ ,  $k_1$  est en  $\text{m/s}^2$  et  $k_2$  est en  $\text{m/s}^3$ .

(d)

$$v(t) = \begin{cases} 0 & t \in [0, t_1] \\ k_0 + k_1 * t + k_2 * t^2 & t \in ]t_1, t_2] \end{cases}$$

$$v(t) = \begin{cases} 0 & t \in [0, 8] \\ 1.1 - 0.22 * t + 0.01 * t^2 & t \in ]8, 11] \end{cases}$$

(e) L'équation est

$$v(t) = \begin{cases} 0 & t \in [0, 8] \\ 1.1 - 0.22 * t + 0.01 * t^2 & t \in ]8, 11] \\ -0.1 & t \in ]11, 15] \end{cases}$$

### Q 1.2 part 3

- Vitesse nulle entre 0 et 8, donc pas de déplacement sur  $O_y$ .
- Entre 8 et 11, il faut intégrer la vitesse, donc  $y(t) = 1.1 * t - 0.22/2 * t^2 + 0.01/2 * t^3 + C$ . Á l'instant  $t = 8$ , la distance  $y(8) = 0$  car pas de déplacement sur  $O_y$  entre 0 et 8 s.
- Entre 11 et 15, la vitesse constante donc déplacement linéaire.  $y(t) = -0.1 t$

## Exo 2

### Q 2.1

(1) Oui.

(2) Dans le repère  $\mathcal{R}$  le marin est immobile sur l'axe  $x$  et il se trouve à l'origine du repère. Sur l'axe  $y$ , le marin descend à vitesse constante à partir de la hauteur  $h$ . Donc,

$$\begin{cases} x(t) = 0 \\ y(t) = h - 0.5t \end{cases}$$

**Q 2.2**

(1) Oui.

(2) Dans le repère  $\mathcal{R}'$  Sur l'axe  $x$ , le marin se déplace à la vitesse du bateau. Cette vitesse est constante donc son accélération est nulle. Sur l'axe  $y$ , le marin descend à vitesse constante à partir de la hauteur  $h$ . Donc, son accélération est nulle. Par conséquent, les équations sont:

$$a(t) \begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = 0 \end{cases}$$

$$v(t) \begin{cases} v_x(t) = 0 * t + 3 = 3 \\ v_y(t) = 0 * t - 0.5 = -0.5 \end{cases}$$

(3) Du (2), les équations de la trajectoire sont

$$v(t) \begin{cases} v_x(t) = 3 * t \\ v_y(t) = h - 0.5 * t \end{cases}$$

QED.