Exercice 1

D'abord toujours definir l'univers: Choisir 5 cartes parmi 32 cartes $card(\Omega) = \mathbb{C}_5^3 2$

Exercice 1.1

Pour avoir *une seule* paire, il faut 2 cartes de même hauteur, et 3 cartes qui n'ont pas cette hauteur. Pour une hauteur donnée, il y a $\mathbb{C}_2^4$ possibilités (2 couleurs parmi 4). Dans un jeu de 32 cartes, il y a 8 hauteurs différentes. Il faut 1 paire, donc $\mathbb{C}_1^8$. Maintenant, il faut s'occuper des 3 autres cartes. Comme il faut une *seule* paire, les 3 autres cartes doivent être différentes de la hauteur de la paire. Il reste donc 7 autres hauteurs donc C_3^7 et chacune des 3 cartes peut prendre n'importe qu'elle couleur donc $\mathbb{C}_1^4$. Donc

$$P(une\_seule\_paire) = \frac{\mathbb{C}_1^8.\mathbb{C}_2^4.\mathbb{C}_3^7.\mathbb{C}_1^4.\mathbb{C}_1^4.\mathbb{C}_1^4}{\mathbb{C}_5^{32}} = \frac{8.6.35.4.4.4}{201376} = 53.39\%$$

Exercice 1.2

Pour avoir *deux* paires, il faut 2 fois 2 cartes de même hauteur, et 1 cartes qui n'a pas ces hauteurs. Pour une hauteur donnée, il y a $\mathbb{C}_2^4$ possibilités (2 couleurs parmi 4). Dans un jeu de 32 cartes, il y a 8 hauteurs différentes. Il faut 1 paire, donc $\mathbb{C}_1^8$ et une seconde paire différente $\mathbb{C}_1^7$. Maintenant, il faut s'occuper de la dernière carte. Comme il faut deux paire, la dernière cartes doit être différentes de la hauteur des 2 paires. Il reste donc 6 autres hauteurs donc C_1^6 et elle peut prendre n'importe qu'elle couleur donc $\mathbb{C}_1^4$. Donc

$$P(deux\_paires) = \frac{\mathbb{C}_1^8.\mathbb{C}_2^4.\mathbb{C}_1^7.\mathbb{C}_2^4.\mathbb{C}_1^6.\mathbb{C}_1^4}{\mathbb{C}_5^{32}} = \frac{8.6.7.6.6.4}{201376} =$$

Exercice 1.3

Pour avoir un brelan, il faut 3 cartes de même hauteur, et 2 cartes qui n'ont pas cette hauteur. Pour une hauteur donnée, il y a $\mathbb{C}_3^4$ possibilités (3 couleurs parmi 4). Dans un jeu de 32 cartes, il y a 8 hauteurs différentes. Il faut 1 brelan, donc $\mathbb{C}_1^8$. Maintenant, il faut s'occuper des 2 dernières cartes. Comme il faut un brelan uniquement, les deux dernières cartes doivent être différentes de la hauteur du brelan. Il reste donc 7 autres hauteurs donc C_2^7 et elle peuvent prendre n'importe qu'elle couleur donc $\mathbb{C}_1^4$. Donc

$$P(un\_brelan) = \frac{\mathbb{C}_1^8.\mathbb{C}_3^4.\mathbb{C}_2^7.\mathbb{C}_1^4.\mathbb{C}_1^4}{\mathbb{C}_5^{32}} = \frac{8.4.21.4.4}{201376} = 5.33\%$$

Exercice 1.4

Pour avoir un carré, il faut 4 cartes de même hauteur, et 1 cartes qui n'a pas cette hauteur. Pour une hauteur donnée, il y a $\mathbb{C}_4^4$ possibilités (4 couleurs parmi 4). Dans un jeu de 32 cartes, il y a 8 hauteurs différentes. Il faut 1 carré, donc $\mathbb{C}_1^8$. Maintenant, il faut s'occuper de la dernière carte. Comme il faut un carré, la dernière carte doit être différente de la hauteur du carré. Il reste donc 7 autres hauteurs donc C_1^7 et elle peuvent prendre n'importe qu'elle couleur donc $\mathbb{C}_1^4$. Donc

$$P(un\_carre) = \frac{\mathbb{C}_1^8.\mathbb{C}_4^4.\mathbb{C}_1^7.\mathbb{C}_1^4}{\mathbb{C}_5^{32}} = \frac{8.1.7.4}{201376} = 0.11\%$$

Exercice 1.5

Pour avoir un full, il faut 3 cartes de même hauteur, et 2 cartes de même hauteur. Pour une le brelan, il y a $\mathbb{C}_3^4$ possibilités (3 couleurs parmi 4), pour la paire il y a $\mathbb{C}_2^4$ possibilités (2 couleurs parmi 4). Dans un jeu de 32 cartes, il y a 8 hauteurs différentes. Il faut 1 brelan, donc $\mathbb{C}_1^8$ et une paire donc $\mathbb{C}_1^7$ de hauteur différente. Donc

$$P(un\_full) = \frac{\mathbb{C}_1^8.\mathbb{C}_3^4.\mathbb{C}_1^7.\mathbb{C}_2^4}{\mathbb{C}_5^{32}} = \frac{8.4.7.6}{201376} = 0.66\%$$

QED