Exo 2.1.1

Q1

$x(t) = \mu * t^2 + \nu$, $x(t)$ est une distance exprimée en metre m. Donc la dimension de ν est également en m et μ est en m/s^2.

Q2

(a)
La dérivée de $f(x)$xs en x_0 est

$$f'(x_0) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

(b)

$$f'(2) = \lim_{h\to 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$$
$$f'(2) = \lim_{h\to 0} \frac{5(2+h)^2 + 3 - (5 * 2^2 + 3)}{h}$$
$$f'(2) = \lim_{h\to 0} \frac{5h^2 + 20h + 20 + 3 - 23}{h}$$
$$f'(2) = \lim_{h\to 0} \frac{5h^2 + 20h}{h}$$
$$f'(2) = \lim_{h\to 0} 5h + 20 = 20$$

(c)

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$
$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{5(x+h)^2 + 3 - (5x^2 + 3)}{h}$$
$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{5h^2 + 10xh + 5x^2 + 3 - 5x^2 - 3}{h}$$
$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{5h^2 + 10xh}{h}$$
$$f'(x) = \lim_{h\to 0} 5h + 10x = 10x$$

Q3

(a)

t_0	t_1	v_{moy}
2.0000	3.0000	25
2.0000	2.1000	20.5
2.0000	2.0100	20.05
2.0000	2.0010	20.005
2.0000	2.0001	20.0005

(b) La vitesse instantanée est

$$v(t) = lim_{\Delta_t \to 0} \frac{x(t+\Delta_t) - x(t)}{\Delta_t}$$

L'expression de la vitesse instantanée est identique à la définition de la dérivée d'une fonction (voir Question 2). Donc

$$v(t_0) = x'(t_0) = 10t_0$$
$$v(2) = 20$$

(c) Plus la valeur de Δ_t diminue, plus la valeur de la vitesse moyenne tend vers la vitesse instantanée.

Q3

(a) Équation d'une droite $y = ax + b$, la valeur de a est 20 et la droite passe par le point $(2, 23)$. Donc

$$23 = 20 * 2 - b$$

$$b = -17$$

L'équation de la droite est $y = 20x - 17$.

(b) La tangente et la droite sont confondues. La vitesse instantanée au point t_0 est $20m/s$. Donc on peut conclure que le coefficient directeur de la tangente correspond à la vitesse instantanée à ce point.