

Rappel de cours

Definition 1. La fonction indicatrice 1_A sur l'ensemble A est définie comme:

$$1_A : A \rightarrow \{0, 1\}, x \rightarrow 1_A(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x \notin A \\ 1, & \text{si } x \in A \end{cases}$$

Exercice 1

On a $1_{A^c} = 1 - 1_A$ car si $1_A(x) = 1$ alors $1_{A^c}(x) = 0$ car quand $x \in A$ alors $x \notin A^c$ (même raisonnement avec $1_A(x) = 0$), et $1_{A \cup B} = 1_A + 1_B - 1_A \cdot 1_B$ donc

$$1_{A^c \cup B^c} = 1_{A^c} + 1_{B^c} - 1_{A^c} \cdot 1_{B^c} = (1 - 1_A) + (1 - 1_B) - (1 - 1_A)(1 - 1_B) = 1 - 1_A + 1 - 1_B - (1 - 1_A - 1_B + 1_A \cdot 1_B) = 1 - 1_A \cdot 1_B$$

QED