

Rappel de cours

Definition 1. La fonction indicatrice $\mathbb{1}_A$ sur l'ensemble A est définie comme:

$$\mathbb{1}_A : A \rightarrow \{0, 1\}, x \mapsto \mathbb{1}_A(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x \notin A \\ 1, & \text{si } x \in A \end{cases}$$

Exercice 1

On a $\mathbb{1}_{A^c} = 1 - \mathbb{1}_A$ car si $\mathbb{1}_A(x) = 1$ alors $\mathbb{1}_{A^c}(x) = 0$ car quand $x \in A$ alors $x \notin A^c$ (même raisonnement avec $\mathbb{1}_A(x) = 0$), et $\mathbb{1}_{A \cup B} = \mathbb{1}_A + \mathbb{1}_B - \mathbb{1}_A \cdot \mathbb{1}_B$ donc

$$\mathbb{1}_{A^c \cup B^c} = \mathbb{1}_{A^c} + \mathbb{1}_{B^c} - \mathbb{1}_{A^c} \cdot \mathbb{1}_{B^c} = (1 - \mathbb{1}_A) + (1 - \mathbb{1}_B) - (1 - \mathbb{1}_A) \cdot (1 - \mathbb{1}_B) = 1 - \mathbb{1}_A + 1 - \mathbb{1}_B - (1 - \mathbb{1}_A - \mathbb{1}_B + \mathbb{1}_A \cdot \mathbb{1}_B) = 1 - \mathbb{1}_A \cdot \mathbb{1}_B$$

QED