## Question 3

Prenons le repère de centre $O$, avec l'axe $Ox$ aligné avec la droite $OA$. Dans ce repère, le point $A$ a l'affixe $a + i0$, le point $B = ae^{i\frac{\pi}{3}}$ car le triangle direct $ABC$ est un triangle isocèle et $O$ est le centre du triangle donc $\|OA\| = \|OB\| = \|OC\|$. Les droites $OA$ et $OB$ sont à $\frac{\pi}{3}$. L'affixe du vecteur unitaire $\overrightarrow{u}$ dirigeant la droite $OB$ est $\frac{a.e^{\frac{i\pi}{3}}}{\|OB\|} = \frac{\|OA\|.e^{\frac{i\pi}{3}}}{\|OB\|} = e^{\frac{i\pi}{3}}$. Les droites $OA$ et $OC$ sont à $\frac{2\pi}{3}$. L'affixe du vecteur unitaire $\overrightarrow{u}$ dirigeant la droite $OC$ est $\frac{a.e^{\frac{2i\pi}{3}}}{\|OC\|} = \frac{\|OA\|.e^{\frac{2i\pi}{3}}}{\|OC\|} = e^{\frac{2i\pi}{3}}$.

Dans ce repère, la rotation de centre $O$ et d'angle $\frac{2\pi}{3}$ est $r(z) = e^{\frac{2\pi}{3}}z$.

Dans ce repère, on a $\sigma_1(z) = \overline{z}$ (ie réflexion sur l'axe $Ox$).

Dans ce repère, on a $\sigma_2(z) = (e^{\frac{i\pi}{3}})^2.\overline{z} = e^{\frac{2i\pi}{3}}.\overline{z}$ (réflexion de droite $OB$).

Dans ce repère, on a $\sigma_3(z) = (e^{\frac{i2\pi}{3}})^2.\overline{z} = e^{\frac{i4\pi}{3}}.\overline{z}$ (réflexion de droite $OC$).

Donc $\sigma_1 \circ \sigma_2(z) = \overline{e^{\frac{i2\pi}{3}}.\overline{z}} = e^{\frac{-i2\pi}{3}}.z = e^{\frac{i4\pi}{3}}.z = r \circ r(z)$.

Donc $\sigma_1 \circ \sigma_3(z) = \overline{e^{\frac{i4\pi}{3}}.\overline{z}} = e^{\frac{-i4\pi}{3}}.z = e^{\frac{i2\pi}{3}}.z = r(z)$.

## Question 4

On a $\sigma_1 \circ \sigma_1 = Id$ car une réflexion est une involution.
On a

$$\sigma_1 \circ \sigma_2 = r \circ r$$

$$\sigma_1 \circ \sigma_1 \circ \sigma_2 = \sigma_1 \circ r \circ r$$

$$\sigma_2 = \sigma_1 \circ r \circ r$$

$$\sigma_2 = s \circ r \circ r$$

$$\sigma_2 = s \circ r^2$$

On a

$$\sigma_1 \circ \sigma_3 = r$$

$$\sigma_1 \circ \sigma_1 \circ \sigma_3 = \sigma_1 \circ r$$

$$\sigma_3 = \sigma_1 \circ r$$

$$\sigma_3 = s \circ r$$

QED