Exo 3.1.1

Q1

(a)

$$\overrightarrow{u} = \begin{cases} u_x = \|\overrightarrow{u}\|cos(\alpha) \\ u_y = \|\overrightarrow{u}\|sin(\alpha) \end{cases}$$

(b)

$$\overrightarrow{w} = \begin{cases} w_x = \|\overrightarrow{w}\|sin(\beta) \\ w_y = \|\overrightarrow{w}\|cos(\beta) \end{cases}$$

Q2

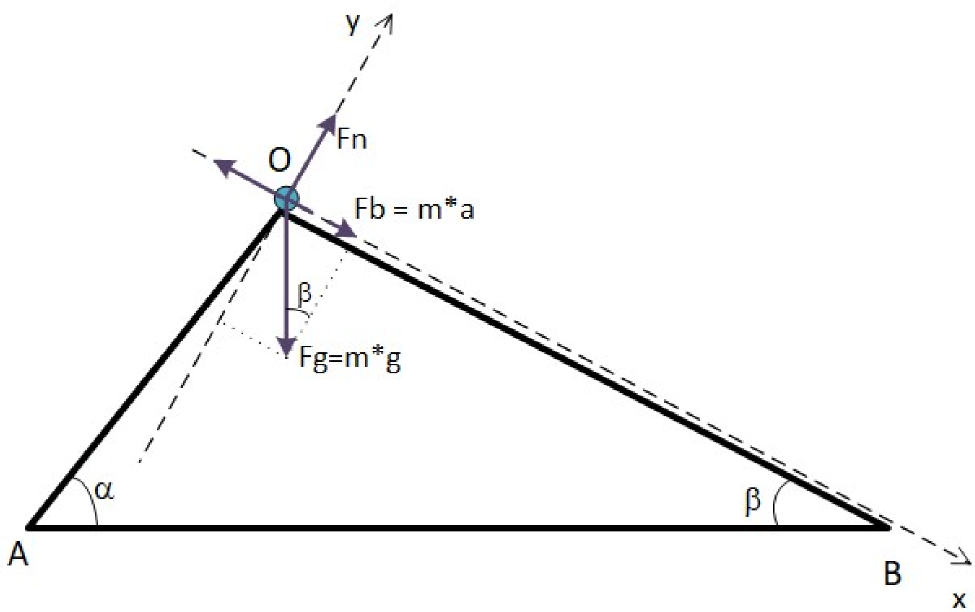

Figure 1: Pente

On va travailler dans le repère orthonormée Oxy parallèle au plan incliné.
Il y a 2 forces appliquées sur l'objet :

- la force gravitationnelle $\overrightarrow{F_g} = m\overrightarrow{g}$
- la force normale au plan $\overrightarrow{F_n}$

Dans le repère orthonormée Oxy, les 2 forces ont les valeurs suivantes:

$$\overrightarrow{w} = \begin{cases} \overrightarrow{F_n} & \overrightarrow{F_g} \\ (0, \|\overrightarrow{F_n}\|) & (m * \overrightarrow{g} * sin(\beta), -m * \overrightarrow{g} * cos(\beta)) \end{cases}$$

Comme le système n'est pas à l'équilibre, la somme des forces est égale à la force résultante. $\sum \overrightarrow{F} = \overrightarrow{F_b}$
Dans le repère orthonormée Oxy, la force résultante a la valeur: $\overrightarrow{F_b} = (m * a_b, 0)$.

$$\sum \overrightarrow{F} = \begin{cases} \sum \overrightarrow{F_x} = 0 + m * \overrightarrow{g} * sin(\beta) = m * a_b \\ \sum \overrightarrow{F_y} = \|\overrightarrow{F_n}\| + -m * \overrightarrow{g} * cos(\beta)) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m * \overrightarrow{a_b} = m * \overrightarrow{g} * sin(\beta) \\ \|\overrightarrow{F_n}\|) = m * \overrightarrow{g} * cos(\beta)) \end{cases}$$

Donc l'accélération de la boule B est $g{*}sin(\beta))$. De même pour l'accélération de la boule A est $g{*}sin(\alpha))$.

Q3

Soit h la hauteur du triangle. La longueur $OA = \frac{h}{sin(\alpha)}$ et $OB = \frac{h}{sin(\beta)}$. Comme l'accélération est constante la distance parcourue après t secondes est $d = \frac{1}{2}.a.t^2$ avec $a = g * sin(\alpha)$ et $d = OA$ pour la boule A . Donc

$$t = \sqrt{\frac{2.d}{a}}$$

.

$$t = \sqrt{\frac{2.OA}{g.sin(\alpha)}}$$

.

$$t = \sqrt{\frac{2.\frac{h}{sin(\alpha)}}{g.sin(\alpha)}}$$

.

$$t = \sqrt{\frac{2.h}{g.sin^2(\alpha)}}$$

.

De même, le temps de parcours pour la boule B; $t = \sqrt{\frac{2.h}{g.sin^2(\beta)}}$.

Q4

L'accélération est constante donc la vitesse à l'instant t est $v(t) = a.t$ avec $a = g.sin(\alpha)$ et $t = \sqrt{\frac{2.h}{g.sin^2(\alpha)}}$. Donc la vitesse de la boule A est $g.sin(\alpha).\sqrt{\frac{2.h}{g.sin^2(\alpha)}} = \sqrt{2.h.g}$ et la boule B a la même vitesse $\sqrt{2.h.g}$