Exo 3.1.1

Q1

(a)

$$\overrightarrow{u} = \begin{cases} u_x = \|\overrightarrow{u}\| cos(\alpha) \\ u_y = \|\overrightarrow{u}\| sin(\alpha) \end{cases}$$

(b)

$$\overrightarrow{w} = \begin{cases} w_x = \|\overrightarrow{w}\| sin(\beta) \\ w_y = \|\overrightarrow{w}\| cos(\beta) \end{cases}$$

Q2

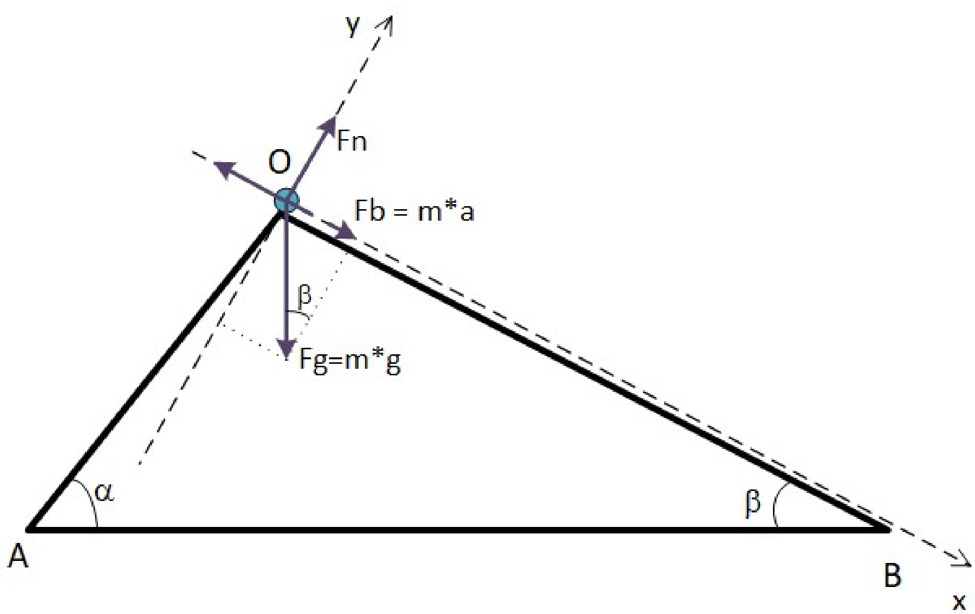

Figure 1: Pente

On va travailler dans le repère orthonormée Oxy parallèle au plan incliné.
Il y a 3 forces appliquées sur l'objet :

- la force gravitationnelle $\overrightarrow{F_g} = m\overrightarrow{g}$
- la force normale au plan $\overrightarrow{F_n}$
- la force résultante $\overrightarrow{F_b} = m\overrightarrow{a_b}$

Dans le repère orthonormée Oxy, les 3 forces ont les valeurs suivantes:

$$\overrightarrow{w} = \begin{cases} \overrightarrow{F_n} & \overrightarrow{F_b} & \overrightarrow{F_g} \\ (0, \|\overrightarrow{F_n}\|) & (-m * \overrightarrow{a_b}, 0) & (m * \overrightarrow{g} * sin(\beta), -m * \overrightarrow{g} * cos(\beta)) \end{cases}$$

La somme des forces est nulle(2nd loi de Newton).

$$\sum \overrightarrow{F} = 0$$

$$\overrightarrow{F_g} + \overrightarrow{F_n} + \overrightarrow{F_b} = 0$$

$$\sum \overrightarrow{F} = \left\{ \begin{array}{l} \sum \overrightarrow{F_x} = 0 + -m * \overrightarrow{a_b}, 0) + m * \overrightarrow{g} * sin(\beta) \\ \sum \overrightarrow{F_y} = \|\overrightarrow{F_n}\|) + 0 + -m * \overrightarrow{g} * cos(\beta)) \end{array} \right. = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m * \overrightarrow{a_b}, 0) = m * \overrightarrow{g} * sin(\beta) \\ \|\overrightarrow{F_n}\|) = m * \overrightarrow{g} * cos(\beta)) \end{array} \right.$$

Donc l'accélération de la boule B est $g * sin(\beta))$. De même pour l'accélération de la boule A est $g * sin(\alpha))$.

Q3

Soit h la hauteur du triangle. La longueur $OA = \frac{h}{sin(\alpha)}$ et $OB = \frac{h}{sin(\beta)}$. Comme l'accélération est constante la distance parcourue après t secondes est $d = \frac{1}{2}.a.t^2$ avec $a = g * sin(\alpha)$ et $d = OA$ pour la boule A . Donc

$$t = \sqrt{\frac{2.d}{a}}$$

.

$$t = \sqrt{\frac{2.OA}{g.sin(\alpha)}}$$

.

$$t = \sqrt{\frac{2.\frac{h}{sin(\alpha)}}{g.sin(\alpha)}}$$

.

$$t = \sqrt{\frac{2.h}{g.sin^2(\alpha)}}$$

.

De même, le temps de parcours pour la boule B; $t = \sqrt{\frac{2.h}{g.sin^2(\beta)}}$.

Q4

L'accélération est constante donc la vitesse à l'instant t est $v(t) = a.t$ avec $a = g.sin(\alpha)$ et $t = \sqrt{\frac{2.h}{g.sin^2(\alpha)}}$. Donc la vitesse de la boule A est $g.sin(\alpha).\sqrt{\frac{2.h}{g.sin^2(\alpha)}} = \sqrt{2.h.g}$ et la boule B a la même vitesse $\sqrt{2.h.g}$