

**Exercice 4****Question 4.3.a**

Posons

$$R = \frac{\frac{1224S^2}{\sigma^2} - 1224}{\sqrt{2048}}$$

$R$  peut être approximée par une loi normale réduite si  $E(R) = 0$  et  $V(R) = 1$  quand le nombre d'échantillon est grand. Calculons  $E(R)$ , quand il y a un grand nombre d'échantillon on a  $S^2 = \sigma^2$ , donc

$$E(R) = E\left(\frac{\frac{1224S^2}{\sigma^2} - 1224}{\sqrt{2048}}\right) = E\left(\frac{1224 - 1224}{\sqrt{2048}}\right) = E(0) = 0$$

Calculons  $V(R)$ . On sait que  $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \approx \chi_{n-1}^2$  et que  $V(\chi_{n-1}^2) = 2(n-1)$ .

$$V(R) = E\left(\frac{\frac{1224S^2}{\sigma^2} - 1224}{\sqrt{2048}}\right)^2 = \frac{1}{2048}V\left(\frac{1224S^2}{\sigma^2} - 1224\right) = \frac{1}{2048}V\left(\frac{1224S^2}{\sigma^2}\right) = \frac{1}{2048}V(\chi_{1224}^2) = \frac{1}{2048} \cdot 2(1224) = 1$$

Donc  $R$  peut être approximé par une loi normale  $N(0, 1)$ .

**Question 4.3.b**

On cherche à vérifier l'hypothèse " $H_0$ : écart-type des périmètres crâniens des garçons de la France entière = écart-type des périmètres crâniens des garçons de la région parisienne" avec un risque de 5

Calcul de  $R$  pour  $S^2 = 2.17$  et  $\sigma^2 = 1,35^2 = 1.82$ .  $R = 4.31$ . On sait que  $R$  peut être approximé par une loi normale réduite centrée donc  $N(0, 1)$ .

Si je prends un calculateur en ligne avec  $DF = 1$ ,  $CV = 4.31$  j'obtiens 3%. Donc hypothèse correcte???