《概率论与数理统计》课堂训练题组

一、　　填空题

1、设 A 与 B 为相互独立的两个事件，$P(B)>0$，则 $P(A|B)=$ _$\underline{P(A)}$___。

2、设 A 与 B 为互斥事件，$P(B)>0$，则 $P(A|B)=$ _0___

3、设有 N 件产品，其中有 D 件不合格品，今从中不放回地任取 n 件，试求这 n 件产品中恰有 K（$K\le D$）件不合格品的概率是__$\dfrac{C_D^K C_{N-D}^{n-k}}{C_N^n}$__，这个概率被称为__超几何概率__。

4、n 次贝努里试验中事件 A 在每次试验中的成功的概率为 p，则恰好成功 k 次的概率为：___$\underline{C_n^k p^k(1-p)^{n-k}}$__________。

5、已知 $X\sim N(1.5,4)$，则 $P\{X<3.5\}=$____$\Phi(1)$____；$P\{|X-3|>3.5\}=$ $\underline{2-\Phi(2.5)-\Phi(1)}$__。（请采用标准正态分布函数 $\Phi(\bullet)$ 的形式表示计算结果）

6、已知 $X\sim N(0,1)$，则 $P\{X<0\}$ 与 $P\{X>0\}$ 的关系是：__相等______。

7、事件 $\{X\le x,Y\le y\}$ 表示事件 $\{X\le x\}$ 与 $\{Y\le y\}$ 的__交___关系事件，而 $P\{X\le x,Y\le y\}=P\{X\le x\}P\{Y\le y\}$ 的充要条件是 X _与 Y 相互独立____。

8、用联合分布函数与边缘分布函数的关系表示随机变量 X 与 Y 相互独立的充分必要条件：$\underline{F(x,y)=F_X(x)\cdot F_Y(y)}$_。

9、设随机变量 $X_1,X_2,\cdots,X_n,\cdots$ 相互独立，服从同一分布，且具有数学期望和方差：$E(X_k)=\mu,D(X_k)=\sigma^2\quad(k=1,2,\cdots)$，当 n 较大时时，$\sum_{k=1}^{n}X_k$ 近似服从 $\underline{N(n\mu,n\sigma^2)}$ 分布。

10、设随机变量 $X_1,X_2,\cdots,X_n,\cdots$ 相互独立，服从同一分布，且具有数学期望和方差：$E(X_k)=\mu,D(X_k)=\sigma^2\quad(k=1,2,\cdots)$，当 n 较大时，$\sum_{k=1}^{n}X_k$ 标准化随机变量近似服从 $\underline{N(0,1)}$ 分布。

11、设总体 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ 已知，σ^2 未知，X_1,X_2,X_3 是从中抽取的一个样本。请指出下列表达式中的统计量是＿（1）（2）（3）＿。

$(1)X_1+X_2+X_3$，　$(2)\min(X_1,X_2,X_3)$，　$(3)\dfrac{\overline{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}$，　$(4)\dfrac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$

12、设总体 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ 已知，σ^2 未知，X_1,X_2,X_3 是从中抽取的一个样本。请指出下列表达式中不是统计量的是＿（4）＿。

$(1)X_1+X_2+X_3$，　$(2)\min(X_1,X_2,X_3)$，　$(3)\dfrac{\overline{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}$，　$(4)\dfrac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$

13、设随机变量 X_1,X_2,X_3,X_4 相互独立，服从相同的正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，则

$Y=\dfrac{1}{2\sigma^2}(X_1^2+X_2^2+X_3^2+X_4^2-2X_1X_2-2X_3X_4)$ 服从＿$\chi^2(2)$＿分布。

14、设随机变量 X_1,X_2,X_3,X_4 相互独立，服从相同的正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，则

$Y=\dfrac{X_1^2+X_2^2-2X_1X_2}{X_3^2+X_4^2-2X_3X_4}$ 服从＿$F(1,1)$＿分布。

15、已知总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，μ,σ^2 均未知，现从总体 X 中抽取样本 $X_1,X_2,\cdots,X_n$，则

μ 的矩估计量 $\hat{\mu}=$＿$\overline{X}$＿；σ^2 的矩估计量 $\hat{\sigma}^2=$＿$\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$＿。

16、已知总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，μ,σ^2 均未知，现从总体 X 中抽取样本 $X_1,X_2,\cdots,X_n$，则

μ 的极大似然估计量 $\hat{\mu}=$＿$\overline{X}$＿

17、如果随机变量 X 与 Y 满足 $D(X+Y)=D(X-Y)$，则协方差 $COV(X,Y)=$＿0＿，

X 与 Y＿不相关＿。

18、如果随机变量 X 与 Y 满足 $D(X+Y)=D(X-Y)$ 则 EXY 与 $EX\cdot EY$ 的关系是

＿相等＿。

19、设总体 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，从总体 X 中抽取样本 $X_1,X_2,\cdots,X_n$，样本均值为 $\overline{X}$，样本方差为 S^2，若 σ^2 未知，检验假设 $H_0:\mu=\mu_0;H_1:\mu\neq\mu_0$，则使用的统计量为＿$\dfrac{\overline{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}$＿，在显著性水平 α 下关于 H_0 的拒绝域为

$\{|\frac{\overline{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}|>t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\}$______。

20、设总体 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，从总体 X 中抽取样本 $X_1,X_2,\cdots,X_n$，样本均值为 $\overline{X}$，样本方差为 S^2，若 σ^2 未知，则总体均值 μ 的 95%的置信区间为：__见教材______。

21.设 A 与 B 为两个随机事件，则 $P(A\cup B)=$__$P(A)+P(B)-P(AB)$_。

22.随机事件 A、B，$P(A)=0.4, P(A\cup B)=0.7,$ 则 $P(AB)$ 的最大值为 **0.4** 。

23.设离散型随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases} 0 & x<-1 \\ a & -1\le x<1 \\ \frac{2}{3}-a & 1\le x<2 \\ a+b & x\ge 2 \end{cases}$$

且 $P(X=2)=\frac{1}{2}$ ，则 $a=$___$\frac{1}{6}$________，$b=$_____$\frac{5}{6}$________。

24.某人投篮命中率为 $\frac{4}{5}$，直到投中为止，所用投球数为 **4** 的概率为___$\frac{4}{625}$________。

25.设随机变量 X 与 Y 相互独立，X 服从"**0-1**"分布，$p=0.4$；Y 服从 $\lambda=2$ 的泊松分布 $P(2)$，则 $E(X+Y)=$____**2.4**_______，$D(X+Y)=$____**2.24**_______.

26.已知 $D(X)=16, D(Y)=9, \rho_{XY}=\frac{1}{3}$，则 $D(X-2Y)=$___**36**___.

27.设总体 X 服从正态分布 $N(0,\sigma^2)$，从总体中抽取样本 X_1,X_2,X_3,X_4，则统计量 $\frac{X_1^2+X_2^2}{X_3^2+X_4^2}$ 服从_______$F(2,2)$_____________分布。

28.设总体 X 服从正态分布 $N(\mu,1)$，其中 μ 为未知参数，从总体 X 中抽取容量为 **16** 的样本，样本均值 $\overline{X}=5$，则总体均值 μ 的 **95%** 的置信区间为____**（4.51，5.49）**____。

（ $Z_{0.025}=1.96$ ）

29.在假设检验中，显著性水平 α 是用来控制犯第一类错误的概率，第一类错误是指

___**原假设为真却拒绝原假设**____________。

30. 若 $\boldsymbol{X\sim N(\mu_1,\sigma_1{}^2),Y\sim N(\mu_2,\sigma_2{}^2)}$，且 $\boldsymbol{X}$ 与 $\boldsymbol{Y}$ 相互独立，则 $\boldsymbol{Z=X+Y}$ 服从

______$\boldsymbol{N(\mu_1+\mu_2,\sigma_1^2+\sigma_2^2)}$______分布。

31、设随机变量 $X\sim B(n,p)$ 且 $EX=2.4$，$DX=1.44$，则 $n=$__6_____，

$p=$___0.4_____。

32.在区间（0，1）中随机地取两个数，则这两个数之差的绝对值小于 1/2 的概率为：3/4

33、袋中有 a 个白球，b 个黑球，从中任取一个，则取得白球的概率是

$\dfrac{a}{a+b}$_____________。

34、已知 $X\sim N(-3,1),Y\sim N(2,1)$，且 X,Y 相互独立，记 $Z=X-2Y+7$, 则 $Z\sim$

N(0, 5)___。

35、设两个相互独立的随机变量 X 和 Y 的方差分别为 4 和 2，则随机变量 $3X-2Y$ 的方差

是___44____。

36、给定一组样本观测值 $X_1,X_2,\cdots,X_9$ 且得 $\sum_{i=1}^{9}X_i=45,\sum_{i=1}^{9}X_i^2=285$, 则样本方差 S^2 的观

测为 ____7.5__。

37、若 $\mathrm{X}_1,\mathrm{X}_2,\ldots,\mathrm{X}_n$ 为总体 $\mathrm{N}(\mu,9)$ 的样本，对给定的 $\alpha\in(0,1)$，则 μ 的 $1-\alpha$ 置信

区间是_________$(\bar{X}-\frac{3}{\sqrt{n}}z_{\frac{\alpha}{2}},\bar{X}+\frac{3}{\sqrt{n}}z_{\frac{\alpha}{2}})$____。

38.随机变量 $\boldsymbol{X}$ 服从参数为 1 的泊松分布，则 $P\{X=EX^2\}=$ _$\frac{1}{2}e^{-1}$______

二、选择题：

（1）设随机变量 X 服从正态分布 $N\left(\mu_1,\sigma_1^2\right)$，$Y$ 服从正态分布 $N\left(\mu_2,\sigma_2^2\right)$，且

$P\{|X-\mu_1|<1\}>P\{|Y-\mu_2|<1\}$,

（A）$\sigma_1 < \sigma_2$ （B）$\sigma_1 > \sigma_2$

（C）$\mu_1 < \mu_2$ （D）$\mu_1 > \mu_2$

（2）设一批零件的长度服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ，σ^2 均未知，现从中随机抽取 16 个零件，测得样本均值 $\bar{x}=20$（cm），样本标准差 $s=1$（cm），则 μ 的置信度为 0.90 的置信区间是

（A）$\left(20-\frac{1}{4}t_{0.05}(16), 20+\frac{1}{4}t_{0.05}(16)\right)$

（B）$\left(20-\frac{1}{4}t_{0.10}(16), 20+\frac{1}{4}t_{0.10}(16)\right)$

（C）$\left(20-\frac{1}{4}t_{0.05}(15), 20+\frac{1}{4}t_{0.05}(15)\right)$

（D）$\left(20-\frac{1}{4}t_{0.10}(15), 20+\frac{1}{4}t_{0.10}(15)\right)$

（3）.随机变量 $\boldsymbol{X \sim N(0,1), Y \sim N(1,4)}$ 且相关系数 $\boldsymbol{\rho_{XY}=1}$ 则（ ）

（A）$\boldsymbol{P\{Y=-2X-1\}=1}$（B）$\boldsymbol{P\{Y=2X-1\}=1}$

（C）$\boldsymbol{P\{Y=-2X+1\}=1}$（D）$\boldsymbol{P\{Y=2X+1\}=1}$

（4）将一枚硬币独立的掷两次，引进事件：$A_1=\{$掷第一次出现正面$\}$，$A_2=\{$掷第二次出现正面$\}$，$A_3=\{$正、反面各出现一次$\}$，$A_4=\{$正面出现两次$\}$

则（A）A_1, A_2, A_3 相互独立。 （B）A_2, A_3, A_4 相互独立。

（C）A_1, A_2, A_3 两两独立。 （D）A_2, A_3, A_4 两两独立。

（5）设 X 和 Y 都服从标准正态分布，则

（A）$X+Y$ 服从标准正态分布。

（B）X^2+Y^2 服从 χ^2 分布。

（C）X^2 和 Y^2 都服从 χ^2 分布。

（D）X^2/Y^2 服从 F 分布。

（6）将一枚硬币重复掷n次，以X和Y分别表示正面向上和反面向上的次数，则X和Y的相关系数等于

（A）-1　　（B）0　　（C）$\frac{1}{2}$　　（D）1

（7）设二维随机变量(X,Y)服从二维正态分布，则随机变量$\xi = X+Y$与$\eta = X-Y$不相关的充分必要条件为

（A）$E(X)=E(Y)$　　（B）$E(X^2)-(E(X))^2 = E(Y^2)-(E(Y))^2$

（C）$E(X^2)=E(Y^2)$　　（D）$E(X^2)+(E(X))^2 = E(Y^2)+(E(Y))^2$

（8）设随机变量$P(X_i=-1)=1/4$，$P(X_i=0)=1/2$，$P(X_i=1)=1/4\ (i=1,2)$，且满足$P\{X_1X_2=0\}=1$则$P\{X_1=X_2\}$等于：

（A）0　（B）$\frac{1}{4}$　（C）$\frac{1}{2}$　（D）1

（9）设$F_1(x)$与$F_2(x)$分别为随机变量X_1和X_2的分布函数。为使$F(x)=aF_1(x)-bF_2(x)$是某一随机变量的分布函数，在下列各组数值中应取

（A）$a=\frac{3}{5}, b=-\frac{2}{5}$　　（B）$a=\frac{2}{3}, b=\frac{2}{3}$

（C）$a=\frac{1}{2}, b=\frac{3}{2}$　　（D）$a=\frac{1}{2}, b=-\frac{3}{2}$

（10）设两个随机变量X和Y相互独立的且同分布：$P(X=-1)=P(Y=-1)=\frac{1}{2}$，$P(X=1)=P(Y=1)=\frac{1}{2}$，则下列各式中成立的是

（A）$P(X=Y)=\frac{1}{2}$　　（B）$P(X=Y)=1$

（C）$P(X+Y=0)=\frac{1}{4}$　　（D）$P(XY=1)=\frac{1}{4}$

（11）已知$0<P(B)<1$且$P[(A_1\cup A_2)|B]=P(A_1|B)+P(A_2|B)$则下列选项成立的是：

（A）$P[(A_1\cup A_2)|\overline{B}]=P(A_1|\overline{B})+P(A_2|\overline{B})$

（B）$P(A_1B\cup A_2B)=P(A_1B)+P(A_2B)$

（C）$P(A_1\cup A_2)=P(A_1|B)+P(A_2|B)$

（D）$P(B)=P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)$

（12）设 A, B 为随机事件，且 $P(B)>0, P(A|B)=1$，则必有

（A） $P(A\cup B)>P(A)$.　　　　（B） $P(A\cup B)>P(B)$.

（C） $P(A\cup B)=P(A)$.　　　　（D） $P(A\cup B)=P(B)$.

（13）设随机变量 (X,Y) 的概率分布为：

Y \ X	0	1
0	0.4	a
1	b	0.1

已知随机事件 $\{X=0\}$ 与 $\{X+Y=1\}$ 相互独立，则

（A） $a=0.2, b=0.3$　　　　（B） $a=0.4, b=0.1$

（C） $a=0.3, b=0.2$.　　　　（D） $a=0.1, b=0.4$

（14）设 X_1， X_2 $\cdots$， X_n $(n\geq 2)$ 来自总体 $N(0,1)$ 的简单随机样本，$\overline{X}$ 为样本均值，S^2 为样本方差，则

（A） $n\overline{X}\sim N(0,1)$　　　　（B） $nS^2\sim \chi^2(n)$

（C） $\dfrac{(n-1)\overline{X}}{S}\sim t(n-1)$　　　　（D） $\dfrac{(n-1)X_1^2}{\sum_{i=2}^{n}X_i^2}\sim F(1,n-1)$

（15）设随机变量 $X_1, X_2, \cdots, X_n (n>1)$ 独立同分布，且其方差为 $\sigma^2>0$. 令 $Y=\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，则

（A） $\mathrm{Cov}(X_1,Y)=\dfrac{\sigma^2}{n}$.　　　　（B） $\mathrm{Cov}(X_1,Y)=\sigma^2$.

（C） $D(X_1+Y)=\dfrac{n+2}{n}\sigma^2$.　　　　（D） $D(X_1-Y)=\dfrac{n+1}{n}\sigma^2$.

（16）设随机变量 $X \sim t(n)(n>1)$，$Y=\frac{1}{X^2}$ 则

（A）$Y \sim \chi^2(n)$。（B）$Y \sim \chi^2(n-1)$。（C）$Y \sim F(n,1)$。（D）$Y \sim F(1,n)$。

（17）设 X_1 和 X_2 是任意两个相互独立的连续型随机变量，它们的密度函数分别为 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$，分布函数分别为 $F_1(x)$ 和 $F_2(x)$，则

（A）$f_1(x)+f_2(x)$ 必为某一随机变量的概率密度。

（B）$f_1(x)f_2(x)$ 必为某一随机变量的概率密度。

（C）$F_1(x)+F_2(x)$ 必为某一随机变量的分布函数。

（D）$F_1(x)F_2(x)$ 必为某一随机变量的分布函数。

（18）设两个相互独立随机变量 X 和 Y 分别服从正态分布 $N(0,1)$ 和 $N(1,1)$，则有

（A）$P(X+Y\le 0)=\frac{1}{2}$　　　　（B）$P(X+Y\le 1)=\frac{1}{2}$

（C）$P(X-Y\le 0)=\frac{1}{2}$　　　　（D）$P(X-Y\le 1)=\frac{1}{2}$

（19）设 A、B 是两个随机事件，且 $0<P(A)<1$，$0<P(B)$，$P(B|A)=P(B|\overline{A})$ 则必有

（A）$P(A|B)=P(\overline{A}|B)$　　　　（B）$P(A|B)\ne P(\overline{A}|B)$

（C）$P(AB)=P(A)P(B)$　　　　（D）$P(AB)\ne P(A)P(B)$

（20）设两个相互独立的随机变量 X 和 Y 的方差分别为 4 和 2，则随机变量 $3X-2Y$ 的方差是

（A） 8　　（B） 16　　（C） 28　　（D） 44

（21）设随机变量 $(\boldsymbol{X},\boldsymbol{Y})$ 服从二维正态 分布，且 $\boldsymbol{X},\boldsymbol{Y}$ 不相关，$\boldsymbol{f_X(x)},\boldsymbol{f_Y(y)}$ 分别表示 $\boldsymbol{X},\boldsymbol{Y}$ 的概率密度，则在 $\boldsymbol{Y=y}$ 的条件下，$\boldsymbol{X}$ 的条件概率密度 $\boldsymbol{f_{X|Y}(x|y)}$ 为

（A） $f_X(x)$（B） $f_Y(y)$（C） $f_X(x)f_Y(y)$（D） $\frac{f_X(x)}{f_Y(y)}$

（22）设在一次试验中事件 A 发生的概率为 P,现重复进行 n 次独立试验,则事件 A 至多发生一次的概率为(　)

A. $1-p^n$　　B. p^n　　C. $1-(1-p)^n$　　D. $(1-p)^n+np(1-p)^{n-1}$

（23）设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布，且 $P\{X=1\}=P\{X=2\}$, 则 $P\{X>2\}$ 的值为（　　）

A. e^{-2}　　B. $1-\frac{5}{e^2}$　　C. $1-\frac{4}{e^2}$　　D. $1-\frac{2}{e^2}$

（24）设 X 服从 $t(n)$ 分布，$P\{|X|>\lambda\}=a$，则 $P\{X<-\lambda\}$ 为（　）

A. $\frac{1}{2}a$　　B. $2a$　　C. $\frac{1}{2}+a$　　D. $1-\frac{1}{2}a$

（25）设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2),\sigma^2$ 已知,通过样本 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 检验假设 $H_0:\mu=\mu_0$,要采用检验估计量(　　)

A. $\frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$　　B. $\frac{\overline{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}$　　C. $\frac{\overline{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}$　　D. $\frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$

（26）随机变量 X,Y 独立同分布且 X 的分布函数为 $F(x)$，则 $Z=\max\{X,Y\}$ 分布函数为（ ）

（A）$F^2(x)$（B）$F(x)F(y)$（C）$1-[1-F(x)]^2$（D）$[1-F(x)][1-F(y)]$

.

（27）设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2),\sigma^2$ 未知,通过样本 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 检验假设 $H_0:\mu=\mu_0$,要采用检验估计量(　　)

A. $\frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$　　B. $\frac{\overline{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}$　　C. $\frac{\overline{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}$　　D. $\frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$

参考答案：

1-5：ACDCC　　6-10：ABAAA　11-15：BCBDA　　16-20　CDBCD　21-27ADBAAAB