FB 10 - Institut für Mathematik
Universität Kassel
Paul Breiding

27.01.2021

Höhere Mathematik IV - Stochastik für Ingenieure
Übungsblatt 10

Aufgabe 10.1 (Quantile)

a) Die Zufallsvariable X besitze die stetige Gleichverteilung auf dem Intervall $[1, 6]$. Bestimmen Sie das 0.25-Quantil und das 0.75-Quantil von X.

b) Die Zufallsvariable X sei exponential-verteilt mit Paramter $\lambda = 1$. Bestimmen Sie das 0.25-Quantil und das 0.75-Quantil von X.

c) Bestimmen Sie die das 0.05-Quantil der $N(0, 1)$-Verteilung und das 0.95-Quantil der $N(2, 1)$-Verteilung.

Aufgabe 10.2 (Versicherungsfälle)

Ein Versicherungsunternehmen hat für ein bestimmtes Risiko die Prämie unter der Annahme von 550 EUR Kosten pro Schadensfall kalkuliert. Nach Ablauf mehrerer Monate waren $N = 256$ Schadensfälle angefallen und reguliert worden. Eine Auswertung dieser Fälle ergab einen durchschnittlichen Betrag von 561 EUR pro Schadensfall und eine Stichprobenstandardabweichung von 160 EUR. Gehen Sie davon aus, dass die Daten normalverteilt sind.

Sind die Daten verträglich mit der bisherigen Annahme, dass der Durchschnittsschaden 550 EUR beträgt (Nullhypothese)? Testen Sie zum Niveau 5%.

Aufgabe 10.3 (Dicke von Blechen)

Die Dicke eines Bleches soll 3100 μm betragen. Wir betrachten nun den folgenden Datensatz, der die Dicken in 10 μm von $n = 15$ zufällig ausgewählten Blechen enthält:

$$346,\ 363,\ 360,\ 318,\ 346,\ 268,\ 299,\ 287,\ 310,\ 349,\ 333,\ 365,\ 281,\ 265,\ 344.$$

Wir nehmen an, dass die Dicken der Bleche $N(\mu, \sigma^2)$-verteilt sind, mit unbekanntem Erwartungswert μ und unbekannter Standardabweichung σ.

Welche Entscheidung fällen Sie bei den folgenden Testproblemen zum Signifikanzniveau 5%?

i) $H_0 : \sigma = 30$ gegen $H_1 : \sigma \neq 30$,

ii) $H_0 : \sigma \geq 30$ gegen $H_1 : \sigma < 30$.

Wenn sowohl Erwartungswert als auch Standardabweichung unbekannt sind und wir eine Hypothese über die Standardabweichung testen wollen, können wir den **Varianz-Test** benutzen:

Teststatistik: $T(x) = (n-1)\,\dfrac{s(x)^2}{\sigma_0^2}$

Die Teststatistik T hat unter H_0 die Verteilung χ^2_{n-1}.

1) **zweiseitiger Varianz-Test:** $H_0\colon \sigma = \sigma_0$ vs. $H_1\colon \sigma \neq \sigma_0$.

2) **linksseitiger Varianz-Test:** $H_0\colon \sigma \geq \sigma_0$ vs. $H_1\colon \sigma < \sigma_0$.

3) **rechtsseitiger Varianz-Test:** $H_0\colon \sigma \leq \sigma_0$ vs. $H_1\colon \sigma > \sigma_0$.

Bei Signifikanz-Niveau α: **Ablehnung** von H_0, falls

in 1) $\quad T(x) < \chi^2_{n-1,\alpha/2} \quad$ oder $\quad T(x) > \chi^2_{n-1,1-\alpha/2}$;

in 2) $\quad T(x) < \chi^2_{n-1,\alpha}$;

in 3) $\quad T(x) > \chi^2_{n-1,1-\alpha}$.
