FB 10 - Institut für Mathematik
Universität Kassel
Paul Breiding

UNIKASSEL VERSITÄT

20.01.2021

Höhere Mathematik IV - Stochastik für Ingenieure
Übungsblatt 9

Aufgabe 9.1 – R (Stetige Verteilungen in R)

Erzeugen Sie in R jeweils 1000 Zufallszahlen für die folgenden Verteilungen:

a) Gleichverteilungen auf dem Intervall $[a, b]$ mit Parametern $a = 1$, $b = 4$.

b) Normalverteilung mit Parametern $(\mu, \sigma) = (3, 3)$;

c) Chi-Quadrat-Verteilung mit Parameter $n = 1, n = 3$.

Stellen Sie die Zufallszahlen grafisch dar und stellen Sie diese Grafiken den grafischen Darstellungen der entsprechenden Dichten gegenüber.

Aufgabe 9.2 (Weibull-Verteilung)

Die Weibull-Verteilung mit Skalenparameter λ und Formparameter k ist definiert durch die Dichte

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x \leq 0, \\ \frac{k}{\lambda}\left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k-1}\exp\left(-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^k\right) & \text{für } x > 0. \end{cases}$$

Ein Atomreaktor muss notfallmäßig abgeschaltet werden, wenn die Temperatur im Reaktorkern über ein bestimmtes Niveau ansteigt. Dazu werden Bimetallschalter eingebaut, die bei Überschreitung der Grenztemperatur ein Signal auslösen.Leider hat unter der gegebenen Strahlenbelastung jeder der Schalter eine begrenzte zufällige Lebensdauer X (in Tagen).

Wir modellieren die Verteilung von X mit der Weibull-Verteilung mit Skalenparameter $\lambda = 500$ und Formparameter $k = 2$.

a) Erzeugen Sie in R 1000 Zufallszahlen von X und visualisieren Sie die empirische Verteilung dieser Daten.

b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass solch ein Schalter

(i) mindestens 500 Tage funktioniert,

(ii) höchstens 1000 Tage funktioniert,

(iii) zwischen 500 und 1000 Tagen funktioniert.

c) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion $F(x)$ von X.

d) Bestimmen Sie den Erwartungswert und die Varianz von X. Sie können dabei das Ergebnis mithilfe der Gammafunktion angeben:

$$\Gamma(z) := \int_0^\infty t^{z-1}e^{-t}\,\mathrm{d}t, \quad z > 0.$$
