Somme de variables (Convolution)

Produit de convolution pour somme aléatoires

Si on a eux $v.a.\, X_1$ et X_2 on peut définir $S = X_1 + X_2$ comme:

$$f_S(x) = \int_0^x f_{X_1}(y) f_{X_2}(x-y)\, dy$$

On suit avec la fonction de répartition:

$$F_S(x) = \int_0^x f_{X_1}(y) F_{X_2}(x-y)\, dy$$

Produit de convolution pour somme discrètes

Si on a eux $v.a.\, X_1$ et X_2 on peut définir $S = X_1 + X_2$ comme:

$$f_s(k) = \sum_{j=0}^{k} f_{X_1}(j) f_{X_2}(k-j)$$

Théorème d'unicité de la FGM

Soit deux $v.a.\, X$ et Y ou les fonction génératrice de moments existe, Alors,

$$M_X(t) = M_Y(t) \Leftrightarrow F_X(x) = F_Y(x)$$

Théorème d'unicité de la TLS

Soit deux $v.a.\, X$ et Y

Alors,

$$\mathcal{L}_X(t) = \mathcal{L}_Y(t) \Leftrightarrow F_X(x) = F_Y(x)$$

Théorème d'unicité de la TLS

Soit deux $v.a.\, X$ et Y discrètes et positive

Alors,

$$\mathcal{P}_X(t) = \mathcal{P}_Y(t) \Leftrightarrow F_X(x) = F_Y(x)$$

Remarque

$$f_X(k) = \frac{1}{k!}\frac{d^k}{dt^k}\mathcal{P}_X(t)|_{t=0}$$