

# Una aproximación a la modelización de la demanda energética y la sensación térmica en España

Pedro Costa Pérez

Diciembre 2025

## 1 Resumen:

### 1.1 Objetivo:

El objetivo de este modelo es tratar de responder a las siguientes cuestiones:

- ¿Puede la sensación térmica explicar la demanda energética diaria en España?
- Si es así, ¿Cómo afecta?, ¿Cómo se relaciona?
- ¿Qué variables son mas adecuadas?
- Si la sensación térmica no acaba de explicar a la perfección la demanda, ¿Qué componentes si lo hacen?

### 1.2 Método de estudio:

1. Elección de variables explicativas y graficación del comportamiento de las mismas.
2. diagnóstico de mis datos base.
3. Búsqueda del mejor modelo y desarrollo del mismo.
4. Análisis del modelo escogido.
5. Aplicación y perspectiva desde técnicas de machine learning y deep learning.
6. Conclusiones

### 1.3 Variables:

#### Variables escogidas:

$$\text{Entalpía} = h(t, w) = 1.006t_{\text{medía}} + w(2501 + 1.86t_{\text{medía}})$$

$$\text{Inercia Térmica} = it(t_{\text{medía}}) = \alpha \cdot t_{\text{medía}} + (1 - \alpha) \cdot t_{\text{medía}_{t-1}} \quad \text{Siendo } \alpha = 0.2$$

$$\text{Ganancia Solar Pasiva} = GSP(HDD, GHI) = HDD \cdot GHI$$

## 1.4 Resultados obtenidos:

Modelo lineal final clásico: (1)

$$\begin{aligned} \text{Demanda}_t = & \alpha + 112.2 \cdot \text{Dist}_t + 739.6 \cdot D_{\text{Mar}} + 858.8 \cdot D_{\text{Mié}} + 786.8 \cdot D_{\text{Jue}} \\ & + 433.6 \cdot D_{\text{Vie}} - 2467.1 \cdot D_{\text{Sáb}} - 4083.6 \cdot D_{\text{Dom}} + \eta_t \end{aligned}$$

Donde  $\eta_t$  es:

$$(1 - 0.77L)(1 - 0.07L^7)(1 - L)\eta_t = (1 - 0.93L - 0.11L^2 + 0.11L^3)\varepsilon_t$$

La combinación de técnicas econométricas clásicas (ARIMAX) con metodologías avanzadas de Inferencia Causal (Double Machine Learning y Causal Forests) permite triangular los resultados, ofreciendo una visión robusta y matizada de la relación entre el confort térmico y la demanda eléctrica. De la convergencia de ambos análisis se derivan las siguientes conclusiones generales:

1. **Validación robusta de la Entalpía y la "Zona de Confort":** Ambos enfoques ratifican que la relación entre clima y demanda no es lineal respecto a la temperatura simple, sino que responde a una estructura en forma de "U" basada en la entalpía (energía total del aire).
  - El modelo econométrico identificó empíricamente el intervalo de confort entre **35 y 45 kJ/kg**.
  - Los modelos de ML validaron causalmente esta métrica, demostrando que la variable *Distancia a Confort* es un predictor exógeno significativo ( $p\text{-value} < 0.01$ ), confirmando que el estrés térmico (y no solo la temperatura) es el driver físico del consumo energético adicional.
2. **Consistencia y Refinamiento en la Magnitud del Impacto:** Existe una notable coherencia en la cuantificación del efecto marginal, con los modelos de IA sugiriendo una mayor sensibilidad del sistema al capturar no-linealidades complejas que el modelo lineal subestima levemente.
  - El **Modelo Lineal** estimó un incremento de **112.2 MW** por cada unidad de desviación ( $kJ/kg$ ).
  - El **Modelo DML (No lineal)** estima un efecto causal puro de **134.10 MW**.
  - *Conclusión:* Podemos afirmar con alta confianza que el coste energético del desconfort térmico oscila en este rango, siendo la estimación de DML probablemente más precisa al "limpiar" mejor el ruido mediante redes neuronales profundas.
3. **La Dualidad Calendario-Clima (Estructura vs. Sensibilidad):** Este es quizás el hallazgo más sofisticado del estudio al cruzar ambas metodologías.
  - **Estructura (Modelo Clásico):** El día de la semana determina el *Nivel Base* de la demanda. Los miércoles se consume más y los domingos mucho menos debido a la actividad económica. El calendario es el "esqueleto" de la demanda.
  - **Sensibilidad (Modelos ML):** Sin embargo, la *Reacción* al clima es inelástica al calendario. El modelo *Causal Forest* demostró que el impacto marginal de una ola de calor es prácticamente idéntico un martes que un domingo ( $\Delta \approx 5 \text{ MW}$ ).

- *Síntesis:* Aunque consumimos menos electricidad en domingo (causa estructural), nuestra necesidad de encender el aire acondicionado ante el calor es igual de urgente que un martes (causa climática).
4. **Asimetría Estacional (El matiz del ML):** Mientras que el modelo lineal estableció un promedio general, la inferencia causal desveló que el sistema no responde igual al frío que al calor. Se concluye una **dominancia del verano**, donde el impacto (274.67 MW) supera ampliamente al invierno (184.24 MW). Esto sugiere que la electrificación de la refrigeración es mucho más intensa que la de la calefacción (posiblemente sustituida por gas u otros combustibles).
  5. **Límites de la Explicabilidad Climática:** Finalmente, ambos modelos coinciden en la descomposición de la varianza. El modelo ARIMAX requirió fuertes componentes iniciales y dummies de calendario para ajustar la serie, y el DML mostró un  $R^2$  bajo sobre los residuos finales. Esto concluye que, aunque el clima es un driver causal *significativo y cuantificable*, no es el determinante *mayoritario* de la variabilidad total anómala. La demanda eléctrica sigue siendo un fenómeno eminentemente socioeconómico e inercial, sobre el cual el clima actúa como un multiplicador de carga exógeno.

## 2 Introducción

### 2.1 Variables explicativas escogidas:

Teniendo en cuenta la tendencia general de las ciencias meteorológicas actuales a escoger ciertas variables como la entalpía para describir la sensación térmica unido a la falta de modelos que tomarán variables como las tomadas en este, para responder a las cuestiones enunciadas en el punto 1 tomamos las siguientes variables:

#### 2.1.1 Entalpía:

La Entalpía indica el esfuerzo total (termodinámico) que tiene que realizar un equipo de aire acondicionado para enfriar y deshumidificar el aire hasta alcanzar la zona de confort. Por eso, es un mejor predictor del consumo eléctrico que la temperatura seca por sí sola. Además, el resultado de la entalpía mantiene una relación positiva con la humedad y la temperatura, luego tiene en cuenta el estrés térmico que es el principal indicador de la sensación térmica.

#### Fórmula de la entalpía y sus componentes:

$$\text{entalpía} = h_t(t, w) = 1.006 \cdot t_{\text{media}_t} + w \cdot (2501 + 1,86 \cdot t_{\text{media}_t})$$

1. t=temperatura de bulbo seco promedio en España.
2. w=Humedad absoluta
3. 1.006= calor específico del aire a presión constante promedio en España.
4. 2501= Calor latente de vaporización del agua promedio en España.
5. 1.86= Calor específico del vapor de agua promedio en España.
6.  $w = 0.622 \cdot \frac{P_v}{1013.25 - P_v}$ . Elementos: (0.622) es la relación de masas polares promedia, (1013.25) es la presión atmosférica en España en promedio.
7.  $P_v = \frac{\text{Humedadrelativa}}{100} \cdot P_{ws}$  Humedad relativa ponderada por la presión de vapor de agua de saturación a 0Cº.
8.  $P_{ws} = 6.112 \cdot \exp\left(\frac{17.67 \cdot T_{\text{media}}}{T_{\text{media}} + 243.5}\right)$ . Elementos: (6.112) es la presión de vapor de agua de saturación a 0 Cº; y el otro elemento de la multiplicación es un elemento ponderador meteorológico.

### 2.1.2 Inercia Térmica:

Esta variable trata de cuantificar el calor o el frío que retiene un edificio del día anterior. Definida como:

$$\text{Inercia Térmica}(T_{\text{media}}) = \alpha \cdot T_{\text{media}} + (1 - \alpha) \cdot T_{\text{media}_{t-1}}$$

En España, el edificio medio tiene una influencia para que  $\alpha = 0.2$ ; y por tanto:

$$IT_{it}(t) = 0.2 \cdot T_{\text{media}} + 0.8 \cdot T_{\text{media}_{t-1}}$$

### 2.1.3 Ganancia Solar Pasiva:

Esta variable recoge lo que muchos hogares ahorran en calefacción en invierno gracias al calor que el sol emite. Sus componentes son:  $HDD_t = \max(T_{b,heat} - T_{\text{media}_{t,0}})$ , HDD es el calor que hace falta para alcanzar una temperatura deseable en el hogar;  $T_{b,heat} \approx 18C$  que se considera que es la temperatura ambiente que es deseable alcanzar en un hogar para el bienestar (a esto hay que sumarle  $3C^{\circ}$  que en promedio suelen provenir del calor generado por electrodomésticos, personas...). A ese valor se le resta la temperatura media para que indique los grados que necesita alcanzar el hogar para contrarestar el frío de calle. Se hace un máximo con 0, puesto que se considera que, en verano, el supuesto ahorro en calefacción es obviamente no beneficioso pues no se consume calefacción, y no sería útil tratar de utilizar esta variable para medir el aumento de la demanda a causa de la irradiación solar esencialmente por que de esta tarea se encarga la inercia térmica definida en el punto anterior.

Esto se multiplica por la media diaria de la irradiación solar para ponderar y estimar así la ayuda del sol. Luego  $GHI_t = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N (kWh/m^2)_t$

$$\text{Ganancia solar pasiva} = GSP(HDD_t, GHI_t) = HDD_t \cdot GHI_t$$

## 2.2 Fuentes

Las variables climatológicas no fueron obtenidas mediante AEMET puesto que la API presentaba unas restricciones de peso de los archivos descargados muy bajas, tan bajas que tendría que haberme descargado 24 archivos csv para las variables explicativas. Y entre descarga y descarga 10 minutos de espera impuestos por la configuración de la api= 4 horas descargando archivos csv.

- Variables climatológicas: Nasa Power
- Demanda energética: Red Eléctrica española

## 2.3 Referencias Bibliográficas

- **Moral-Carcedo, J., & Vicéns-Otero, J.** (2005). Modelling the non-linear response of Spanish electricity demand to temperature variations. *Energy Economics*, 27(3), 477–494.
- **Valor, E., Meneu, V., & Caselles, V.** (2001). Daily air temperature and electricity load in Spain. *Journal of Applied Meteorology*, 40(8), 1413–1421.
- **ASHRAE** (2021). *ASHRAE Handbook: Fundamentals*. American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers. Atlanta, GA.
- **Murray, F. W.** (1967). On the computation of saturation vapor pressure. *Journal of Applied Meteorology*, 6(1), 203–204.
- **CEN** (2007). *EN 15251: Indoor environmental input parameters for design and assessment of energy performance of buildings addressing indoor air quality, thermal environment, lighting and acoustics*. Comité Européen de Normalisation (Brussels).
- **Eurostat** (2020). *Heating degree days: methodological note*. European Commission. Retrieved from ec.europa.eu.
- **Duffie, J. A., & Beckman, W. A.** (2013). *Solar engineering of thermal processes* (4th ed.). John Wiley & Sons.

### Fuentes de las constantes

- Para las constantes de entalpía: (ASHRAE, 2021)
- Para la fórmula exponencial de vapor: (Murray, 1967)
- Para la temperatura base de 18°C: (Eurostat, 2020)
- Para el parámetro =0.2: (CEN, 2007)

## 2.4 Planteamiento:

Mi planteamiento partió de la base de analizar estos datos como series temporales, con frecuencia diaria. Una vez juntados y limpiados los datasets procedí a diagnosticar los datos y en función de los resultados de las pruebas realizadas, desarrollar la búsqueda del modelo que mejor respuestas nos de.

### 3 diagnósticos de los datos:

#### 3.1 Graficación de los datos

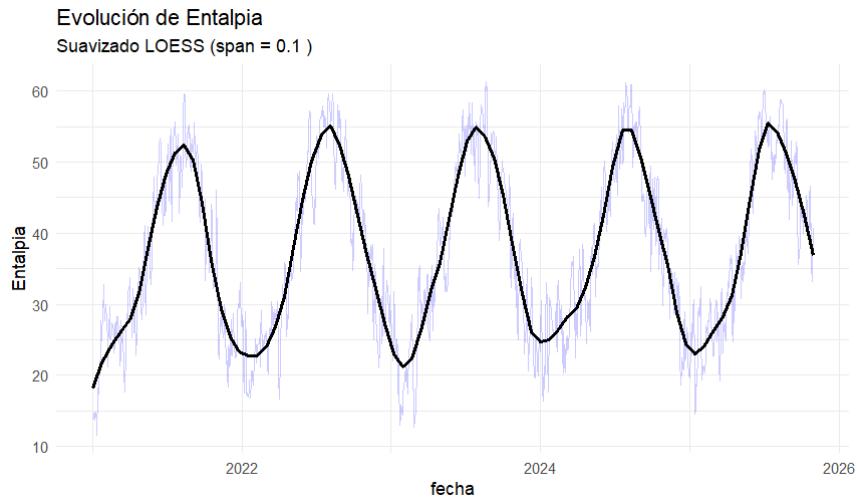


Figure 1: Evolución de la entalpía

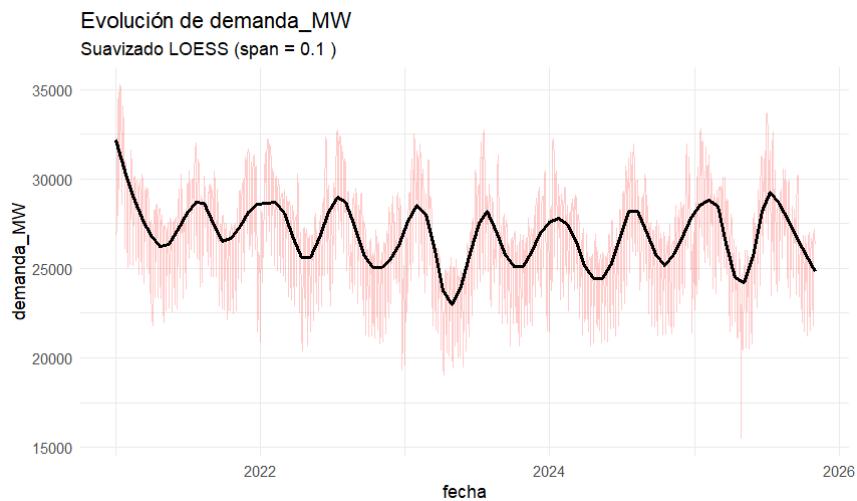


Figure 2: Evolución de la demanda

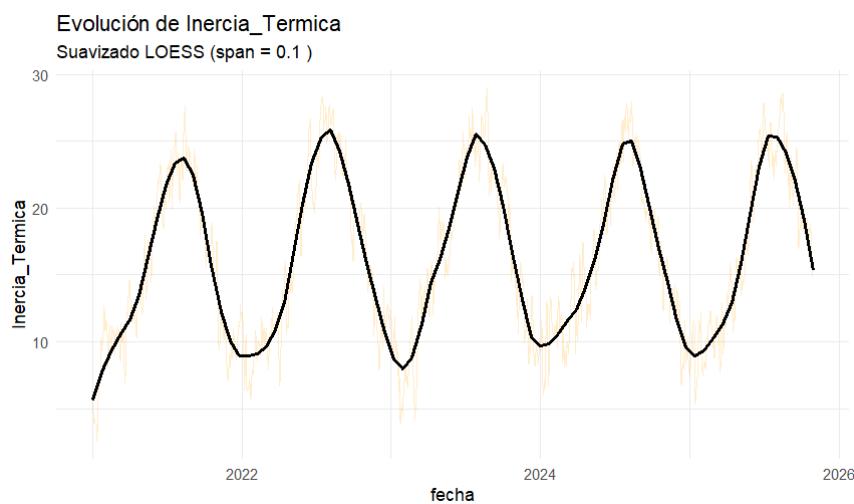


Figure 3: Evolución de la Inercia Térmica

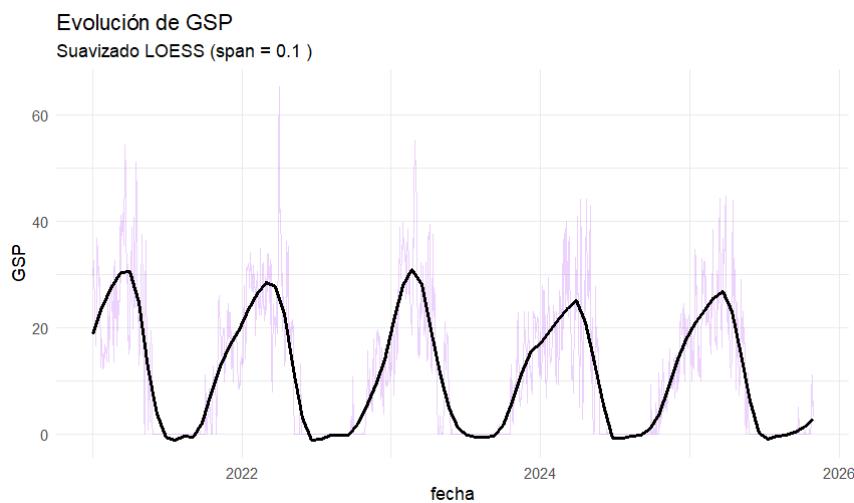


Figure 4: Evolución de la ganancia solar pasiva

### 3.2 Multicolinealidad

Para hallar la multicolinealidad se han desarrollado los procedimientos necesarios para calcular el factor de inflación de la varianza (VIF). Definido como:

$$VIF_j = \frac{1}{1 - R_j^2}$$

Proveyendo de los siguientes resultados:

Variable	Valor del VIF
entalpía	34.6882
Inercia Térmica	29.7176
Ganancia Solar Pasiva	3.8946

Table 1: Resultados del VIF

Luego encontramos altos grados de multicolinealidad en la **Entalpía y la Inercia Térmica**.

### 3.3 diagnóstico de estacionariedad mediante el test de Dickey Fuller ampliado (ADF):

Corremos el test ADF que toma la siguiente forma:

$$\Delta y_t = \alpha + \beta t + \gamma y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \delta_i \Delta y_{t-i} + \epsilon_t$$

Resultados ADF:

Variable	P-Valor del test ADF
Demanda energética	0.01
entalpía	0.237
Inercia térmica	0.271
Ganancia Solar Pasiva	0.0529

Table 2: Caption

El test ADF nos muestra estacionariedad exclusivamente en la **Demandá Energética**. Lo que hay que solventar.

### 3.4 Gráficos ACF y PACF de Y

ACF Original: Decaimiento lento y picos en 7, 14, 21 (Estacionalidad)

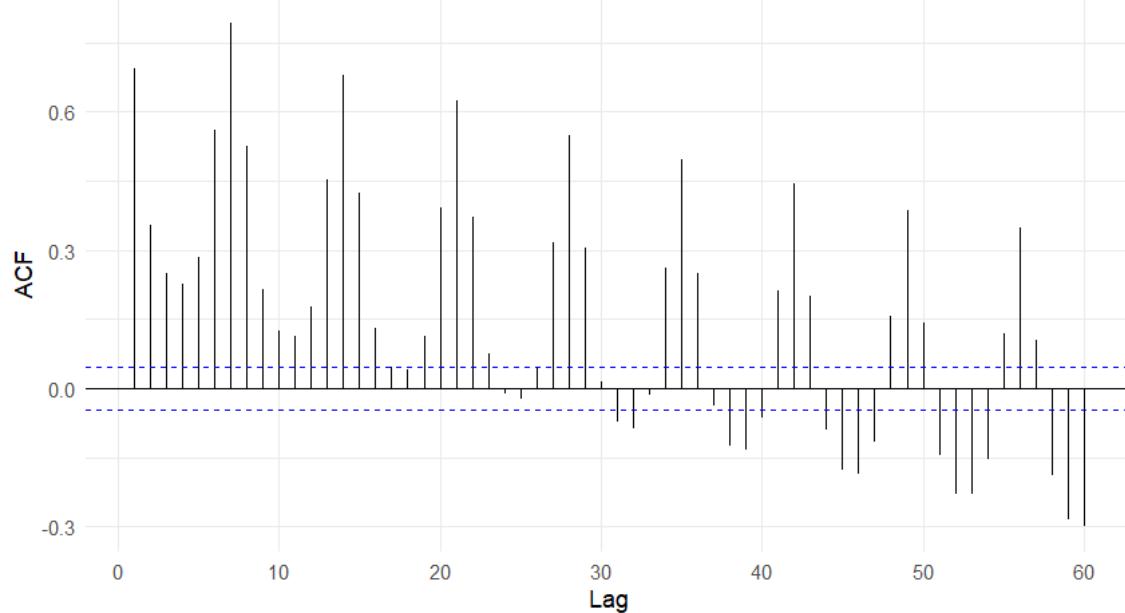


Figure 5: ACF de la Demanda

El test ADF nos ha indicado que nuestra variable Y es estacionaria, sin embargo, si observamos el gráfico ACF de Y podemos observar que no cae a cero en ningún lag lo que nos indica lo contrario. Además observamos una autocorrelación semanal.

Para asegurar que nuestra Y sea estacionaria, diferenciaremos de 7 días en 7 días y observaremos el gráfico ACF.

$$\Delta_7 Y_t = Y_t - Y_{t-7}$$

Tras diferenciar de 7 días en 7 días nuestra variable Y sus gráficos ACF y PACF se quedan así:

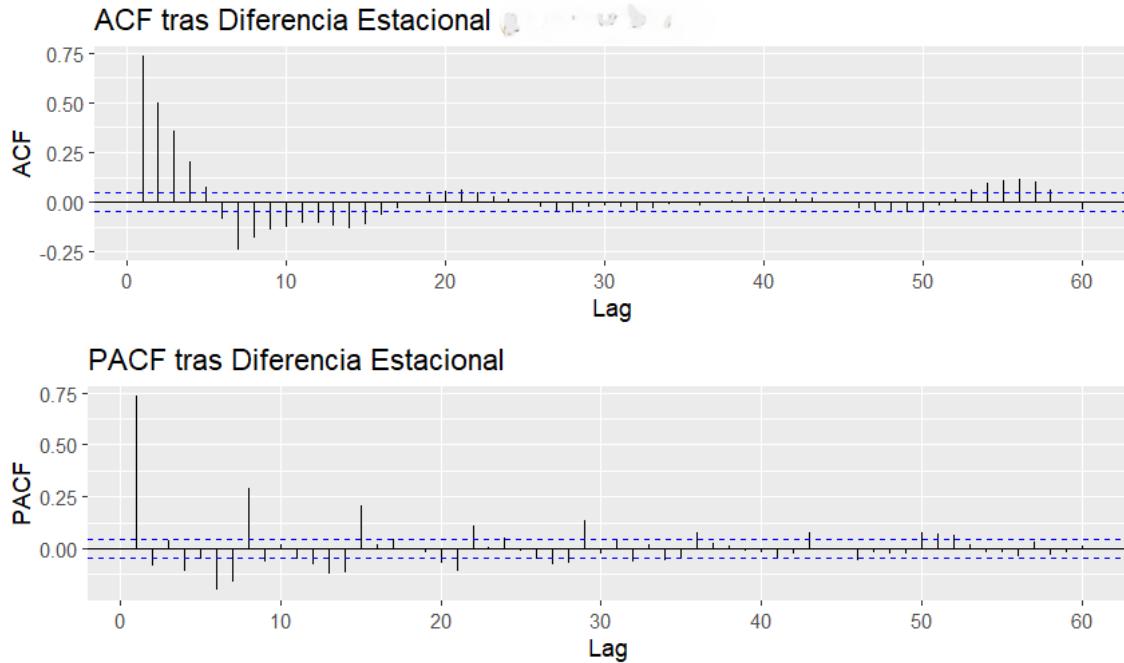


Figure 6: ACF y PACF tras la diferenciación semanal

Aunque el test ADF sugería estacionariedad en niveles (debido a la reversión a la media a largo plazo muy probablemente), la inspección visual del ACF reveló una fuerte estructura estacional y una lenta caída de las autocorrelaciones. Tras aplicar una diferenciación estacional de orden 7 ( $\Delta_7$ ), el correlograma muestra un decaimiento rápido, confirmando que la serie transformada es ahora puramente estacionaria y apta para el modelado.

### 3.5 Diferenciación de las X

Para que nuestro modelo mantenga la forma en su totalidad, el mismo ritmo temporal todo el tiempo, diferenciaremos semanalmente las x.

Tras diferenciarlas el test ADF nos devuelve los siguientes resultados:

Table 3: Resultados del Test ADF tras Diferenciación Estacional ( $\Delta_7$ )

Variable Transformada	Estadístico ( $\tau$ )	p-valor	Conclusión
$\Delta_7$ Entalpía	-14.62	< 0.01	Estacionaria
$\Delta_7$ Inercia Térmica	-13.43	< 0.01	Estacionaria
$\Delta_7$ GSP	-15.80	< 0.01	Estacionaria

### Graficación de ACF y PACF de las variables X

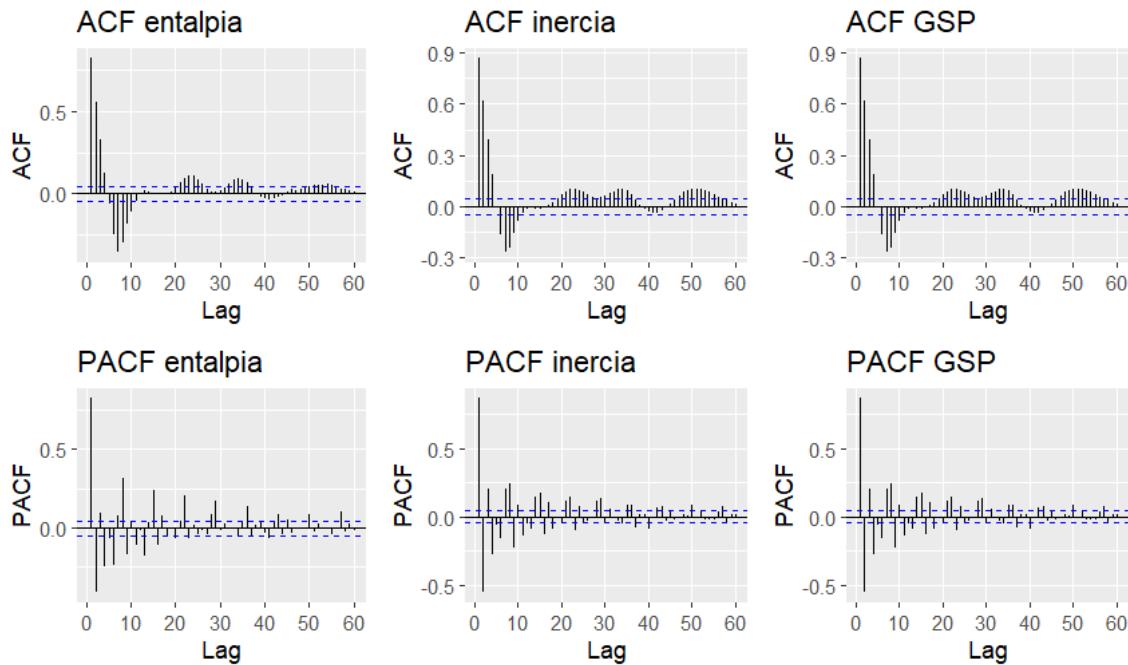


Figure 7: Enter Caption

Podemos afirmar que hemos logrado estacionariedad en el conjunto de nuestros datos gracias a la diferenciación semanal.

#### 3.5.1 VIF tras la diferenciación:

Tras la diferenciación semanal corremos una prueba VIF para detectar multicolinealidad sobre nuestras X y hallamos los siguientes resultados:

$\Delta_7 GSP$	$\Delta_7 IT$	$\Delta_7 h$
2.005320	3.99142	4.815209

Observamos que la multicolinealidad ha disminuido en gran medida gracias a la diferenciación semanal de todas nuestras variables.

### 3.6 Información recopilada sobre las variables hasta ahora:

Hasta el momento hemos hallado que:

- Hay autocorrelación semanal y diaria en el cambio semanal ( $\Delta_7 X_{it}$ ).
- Existe multicolinealidad con las variables: Entalpía e Inercia Térmica, pero NO, si las diferenciamos semanalmente.

## 4 Desarrollo del modelo:

Dado que tenemos series temporales que son aparentemente estacionarias tras haberlas diferenciado semanalmente, con lo que también hemos logrado corregir la multicolinealidad, con una breve reflexión podemos intuir que nuestra serie va a presentar autocorrelación de sus residuos diaria y semanalmente. Para justificar esta hipótesis, desarrollaremos un test de Durbin Watson a un modelo de regresión múltiple estimado mediante mínimos cuadrados ordinarios y una de Breush-Godfrey de orden 7 para la autocorrelación semanal.

### 4.1 Modelo RR.MÚLT. mediante MCO:

Primeramente correremos unos test de autocorrelación que busquen pruebas de autocorrelación diaria (orden=1) y semanal (orden=7).

El modelo de Regresión múltiple estimado mediante MCO con las diferenciaciones semanales de nuestras variables X e Y presenta la siguiente forma:

Table 4: Resultados del Modelo de Regresión Múltiple (Diferenciado)

Variable	Estimación	Error Estándar	Valor $t$	$Pr(> t )$
(Intercepto)	-9.756	41.443	-0.235	0.814
$\Delta_7 GSP_t$	83.344	6.831	12.201	< 0.001
$\Delta_7 IT_t$	-35.805	33.292	-1.075	0.282
$\Delta_7 Entalpía_t$	129.644	15.495	8.367	< 0.001
<i>Estadísticas del Modelo</i>				
$R^2$	0.0908			
$R^2_{ajustado}$	0.0892			
Error Estándar Res.	1706 (df = 1690)			
Estadístico F	56.26 (df = 3; 1690)			

Recordemos que este modelo **no es un modelo fiable** puesto que además de que va a presentar problemas de autocorrelación e ignora características inherentes a las series temporales.

#### 4.1.1 Durbin-Watson (Orden=1) Autocorrelación diaria:

El estadístico Durbin-Watson toma la forma:

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^T (\hat{e}_t - \hat{e}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^T \hat{e}_t^2}$$

Table 5: Resultados DW sobre el modelo MCO

<b>Estadístico DW</b>	0.61233
<b>P-Valor</b>	$p < 2.2 \times 10^{-16}$

Luego hallamos autocorrelación de orden 1 según el test de Durbin Watson.

#### 4.1.2 Breush-Godfrey (Orden=7) Autocorrelación semanal:

Este test corre una regresión auxiliar de los errores con nuestras variables x y los errores que llegan hasta  $\hat{e}_{t-orden}$ , tomando la siguiente forma:

$$\hat{e}_t = \gamma_0 + \gamma_1 \cdot \Delta_7 GSP_t + \gamma_2 \cdot \Delta_7 IT_t + \gamma_3 \cdot \Delta_7 h_t + \delta_1 \cdot \hat{e}_{t-1} + \delta_2 \cdot \hat{e}_{t-2} + \cdots + \delta_7 \cdot \hat{e}_{t-7} + v_t$$

Seguidamente se emplea el multiplicador de Lagrange que siguiendo una distribución ( $LM \sim \chi^2(p)$ ), toma la siguiente forma;  $LM = (T - p) \cdot R^2$  **Resultados de Breusch-Godfrey** con orden=7:

<b>Estadístico LM</b>	923.15
<b>Grados de Libertad</b>	$df = 7$
<b>P-Valor</b>	$p < 2.2 \cdot 10^{-16}$

Table 6: Resultados del test Breusch-Godfrey orden=7

**Luego hallamos autocorrelación semanal (orden=7)**

#### 4.1.3 Conclusiones sobre Autocorrelación:

Nuestro modelo presenta un fuerte grado de autocorrelación diaria y semanal, como es esperable teniendo en cuenta que hemos modelado una variable  $Y_t$  (Demanda energética) que depende del día de la semana que observemos. Y, cuando modelamos series temporales mediante MCO. Así pues, podemos afirmar que aparentemente, el consumo energético del momento t-1; influye en la demanda en el momento t; y que la demanda en el momento t-7, también influye en el momento t.

## 4.2 Modelo ARIMAX

Con las pruebas realizadas en el modelo de Regresión múltiple estimado mediante MCO, hemos confirmado que nuestros datos han de ser tratados como series temporales que son.

Así pues, a lo largo de las siguientes páginas desarrollaremos la búsqueda del mejor modelo lineal adaptado a series temporales que podamos hallar para responder a nuestros interrogantes iniciales.

Luego correremos modelos ARIMAX, para los cuales es preciso que nuestras variables sean estacionarias, y por tanto, para examinar las distintas posibilidades que la modelización lineal de series temporales mediante ARIMAX nos puede ofrecer, es preciso que sean comparadas con nuestras variables diferenciadas semanalmente en una primera aproximación. Recordemos que lo que queremos modelar es la demanda en sí misma, sin embargo, puesto que podemos volver a atrás siempre (quitar la diferenciación), pues proseguiremos con las variables diferenciadas y las quitaremos una vez escogido el modelo o hallado otra ruta mejor en la que nuestras variables sigan siendo estacionarias.

Los modelos que se van a estimar serán determinados mediante el uso del **Algoritmo de Hyndman-Khandakar**; el empleado en la función: 'auto.arima' en el lenguaje de programación: R, que estoy empleando para hacer los cálculos relativos a econometría clásica para el desarrollo de este modelo. Este algoritmo busca minimizar el estadístico AICc de todas las combinaciones de modelos ARIMA que puedan caber, pero estableciendo ciertas restricciones pues de lo contrario la cantidad de modelos probados sería infinito.

### 4.2.1 Modelo ARIMAX alfa:

En este modelo:  $Y_t = \Delta_7 \text{Demanda}; X = \Delta_7(h, it, gsp)_t$

El primer modelo ARIMAX ha devuelto la siguiente forma siguiendo el procedimiento auto.arima:

$$y_t = \beta_1 GSP_t + \beta_2 IT_t + \beta_3 H_t + \eta_t \quad (2)$$

$$(1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \phi_3 L^3 - \phi_4 L^4) \eta_t = (1 + \theta_1 L) \varepsilon_t \quad (3)$$

Donde:

- $y_t$ : Demanda eléctrica (diferenciada semanalmente).
- $GSP_t, IT_t, H_t$ : Variables exógenas (diferenciadas semanalmente).
- $\eta_t$ : Término de perturbación que sigue un proceso ARMA.
- $L$ : Operador de retardos.

Tras procesar la función `auto.arima` hemos obtenido que el modelo ARMAX óptimo para las variables escogidas anteriormente, sigue la forma: ARIMAX(4,0,1); mostrando los siguientes resultados:

Table 7: Resultados de la estimación del modelo ARMAX(4,0,1) con regresores exógenos

Variable	Coeficiente	Std. Error	z-value	P-value
<i>Parte Regresiva (Exógenas)</i>				
GSP ( $xreg_1$ )	0.7858	7.1487	0.1099	0.9125
Inercia Térmica ( $xreg_2$ )	-27.6864	28.5459	-0.9699	0.3321
Entalpía ( $xreg_3$ )	60.3222	13.3140	4.5307	< 0.001
<i>Parte ARIMA (Errores)</i>				
AR(1)	1.5097	0.0614	24.5962	< 0.001
AR(2)	-0.6898	0.0622	-11.0851	< 0.001
AR(3)	0.2224	0.0430	5.1676	< 0.001
AR(4)	-0.1566	0.0251	-6.2400	< 0.001
MA(1)	-0.7243	0.0588	-12.3080	< 0.001
<i>diagnóstico del Modelo</i>				
AIC		29689.16		
RMSE		1162.41		
Log Likelihood		-14835.58		
Ljung-Box Test (Q*)		260.28 ( $p - value < 2.2e - 16$ )		

De estos resultados podemos destacar que: a priori, las variables exógenas: GSP y la inercia térmica son muy poco significativas, a diferencia de la entalpía que si lo es, junto a los estimadores de AR y MA obtenidos por el procesado de ARIMAX. Sin embargo, el **test de Ljung-Box** indica que **los residuos no son ruido blanco y estan correlados**, luego nuestros p-valores no son totalmente fiables. Para asegurarnos, corregimos los p-valores del modelo MCO previo con HAC (Newey-West) y nos devuelven los siguientes resultados sobre su significancia:

Table 8: Resultados del *t*-test de coeficientes (con errores estándar HAC)

Coeficiente	Estimación	Error Estándar	<i>t</i> -valor	Pr(>   <i>t</i>  )
(Intercept)	-4.8321	97.5029	-0.0496	0.9605
dif7_gsp	84.7228	13.1127	6.4611	$1.359 \times 10^{-10}$
dif7_inercia	-34.4905	60.0433	-0.5744	0.5658
dif7_entalpía	130.8577	17.9000	7.3105	$4.103 \times 10^{-13}$

Luego **GSP** y **entalpía** aparentan ser estadísticamente significativos. Aunque esta última prueba ha sido realizada sobre un modelo MCO.

#### 4.2.2 Modelo ARIMAX bravo: con GSP y la Entalpía

Así pues, atendiendo al principio de parsimonia correremos un modelo arimax siguiendo los procedimientos anteriores pero esta vez sin la inercia térmica:

El modelo bravo muestra los siguientes resultados:

Table 9: Resumen del Modelo de Regresión con Errores ARIMA(4,0,1)

Coeficiente	Estimación	Error Est.	Valor z	P-value ( $Pr(> z )$ )
ar1	1.5170	0.0599	25.342	$< 2.2 \times 10^{-16}$
ar2	-0.6971	0.0619	-11.269	$< 2.2 \times 10^{-16}$
ar3	0.2253	0.0441	5.106	$3.29 \times 10^{-7}$
ar4	-0.1589	0.0257	-6.181	$6.37 \times 10^{-10}$
ma1	-0.7351	0.0571	-12.874	$< 2.2 \times 10^{-16}$
entalpía	58.3619	12.0785	4.832	$1.35 \times 10^{-6}$
gsp	1.2426	7.6480	0.163	0.8709

Estadísticos del Modelo y Ajuste	
Log Likelihood	-14264.43
AIC	28544.85
BIC	28588.27
RMSE	1177.91

Tras observar los resultados de este modelo podemos apreciar una mejora en los estadísticos AIC y BIC, y una pérdida de significancia de la variable explicativa GSP, pues su p-valor es ciertamente bajo.

#### 4.2.3 Modelo ARIMAX 2: Solo con la entalpía:

Luego atendiendo una vez mas al principio de parsimonia probaremos un modelo ARIMAX solo con la entalpía como variable explicativa exógena:

Si corremos un modelo ARIMAX solo con la entalpía nos devuelve los siguientes resultados comparados al modelo Bravo:

Table 10: Comparación de Modelos ARIMA con Regresores Exógenos

Métrica / Parámetro	Modelo Bravo (anterior punto)	Modelo 2 (Actual)
<b>Estructura</b>	ARIMA(4,0,1)	ARIMA(3,0,2)
<b>Variables Exógenas</b>	Entalpía, GSP	Entalpía
<b>AIC</b>	28544.85	<b>21923.34</b>
<b>BIC</b>	28588.27	<b>21961.30</b>
<b>RMSE (Training)</b>	1177.91	<b>1138.94</b>
<b>MAE (Training)</b>	749.88	<b>727.45</b>
<i>Análisis de Coeficientes</i>		
<b>Significancia Regresores</b>	GSP no signif. ( $p = 0.87$ )	<b>Todos signif.</b> ( $p < 0.001$ )
<b>P-value de (AR/MA)</b>	$< 2.2 \times 10^{-16}$	$< 2.2 \times 10^{-16}$
<i>diagnóstico de Residuos</i>		
<b>Ljung-Box Test (p-value)</b>	$< 2.2e - 16$	$< 2.2 \times 10^{-16}$

El modelo 2, que toma la entalpía como única variable exógena presenta mejores valores de AIC, BIC, RMSE, MAE, todas sus variables son significativas pero su test de Ljung-Box sigue dando problemas, sin embargo, sus p-valores son tan extremadamente seguros (bajos) que podemos fiarnos de los resultados.

Luego nuestro mejor modelo hasta ahora es modelo 2:

#### 4.2.4 ¿No linealidad?

En una gran cantidad de modelos desarrollados con anterioridad sobre este tema, se ha observado una gran cantidad de casos en los que las variables explicativas (variables meteorológicas) han presentado no linealidad con la demanda energética.

Para comprobar si esto es así con nuestras variables obtendremos de la siguiente manera:

1. Observaremos graficamente el comportamiento del modelo lineal contra uno no lineal.
2. Si hay sospechas de que este se adapta mejor, correremos un test de Ramsey RESET.
3. Observaremos una gráfica que contraponga una relación entre entalpía y demanda.

La Figura que aparece debajo de este texto muestra la relación entre la variación semanal de la entalpía y la demanda. Se observa que la asunción de linealidad (línea roja) no captura adecuadamente el comportamiento del cambio semanal en el consumo eléctrico en situaciones de variación extrema. En la figura observamos que la línea azul que representa una aproximación de la tendencia o forma que tomaría un modelo no lineal se desvía sustancialmente de la línea roja que representa nuestra hipótesis lineal esencialmente en los extremos de variación.

Esto puede tener sentido puesto que ante cambios drásticos en las temperaturas, el cambio respecto al tiempo de referencia sobre el que se diferencia dicho cambio es mayor. Por ejemplo: si una semana hace una temperatura media agradable como para que la gente no tenga que aclimatarse al hogar, y a la siguiente viene una ola de calor, el cambio en la demanda va a ser mayor que cuando la variación en la temperatura es mínima puesto que el nivel de la demanda va a proseguir siendo igual.

Luego, esta no linealidad, podría ser capturada por unos estimadores cuadráticos y/o cúbicos, lo cual probaremos con el test de Ramsey RESET a continuación:

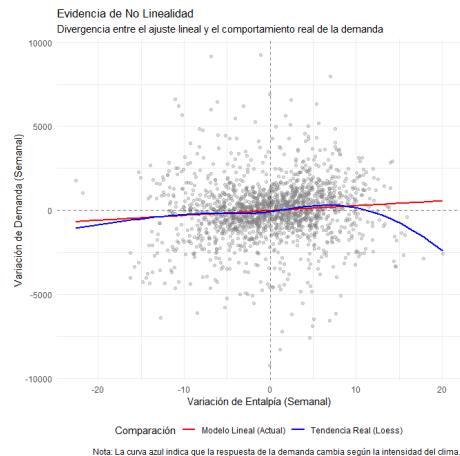


Figure 8: Enter Caption

Además, si graficamos, la relación entre la demanda (eje y), y el valor de la entalpía (eje x), hallamos el siguiente gráfico en forma de U que evidencia la relación no lineal:

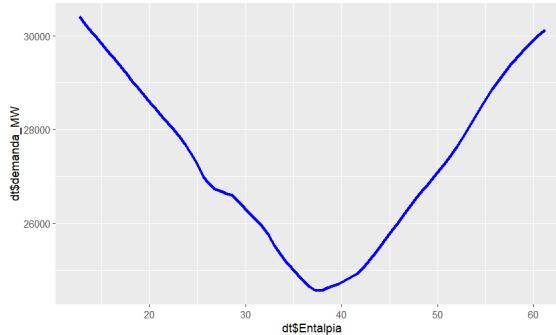


Figure 9: Demanda/Entalpía

#### Test Raamsey-Reset:

Para justificar formalmente la no linealidad que aparentemente podría presentar el modelo corremos un test de Raamsey Reset:

Este test consiste en añadir a un modelo lineal original dos variables endógenas:  $(\Delta_7 \hat{Y}_{it})^2$  y otra  $(\Delta_7 \hat{Y}_{it})^3$  o más, y comprobar si sus estimadores (que llamaremos  $\gamma$ ) son  $\gamma = 0$ . Luego el modelo auxiliar se basara en:

Modelo original lineal:  $\Delta_7 \hat{Y}_{it} = \beta_0 + \beta \cdot \Delta_7 X + \epsilon_{it}$

Modelo auxiliar:  $\Delta_7 \hat{Y}_{it} = \beta_0 + \beta \Delta_7 X + \gamma_1 \cdot \Delta_7 \hat{Y}^2 + \gamma_2 \cdot \Delta_7 \hat{Y}^3 + \dots + u_t$

Comprobaremos si  $\gamma = 0$

Si realizamos el test de raamsey reset para el modelo lineal:  $\hat{Y}_{it} = \beta_0 + \beta_1 \cdot \text{entalpía} + \epsilon_{it}$

Obtentemos los siguientes resultados:

Table 11: Resultados del Test de Especificación de Ramsey (RESET)

Hipótesis Nula ( $H_0$ )	Estadístico F	gl ( $df_1, df_2$ )	P-valor	Conclusión
Especificación Lineal Correcta	5.142	(2, 1704)	0.0059	Rechazar $H_0$

Nota: El test incluye potencias cuadráticas y cúbicas de los valores ajustados.

\*\* Significativo al nivel del 1%.

Ante estos resultados, nuestras sospechas de que un modelo no lineal podría adaptarse mejor crecen.

Podriamos probar un modelo aditivo generalizado (GAM) mediante Splines, como en ocasiones anteriores otros investigadores han desarrollado, pero no podríamos analizar el resultado de nuestro modelo pues la ecuación que estimaría un modelo GAM sería sustancialmente más compleja y farragosa al estar compuesta de una multitud de funciones suaves.

Por ello, como rival para el modelo ARIMAX 2 vamos a estimar un modelo ARIMAX que tome:  $X_{it}^2$  y  $X_{it}^3$ .

#### 4.2.5 Modelo ARIMAX no lineal:

##### Resultados del modelo cuadrático-cúbico:

Table 12: Estimación del Modelo ARIMAX con Especificación Cúbica (Descartado)

Variable	Coeficiente	Std. Error	z-value	P-value
<i>Regresores Polinómicos</i>				
Lineal ( $\Delta_7 H_t$ )	57.7303	11.4881	5.0252	< 0.001
Cuadrático ( $\Delta_7 H_t^2$ )	-0.7215	0.7646	-0.9436	0.3454
Cúbico ( $\Delta_7 H_t^3$ )	-0.0296	0.0695	-0.4256	0.6704
<i>Bondad de Ajuste</i>				
AIC	28888.83 (vs. 22636.14 en Modelo 2)			
RMSE	1172.86 (vs. 1157.45 en Modelo 2)			

Nota: Los términos de orden superior no son estadísticamente significativos.

##### Interpretación:

El test Ramsey RESET nos ha señalado anteriormente que en principio un modelo no lineal podría ser mejor opción, sin embargo, los p-valores de los coeficientes cúbicos y cuadráticos;  $H^2$  ( $p = 0.34$ ) y  $H^3$  ( $p = 0.67$ ) indican lo contrario. Muy probablemente debido a la alta multicolinealidad entre las potencias de la variable que inflan la varianza de los estimadores lo que anula la significancia individual. Además, el indicador AIC indica que este es un peor modelo al igual que RMSE.

#### 4.2.6 Modelo ARIMAX 2 dummyficado y sin diferenciación:

Sin embargo, el **Test de Ljung-Box** sigue indicando que un grado **alto de autocorrelación persiste en el modelo**. Por intuición, es muy probable que esto se deba a la correlación que no hemos tratado de relacionar en ningún momento que existe entre la demanda energética con el día de la semana que se obsevre, y, con el fin de tratar de responder a nuestras cuestiones iniciales que remiten a: ¿influyen realmente la sensación térmica en la demanda? necesitamos resultados más fiables, luego añadir unas variables "dummies" que recojan el día de la semana que se trata podría captar la autocorrelación residual persistente y darnos unos valores más fiables de nuestras variables explicativas para así responder a las cuestiones enunciadas primeramente.

Recordemos que nuestro objetivo es tratar de explicar la **demandas energéticas**, y NO el **cambio semanal en la demanda energética**. Por ello, aprovechando que es muy probable que las dummies mantengan la estacionariedad de nuestras variables exógenas correremos el siguiente modelo:

Para asegurar que nuestro modelo sea fiable, hemos ejecutado un script en el que hemos comprobado previamente que con la adición de las dummies del día de la semana lograbamos estacionariedad en todas nuestras variables sin diferenciarlas.

Table 13: Resultados del Modelo ARIMAX(1,0,2)(0,0,1)[7] con Transformación Box-Cox ( $\lambda \approx 0.52$ )

Variable	Coeficiente	Error Estándar	Z-value	P-value
<i>Parte Determinista (Regresión)</i>				
Intercepto (Base Domingo)	344.1665	3.3879	101.59	$< 2.2e^{-16}$
Entalpía	0.3449	0.0674	5.12	$3.09e^{-07}$
Dummy Lunes	30.5368	0.5064	60.30	$< 2.2e^{-16}$
Dummy Martes	36.8259	0.6575	56.01	$< 2.2e^{-16}$
Dummy Miércoles	37.3477	0.6843	54.58	$< 2.2e^{-16}$
Dummy Jueves	36.7520	0.6846	53.69	$< 2.2e^{-16}$
Dummy Viernes	34.3120	0.6577	52.17	$< 2.2e^{-16}$
Dummy Sábado	12.8283	0.5062	25.34	$< 2.2e^{-16}$
<i>Parte Estocástica (ARIMA)</i>				
AR(1)	0.9415	0.0108	87.21	$< 2.2e^{-16}$
MA(1)	-0.1063	0.0274	-3.88	0.0001
MA(2)	-0.2010	0.0284	-7.08	$1.41e^{-12}$
SMA(1) [7]	0.0979	0.0260	3.77	0.0001

Box-Cox Lambda = 0.5203.  $\sigma^2 = 49.98$ . AICc = 11496.92.

Ljung-Box Test (Q\*): p-value = 0.4837 (Ruido Blanco).

El modelo ajustado es una regresión dinámica con errores ARIMA(1,0,2)(0,0,1)<sub>7</sub> y transformación Box-Cox. Matemáticamente, el proceso generador de datos se define como:

$$Y_t^{(\lambda)} = \mu_t + N_t \quad (4)$$

Donde  $Y_t^{(\lambda)}$  es la demanda transformada con  $\lambda \approx 0.52$ . El componente determinista de la media,  $\mu_t$ , captura el efecto de la temperatura (Entalpía) y el perfil fijo semanal:

$$\mu_t = \alpha + \gamma X_t + \sum_{j=1}^6 \beta_j D_{j,t} \quad (5)$$

Donde:

- $\alpha$ : Intercepto (Nivel base del día de referencia, Domingo).
- $X_t$ : Variable exógena (Entalpía).
- $D_{j,t}$ : Variables binarias (*dummy*) para los días Lunes a Sábado.

El término de error estocástico,  $N_t$ , sigue un proceso estacionario ARMA estacional:

$$(1 - \phi_1 B)N_t = (1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2)(1 + \Theta_1 B^7)\varepsilon_t \quad (6)$$

#### 4.2.7 Justificación de la Eliminación de la Diferenciación ( $\nabla_7$ )

La decisión de no utilizar el operador de diferencia estacional, definido como  $\nabla_7 Y_t = Y_t - Y_{t-7}$ , se sustenta en dos pruebas formales: El test ADF y Ljung-Box; que se desarrollarán a continuación en los siguientes puntos:

#### 4.2.8 Prueba de Raíz Unitaria (Test ADF)

La diferenciación es necesaria solo si la serie presenta una raíz unitaria estacional o regular. Se aplicó el test de Dickey-Fuller Aumentado (ADF) sobre los residuos de la regresión lineal

$$\hat{\varepsilon}_t = Y_t - (\hat{\alpha} + \hat{\gamma} X_t + \sum \hat{\beta} D_t)$$

**Resultado:** Se obtuvo un  $p$ -valor  $< 0.05$  (significativo).

**Conclusión:** Al rechazar  $H_0$ , confirmamos que la inclusión de las variables *dummy* ( $D_{j,t}$ ) elimina satisfactoriamente la tendencia estocástica estacional. Luego la diferenciación semanal no es necesaria.

#### 4.2.9 Validación de Ruido Blanco (Test Ljung-Box)

La validez de la estructura de correlación del modelo ARIMAX(1,0,2) sin diferenciación se verifica mediante el test de Ljung-Box sobre los residuos finales:

$$H_0 : \rho_k = 0 \quad \forall k \text{ (Los residuos son ruido blanco independientemente distribuidos)}$$
$$H_1 : \exists k \text{ tal que } \rho_k \neq 0 \text{ (Existe autocorrelación residual)}$$

**Resultado:** Se obtuvo un  $Q^* = 9.5185$  con un  $p$ -valor = 0.4837.

**Conclusión:** Dado que  $p > 0.05$ , no hay evidencia para rechazar  $H_0$ . Esto implica que el modelo captura toda la estructura de dependencia temporal. Si la eliminación de la diferenciación semanal hubiera sido incorrecta, los residuos mostrarían una fuerte autocorrelación en el retardo 7 ( $k = 7$ ), lo cual no ocurre.

#### 4.2.10 Interpretación de los Coeficientes

La significancia estadística de las variables *dummy* confirma que la estacionalidad semanal es, en gran medida, un fenómeno determinista y no estocástico. Por ejemplo, el coeficiente del Miércoles ( $\beta_{Mier} \approx 37.35$ ) indica un aumento constante y predecible en la demanda respecto al Domingo, validando el uso de valores sin diferenciar en lugar de diferenciaciones semanales.

### 4.3 ¿Es viable este proceder con el resto de las X iniciales?:

Tras correr este último modelo en el que las dummies diárias han captado la estacionariedad y han logrado correr un modelo limpio, nos preguntaremos naturalmente lo siguiente: ¿Y que pasa con el resto de x iniciales? ¿funcionarán? Probemoslo: Para elegir si hay algún modelo viable, vamos a ponerlos a competir entre ellos, vamos a organizar una "carrera de modelos". Para participar en esta carrera impondremos los siguientes requisitos, si se incumple cualquiera de los siguientes requisitos lo descartaremos:

1. El test de Ljung-Box ha de señalar que los residuos son **Ruido Blanco**
2. Ese modelo ha de tener todos sus  $p - valores < 0.05$ .

Si hay modelos que cumplan los dos requisitos anteriores, los pondremos a competir entre ellos. Compararemos sus estadísticos **AIC** y **BIC**. Para hallar los modelos posibles, se probarán todas las combinaciones posibles con nuestras variables x iniciales, se estimará el mejor modelo para cada combinación mediante el Algoritmo de Hyndman-Khandakar, y el mejor de estos modelos será comparado con nuestro modelo lineal estrella hasta el momento.

**El modelo ganador ha sido el modelo que toma la inercia térmica:**

#### 4.3.1 Modelo ARIMAX con IT:

Tras el proceso de selección basado en la minimización del Criterio de Información de Akaike (AIC) y la verificación de la significancia individual de los regresores, el modelo óptimo identificado corresponde a una especificación **ARIMAX(1,0,2)(0,0,1)<sub>7</sub>**. La variable endógena, la demanda eléctrica ( $y_t$ ), fue sometida a una transformación de Box-Cox con  $\lambda \approx 0.52$  para estabilizar la varianza.

El modelo resultante toma la siguiente forma:

$$y_t^{(\lambda)} = \alpha + \beta_1 \text{Inercia}_t + \sum_{j=1}^6 \delta_j D_{j,t} + \eta_t \quad (7)$$

Donde  $y_t^{(\lambda)}$  es la serie transformada tal que  $y_t^{(\lambda)} = \frac{y_t^\lambda - 1}{\lambda}$  (Box-Cox),  $D_{j,t}$  representa las variables ficticias (dummies) para los días de la semana (Lunes a Sábado, con Domingo como categoría base) y  $\eta_t$  es el término de error estocástico que sigue una estructura SARIMA dada por:

$$(1 - \phi_1 L)\eta_t = (1 + \theta_1 L + \theta_2 L^2)(1 + \Theta_1 L^7)\varepsilon_t \quad (8)$$

Siendo  $L$  el operador de retardo ( $L^k y_t = y_{t-k}$ ) y  $\varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$ .

#### Estimación de Parámetros

La Tabla 14 muestra los estimadores de máxima verosimilitud para los parámetros del modelo. Todos los regresores exógenos, incluida la *Inercia Térmica*, resultaron estadísticamente significativos al nivel de confianza del 99% ( $p < 0.01$ ).

Table 14: Estimación de los coeficientes del modelo ARIMAX (Foxtrot)

Parámetro	Estimación	Error Est.	Z-value	P-valor
<i>Componentes ARIMA</i>				
AR(1) ( $\phi_1$ )	0.9414	0.0109	86.31	$< 2.2e^{-16}$
MA(1) ( $\theta_1$ )	-0.1092	0.0275	-3.98	$6.97e^{-05}$
MA(2) ( $\theta_2$ )	-0.2027	0.0285	-7.12	$1.09e^{-12}$
SMA(1) ( $\Theta_1$ )	0.0906	0.0261	3.47	0.0005
<i>Regresores Exógenos</i>				
Intercepto ( $\alpha$ )	347.8147	3.5705	97.41	$< 2.2e^{-16}$
Inercia ( $\beta_1$ )	0.5683	0.1699	3.35	0.0008
<i>Efectos de Calendario (Dummies)</i>				
$D_{\text{Lunes}}$	30.5816	0.5057	60.47	$< 2.2e^{-16}$
$D_{\text{Martes}}$	36.8483	0.6564	56.14	$< 2.2e^{-16}$
$D_{\text{Miércoles}}$	37.4598	0.6824	54.90	$< 2.2e^{-16}$
$D_{\text{Jueves}}$	36.8594	0.6825	54.00	$< 2.2e^{-16}$
$D_{\text{Viernes}}$	34.3181	0.6567	52.26	$< 2.2e^{-16}$
$D_{\text{Sábado}}$	12.8239	0.5056	25.36	$< 2.2e^{-16}$

### Bondad de Ajuste y diagnóstico

El desempeño del modelo se resume en la Tabla 15. Se destaca un Error Porcentual Absoluto Medio (MAPE) de 2.21%, indicando una alta capacidad predictiva dentro de la muestra. Adicionalmente, el test de Ljung-Box aplicado a los residuos no permite rechazar la hipótesis nula de no autocorrelación ( $p > 0.05$ ), validando la suficiencia del modelo para capturar la dinámica de la serie.

Table 15: Estadísticos de Ajuste y diagnóstico de Residuos

Métrica de Ajuste	Valor	dianóstico	Valor
Log-Likelihood	-5742.85	Ljung-Box $Q^*$	9.7237
AIC	11511.69	Grados de libertad	10
BIC	11582.40	<b>Ljung-Box p-val</b>	<b>0.4651</b>
Sigma <sup>2</sup>	50.42	Transformación ( $\lambda$ )	0.5202
RMSE	912.37		
MAPE	2.21%		

## 5 Aproximación al modelo final:

### 5.1 Mejor Modelo lineal con las variables iniciales:

Tabla comparativa del modelo IT contra modelo entalpía:

Table 16: Comparación de Resultados: Modelo Entalpía vs. Modelo IT

Parámetro	Modelo Entalpía (Var: Entalpía)		Modelo IT (Var: Inercia)	
	Estim. (E.E.)	p-valor	Estim. (E.E.)	p-valor
<b>Especificación y Transformación</b>				
Estructura ARIMA	$(1, 0, 2)(0, 0, 1)_7$		$(1, 0, 2)(0, 0, 1)_7$	
Box-Cox ( $\lambda$ )	0.5203		0.5202	
<b>Parte Determinista (Regresión)</b>				
Intercesto ( $\alpha$ )	344.166 (3.388)	< 0.001	347.815 (3.571)	< 0.001
Coef. Exógena ( $\beta$ )	0.345 (0.067)	< 0.001	0.568 (0.170)	< 0.001
<b>Parte Estocástica (ARIMA)</b>				
AR(1) ( $\phi_1$ )	0.942 (0.011)	< 0.001	0.941 (0.011)	< 0.001
MA(1) ( $\theta_1$ )	-0.106 (0.027)	< 0.001	-0.109 (0.028)	< 0.001
MA(2) ( $\theta_2$ )	-0.201 (0.028)	< 0.001	-0.203 (0.029)	< 0.001
SMA(1) ( $\Theta_1$ )	0.098 (0.026)	< 0.001	0.091 (0.026)	< 0.001
<b>Bondad de Ajuste</b>				
AIC	<b>11496.92</b>		11511.69	
Varianza ( $\sigma^2$ )	<b>49.98</b>		50.42	
Ljung-Box ( $p$ -val)	<b>0.4837</b>		0.4651	

Notas: E.E. = Error Estándar. Todos los coeficientes son signif. al 0.1%.

Luego nuestro ganador parece ser el **MODELO entalpía**

Tras todo el desarrollo anterior, hemos acabado con el siguiente modelo:

$$\begin{aligned}
 Y_t^{0.5203} = & 344.1665 + 0.3449 \cdot \text{Entalpía}_t + 30.5368 \cdot D_{Lun,t} \\
 & + 36.8259 \cdot D_{Mar,t} + 37.3477 \cdot D_{Mié,t} + 36.7520 \cdot D_{Jue,t} \\
 & + 34.3120 \cdot D_{Vié,t} + 12.8283 \cdot D_{Sáb,t} + N_t
 \end{aligned}$$

Siendo  $N_t$  (la dinámica de los errores):

$$(1 - 0.9415L)N_t = (1 - 0.1063L - 0.2010L^2)(1 + 0.0979L^7)\varepsilon_t$$

## **5.2 Otra aproximación a este modelo:**

Si repasamos el desarrollo del modelo hasta el momento, y apreciamos todos los pasos que hemos dado, hay uno de ellos especialmente, el de la consideración de la no linealidad que parece dejar un mal sabor de boca.

La entalpía puede explicar de manera lineal la demanda energética, si, pero si reflexionamos sobre el resultado de nuestro último modelo hay algo que no cuadra. A partir de la ecuación resultante observamos que: ( $\beta_h = 0.3449$ ). Luego la a mayor entalpía mayor demanda, ¿no?, si hace mas calor la gente consume mas electricidad ¿cierto?. Pero, paremos a pensar un momento, ¿y el frío?. La función de entalpía depende de la temperatura media y la humedad, pero la necesidad de aclimatar un espacio, en función de la sensación térmica no solo surge cuando hace calor, también con el frío, de ahí la forma de U del gráfico que nos recomendaba una aproximación no lineal en el punto en el que valorábamos la no linealidad.

En nuestro modelo último (modelo entalpía) que parecería ser el destino del camino que hemos seguido hasta el momento encontramos el siguiente problema:

El modelo capta la entalpía con un coeficiente positivo, quizás por que en España, al ser un territorio con climas predominantemente muy cálidos, es mas significativo el gasto realizado en épocas de calor en aire acondicionado que el gasto en calefacción en épocas de frío, además, para combatir el frío hay mas sistemas de calefacción que no emplean electricidad (estufas de gas, pellets, parafina...) que para el calor. Luego ahí tenemos una mala interpretación clara. Este fallo por parte de la entalpía hace que el componente dinámico del modelo presente la forma que presenta: los valores están muy correlados con el día anterior por que si hay una ola de frío durante 2 o 3 días, la demanda sube durante dos o tres días, y si no la hay, y la demanda esta baja durante unos días, es probable que sea por que durante varios días hay buen clima. El componente semanal se ve mas bien en el hecho de que el día de la semana es muy significativo por los hábitos sociales y laborales.

Entonces, ¿Cómo procedemos?

### **5.2.1 Nueva variable: GRADO DE CONFORT:**

La solución para este último problema sería una variable que indicará como de "agobiada" está la gente, ya sea por frío o por calor.

Para ello, pues podemos crear una variable que denominaremos: "Grado de Confort", que será, cuando haga frío la distancia de la entalpía media del día al límite inferior de un intervalo que delimita la zona de confort, y cuando haga calor, cuanto se desvía la entalpía del día al grado máximo de entalpía que puede soportar una persona sin aclimatarse.

Según la aproximación de los límites de la zona de confort de la norma ASHRAE 55 proyectados sobre las isocoras de entalpía en una carta psicométrica, el intervalo de confort de la entalpía va de (35-60). Sin embargo, este intervalo es un dato de referencia generalista que no tiene por qué adaptarse a como reacciona el español medio al frío o al calor. Para encontrar el intervalo perfecto para España haremos lo siguiente.

Modelaremos todas las combinaciones posibles entre 35 y 60 para los valores del intervalo de confort (sin modificar el límite inferior (frío)), y miraremos qué modelo se adapta mejor.

El siguiente gráfico ilustra la convergencia de tres métricas de evaluación ( $R^2$ , AIC y RMSE de Validación Cruzada) hacia un óptimo global en el intervalo de entalpía [40, 45]. La coincidencia de los máximos en las tres métricas confirma que la elección de un umbral superior de 45 no solo maximiza el ajuste matemático, sino que también garantiza la robustez predictiva del modelo frente a datos desconocidos.

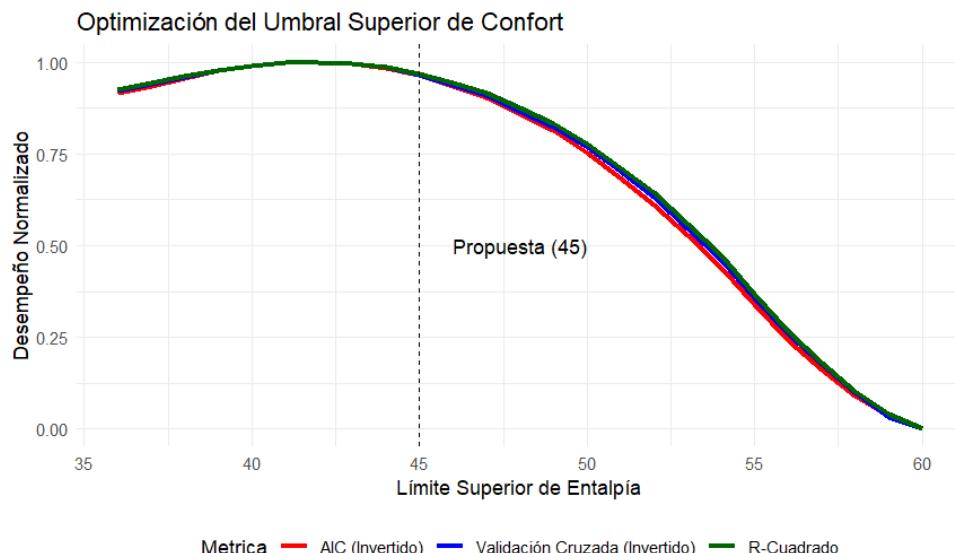


Figure 10: Graficación de idoneidad de  $L_1$

Luego nuestra nueva variable: "Distancia al grado de confort" se definirá como:

$$C(h_t) = \begin{cases} |35 - h_t| & \text{si } h_t < 35 \quad (\text{Estrés por frío}) \\ 0 & \text{si } 35 \leq h_t \leq 45 \quad (\text{Zona de confort}) \\ h_t - 45 & \text{si } h_t > 45 \quad (\text{Estrés por calor}) \end{cases}$$

### 5.2.2 Modelo con grado de confort:

Con nuestra nueva variable hemos corrido un modelo ARIMAX con las dummies de los días de la semana, y hemos obtenido los siguientes resultados (No aplicamos box-cox para ganar interpretabilidad):

Table 17: Resultados de la Estimación del Modelo de Regresión con Errores ARIMA (ARIMAX)

Variable	Coeficiente	Error Std.	P-Valor
<i>Variables Exógenas (Regresión)</i>			
Distancia Confort (Entalpía)	112.219	9.932	< 0.001
Martes (vs Lunes)	739.629	56.906	< 0.001
Miércoles (vs Lunes)	858.776	74.353	< 0.001
Jueves (vs Lunes)	786.781	78.662	< 0.001
Viernes (vs Lunes)	433.601	78.634	< 0.001
Sábado (vs Lunes)	-2467.057	74.392	< 0.001
Domingo (vs Lunes)	-4083.618	56.945	< 0.001
<i>Dinámica Estocástica (Errores ARIMA)</i>			
AR(1)	0.771	0.086	< 0.001
MA(1)	-0.935	0.093	< 0.001
MA(2)	-0.111	0.035	0.002
MA(3)	0.117	0.047	0.012
SAR(1) [Estacionalidad 7]	0.070	0.026	0.006

Nota: Modelo ARIMA(1,1,3)(1,0,0)[7]. MAPE: 1.96%. Test Ljung-Box  $p = 0.373$ .

Devolviendo la siguiente forma:

$$\text{Demanda}_t = \alpha + 112.2 \cdot \text{Dist}_t + 739.6 \cdot D_{\text{Mar}} + 858.8 \cdot D_{\text{Mié}} + 786.8 \cdot D_{\text{Jue}} + 433.6 \cdot D_{\text{Vie}} \\ - 2467.1 \cdot D_{\text{Sáb}} - 4083.6 \cdot D_{\text{Dom}} + \eta_t$$

Donde  $\eta_t$  es:

$$(1 - 0.77L)(1 - 0.07L^7)(1 - L)\eta_t = (1 - 0.93L - 0.11L^2 + 0.11L^3)\varepsilon_t$$

El análisis econométrico mediante un modelo ARIMAX con nuestra nueva variable revela que la variable propuesta, 'Distancia de Confort', posee un alto poder explicativo sobre la demanda eléctrica diaria ( $p < 0.001$ ), estimándose un incremento de 112.2 MW por cada unidad de entalpía que se desvía del intervalo óptimo [35, 45]. Asimismo, el control por estacionalidad semanal identifica una estructura clara: el consumo alcanza su máximo los miércoles (+858 MW respecto al lunes) y su mínimo los domingos (-4083 MW). El modelo final presenta una capacidad predictiva robusta (MAPE = 0.0196) y residuos libres de autocorrelación (Test Ljung-Box, ( $P > 0.05$ )), validando la hipótesis de que la relación temperatura-demanda no es lineal, sino que responde a la distancia absoluta respecto a una zona de confort térmico.

Luego hemos logrado un modelo no lineal con una ecuación fácilmente analizable que puede responder a nuestras preguntas iniciales.

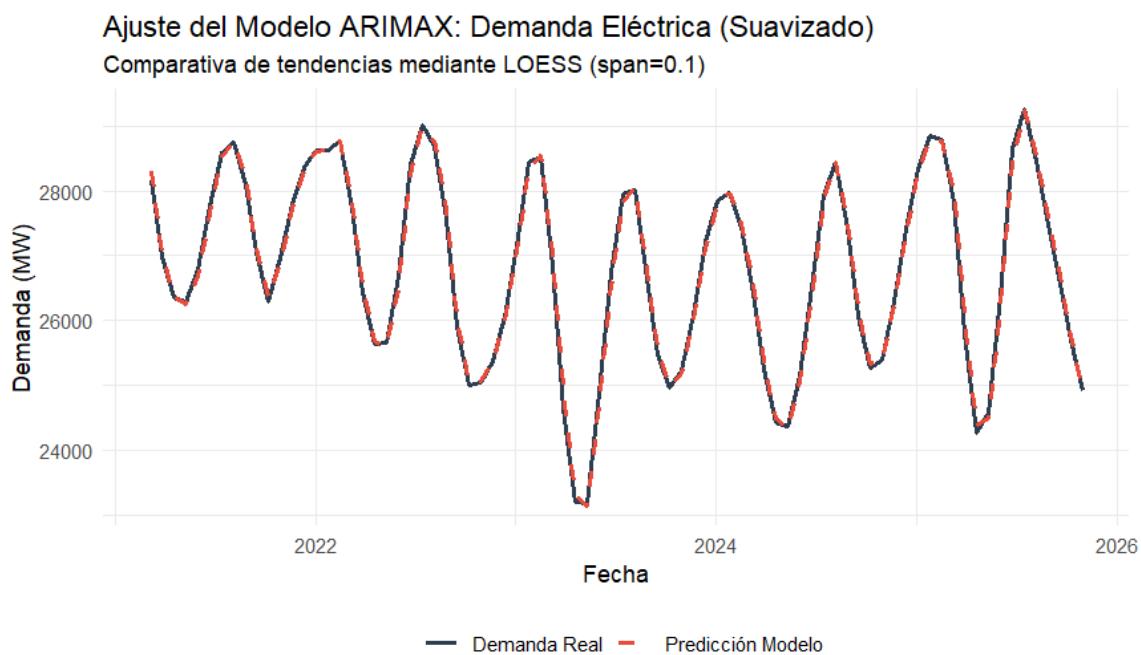


Figure 11: Enter Caption

### 5.3 CONCLUSIONES DEL MODELO LINEAL FINAL:

Las conclusiones del modelo son:

1. **La sensación térmica explica la demanda energética** (con matices): Tras el desarrollo del modelo, podemos concluir que no es la sensación térmica en términos absolutos, sino la distancia a una zona de confort climática la que explica eficazmente la demanda. Hemos hallado que este intervalo de confort se sitúa entre 35 y 45 kJ/kg. La entalpía ha demostrado ser una variable superior a otras métricas para describir el impacto térmico en el gasto energético. Específicamente, tomando los datos desde enero de 2021, el modelo estima que por cada unidad de entalpía que se desvía de la zona de confort, la demanda energética diaria se incrementa en 112.2 MW.
2. **El día de la semana es un determinante estructural:** Lo que inicialmente se consideró una herramienta de control (variables dummy), se ha revelado como un hallazgo fundamental. El día de la semana es un factor determinante, indicando que los hábitos laborales y sociales tienen un peso estructural en la demanda base superior al de la propia variabilidad térmica. Los coeficientes muestran una alta significancia estadística: el miércoles se consolida como el día de mayor demanda, mientras que el fin de semana, y especialmente el domingo, presentan caídas drásticas en el consumo
3. **La relevancia del componente dinámico:** La modelización mediante un proceso ARIMAX  $(1,1,3)(1,0,0)[7]$  ha permitido confirmar la existencia de una fuerte inercia en la serie temporal. Hemos hallado una alta autocorrelación tanto diaria (dependencia del día anterior) como estacional (dependencia del mismo día de la semana anterior), lo que valida la necesidad de incluir términos autorregresivos para evitar sesgos en la estimación
4. **Relación no lineal:** La forma de "U" Como se analizó en la sección 5.2, la relación entre sensación térmica y demanda es intrínsecamente no lineal. Los modelos lineales simples fallan en los extremos. Se confirma que la demanda responde a una estructura en forma de "U": existe una zona de confort (35-45 kJ/kg) donde la influencia térmica en la demanda es nula o mínima, pero dicha influencia crece drásticamente conforme las condiciones climáticas se alejan hacia extremos de frío o calor.

## 6 Machine Learning y Deep Learning aplicado a nuestros datos:

Para mayor precisión, y para dotar a nuestro desarrollo de un enfoque provisto por unas técnicas distintas a la econometría clásica, en esta sección al margen del desarrollo anterior del modelo final (modelo con grado de confort) vamos a desarrollar algunos modelos que emplean técnicas de ML y DL para inferencia causal.

### 6.1 Causal Forest:

El modelo combina Double Machine Learning para eliminar sesgos mediante ortogonalización, aislando así el efecto causal de las variables de confusión. Para capturar la heterogeneidad, utiliza Causal Forest, el cual estima el efecto condicional  $\tau(x)$  optimizando diferencias de tratamiento en lugar de predicción. Además, asegura la validez estadística mediante "honest splitting", usando muestras separadas para construir la estructura y estimar los efectos.

#### 6.1.1 Plantamiento del modelo Causal Forest:

Así pues, este modelo es ciertamente útil para examinar los efectos que la distancia al intervalo de confort tiene en la demanda de energía bajo condiciones mas concretas.

Además, el aplicar causal forest directamente nos permite omitir el paso de desarrollar un doble machine learning mediante el Teorema de Frisch-Waugh-Lovell (FWL) con algún modelo de ML pues ya se aplica con este método.

Para el modelo hemos tomado las siguientes variables:

- $Y$  Variable objetivo: Demanda de energía
- $T$  Variable de tratamiento: La distancia al intervalo de confort definida en la pagina 30.
- $X$  Variables de heterogeneidad: Como variables de heterogeneidad se han tomado las siguientes dummys:
  - $x_1$  = Entre semana o fin de semana.
  - $x_2$  = Estación del año.
  - $x_3$  = Mes del año

**Para este modelo han sido utilizados modelos de ML tipo XGBoost**

### 6.1.2 Resultados del modelo:

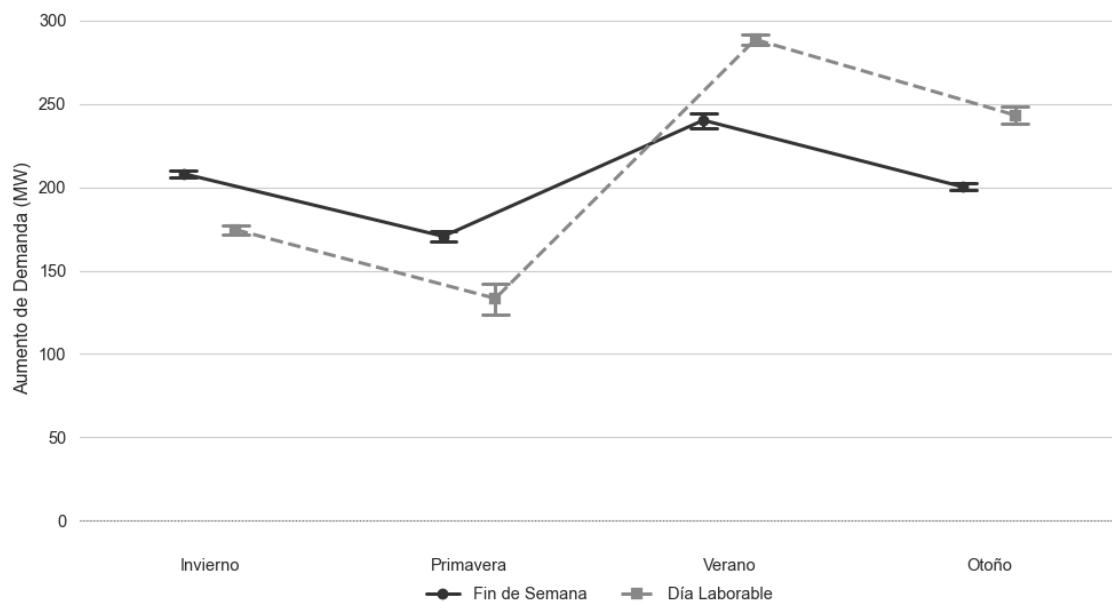
Table 18: **Heterogeneidad del Efecto Causal en la Demanda Eléctrica (MW)**. Estimación del aumento de demanda por unidad de distancia a la zona de confort.

Subgrupo	Impacto Promedio (MW)	Desv. Estándar	Días observados
<b>Por Estación</b>			
Verano	274.67	35.38	460
Otoño	231.05	42.74	425
Invierno	184.24	26.15	419
Primavera	143.93	80.36	460
<b>Por Tipo de Día</b>			
Entre Semana	210.08	82.15	—
Fin de Semana	204.85	31.16	—

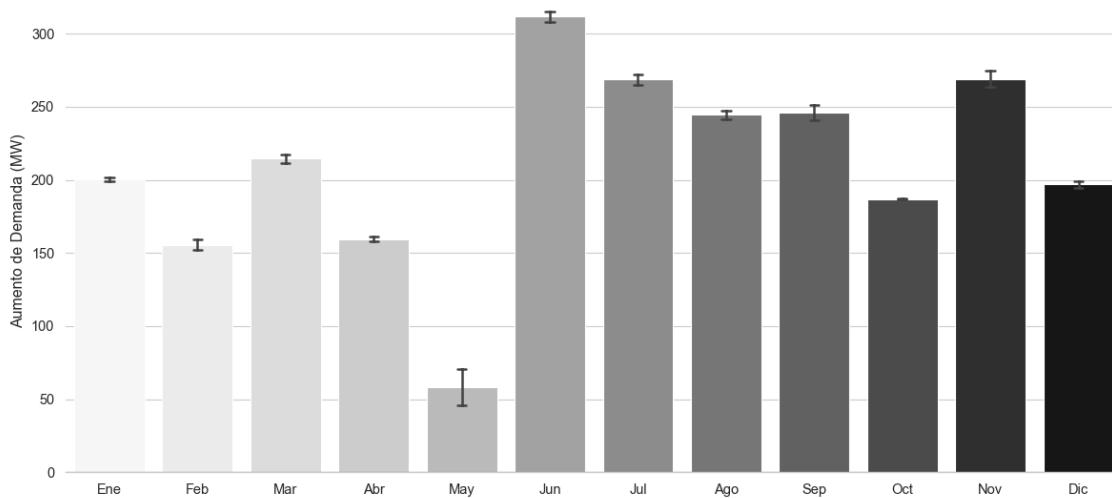
Table 19: **Detalle Mensual del Efecto Causal Estimado**

Mes	Impacto (MW)	Mes	Impacto (MW)
Enero	200.32	Julio	268.96
Febrero	155.48	Agosto	244.52
Marzo	214.56	Septiembre	246.01
Abril	159.52	Octubre	187.03
Mayo	58.20	Noviembre	269.21
Junio	311.73	Diciembre	196.98

**Heterogeneidad del Efecto: Estación vs. Tipo de Día**



**Evolución Mensual del Impacto Causal en la Demanda**



### 6.1.3 Conclusiones de Causal Forest:

Los resultados estimados por el modelo Causal Forest revelan una heterogeneidad estacional muy marcada en la respuesta de la demanda eléctrica ante desviaciones de la zona de confort:

1. **Dominancia del estrés térmico por calor:** El mayor impacto causal se observa durante el Verano (274.67 MW), superando significativamente al Invierno (184.24 MW). Esto sugiere que el sistema es más sensible a las necesidades de refrigeración (aire acondicionado) que a las de calefacción, o que la calefacción depende más de otras fuentes de energía (como gas) mientras que el frío es puramente eléctrico.
2. **Picos y Valles Mensuales:** A nivel mensual, se identifica a Junio como el mes más crítico, con la mayor elasticidad causal del año (311.73 MW), probablemente debido a olas de calor tempranas para las que los edificios no están inercialmente preparados. En contraposición, Mayo presenta un impacto mínimo (58.20 MW), actuando como un "mes valle" donde la climatización es prácticamente innecesaria.
3. **Comportamiento inelástico al tipo de día:** Una conclusión clave es la robustez del comportamiento humano frente al calendario laboral. La diferencia en el impacto causal entre días Entre Semana (210.08 MW) y Fines de Semana (204.85 MW) es marginal. Esto implica que la necesidad de confort térmico es una demanda estructural de los hogares/edificios que no fluctúa significativamente con la actividad industrial o laboral, sino que responde casi exclusivamente a la severidad climática externa. Como se afirma en Julián Moral-Carcedo y Julián Pérez-García (2015).

## 6.2 Doble Machine Learning + Red Temporal Convolucional (TCNs):

### 6.2.1 Planteamiento y resultados:

Para validar los resultados que el modelo causal forest nos ha provisto en el anterior punto vamos a desarrollar un DML mediante TCNs que toma como variable objetivo ( $Y$ ) la demanda energética, como variable de tratamiento ( $T$ ) la distancia al intervalo de confort y como variables heterogéneas ( $X$ ): La ganancia solar pasiva, la inercia térmica y las dummies de los días de la semana.

#### Reflejando los siguientes resultados:

Table 20: Resultados de la Estimación de Efecto Causal (DML con TCN)

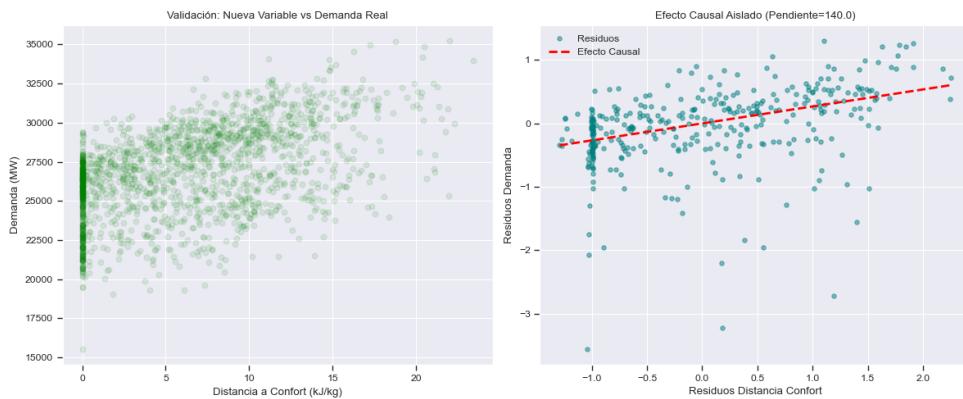
Métrica	Valor	Interpretación
<b>Coeficiente Estimado (Real)</b>	<b>134.10</b>	MW adicionales por cada 1 kJ/kg de discomfort
Coeficiente Estandarizado	0.2563	Fuerza de la correlación (Z-score)
<i>P</i> -Valor	<b>0.003</b>	Significancia estadística (< 0.01)
$R^2$ (Sobre Residuos)	0.140	Varianza explicada tras eliminar controles
$R^2$ (Sobre Y/X)	0.62	Varianza explicada con la y sobre heterogéneas.
$R^2$ (sobre T/X)	0.0904	Varianza explicada con tratamiento sobre heterogéneas

*Nota: Estimación basada en regresión FWL sobre residuos generados por TCN con MC Dropout con 500 iteraciones.*

### 6.2.2 Efectividad del DML con TCNs:

En la figura que hallamos a continuación Podemos hallar dos gráficas, la de la izquierda (nube de puntos verdes) muestra la distribución de nuestra variable distancia a intervalo de confort en el eje x, y en el eje y la demanda, podemos observar una nube de puntos muy desordenada, de la que podríamos intuir una relación lineal directa pero no deja de ser ciertamente confusa. Esta nube de puntos verdes muestra los datos antes de aplicar DML, unos datos donde faltan muchas mas especificaciones (Variables) que son descontadas para el gráfico derecho (nube de puntos azul y linea roja).

El gráfico derecho representa la distribución de los datos después de aplicar el DML, osea, los residuos de los modelos del DML que han descontado los efectos de las variables heterogéneas, y encontramos una relación lineal directa mas clara y observable claramente en la linea de tendencia que se traza (linea roja). Luego volvemos a confirmar la presencia relación lineal directa entre estas variables.



### 6.2.3 Conclusiones de DML + TCNs

1. Por cada KJ aumentado en distancia al intervalo de confort la demanda aumenta en promedio en **134.10 MW**.
2. La significancia de la entalpía es alta; ( $P - value \approx 0.002672 < 0.05$ )
3. Sin embargo, el  $R^2$  sobre residuos indica que hay una parte significativa del cambio en la demanda que nuestra variable de tratamiento no es capaz de explicar. Luego el clima afecta en la demanda, pero hay muchos otros factores altamente significativos como la estructura laboral y social o el día de la semana.
4. Las variables heterogéneas pueden explicar adecuadamente la demanda aunque no con una altísima precisión. ( $R^2 \approx 0.62$ )
5. Nuestra variable de tratamiento es ciertamente independiente a las heterogéneas; ( $R^2 \approx 0.0904$ )

### **6.3 Conclusiones generales derivadas de la aplicación de técnicas de inferencia causal de ML y DL:**

1. **Cuantificación y significancia del efecto promedio (DML):** A través de la metodología *Double Machine Learning* (DML) potenciada con Redes Neuronales Convolucionales Temporales (TCNs), se ha determinado un impacto causal medio de **134.10 MW** de demanda adicional por cada unidad ( $kJ/kg$ ) que el clima se aleja de la zona de confort. La alta significancia estadística del hallazgo ( $p\text{-value} \approx 0.003 < 0.05$ ) valida robustamente la hipótesis de que la entalpía es un driver causal del consumo eléctrico.
2. **Asimetría y heterogeneidad estacional (Causal Forests):** El modelo de *Causal Forests* desagrega el efecto promedio revelando una marcada predominancia del estrés térmico por calor. El impacto en **Verano** (274.67 MW) supera significativamente al de **Invierno** (184.24 MW), sugiriendo una mayor sensibilidad del sistema a las cargas de refrigeración frente a la calefacción. A nivel mensual, se observa un comportamiento extremo en **Junio** (pico de elasticidad con 311.73 MW, posiblemente debido a olas de calor tempranas) frente a **Mayo** (valle con 58.20 MW), que actúa como punto de inflexión climática con mínima necesidad de acondicionamiento.
3. **Inelasticidad frente al calendario laboral (Convergencia de Modelos):** Ambos modelos confirman que la necesidad de confort térmico es estructural y exógena a la actividad económica.
  - El *Causal Forest* muestra una diferencia marginal entre días laborables (210.08 MW) y fines de semana (204.85 MW), alineándose con lo postulado por Moral-Carcedo y Pérez-García (2015).
  - El DML corrobora esto mediante la baja capacidad de los controles temporales para explicar la variable de tratamiento ( $R^2 \approx 0.09$ ), confirmando que los shocks climáticos son eventos independientes del ciclo semanal productivo.
4. **Descomposición de la varianza y límites explicativos:** Si bien las variables de control (calendario, inercia, estructura social) explican eficazmente el comportamiento base de la demanda ( $R^2 \approx 0.62$  en el modelo *nuisance*), el bajo  $R^2$  sobre los residuos finales indica que, aunque el clima es un factor causal determinante, existe una porción significativa de la variabilidad anómala de la demanda que responde a factores laborales, sociales, estocásticos, idiosincrásicos, y/o de otra índole, no capturados por las variables meteorológicas. Luego su influencia en la demanda energética, según los resultados que hemos obtenido con estas técnicas, no es decisiva.

## 7 Conclusiones del estudio:

La combinación de técnicas econométricas clásicas (ARIMAX) con metodologías avanzadas de Inferencia Causal (Double Machine Learning y Causal Forests) permite triangular los resultados, ofreciendo una visión robusta y matizada de la relación entre el confort térmico y la demanda eléctrica. De la convergencia de ambos análisis se derivan las siguientes conclusiones generales:

1. **Validación robusta de la Entalpía y la "Zona de Confort":** Ambos enfoques ratifican que la relación entre clima y demanda no es lineal respecto a la temperatura simple, sino que responde a una estructura en forma de "U" basada en la entalpía (energía total del aire).
  - El modelo econométrico identificó empíricamente el intervalo de confort entre **35 y 45 kJ/kg**.
  - Los modelos de ML validaron causalmente esta métrica, demostrando que la variable *Distancia a Confort* es un predictor exógeno significativo ( $p\text{-value} < 0.01$ ), confirmando que el estrés térmico (y no solo la temperatura) es el driver físico del consumo energético adicional.
2. **Consistencia y Refinamiento en la Magnitud del Impacto:** Existe una notable coherencia en la cuantificación del efecto marginal, con los modelos de IA sugiriendo una mayor sensibilidad del sistema al capturar no-linealidades complejas que el modelo lineal subestima levemente.
  - El **Modelo Lineal** estimó un incremento de **112.2 MW** por cada unidad de desviación ( $kJ/kg$ ).
  - El **Modelo DML (No lineal)**, estima un efecto causal puro de **134.10 MW**.
  - *Conclusión:* Podemos afirmar con alta confianza que el coste energético del desconfort térmico oscila en este rango, siendo la estimación de DML probablemente más precisa al "limpiar" mejor el ruido mediante redes neuronales profundas.
3. **La Dualidad Calendario-Clima (Estructura vs. Sensibilidad):** Este es quizás el hallazgo más sofisticado del estudio al cruzar ambas metodologías.
  - **Estructura (Modelo Clásico):** El día de la semana determina el *Nivel Base* de la demanda. Los miércoles se consume más y los domingos mucho menos debido a la actividad económica. El calendario es el "esqueleto" de la demanda.
  - **Sensibilidad (Modelos ML):** Sin embargo, la *Reacción* al clima es inelástica al calendario. El modelo *Causal Forest* demostró que el impacto marginal de una ola de calor es prácticamente idéntico un martes que un domingo ( $\Delta \approx 5 \text{ MW}$ ).
  - *Síntesis:* Aunque consumimos menos electricidad en domingo (causa estructural), nuestra necesidad de encender el aire acondicionado ante el calor es igual de urgente que un martes (causa climática).

4. **Asimetría Estacional (El matiz del ML):** Mientras que el modelo lineal estableció un promedio general, la inferencia causal desveló que el sistema no responde igual al frío que al calor. Se concluye una **dominancia del verano**, donde el impacto (274.67 MW) supera ampliamente al invierno (184.24 MW). Esto sugiere que la electrificación de la refrigeración es mucho más intensa que la de la calefacción (posiblemente sustituida por gas u otros combustibles).
5. **Límites de la Explicabilidad Climática:** Finalmente, ambos modelos coinciden en la descomposición de la varianza. El modelo ARIMAX requirió fuertes componentes iniciales y dummies de calendario para ajustar la serie, y el DML mostró un  $R^2$  bajo sobre los residuos finales. Esto concluye que, aunque el clima es un driver causal *significativo* y *cuantificable*, no es el determinante *mayoritario* de la variabilidad total anómala. La demanda eléctrica sigue siendo un fenómeno eminentemente socioeconómico e inercial, sobre el cual el clima actúa como un multiplicador de carga exógeno.

Así pues, concluye este estudio sobre la influencia de la sensación térmica en la demanda eléctrica en España. Gracias al lector de este trabajo por dedicar una parte de su tiempo en leer este proyecto personal.

Diciembre de 2025

Pedro Costa Pérez.