

PP21 : PÉRIODE D'UN PENDULE SIMPLE

Énoncé : Supposons que l'on dispose d'une masse m suspendue à un pendule simple de longueur ℓ plongé dans le champ de pesanteur g . On peut montrer que la période du pendule est donnée par la formule suivante où T_0 représente la période des petites oscillations,

$$T(\theta_m) = T_0 \times \frac{\sqrt{2}}{\pi} \times \int_0^{\theta_m} \frac{d\theta}{\sqrt{\cos(\theta) - \cos(\theta_m)}}$$

On peut donc estimer la période numériquement en calculant l'intégrale précédente (par exemple grâce à `sp.integrate.quad` ou alors par la méthode des rectangles ou des trapèzes).

On fournit aussi une formule approchée à l'aide d'un développement limité bien choisi

$$T_{\text{approx}} = T_0 \left(1 + \frac{\theta_m^2}{16} \right)$$

On demande de trouver (et d'afficher) deux informations :

- l'amplitude θ_m pour laquelle la période est le double de celle des petites oscillations ;
- l'amplitude θ_m pour laquelle le développement limité et le calcul via l'intégrale diffèrent d'un facteur x (c'est-à-dire le plus grand θ_m tel que $|T(\theta_m) - T_{\text{approx}}(\theta_m)| \leq x \times T_{\text{approx}}(\theta_m)$) où x est lu dans les données du problème.