

PP22 : VITESSE DE LIBÉRATION

Énoncé : Le but de l'exercice est de déterminer une estimation de la vitesse de libération d'une planète de masse M et de rayon R (lus dans les données). L'idée est de définir le champ de pesanteur $g_0 = GM/R^2$ à la surface de la planète et de comparer les temps de retombée d'un boulet de canon envoyé à la verticale (en négligeant toute rotation de la planète) d'un lieu en supposant le champ de pesanteur uniforme égal à g_0 ou en prenant en compte la décroissance du champ gravitationnel de la planète avec la distance de sorte que

$$g(z) = \frac{GM}{(R+z)^2} = g_0 \times \left(\frac{R}{R+z} \right)^2$$

En faisant varier la vitesse v_0 de lancement, on découvre qu'on a atteint la vitesse de libération à partir du moment où le boulet n'a pas atteint son apogée même après 1000 fois le temps qu'il lui aurait fallu pour le faire dans le cas d'un champ de pesanteur uniforme, temps qu'il est facile de calculer dans ce cadre :

$$t_{\text{pesanteur uniforme}} = \frac{v_0}{g_0}$$

À vous d'intégrer l'équation du mouvement dans le cadre variable

$$\frac{d^2z}{dt^2} = -g(z)$$

pour détecter le moment où la vitesse s'annule (ou que l'on dépasse le temps précédent) et déterminer (assez précisément) la première vitesse qui permet d'atteindre cette limite.

On prendra comme pas d'intégration un dt de 10 s et comme précision de vitesse de 1 m/s.