



Решение задачи про робота и монетки с помощью динамики

Даниэль Ползик

6 апреля 2021 г.

Условие

Робот Павел стоит в нижнем левом углу прямоугольного поля $n \times m$. В каждой клетке прямоугольника лежат монеты. Павел умеет ходить по клеткам вверх, вправо и по диагоналям. Ему нужно дойти до верхнего правого угла, собрав по пути как можно больше монет. Помогите Павлу разбогатеть. Посчитайте наибольшее количество монет, которое Павел может собрать и постройте этот маршрут.

17	2	4	8	2	3	
14	15	6	18	8	9	2
1	8	8	15	18	10	3
	2	14	10	6	17	13

Идеи

Создадим двумерный массив $D[n \times m]$

В $D[i][j]$ будет храниться наибольшее количество монет, которое можно в эту клетку принести.

Тогда ответом на эту задачу будет $D[n - 1][m - 1]$. Как раз наибольшее количество монет, которое можно туда донести.

По такому массиву будет легко восстановить путь с конца. Если мы находимся в какой-то клетке $[i][j]$, то можем посмотреть на те клетки, из которых мы могли прийти ($[i - 1][j]$, $[i][j - 1]$, $[i - 1][j - 1]$). Та клетка, из которой мы могли принести больше монет, нам выгоднее. Значит мы пришли из клетки в которой значение D - максимально. $\max(D[i - 1][j], D[i][j - 1], D[i - 1][j - 1])$.

Заполнение массива D

Заметим, что $D[i][j] = \begin{cases} D[i-1][j] + arr[i][j]; \\ D[i][j-1] + arr[i][j]; \\ D[i-1][j-1] + arr[i][j] \end{cases}$

Так как нам нужно как можно больше монет, то выберем из этих вариантов самый выгодный. То есть максимум.

Если пробегать массив D слева направо и переходя в конце строки в начало следующей, записывая в:

$$D[i][j] = \max \begin{cases} D[i-1][j] + arr[i][j]; \\ D[i][j-1] + arr[i][j]; \\ D[i-1][j-1] + arr[i][j] \end{cases}$$



, то мы заполним массив правильно. Так как, когда мы будем заполнять $D[i][j]$, то и $D[i-1]$, и $D[i][j-1]$, и $D[i-1][j-1]$ будут уже заполнены

Заполнение массива D

Замечания

- 1) $D[0][0] = 0$, так как мы оттуда начинаем и туда ничего не принести
- 2) $D[i][0] = arr[i][0] + D[i-1][0]$, так как больше нет клеток, из которых Павел мог прийти
- 3) Аналогично, $D[0][j] = arr[0][j] + D[0][j-1]$

Пример массива D

5	3	2	2	6	2	
1	1	8	5	1	5	3
1	4	2	9	7	3	2
	2	3	0	3	3	12

7	10	18	24	31	34	35
2	7	16	22	25	32	35
1	6	8	17	24	27	29
0	2	5	5	8	11	23