Questi lucidi sono basati su una traduzione in italiano dei lucidi in inglese del Prof. Jeffrey D. Ullman

http://infolab.stanford.edu/~ullman/ialc/spr10/spr10.html#LECTURE%20NOTES

http://www-db.Stanford.edu/~Ullman/ialc.html

Proprietà di chiusura dei Linguaggi Context-Free

Proprietà di chiusura dei CFL

- I CFL sono chiusi rispetto all'unione, alla concatenazione e allo star di Kleene.
- Ma non sono chiusi rispetto all'intersezione o alla differenza.
- E quindi non sono chiusi rispetto al complemento.

Chiusura dei CFL rispetto all'unione

- Siano L ed M due CFL con grammatiche G e H, rispettivamente.
- Assumiamo che G ed H non hanno variabili in comune.
  - I nomi delle variabili non influenzano il linguaggio.
- Siano S_1 ed S_2 i simboli iniziali di G e H.

Chiusura rispetto all'Unione – (2)

- Formiamo una nuova grammatica per $L \cup M$ prendendo tutti i simboli e le produzioni di G e H.
- Poi aggiungiamo un nuovo simbolo iniziale S.
- Aggiungiamo le produzioni $S \to S_1 \mid S_2$.

Chiusura rispetto all'Unione – (3)

- Nella nuova grammatica, tutte le derivazioni iniziano con S.
- Il primo passo sostituisce S con S_1 o con S_2.
- Nel primo caso, il risultato deve essere una stringa in L(G) = L nel secondo caso una stringa in L(H) = M.

Chiusura dei CFL rispetto alla Concatenazione

- Siano L ed M due CFL con grammatiche G e H, rispettivamente.
- Assumiamo che G ed H non hanno variabili in comune.
- Siano S_1 ed S_2 i simboli iniziali di G e H.

Chiusura rispetto alla Concatenazione – (2)

- Formiamo una nuova grammatica per LM iniziando con tutti i simboli e le produzioni di G e H.
- Aggiungiamo un nuovo simbolo iniziale S.
- Aggiungiamo la produzione $S \to S_1S_2$.
- Ogni derivazione da S produce una stringa in L seguita da una in M.

Chiusura rispetto allo Star

- Sia L generato dalla grammatica G, con simbolo iniziale S_1.
- Formiamo una nuova grammatica per L* introducendo in G un nuovo simbolo iniziale S e le produzioni S -> S_1S | ϵ.
- Un derivazione (a destra) da S genera una sequenza di zero o più S_1, ciascuno dei quali genera una stringa in L.

Chiusura dei CFL rispetto all'inversione

- Se L è un CFL con grammatica G, formiamo una grammatica per L^R prendendo il "reverse" del lato destro di ogni produzione.
- Esempio: Sia G definita da S -> 0S1 | 01.
- $L(G)^R$ è generato dalla grammatica S -> 1S0 | 10.

Non chiusura rispetto all'Intersezione

- Diversamente dai linguaggi regolari, la classe dei CFL non è chiusa rispetto a $\cap$.
- Sappiamo che $L_1 = \{0^n1^n2^n \mid n \geq 1\}$ non è un CFL (usare il pumping lemma).
- Invece $L_2 = \{0^n1^n2^i \mid n \geq 1, i \geq 1\}$ lo è.
  - CFG: S -> AB, A -> 0A1 | 01, B -> 2B | 2.
- E lo è anche $L_3 = \{0^i1^n2^n \mid n \geq 1, i \geq 1\}$.
- Ma $L_1 = L_2 \cap L_3$.

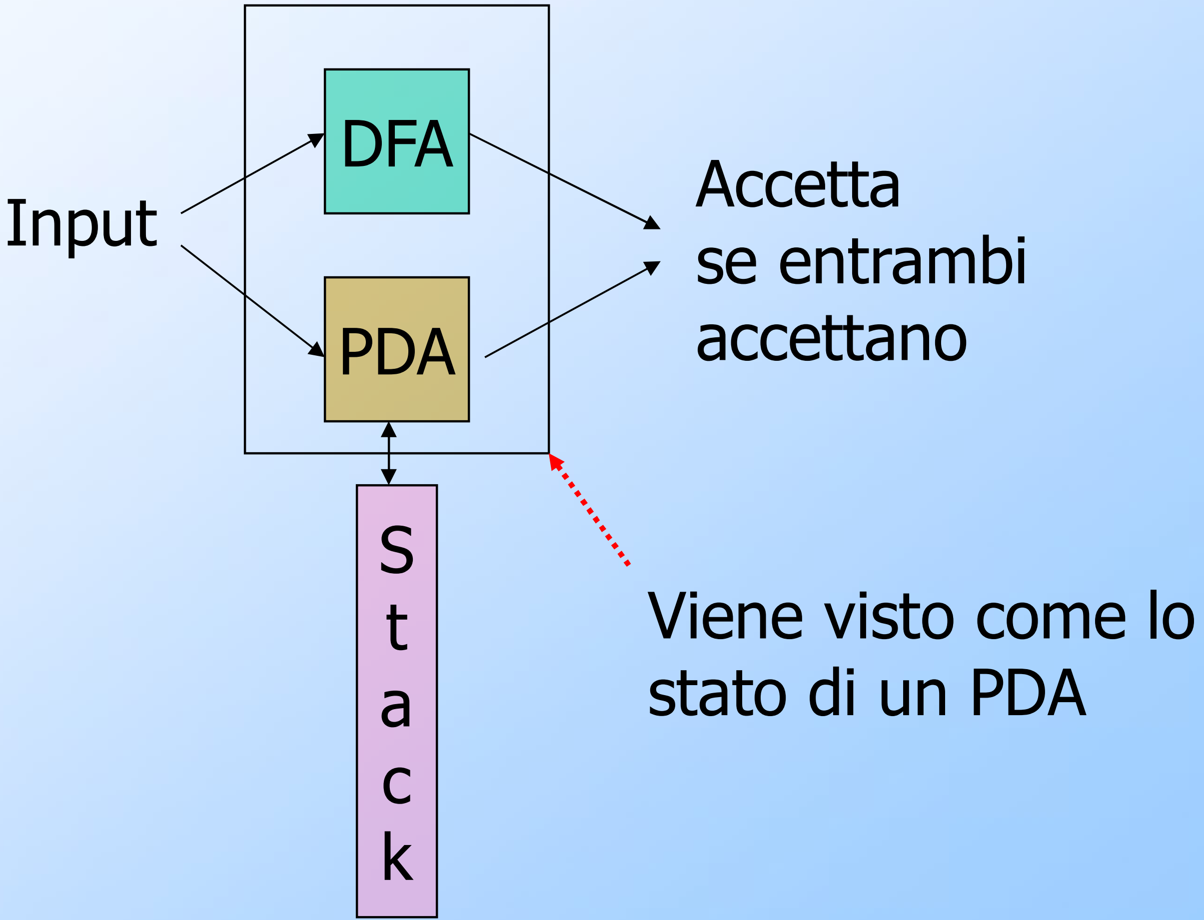
Non chiusura rispetto alla Differenza

- Possiamo provare qualcosa di più generale:
  - Ogni classe di linguaggi che è chiusa rispetto alla differenza è chiusa rispetto all'intersezione.
- Prova: $L \cap M = L - (L - M)$.
- Quindi, se i CFL fossero chiusi rispetto alla differenza, sarebbero chiusi rispetto all'intersezione, ma non lo sono.

Intersezione con un linguaggio Regolare

- L'intersezione di due CFL non è necessariamente context free.
- Ma l'intersezione di un CFL con un linguaggio regolare è sempre un CFL.
- Prova "eseguiamo" un DFA e un PDA in parallelo e notiamo che il risultato è un PDA.
  - I PDA accettano per stato finale.

DFA e PDA in Parallelo



Nota: nei due trasparenti seguenti useremo lo stesso simbolo per la funzione di transizione e per la funzione di transizione estesa del DFA A.

Costruzione Formale

- Sia δ_A la funzione di transizione del DFA A.
- Sia δ_P la funzione di transizione del PDA P.
- Gli stati del nuovo PDA sono [q,p], dove q è uno stato di A e p è uno stato di P.
- $\delta([q,p], a, X)$ contiene $([\delta_A(q,a),r], \alpha)$ se $\delta_P(p, a, X)$ contiene (r, α).
  - Nota che a potrebbe essere ε, nel qual caso $\delta_A(q,a) = q$.

Costruzione Formale – (2)

- Gli stati finali del nuovo PDA sono gli stati [q,p] tali che q è uno stato finale di A e p è uno stato finale di P.

Costruzione Formale – (3)

- Facile induzione:

$([q_0,p_0], w, Z_0) \vdash^* ([q,p], \varepsilon, \alpha)$

se e solo se

$\delta_A(q_0,w) = q$

e in P: $(p_0, w, Z_0) \vdash^* (p, \varepsilon, \alpha)$.