Crittografia Moderna
A.A. 2024-25

Principi di base

Storicamente

- Schemi di cifratura progettati ad hoc
- Valutati basandosi sulla chiarezza, sull'ingegnosità del progetto e sulla difficoltà percepita di rottura
- Nessuna nozione condivisa di cosa significhi per uno schema essere "sicuro"
- Nessun modo per "produrre evidenza di ciò"

Crittografia moderna: pilastri

- Spostamento verso una "scienza"
- **Definizioni** rigorose di cosa significa "sicuro"
- **Assunzioni** circa la complessità di certi problemi matematici
- **Dimostrazioni/prove** che una costruzione è sicura

Principio 1: definizioni rigorose

- Essenziali per la progettazione accurata, lo studio, la valutazione e l'uso di primitive crittografiche

"*Se non è chiaro cosa si vuole ottenere, come è possibile stabilire quando (e se) il risultato è stato ottenuto?*"

Principio 1: definizioni rigorose

- Permettono di valutare ciò che è stato costruito

- Permettono di comparare schemi

Le definizioni non sono facili

- Definizioni: due componenti
  - garanzie di sicurezza (**security goal**): da quali tipi di azioni di un attaccante lo schema protegge
  - un modello delle minacce (**threat model**): che potere ha l'attaccante

- Cosa dovrebbe garantire uno schema di cifratura sicuro?
  - Dovrebbe essere impossibile per un attaccante recuperare la chiave di cifratura? Lo schema

$$\mathbf{Enc}_K(m) = m$$

non fornisce alcuna informazione su K ma è chiaramente insicuro.

Le definizioni non sono facili

- Dovrebbe essere impossibile per un attaccante recuperare l'intero testo in chiaro dal cifrato?
  - Si consideri uno schema di cifratura che protegge un database di dati sensibili e rivela il 90% del suo contenuto.
  - Siamo soddisfatti che il 10% è invece protetto?

- Dovrebbe essere impossibile per un attaccante recuperare qualsiasi carattere del messaggio in chiaro dal cifrato?
  - Sembra buona, ma ancora insufficiente.
  - In un database di dati finanziari potrebbe rivelare se alcune transazioni hanno valori maggiori o minori di una certa soglia
  - E poi, come formalizzare il "recupero di un carattere"?
  - Inoltre, provare ad indovinare è un attacco da considerare?

Le definizioni non sono facili

- La definizione giusta dovrebbe:
  - escludere il rilascio di informazioni utili da parte del cifrato
  - chiarire cosa debba essere considerato un attacco

- Ciò che richiediamo in fondo è che:

Indipendentemente da qualsiasi informazione l'attaccante possa già avere, un cifrato non dovrebbe rilasciare ***nessuna informazione aggiuntiva*** circa il sottostante messaggio in chiaro

Le definizioni non sono facili

- La definizione non cerca di definire quale tipo di informazione circa il messaggio in chiaro sia "significativa"
  - Nessuna informazione aggiuntiva deve essere rilasciata
  - Lo schema di cifratura è utile in tutte le potenziali applicazioni

- Cosa manca ancora? Una precisa formulazione di
  - conoscenza a-priori dell'attaccante sul messaggio in chiaro
  - cosa significa esattamente "rilasciare informazione"

Le definizioni non sono facili

- Cosa dovrebbe prevedere il modello delle minacce?
  - specificare il potere dell'avversario, le sue abilità
  - non porre alcuna restrizione alle strategie d'attacco, cioè non fare alcuna assunzione su come usa le proprie abilità
- Nel contesto della cifratura, i modelli sono 4
- Ciphertext only
  - l'attaccante può solo osservare cifrati c, prodotti usando una chiave k
- Known-plaintext:
  - l'attaccante acquisisce coppie (m,c) in qualche modo, prodotte usando una chiave k

Le definizioni non sono facili

- Chosen-plaintext
  - l'attaccante acquisisce coppie (m,c), scegliendo i valori di m, prodotte usando la chiave k
- Chosen-ciphertext
  - l'attaccante acquisisce coppie (m,c), scegliendo i valori di c, prodotte usando la chiave k

Nota: definizioni e cybersecurity

- Definizioni: due componenti
  - garanzie di sicurezza (**security goal**): da quali tipi di azioni di un attaccante lo schema protegge
  - un modello delle minacce (**threat model**): che potere ha l'attaccante

- La definizione dei security goal e del threat model (attack model) è un principio di base che si applica in generale nella cybersecurity, non soltanto in crittografia

Prove incondizionate

- La maggior parte delle costruzioni crittografiche moderne non possono essere provate sicure "incondizionatamente"
  - richiederebbe la risoluzione di questioni della teoria della complessità che oggi non hanno ancora risposta (e.g., P ≠ NP ?)

Polynomial time

Non-deterministic polynomial time

(problemi decisionali le cui soluzioni sono verificabili in polynomial time)

Intuizione: dato uno schema di cifratura

- Problema: sono c_1, c_2, …, c_n le cifrature di m_1,m_2, …,m_n?
- Supponiamo di *riuscire a provare incondizionatamente* che lo schema di cifratura è sicuro, in accordo alla definizione data (i.e, le cifrature non danno alcuna informazione sui messaggi sottostanti) per qualsiasi avversario efficiente (i.e., di tempo polinomiale).
- D'altra parte, se qualcuno ci fornisse la chiave usata per cifrare i messaggi, potremmo *verificare efficientemente* se è vero o no.
- Siamo, quindi, di fronte ad un problema decisionale, la cui soluzione è verificabile in tempo polinomiale (i.e., dato un *hint*, la chiave) ma non risolvibile in tempo polinomiale.
- Ciò implicherebbe che la classe di complessità P, che contiene tutti i problemi che possono essere risolti efficientemente, è strettamente più piccola della classe NP, dei problemi le cui soluzioni possono essere verificate efficientemente
- Ovvero, ciò implicherebbe che P ≠ NP – che sarebbe una soluzione alla questione più importante nella teoria della complessità computazionale

Principio 2: assunzioni

- Le prove di sicurezza poggiano su **assunzioni** enunciate con *chiarezza* e *rigore matematico*

richiesto dalle prove ma anche per i motivi che seguono

Rigore matematico: permette

- Validazione delle assunzioni
  - enunciati che si "congettura" risultino veri
  - più sono studiati, maggiore è la confidenza che vi riponiamo
  - formulazioni imprecise ostacolano lo studio

- Comparazione di schemi
  - uno schema basato su un'assunzione più debole è preferibile ad uno schema basato su un'assunzione più forte
  - se due assunzioni non sono confrontabili, dovrebbe preferirsi lo schema basato sull'assunzione studiata di più

Rigore matematico: permette

- Comprensione delle assunzioni necessarie
  - se uno schema è basato su "blocchi" e un blocco viene rotto, possiamo verificare se il problema è nel blocco o nell'assunzione

Assumere che uno schema è sicuro?

- Quando uno schema ha resistito con successo ad attacchi per molti anni, può essere ragionevole
- In generale questo approccio non è **mai** da preferirsi

- Ragioni più specifiche:
  - un'assunzione scrutinata per diversi anni è preferibile ad una nuova, magari ad hoc
  - assunzioni semplici sono preferibili
  - assunzioni di basso livello possono essere usate in svariate costruzioni
  - la progettazione può essere modulare, blocchi sostituibili

Principio 3: prove

- Definizioni ed assunzioni permettono di fornire prove che una costruzione soddisfa una data definizione sotto le assunzioni specificate

- Le prove sono assicurazioni del fatto che nessun attaccante, **relativamente** alla definizione ed alle assunzioni, avrà successo

- Meglio di un approccio "euristico" e non strutturato

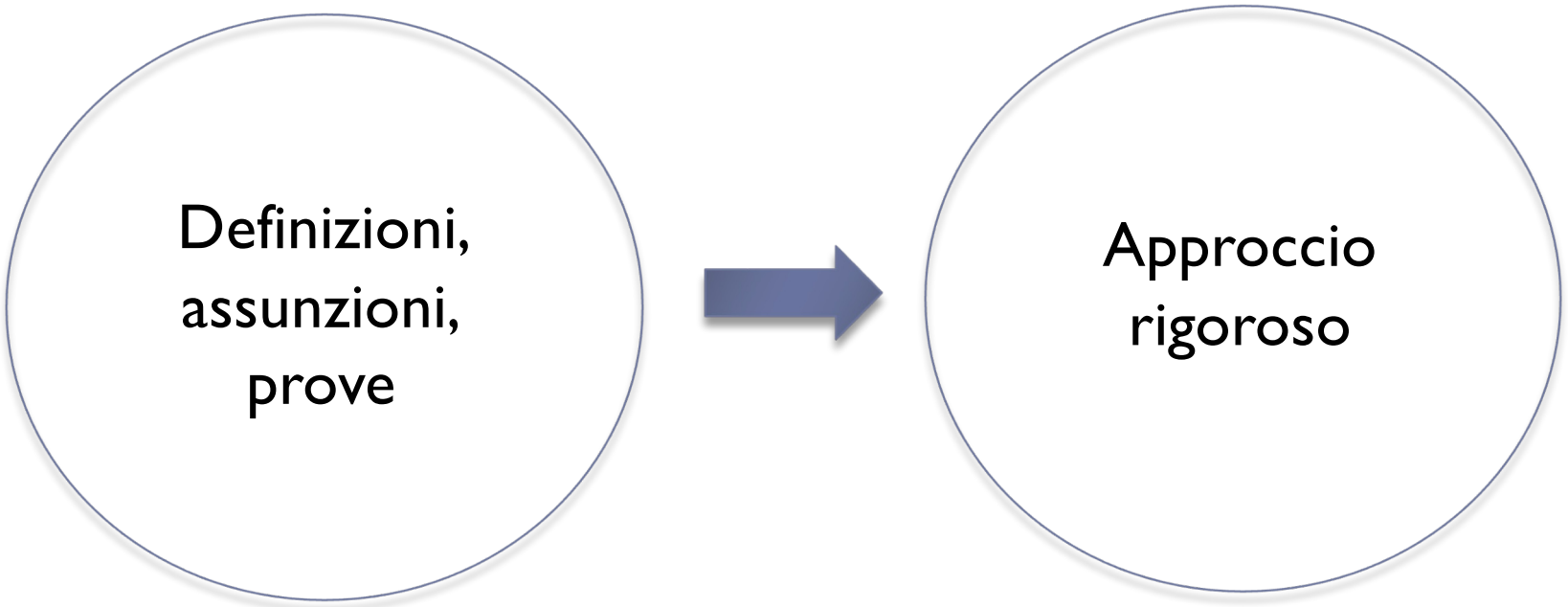
non basato su principi chiari

Terminologia: prove …

- Useremo entrambi i termini "dimostrazione" e "prova"
- Una locuzione più precisa ma più lunga sarebbe **riduzione di sicurezza (security reduction)**
  - gli enunciati che dimostreremo saranno del tipo: "se le Assunzioni x, y … valgono, allora la Costruzione Π soddisfa la Definizione Z

specifica il security goal ed il threat model

Conclusioni: rigoroso vs ad hoc



… ma nel mondo reale soluzioni veloci sono spesso progettate seguendo un approccio ad hoc e valutazioni euristiche

Crittografia moderna: “scienza” e “arte”

- Molta della crittografia moderna poggia su solidi fondamenti matematici

- Ma è anche un’arte: occorre creatività nello sviluppo di
  - definizioni
  - assunzioni
  - prove
  - progettazione di primitive e protocolli crittografici
  - progettazione di strategie e tecniche di attacco

“Mondo reale” e “mondo delle prove”

- Che relazione c’è tra i due mondi?

- Occorre **non sopravvalutare** cosa una prova offre
  - le garanzie sono in relazione alla definizione considerata ed alle assunzioni utilizzate
  - sono un suggerimento all’avversario circa le “direzioni d’attacco” da **non** seguire …
  - l’efficacia di una prova dipende in **maniera cruciale** da quanto il mondo reale sia ben modellato dalla definizione

Conclusione

L'approccio delle riduzioni di sicurezza non conclude sicuramente l'eterna battaglia tra attaccanti e difensori, ma sposta sicuramente l'ago della bilancia dalla parte dei difensori