STRUMENTI FORMALI PER LA BIOINFORMATICA

Automi finiti
Esercizi

Esercizio

Sia $L = \{w \in \{a,b\}^* \mid |w| \neq 2 \pmod 3\}$ il linguaggio delle parole in $\{a,b\}^*$ la cui lunghezza, modulo 3, è diversa da 2. Ad esempio, $b, bab, baabba \in L$ e $babaa \notin L$. Definire un automa deterministico A il cui linguaggio accettato sia L, cioè $L(\mathcal{A}) = L$.

Esercizio

Sia $L = \{a^k \mid k \neq 2 \pmod 3\}$ il linguaggio delle potenze di a il cui esponente, modulo 3, è diverso da 2. Ad esempio, $a, a^3, a^6 \in L$ e $a^5 \notin L$. Definire un automa deterministico $\mathcal{A}$ il cui linguaggio accettato sia L, cioè $L(\mathcal{A}) = L$.

Esercizio

Si ricorda che, per ogni $x \in \{a, b\}$ e $w \in \{a, b\}^*$, $|w|_x$ denota il numero delle occorrenze della lettera x in w. Inoltre, date due stringhe y, z, la stringa y è fattore di z se esistono due stringhe z_1, z_2 tali che $z = z_1 y z_2$.
Sia $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \exists h, k \in \mathbb{N} \ : \ |w|_a = 2k, |w|_b = 2h + 1$ e ab non è fattore di $w\}$. Definire un automa finito deterministico con cinque stati (escluso lo stato pozzo) che riconosce L.
Suggerimento: dare una descrizione più semplice di L.

Esercizio

Sia $B_n = \{a^k \mid k \text{ è un multiplo di } n\}$. Provare che per ogni $n \geq 1$, il linguaggio B_n è regolare.

Esercizio

Sia $\Sigma = \{0, 1, 2\}$ e sia L il linguaggio che contiene tutte e sole le stringhe w in Σ^* che iniziano con 0 e terminano con un carattere che non occorre in nessun'altra posizione in w. Definire un automa finito deterministico che riconosce L. Lo stato pozzo può essere eliminato.

Esercizio

Definire un automa deterministico $\mathcal{A}$ il cui linguaggio accettato sia

$$
\begin{aligned}
L &= \{w \in \{0,1\}^* \mid \forall x, y, z \in \{0,1\}^*, \\
&\qquad \text{se } w = xyz \text{ con } |y| = 3 \text{ allora } |y|_1 \geq 2\}
\end{aligned}
$$

(cioè tale che $L(\mathcal{A}) = L$), dove $|w|_1$ denota il numero di occorrenze della lettera 1 in w. Lo stato trappola può essere omesso.

Esercizio

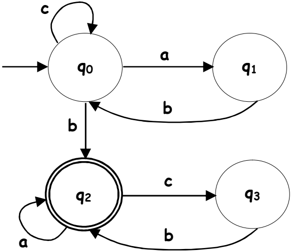
Definire un automa deterministico $\mathcal{A}$ il cui linguaggio accettato sia il linguaggio definito dall'espressione regolare $E = a^*b + (ab)^*a$ (cioè tale che $L(\mathcal{A}) = L(E)$). Lo stato trappola può essere omesso.

Esercizio

Definire un'espressione regolare E che descriva il linguaggio $L(\mathcal{A})$ riconosciuto dall'automa non deterministico $\mathcal{A}$ la cui tavola delle transizioni è riportata di seguito (cioè tale che $L(E) = L(\mathcal{A})$)

Esercizio:

	a	b	c
$\rightarrow q_0$	q_1	q_2	q_0
q_1	$\emptyset$	q_0	$\emptyset$
$* \ q_2$	q_2	$\emptyset$	q_3
q_3	$\emptyset$	q_2	$\emptyset$



Esercizio

Definire un automa deterministico $\mathcal{A}$ il cui linguaggio accettato sia il linguaggio L:

$$L = \{w \in \{a,b\}^* \mid \exists y \in \{a,b\}, \exists x \in \{a,b\}^* y \{a,b\}^* : w = xy\}$$

(cioè tale che $L(\mathcal{A}) = L$). Lo stato trappola può essere omesso.

Esercizio

Determinare il diagramma delle transizioni e il linguaggio $L(\mathcal{A})$ riconosciuto dall'automa non deterministico $\mathcal{A}$ la cui tavola delle transizioni è riportata di seguito.

	a	b
$\rightarrow\ *\ q_0$	$\emptyset$	q_1
q_1	q_2	q_0
q_2	q_1	q_2

Esercizio

Determinare il diagramma delle transizioni e il linguaggio $L(\mathcal{A})$ riconosciuto dall'automa non deterministico $\mathcal{A}$ la cui tavola delle transizioni è riportata di seguito.

	a	b	c
$\rightarrow \quad * \; q_0$	q_1	q_2	q_3
q_1	q_0	$\emptyset$	q_1
q_2	q_2	q_0	$\emptyset$
q_3	$\emptyset$	q_3	q_0