Effetti della rete e comportamento a cascata

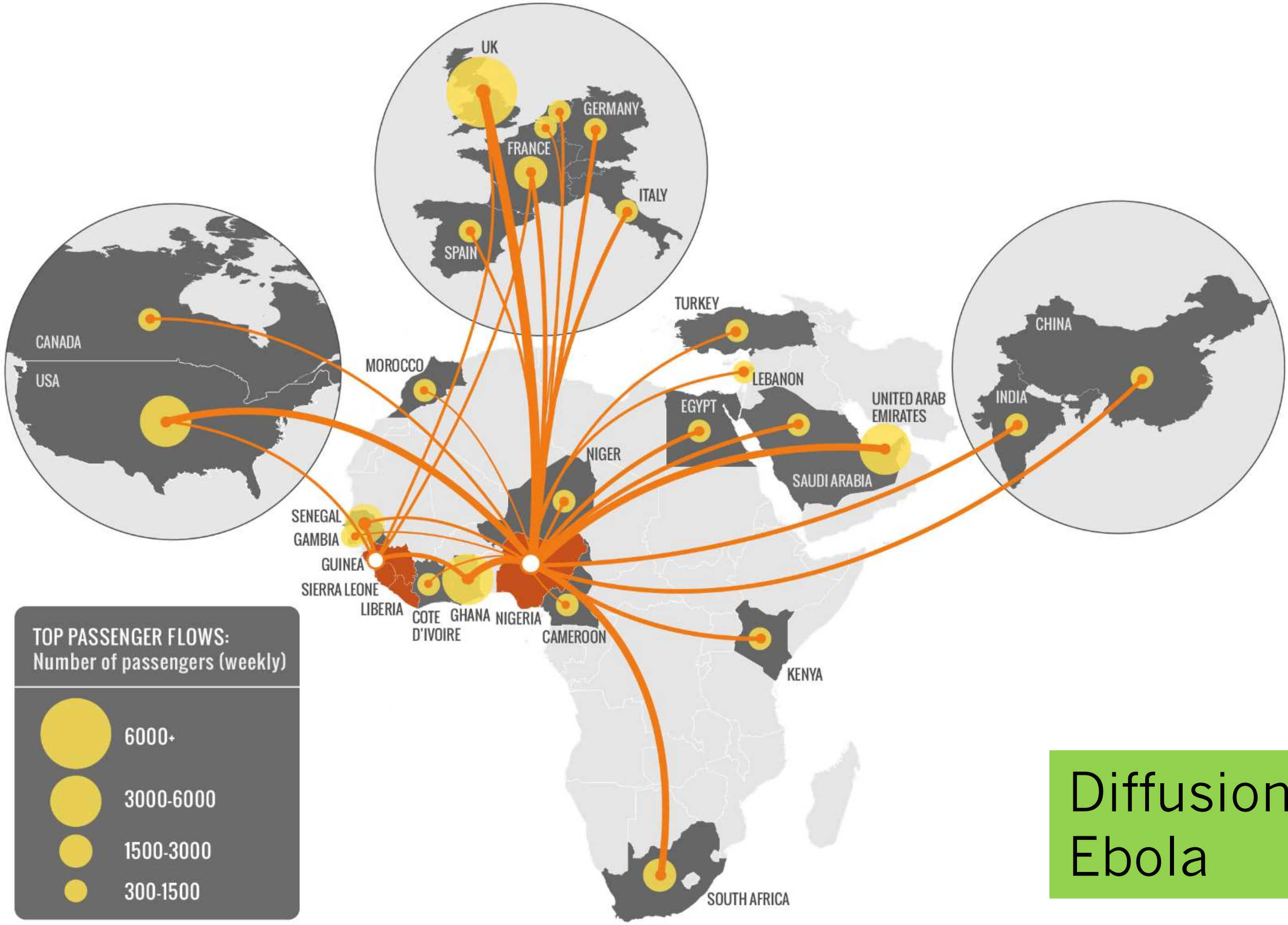
Spreading attraverso la rete

Riflette la situazione in cui

i comportamenti si trasmettono a cascata da un nodo ad un altro come una epidemia

Processo per il quale un pezzo di informazione viene diffuso e raggiunge gli individui attraverso le interazioni che esistono tra di loro

Perché ce ne occupiamo?

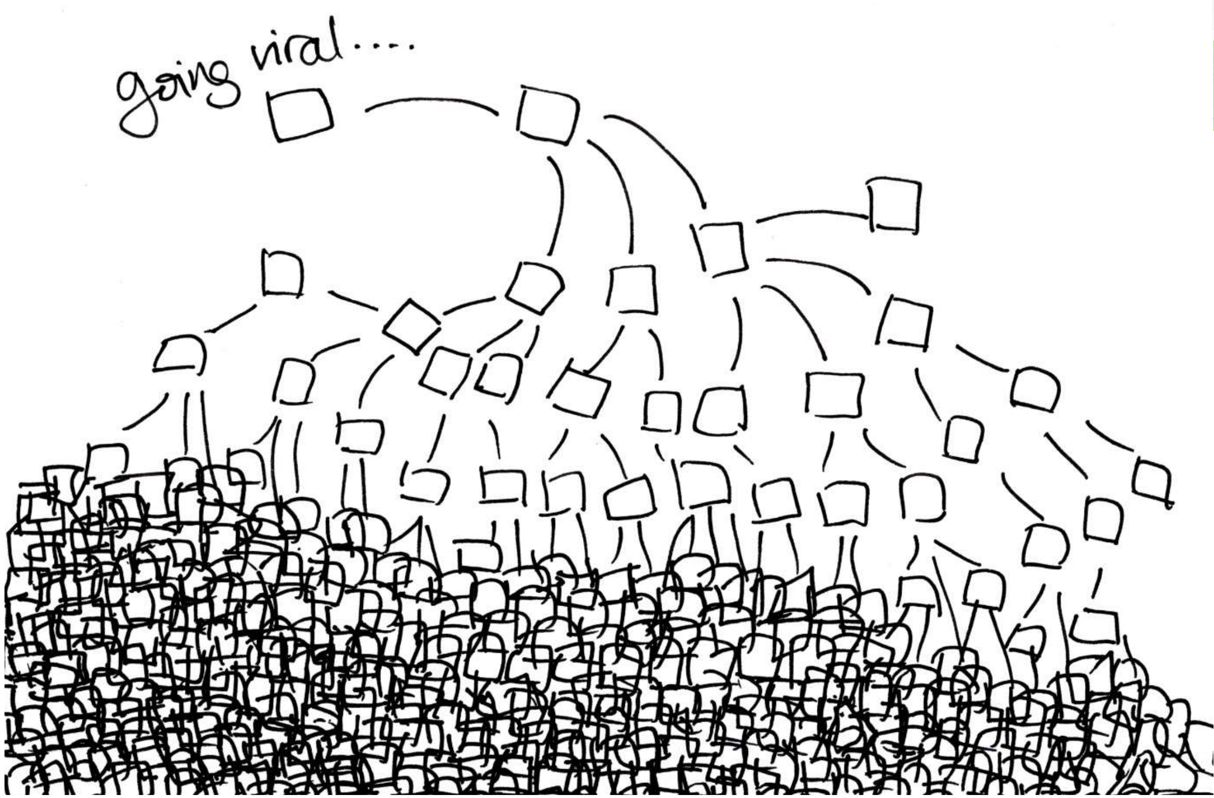


Diffusioni di epidemie: Ebola

Perché ce ne occupiamo?

Diffusioni di epidemie:
Coronavirus

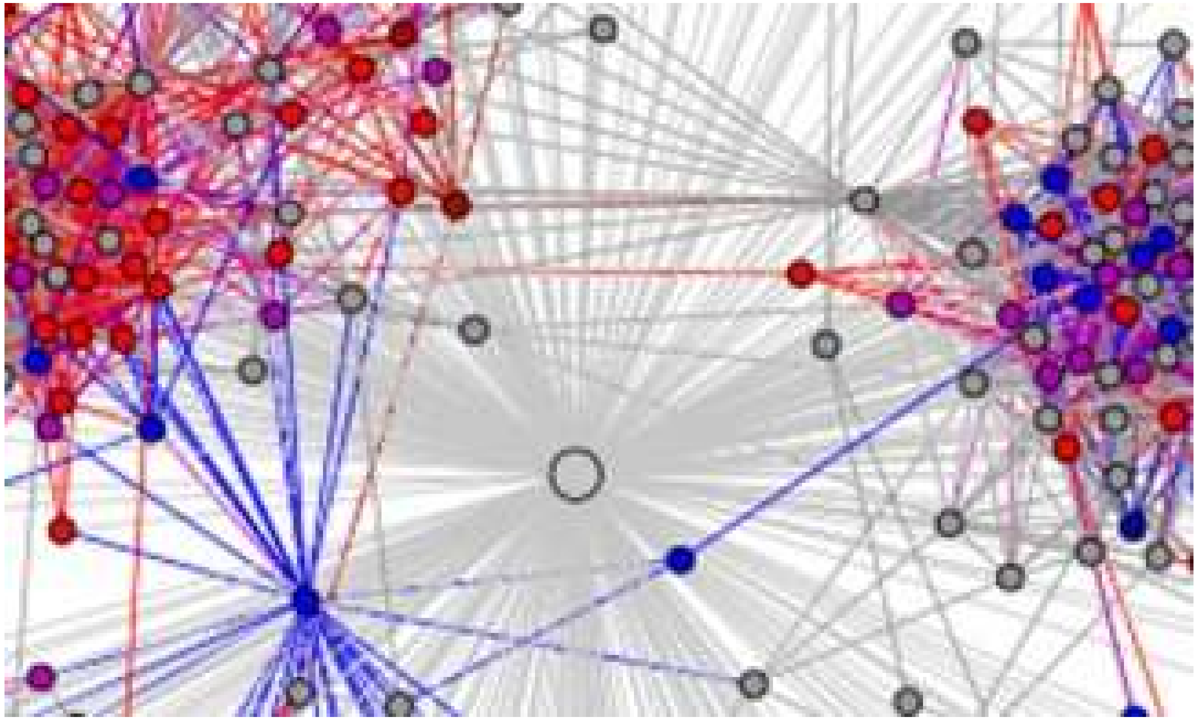
Perché ce ne occupiamo?



Viral marketing

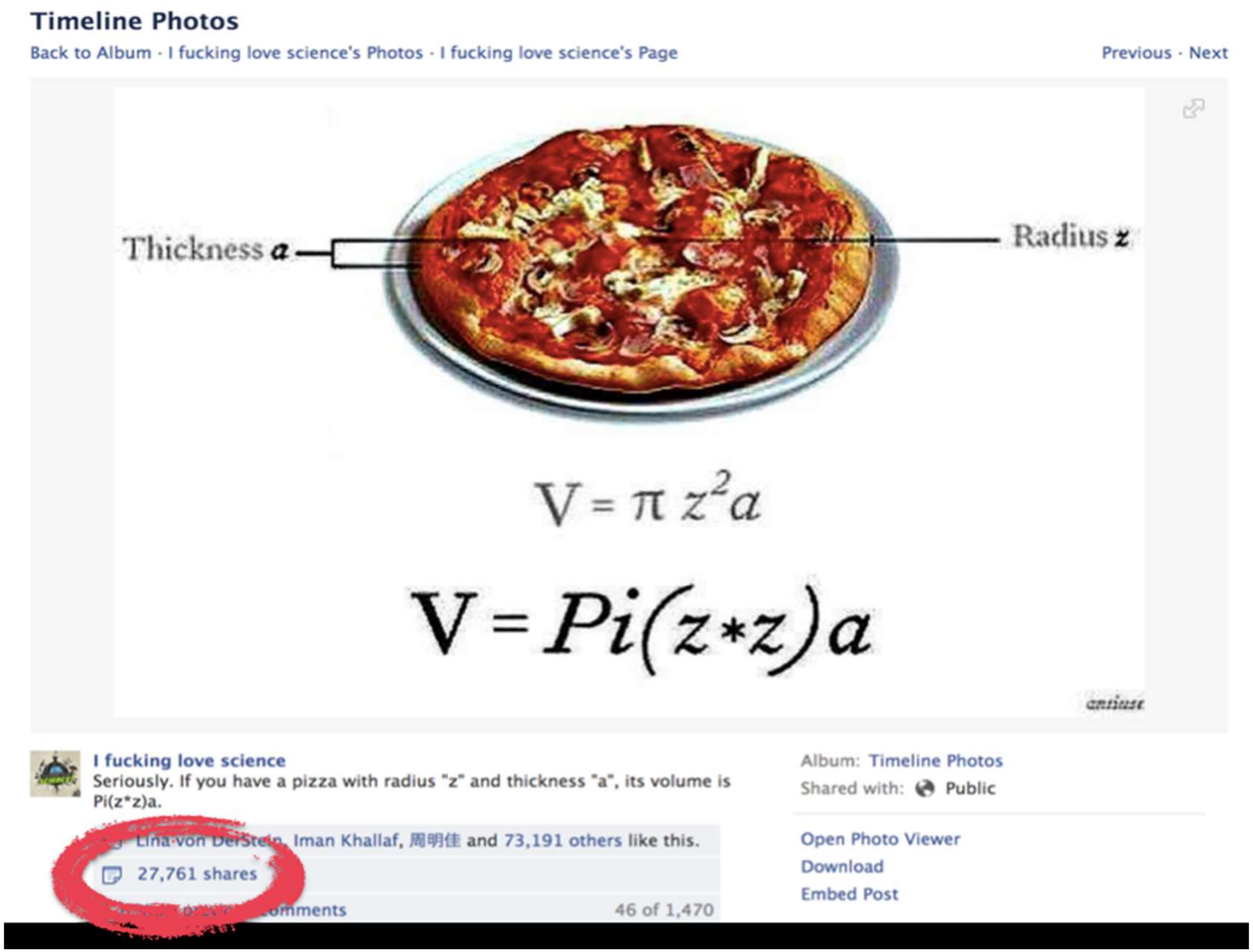
Perché ce ne occupiamo?

Diffusione di una innovazione



Condivisione di post su Twitter & Facebook

Condivisione di post su Twitter & Facebook



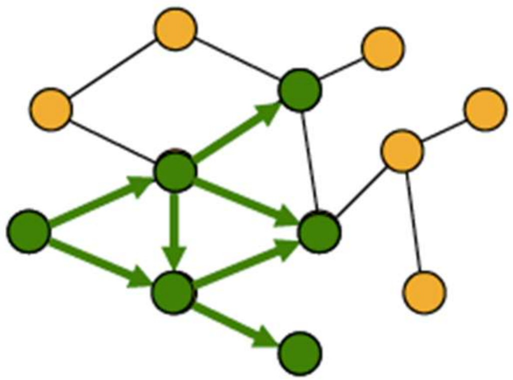
Network cascade

Contagio che si diffonde lungo gli archi della rete

Supponiamo che i nodi della rete usino **B** e che, per un qualche motivo, un vertice (o più – *adopter o seed*) decida di usare **A**.

Alcuni adiacenti dei seed potrebbero decidere di usare pure loro **A**, ed anche i loro adiacenti potrebbero fare lo stesso

Si crea una propagazione a cascata



Come modellare questo processo di diffusione?

- Modelli basati sulle decisioni:
  - Modelli usati quando bisogna prendere decisioni sull'adozione di un prodotto
    - Un nodo osserva le decisioni dei suoi adiacenti e poi prende la sua decisione
    - Esempio: condividi una opinione se *k* dei tuoi amici lo fanno

- Modelli probabilistici :
  - Modelli usati per lo spreading di influenze o di malattie
    - Un nodo infetto cerca di "spingere" il contagio verso un nodo non infettato
    - Esempio: puoi prendere una malattia con qualche probabilità da un vicino infetto nella rete.

Modelli basati sulle decisioni

Diffusione in Networks

Studieremo come un nuovo comportamento, un'opinione, una tecnologia spread (si diffonde) da una persona all'altra attraverso un social network.

- Le persone *influenzano* i loro amici per l'adozione di un nuovo comportamento
- Perchè? Due ordini di motivi:
  - *Beneficio diretto*: c'è un *profitto* nel copiare le decisioni di altri
    - (vantaggio reciproco) E.g. un telefono diventa più utile quando più persone lo usano
  - *Effetto Informativo*

Effetto Informativo

Le scelte fatte da altri possono fornire informazioni indirette su cose che essi conoscono (e.g., scegliere un ristorante - Tripadvisor)

Influenza sociale informativa (social proof):

Un fenomeno psicologico in cui le persone *assumo lo stesso comportamento di altri* nel tentativo di tenere un *comportamento corretto* di fronte ad una data situazione

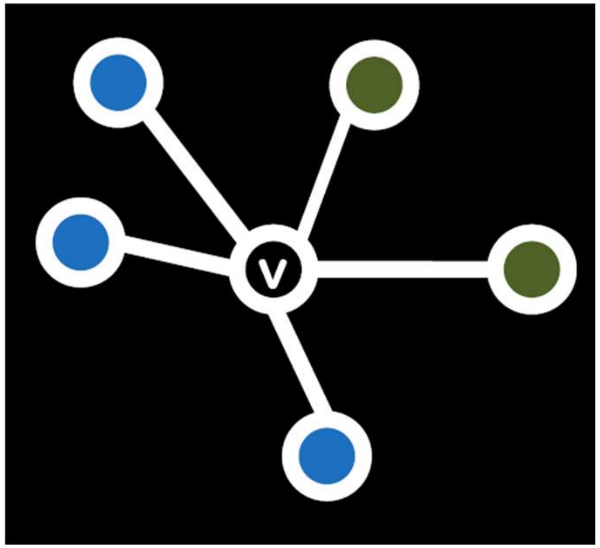
- prominente in *ambigue situazioni sociali* in cui le persone sono incapaci di determinare il comportamento più appropriato
- spinti dall'assunzione che *le persone circostanti ne sanno di più* di una certa situazione

Beneficio Diretto

Il beneficio nell'adottare un nuovo comportamento aumenta in proporzione al numero di adiacenti nella rete sociale che lo adottano

Un primo modello
[Morris 2000]

- Basato sul coordinamento di 2 nodi adiacenti:
  - 2 nodi – ciascuno sceglie un "comportamento" **A** o **B**
  - Ciascun nodo può adottare **solo un** "comportamento", **A** o **B**
  - Un nodo ha un profitto se l'amico (nodo adiacente) ha il suo stesso comportamento



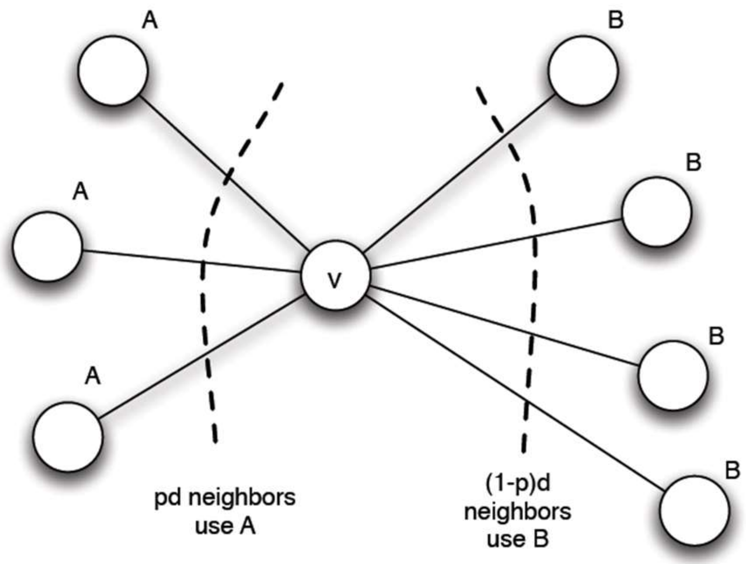
v ha una visione "locale" della rete, cioè basata solo sul suo neighborhood

Un primo modello

- profitto (quando v si relaziona ad 1 solo adiacente):
  - Se entrambi **v** e **w** adottano il comportamento **A**, ciascuno di essi ha un profitto **a > 0**
  - Se entrambi **v** e **w** adottano il comportamento **B**, ciascuno di essi ha un profitto **b > 0**
  - Se **v** e **w** adottano comportamenti opposti, il loro profitto sarà **0**

- Se **v** ha grado **d** > 1, il profitto segue la stessa regola per ciascuno degli adiacenti
  - Profitto di **v**: somma dei profitti accumulati nella relazione con ciascuno degli adiacenti

Scelta del nodo v



- **d** = numero di adiacenti di **v**
- **p** = frazione degli adiacenti di **v** che adottano **A**
  - profitto$_v$ = a p d   se **v** sceglie **A**
    = b (1-p) d   se **v** sceglie **B**

Così la scelta migliore per **v** è **A** se:

$$apd \geq b(1-p)d$$

$$p \geq \frac{b}{a+b} = q$$

Quindi possiamo scegliere il valore di **q** come threshold (soglia) per **v** e la scelta di **v** può seguire la seguente regola:

se la frazione degli adiacenti di **v** che scelgono **A** è almeno **q=b/(a+b)** allora **v** sceglie anche lui **A**

Esempio1: possibile scenario

- grafo in cui ogni nodo parte con **B**
- ad eccezione di un piccolo insieme di nodi **S** che adottano il comportamento **A**
  - indipendentemente dal profitto, scelgono **A**
- come conseguenza della scelta dei nodi in **S** altri nodi potrebbero cambiare idea e scegliere **A**
- Assumiamo che i profitti siano settati in maniera tale che un nodo dice:

  "se più del 50% dei miei amici sceglie A allora anche io scelgo A"

Esempio1: possibile scenario

- Assumiamo che i profitti siano settati in maniera tale che un nodo dice:

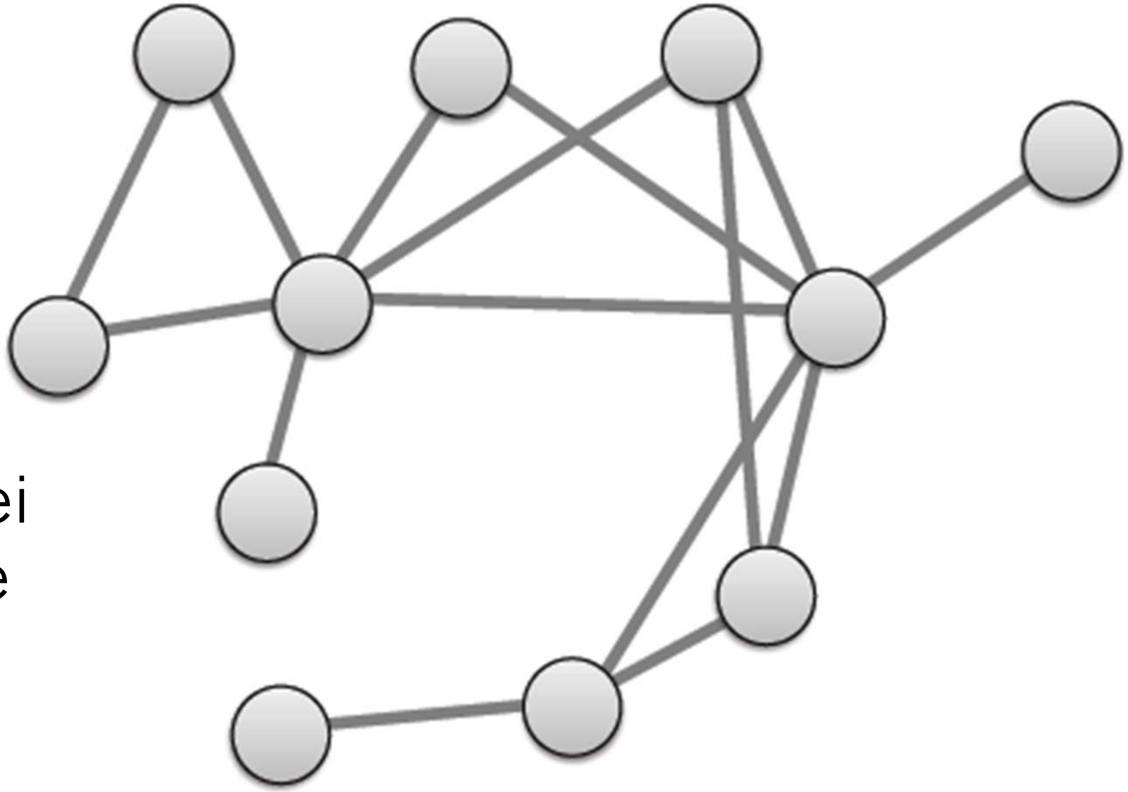
  “se più del 50% dei miei amici sceglie A allora anche io scelgo A”

  - questo significa che $q>50/100=1/2$ ma $q=b/(a+b)$;
  - quindi basta che $\mathbf{a=b-\varepsilon}$ ($\varepsilon>0$, costante piccola e positiva) e $\mathbf{q=}b/(a+b)\mathbf{>\frac{1}{2}}$

Esempio1: possibile scenario

- il processo di diffusione procede nel tempo per step:
  - in ciascuno step, ciascun nodo usa threshold **q** per decidere se cambiare e passare da **B** ad **A**

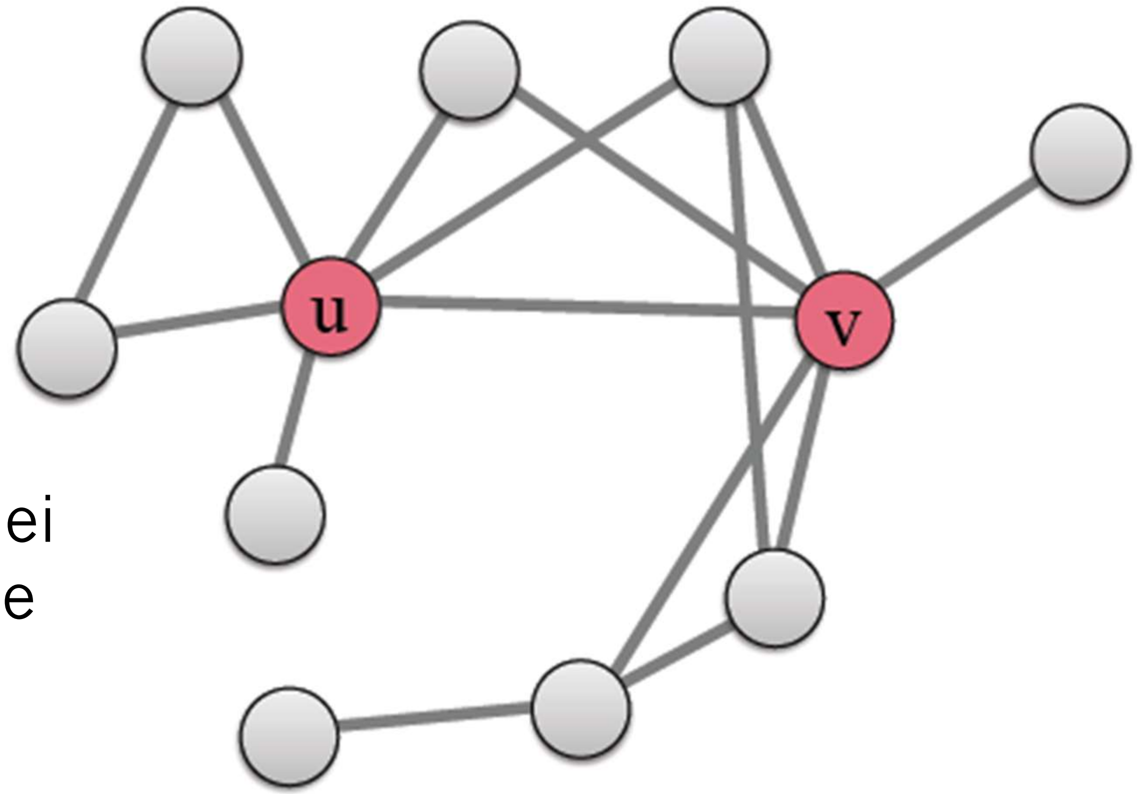
Esempio1: possibile scenario



se più del 50% dei miei amici sceglie **A** allora anche io scelgo **A**

Esempio1: possibile scenario

S={u,v}

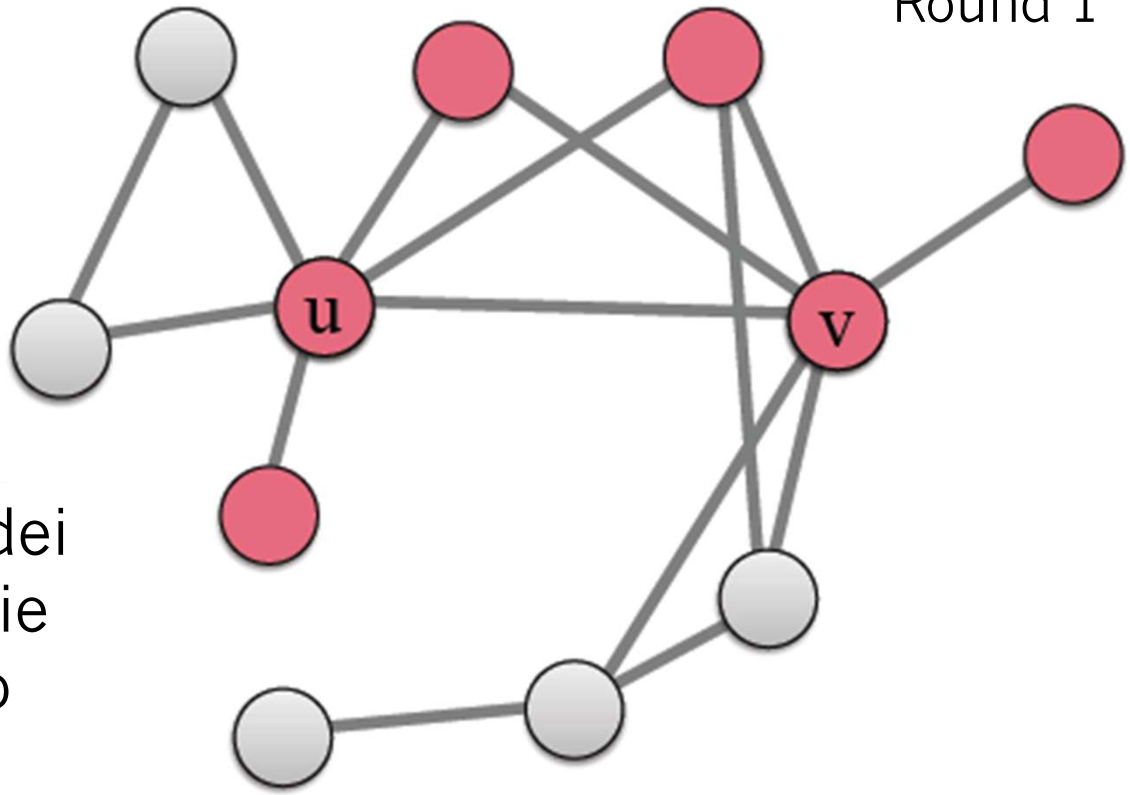


se più del 50% dei miei amici sceglie **A** allora anche io scelgo **A**

Esempio1: possibile scenario

S={u,v}

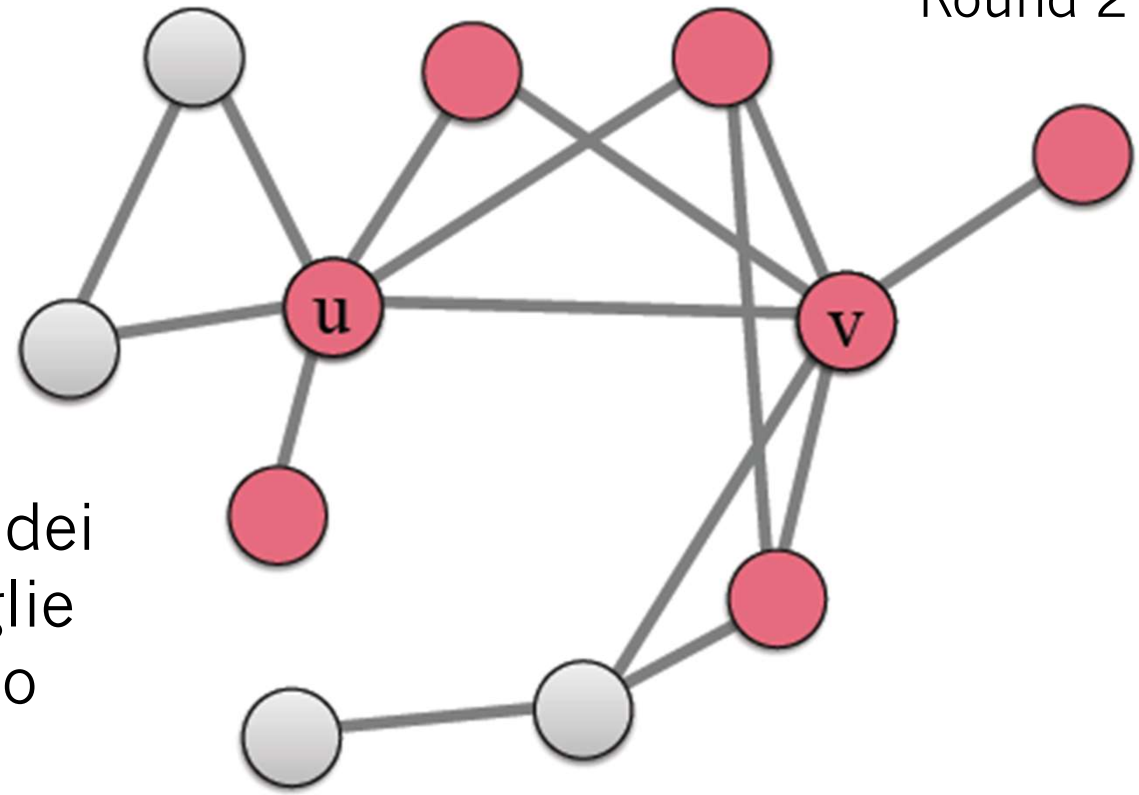
Round 1



se più del 50% dei miei amici sceglie **A** allora anche io scelgo **A**

Esempio1: possibile scenario

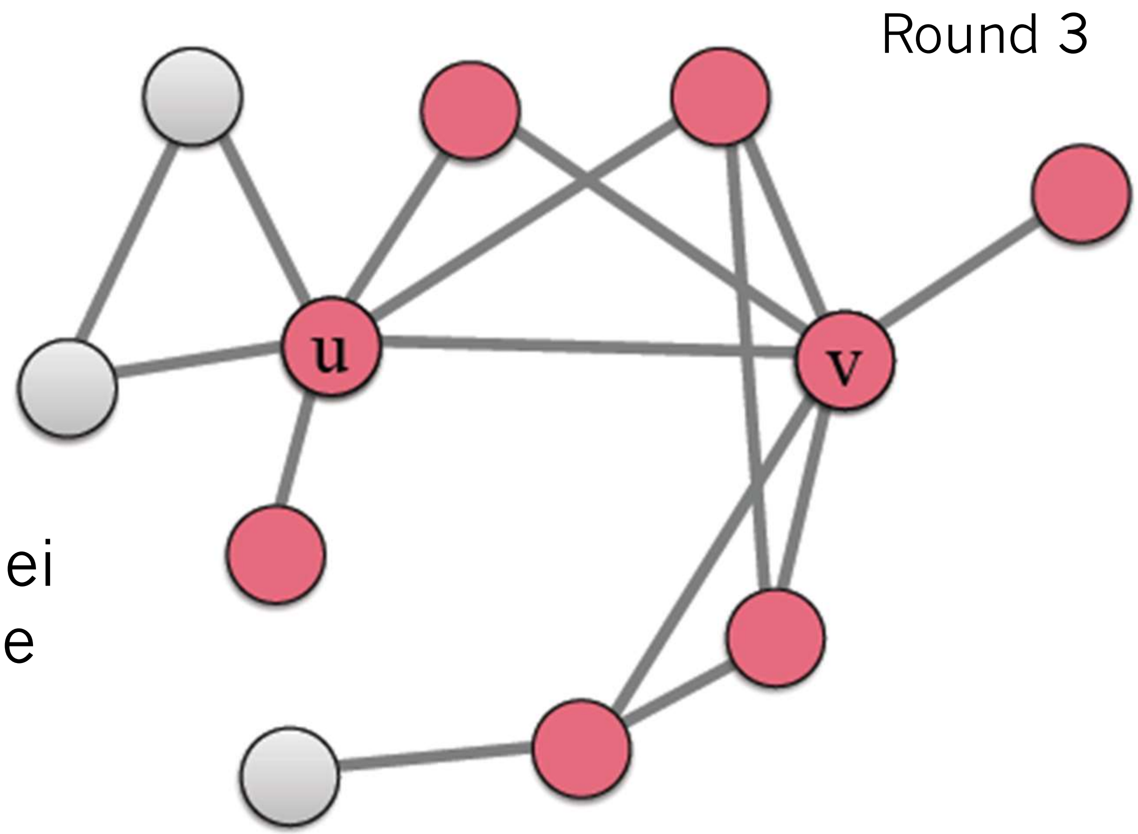
S={u,v}



se più del 50% dei miei amici sceglie **A** allora anche io scelgo **A**

Esempio1: possibile scenario

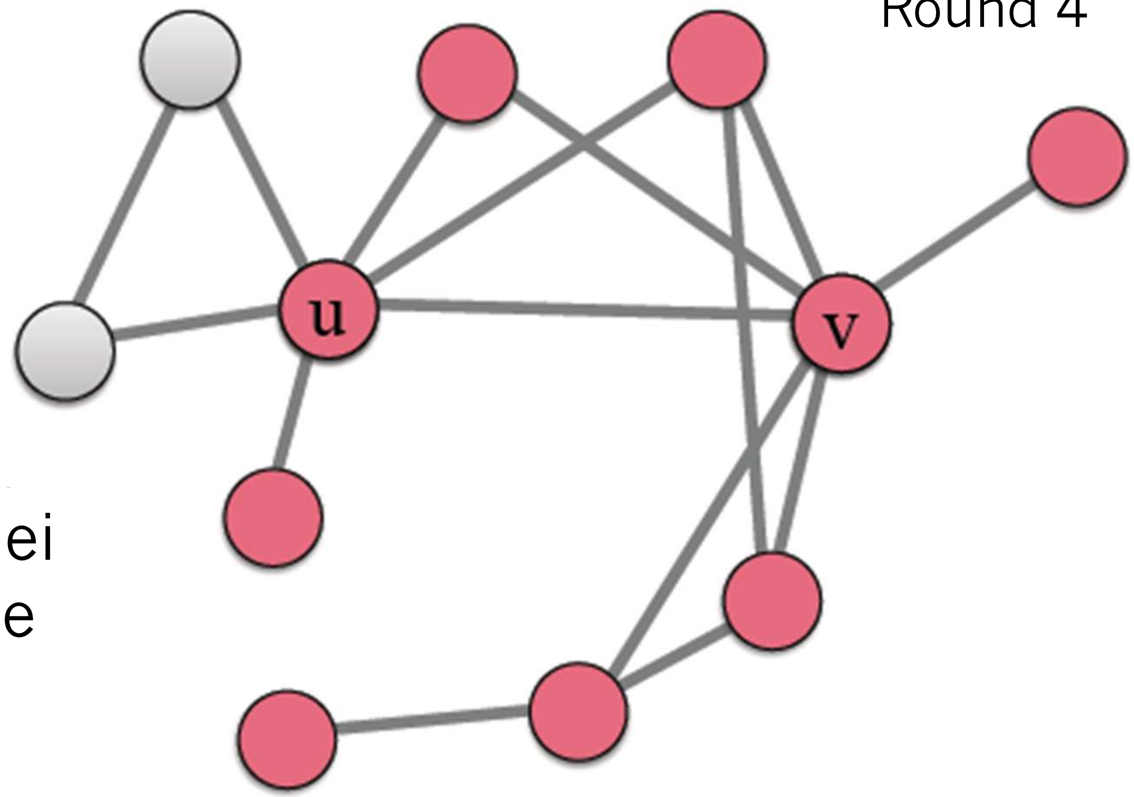
S={u,v}



se più del 50% dei miei amici sceglie **A** allora anche io scelgo **A**

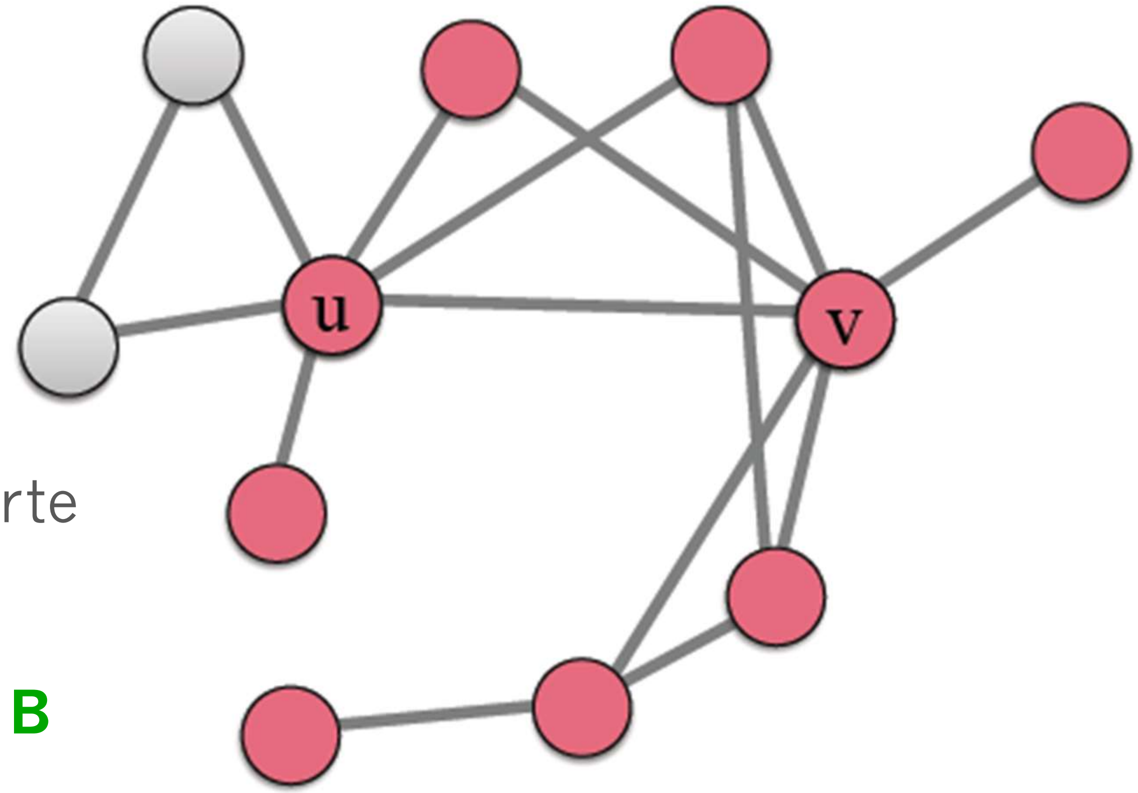
Esempio1: possibile scenario

S={u,v}



se più del 50% dei miei amici sceglie **A** allora anche io scelgo **A**

Esempio1: possibile scenario

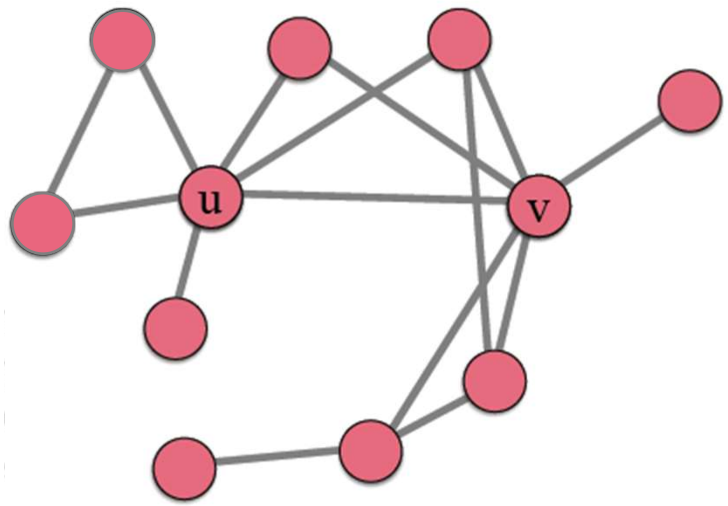


come si vede, una parte dei nodi non ha cambiato idea e continua ad adottare **B**

Esempio: possibile scenario

- Ma, se aumentiamo il profitto **a** così che **a** >>**b**
  - per esempio: **a** =2**b**+ε (per un piccolo ε>0) allora avremo **q**=**b**/(**a**+**b**)> 1/3
  - cioè, se più del 33% dei miei amici sceglie **A** allora anche io scelgo **A**

Quindi, la diffusione dipende non solo dalla struttura della rete ma anche dai profitti. **Ma**, in che modo la struttura incide?

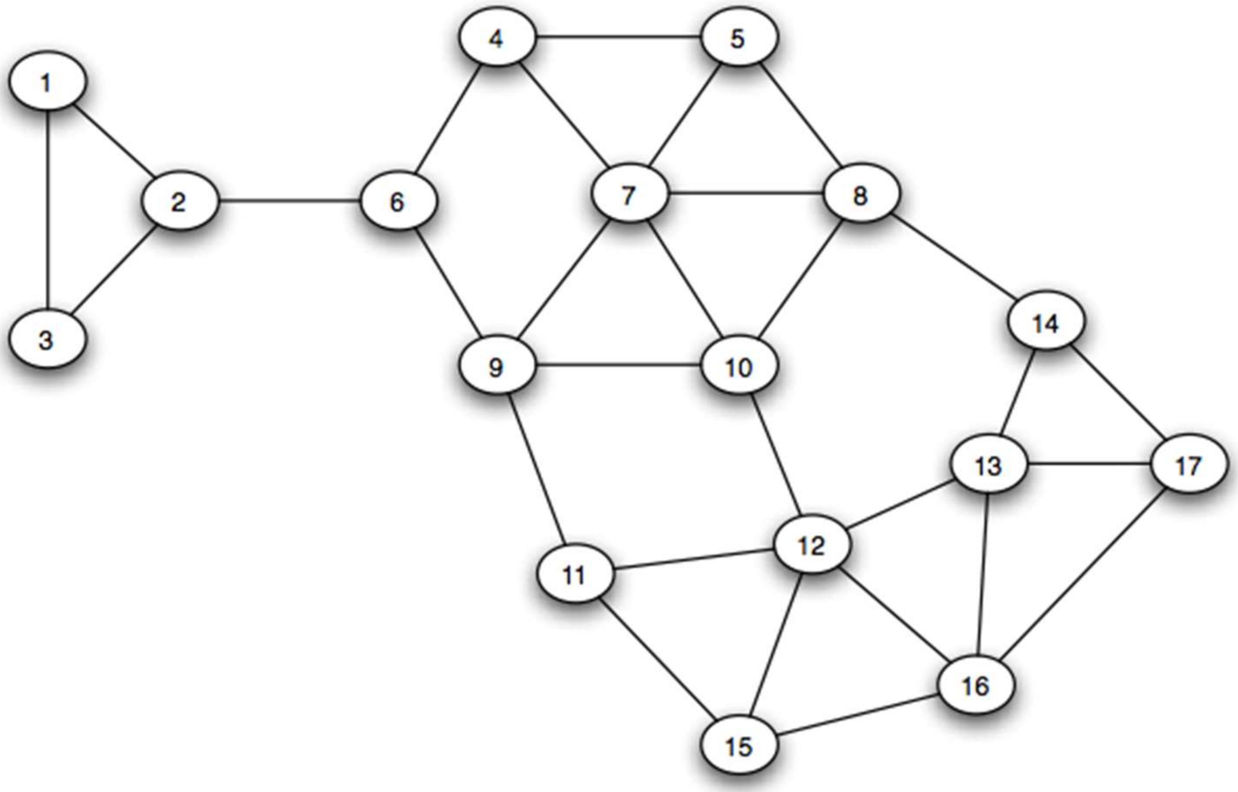


Esempio2: possibile scenario

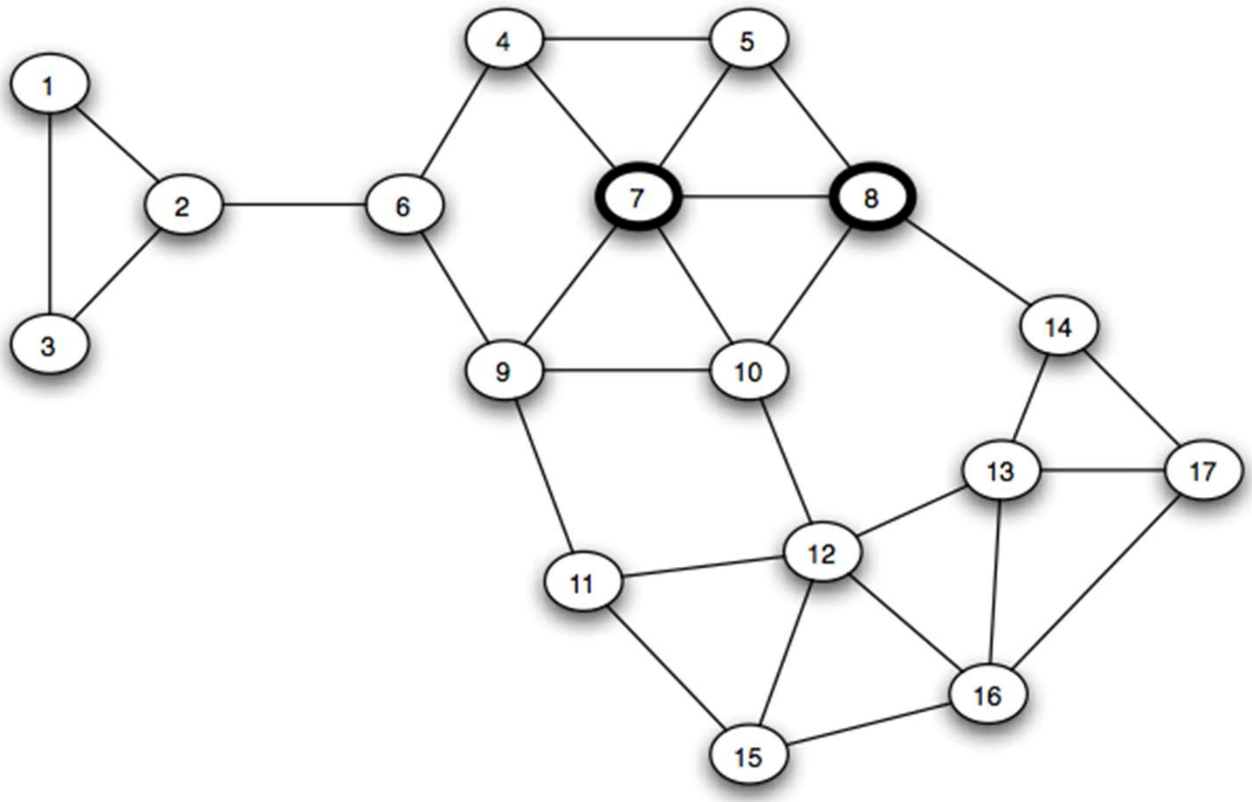
- grafo in cui ogni nodo parte con **B**
- ad eccezione di un piccolo insieme di nodi **S** che adottano il comportamento **A**
  - indipendentemente dal profitto, scelgono **A**
- come conseguenza della scelta dei nodi in **S** altri nodi potrebbero cambiare idea e scegliere **A**
- Assumiamo che i profitti siano settati in maniera tale che:

a=3 e **b**=2, quindi **q**= **b/(a+b)**=2/5

Esempio2: possibile scenario

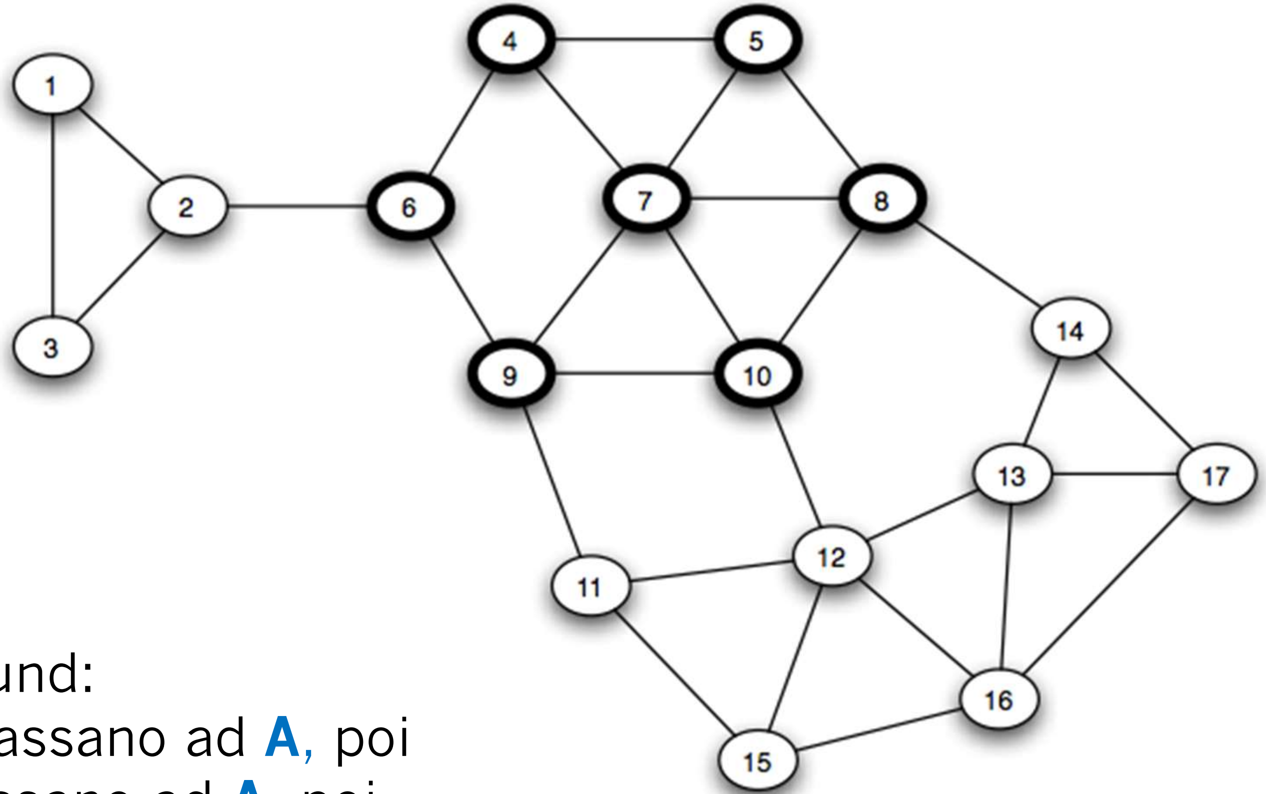


Esempio2: possibile scenario



S={7,8}

Esempio2: possibile scenario



S={7,8}

In tre round:
5 e 10 passano ad **A**, poi
4 e 9 passano ad **A**, poi
6 passa ad **A**

Nessun altro nodo cambia idea

Questo esempio illustra che:
comunità unite saldamente
possono impedire lo spread

Cascade

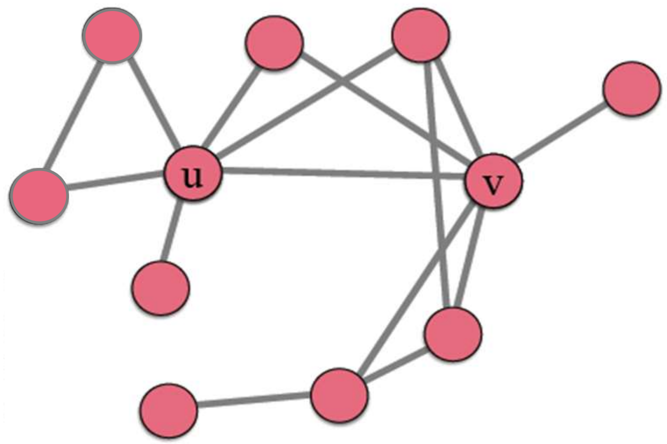
Def. Considera un grafo **G**

Inizialmente, solo un insieme **S** di nodi adotta **A** mentre il resto dei nodi adotta **B**

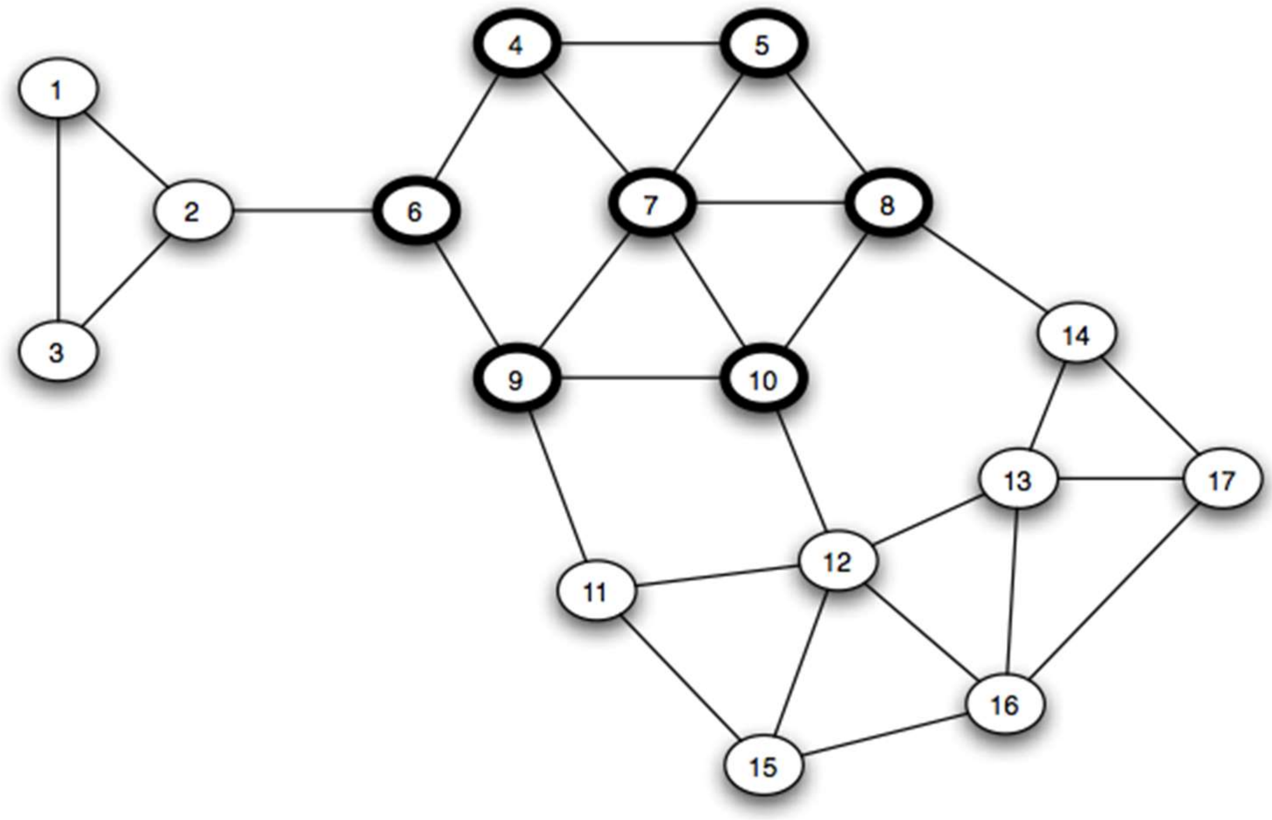
- ad ogni passo del processo di diffusione (spread), ogni nodo valuta di passare da **B** ad **A** usando il threshold **q**

se il processo di diffusione di **A** fa si che tutti i nodi della rete adottino **A** allora diremo che **S** ha causato una complete cascade con threshold **q**

S={u,v}



Che cosa ferma la cascade?

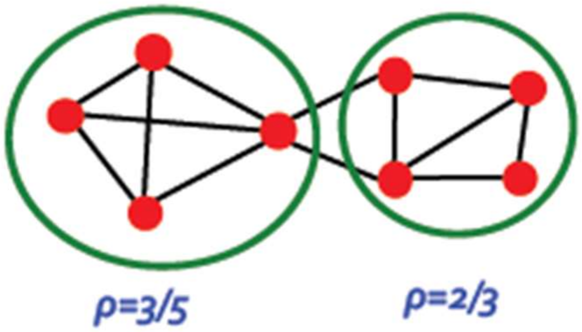


Cascade e clusters

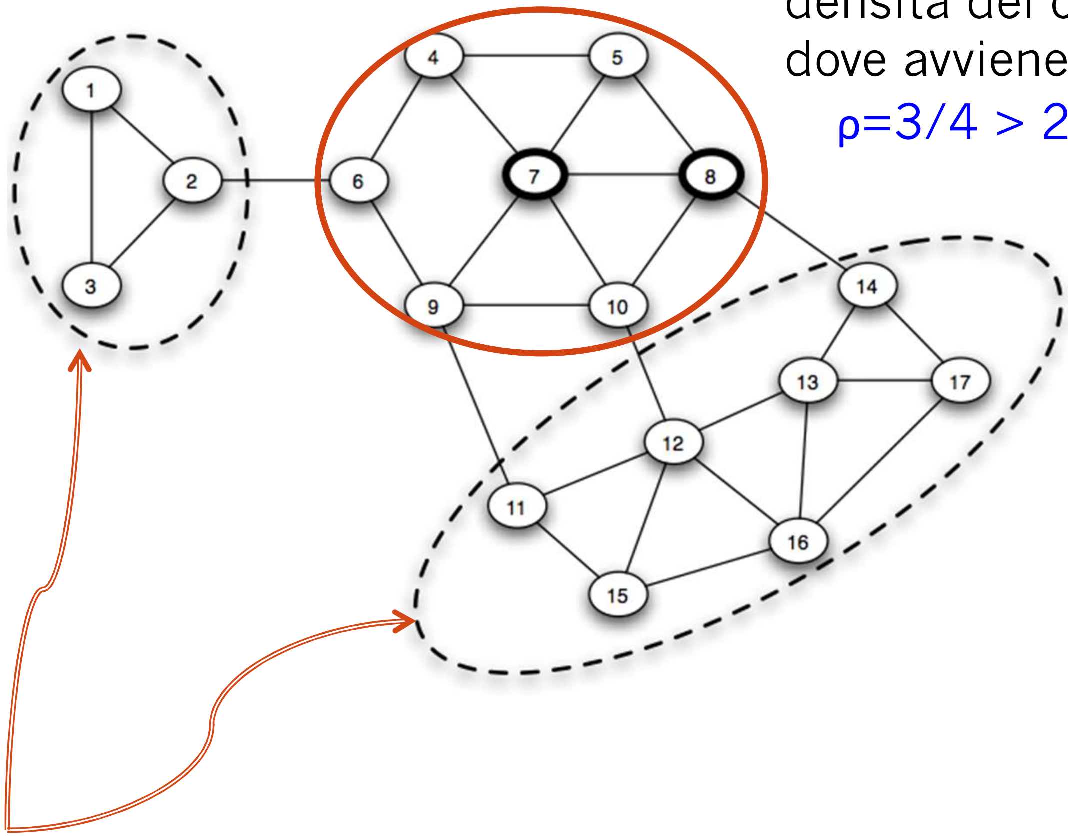
- Lo spread di un nuovo comportamento può bloccarsi quando esso cerca di insinuarsi in una comunità saldamente unita
- una proprietà chiave di tali comunità è che
  - quando tu appartieni ad una comunità, anche molti dei tuoi amici tendono ad appartenerci

Densità

Def. un cluster di densità ρ è un insieme di nodi **C** in cui ciascun nodo ha almeno una frazione ρ di adiacenti nell'insieme.



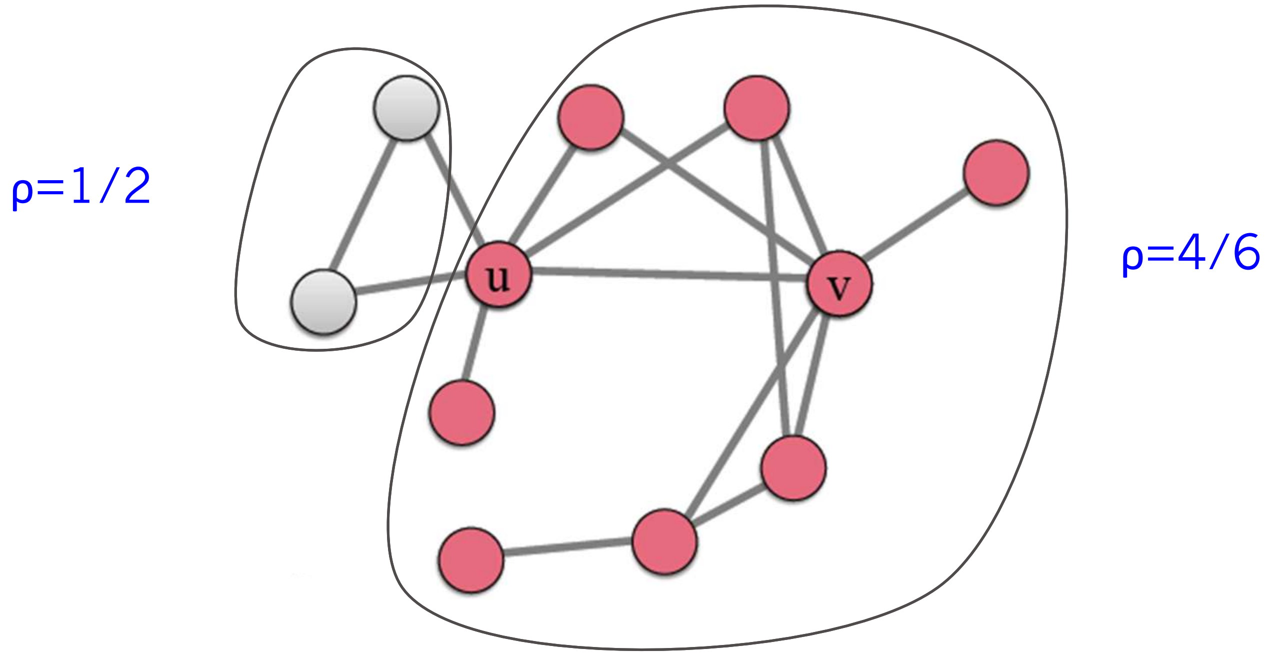
Densità



densità del cluster
dove avviene lo spread
$\rho=3/4 > 2/3$

due cluster di densità $\rho=2/3$

Che cosa ferma la cascade?



La cascade si ferma se lo spreading sta avvenendo in un cluster più denso.
Questo ne è il solo motivo

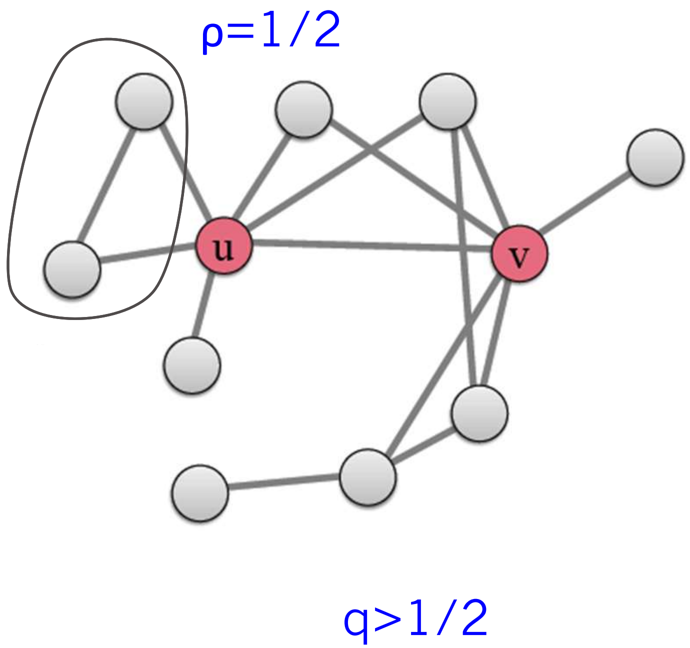
Che cosa ferma la cascade?

Teorema *Sia **S** l'insieme che adotta **A** inizialmente.*

*Tutti i nodi applicano threshold **q** per decidere se adottare **A***

1. ("i cluster ostacolano il cascade") *Se **G\S** contiene un cluster di densità **>(1-q)** allora **S** non può causare una complete cascade*

2. ("i cluster sono i soli ostacoli al cascade") *Se **S** non produce una complete cascade, allora c'è un cluster di densità **>(1-q)** in **G\S***



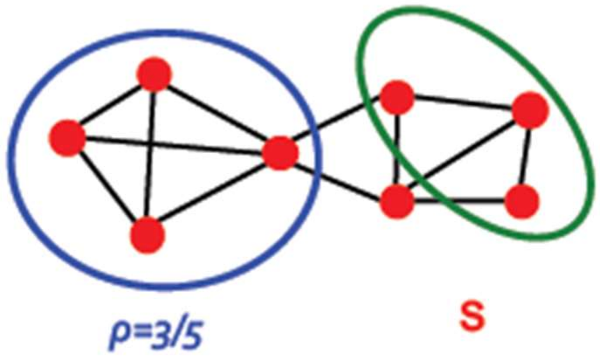
Che cosa ferma la cascade?

Teorema *Sia* ***S*** *l'insieme che adotta* ***A*** *inizialmente.*

Tutti i nodi applicano threshold ***q*** *per decidere se adottare* ***A***

1. ("i cluster ostacolano il cascade") *Se* ***G\S*** *contiene un cluster di densità* ***>(1-q)*** *allora* ***S*** *non può causare una complete cascade*

2. ("i cluster sono i soli ostacoli al cascade") *Se* ***S*** *non produce una complete cascade, allora c'è un cluster di densità* ***>(1-q)*** *in* ***G\S***



Non c'è cascade se

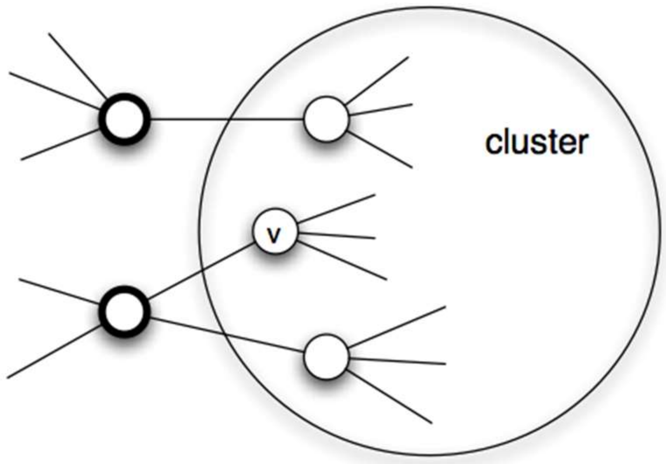
$3/5 > (1-q)$ cioè se

$q>2/5$

dimostrazione di 1.

- Consideriamo una rete in cui tutti i nodi applicano threshold **q** per decidere se adottare **A**, a partire da un seed set iniziale **S** di nodi che adottano **A**

- Supponiamo che **G\S** contiene un cluster di densità **>(1-q)**



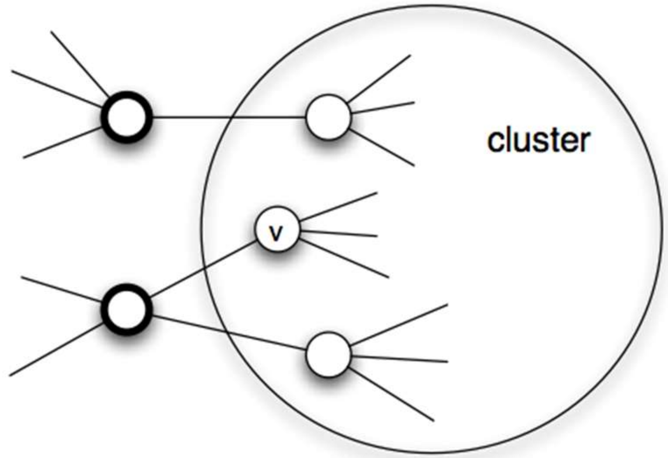
Dimostreremo che:

nessun nodo all'interno del cluster adotterà **A**

dimostrazione di 1.

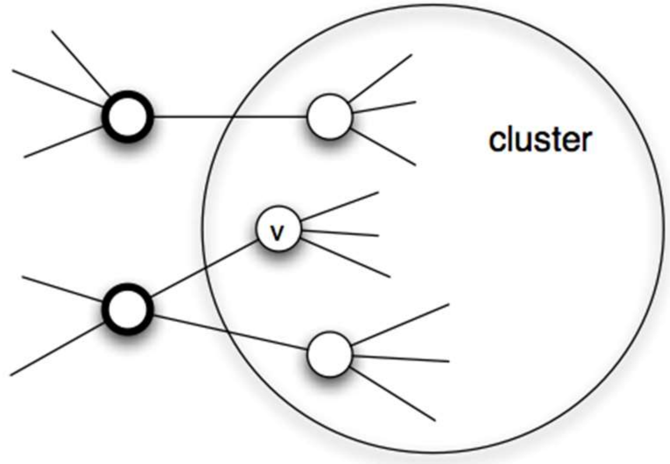
- *Procediamo per assurdo* e supponiamo che qualche nodo all'interno del cluster adotta **A**, e consideriamo il più piccolo round *t* in cui ciò accade

- Sia **v** un nodo del cluster che adotta **A** al tempo *t*



- Nel momento in cui **v** adotta **A**, **v** ha deciso basandosi sull'insieme di nodi che avevano adottato **A** alla fine del round $t - 1$

dimostrazione di 1.



- ma **v** è il primo dei nodi del cluster che adotta **A** ➔
  i soli adiacenti di **v** che adottano **A** sono al di fuori del cluster
- ma per ipotesi il cluster ha densità >1− q, cioè più di una frazione 1− q degli adiacenti di **v** sono all'interno del cluster ➔
  meno di una frazione q degli adiacenti di **v** sono al di fuori del cluster
- ciò è assurdo poiché la regola del threshold dice che affinchè **v** adotti **A**, **v** deve avere almeno q adiacenti che adottano **A** e quindi almeno q adiacenti al di fuori del cluster.

dimostrazione di 2.

Proveremo che:

ogni qualvolta un iniziale seed set **S** fallirà nel determinare una complete cascade con thereshold **q**, allora c'è un cluster in **G\S** di densità **> 1− q**

- Consideriamo il processo di spreading di **A** a partire da **S**, fino al momento in cui tale processo si ferma.
- Esso si ferma perché ci sono ancora nodi che usano **B** e nessuno di questi nodi cambia.
- Sia X = l'insieme dei nodi che adottano ancora **B** alla fine del processo
  - proveremo che X è un cluster con densità > **1− q**

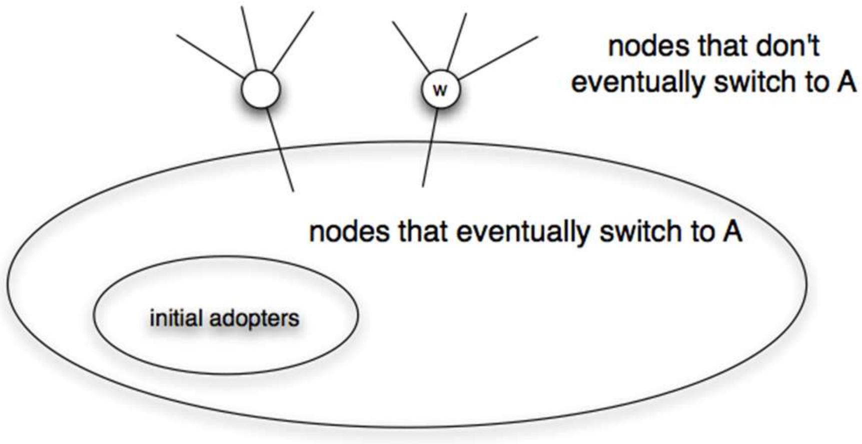
dimostrazione di 2.

- Consideriamo un nodo w in X

- poiché w non ha adottato **A**, vuol dire che la frazione dei suoi adiacenti che adotta **A** è < **q** → la frazione di adiacenti che usano **B** è > **1− q**

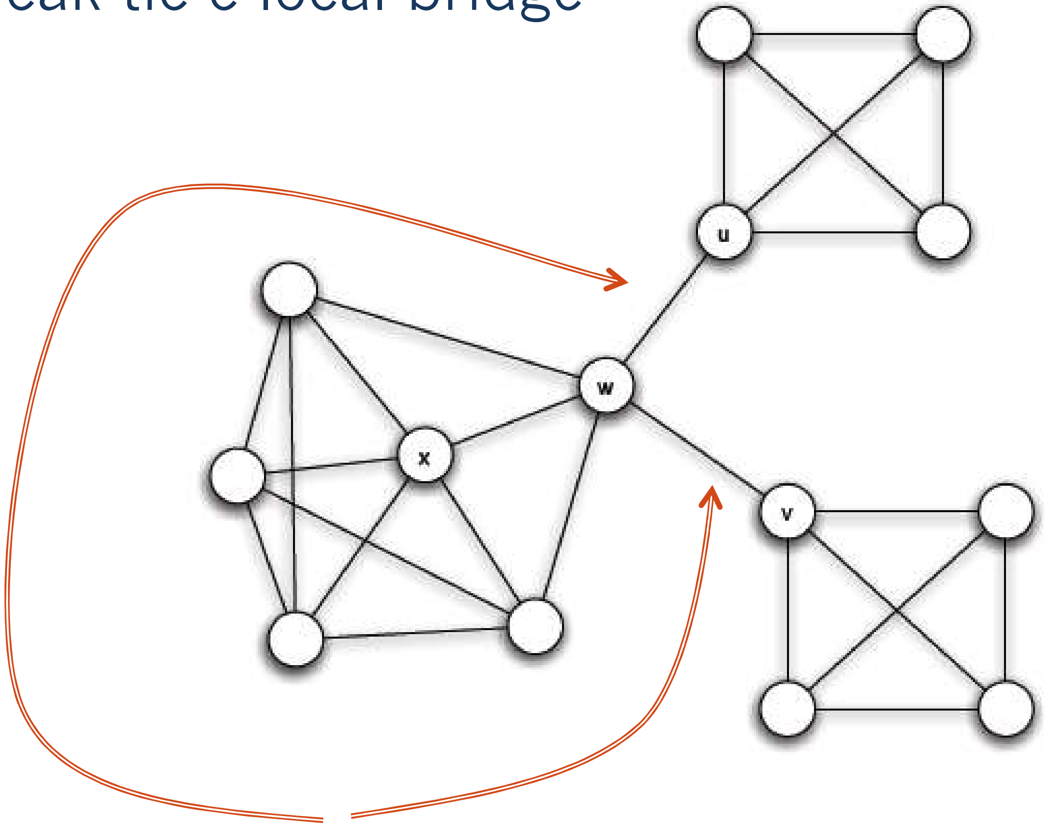
- ma i soli nodi che usano **B** nella rete appartengono ad X → la frazione di adiacenti di w appartenenti ad X è > **1− q**

- poiché questo vale per tutti i nodi in X, segue che X è un cluster di densità > **1− q**



Regola del Weak tie

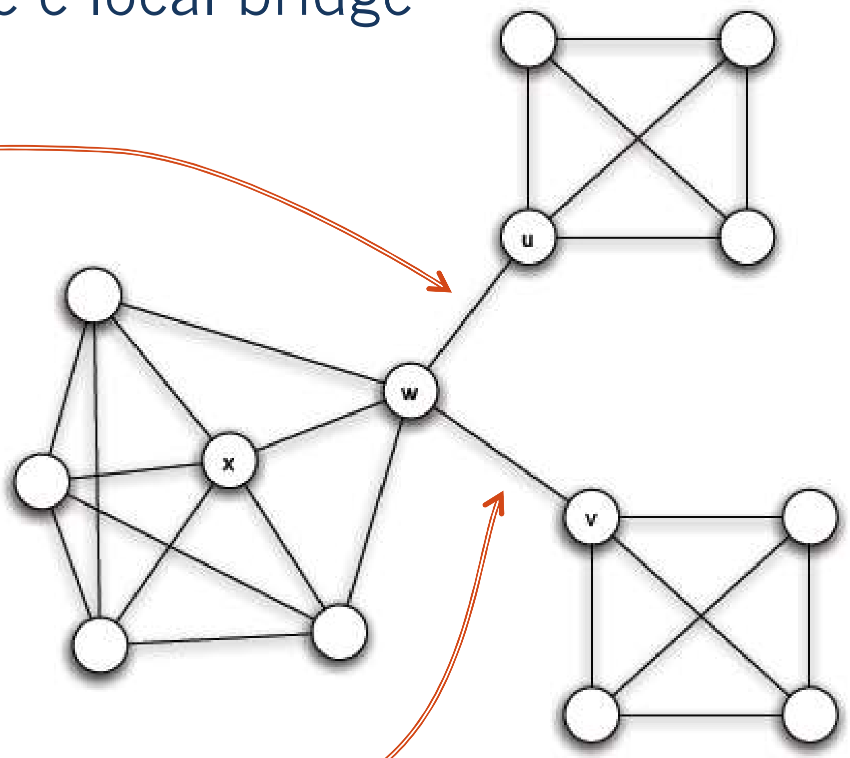
Relazione tra weak tie e local bridge



gli archi (u,w) e (v,w) (local bridge) sono gli unici canali per raggiungere comunità che altrimenti non potrebbero comunicare con l'esterno

Regola del Weak tie

Relazione tra weak tie e local bridge



I bridge convogliano awareness ma sono deboli nel trasmettere comportamenti costosi da adottare

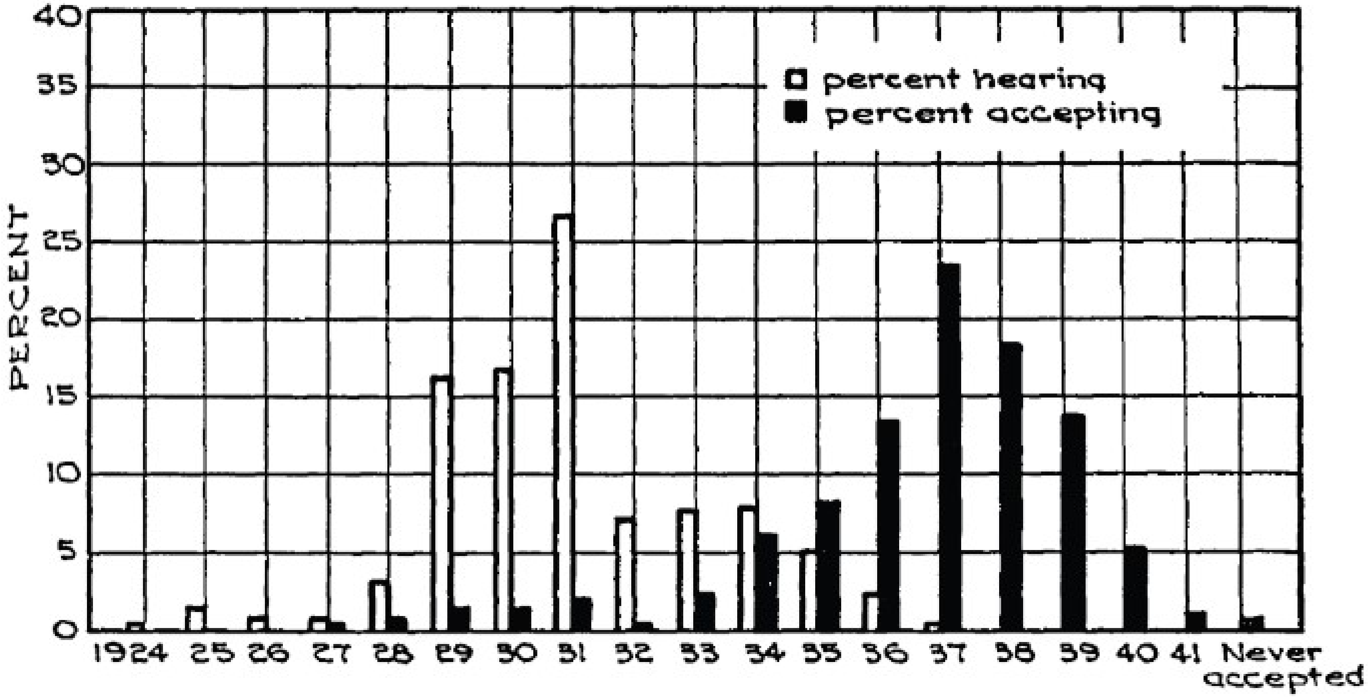
Interpretazione della regola del Weak tie

- un aspetto importante dei bridge nelle reti sociali:
  - essi convogliano la conoscenza di nuove cose, ma sono deboli a trasmettere comportamenti che sono in qualche modo rischiosi o costosi da adottare (cioè comportamenti che richiedono una quota soglia-threshold alta di adiacenti che l'adottano)

- nodi u e v hanno un forte vantaggio sugli altri nodi delle loro comunità:
  - possono essere informati da w su un comportamento spreading nella comunità di w,
  - ma per comportamenti che richiedono un threshold alto, essi continueranno a volersi adeguare con i nodi della loro comunità

Awareness VS Adoption

C'è una cruciale differenza tra sapere che c'è una nuova idea e decidere di adottarla



Anni nei quali si è stati informati (awareness) e si sono adottati i semi di mais ibridi

Estensioni del modello

Threshold eterogenei:

ogni nodo **v** ha il suo personale profitto quando si coordina con un adiacente

a_v = profitto di **v** se lui ed un suo vicino adottano **A**

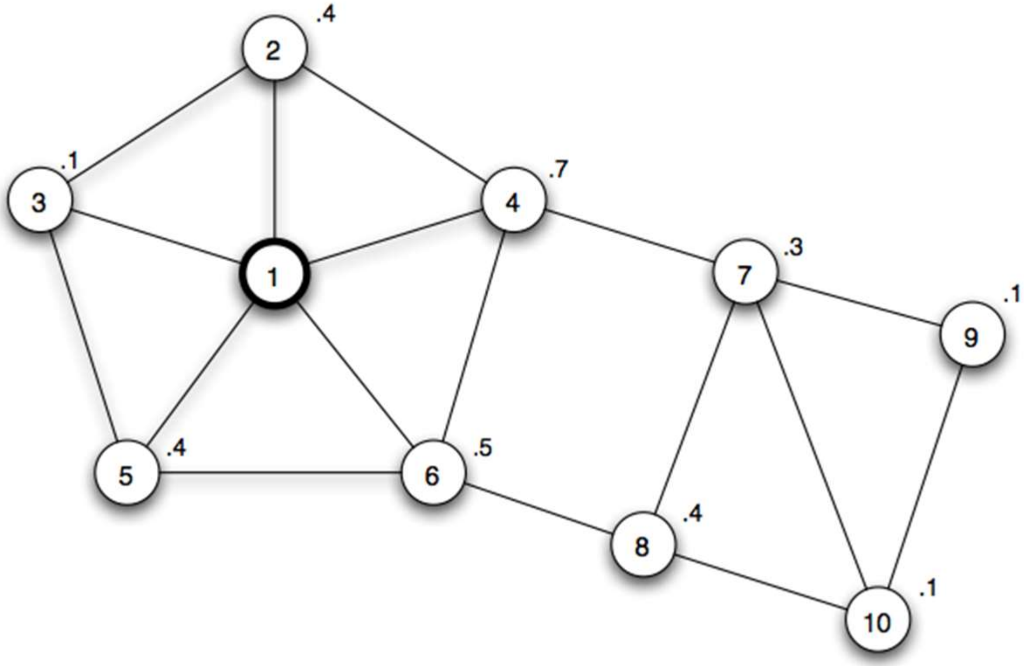
b_v = profitto di **v** se lui ed un suo vicino adottano **B**

threshold personale di **v**: $$q_v = \frac{b_v}{a_v + b_v}$$

v sceglie **A** se la percentuale dei suoi adiacenti che scelgono **A** è $\geq q_v$

Esempio: Threshold eterogenei

v sceglie **A** se la percentuale dei suoi adiacenti che scelgono **A** è $\geq q_v$

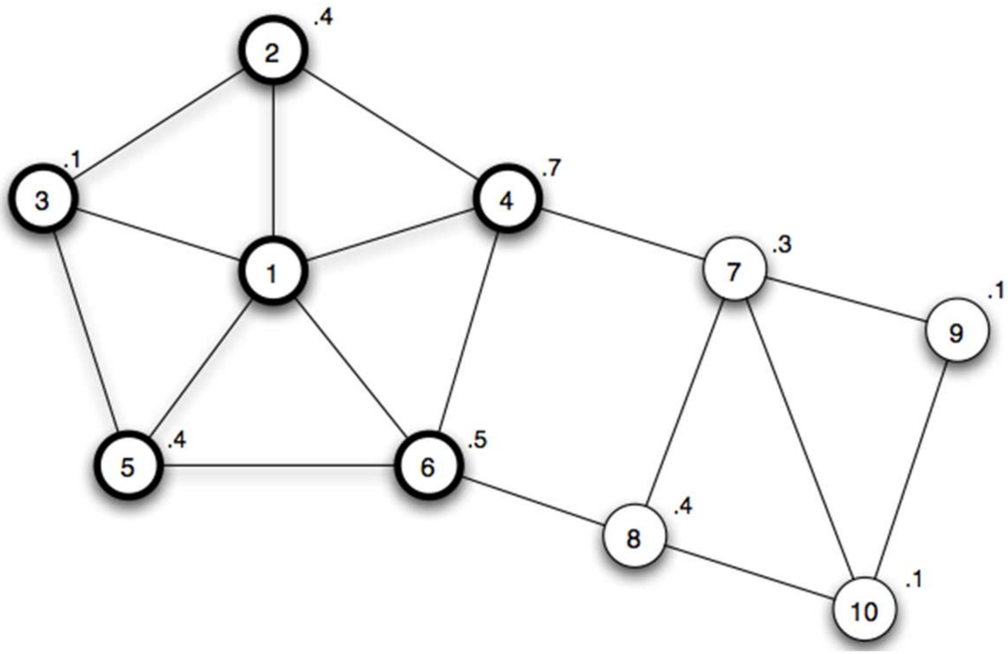


S={1}

tra gli adiacenti di 1, solo 3 ha un basso threshold (0.1) e quindi adotta **A**

Esempio: Threshold eterogenei

v sceglie **A** se la percentuale dei suoi adiacenti che scelgono **A** è $\geq q_v$



S={1}

grazie al nodo 3, **A** è adottato anche da 2 e 5; poi da 6 e 4.

Threshold eterogenei

Il teorema precedente può essere esteso anche al caso di thereshold eterogenei

Un blocking cluster in una rete è un insieme di nodi per i quali ciascun v ha > 1− q_v frazione dei suoi adiacenti nell'insieme

*Teorema Sia **S** l'insieme che adotta **A** inizialmente. Ogni nodo v applica threshold $\boldsymbol{q}_v$ per decidere se **adottare A.***

***S** causerà un complete cascade se e solo se **G\S** non contiene un blocking cluster*

Azioni collettive

- Consideriamo una situazione in cui
  - è importante che una larga fetta della popolazione si coordini
  - la rete sociale che la popolazione usa serve per trasmettere informazioni sulla volontà delle persone di partecipare

- Supponete di far parte di una tale società e che siete a conoscenza di una dimostrazione pubblica contro il governo prevista per domani

Azioni collettive

- Se un numero enorme di persone partecipa alla dimostrazione
  - allora, il governo sarà seriamente indebolito e chiunque nella società – inclusi i dimostranti – ne beneficeranno
- Ma se solo poche centinaia di persone manifesteranno
  - allora, i dimostranti verranno arrestati (o peggio) e sarebbe stato meglio rimanere a casa
- In queste circostanze,

che cosa sarebbe meglio fare?

Azioni collettive

Azione collettiva: un'attività che produce benefici solo se vi partecipano abbastanza persone

- manifestazioni contro un regime

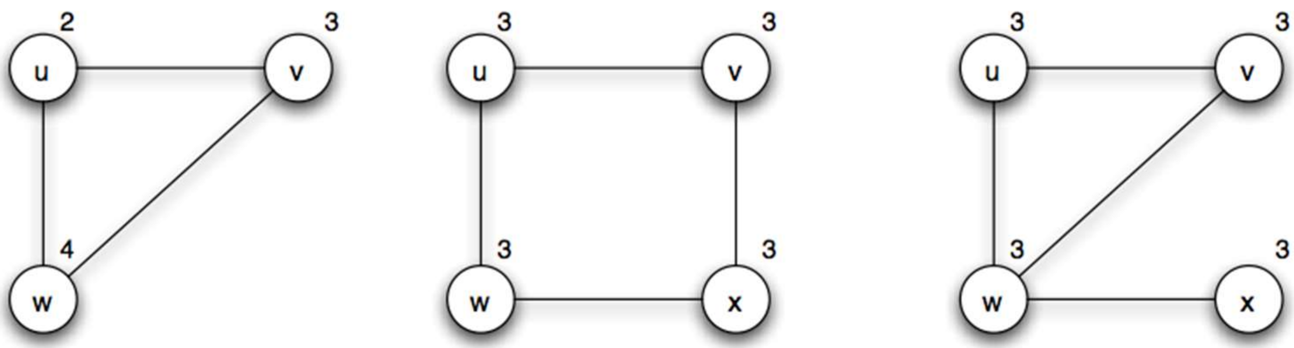
- pochi amici fidati
- carenza di informazioni sulla volontà di partecipazione di altri
- magari, molte persone vorrebbero partecipare ma poiché pensano che sono in pochi non partecipa
  - Ignoranza pluraristica: la gente fa una valutazione errata sulla prevalenza di una certa opinione nella popolazione
  - è possibile che una larga frazione della popolazione sia forte abbastanza da voler prendere misure estreme, ma la maggior parte di queste persone pensa di essere in minoranza – questo spinge a pensare che opporsi è rischioso

Azioni collettive: un modello

In base alla configurazione della rete ed ai valori dei threshold degli adiacenti, un nodo può decidere di partecipare o no.

- threshold *k* significa che si parteciperà se almeno *k* persone in totale (incluso se stesso) parteciperanno
- ciascuna persona conosce il suo threshold e quello dei suoi adiacenti

Esempio: Può avvenire un'insurrezione?



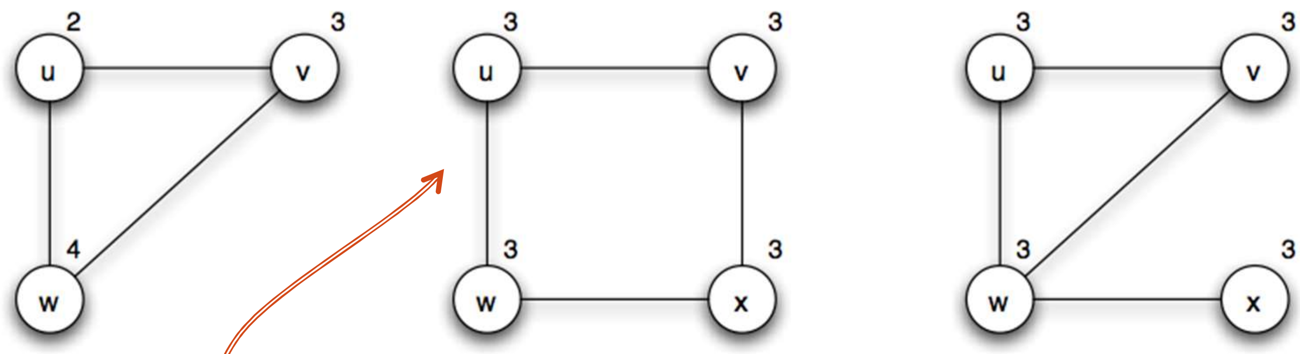
v sa che: il threshold di w è 4, essendo 3 i nodi, w non parteciperà
v ha threshold 3 e poiché w non parteciperà, v non parteciperà
u ha threshold 2 e poiché nessuno dei suoi adiacenti parteciperà, anche lui non parteciperà

Azioni collettive: un modello

In base alla configurazione della rete ed ai valori dei threshold degli adiacenti, un nodo può decidere di partecipare o no.

- threshold *k* significa che si parteciperà se almeno *k* persone in totale (incluso se stesso) parteciperanno
- ciascuna persona conosce il suo threshold e quello dei suoi adiacenti

Esempio: Può avvenire un'insurrezione?



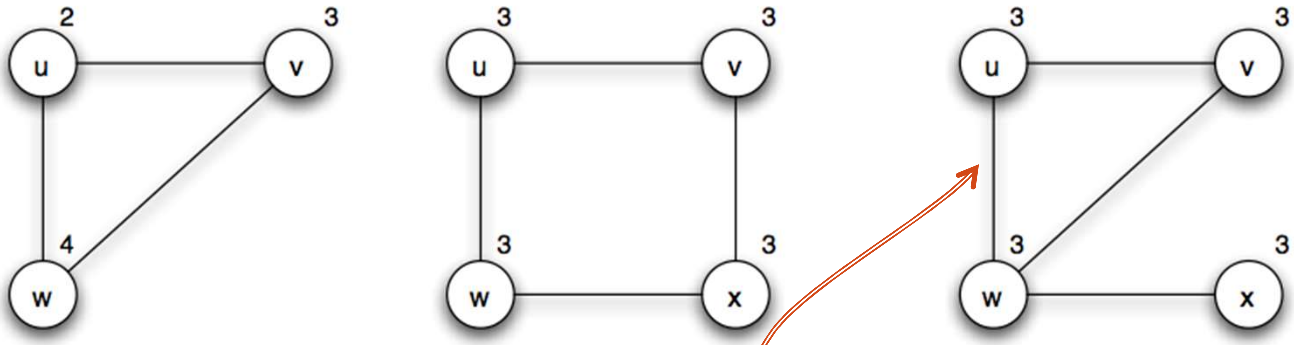
È sicuro per u partecipare?

Azioni collettive: un modello

In base alla configurazione della rete ed ai valori dei threshold degli adiacenti, un nodo può decidere di partecipare o no.

- threshold *k* significa che si parteciperà se almeno *k* persone in totale (incluso se stesso) parteciperanno
- ciascuna persona conosce il suo threshold e quello dei suoi adiacenti

Esempio: Può avvenire un'insurrezione?



E' sicuro per u partecipare?
Common knowledge
Se gli altri sapessero che gli altri sanno
.....

Cascade Capacity

Data una rete, quale è il *il più grande threshold* per il quale *un "piccolo" seed set* può causare un *complete cascade*?

Cascade Capacity

Come nel modello precedente:

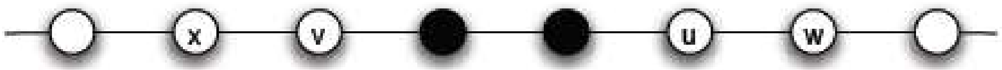
- Inizialmente, *un isieme finito S (seed set)* di nodi adotta A e tutti gli altri nodi adottano B
- Il tempo procede in step, $t = 1, 2, 3, \ldots$
- In ciascuno step t, ciascun nodo non in S usa il threshold q per decidere se passare da B a A (cioè se una percentuale dei suoi adiacenti che adotta A è $\geq q$)
- L'insieme S causa un complete cascade se alla fine del processo ogni nodo nella rete è passato a A

La cascade capacity della rete è il più grande valore del threshold q per il quale un seed set finito può causare un *complete cascade*.

Cascade Capacity

Consideriamo reti infinite, cioè reti con un numero infinito di nodi e dove tutti i nodi hanno esattamente la stessa configurazione

Una path infinita



Seed set: nodi neri

Ricorda che: un nodo adotta A se la percentuale dei suoi adiacenti che adotta A è $\geq q$

C'è cascade se $q \leq 1/2$

step 1: nodi u e v adottano **A** perché hanno uno dei due adiacenti che adottano **A**

step 2: nodi x e w adottano **A** perché hanno uno dei due adiacenti (v e w, rispettivamente) che adottano **A**

Se $q > 1/2$ non c'è cascade

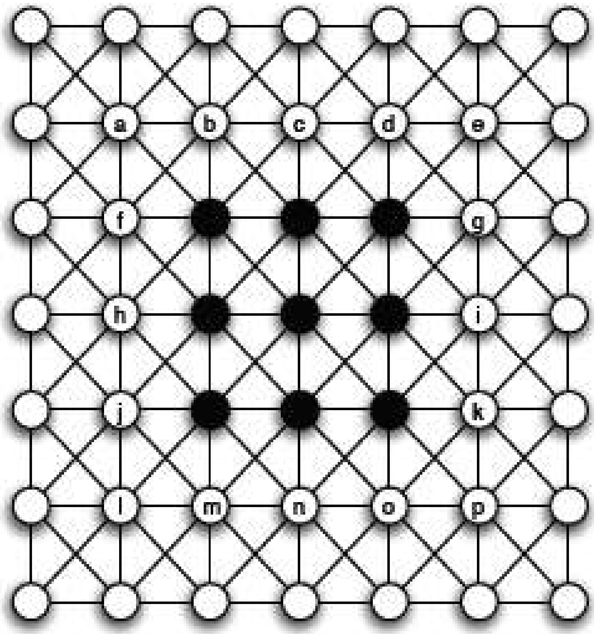
Entrambi gli adiacenti devono adottare **A** per adottare **A**; il seed set non può essere finito

Cascade Capacity

Consideriamo reti infinite, cioè reti con un numero infinito di nodi e dove tutti i nodi hanno esattamente la stessa configurazione

Una griglia infinita

Seed set: nodi neri



Ricorda che: un nodo adotta A se la percentuale dei suoi adiacenti che adotta A è ≥ q

C'è cascade se $q \leq 3/8$

step 1: nodi c, h, i, n adottano **A** perché hanno 3 degli 8 adiacenti che adottano **A**

step 2: nodi b, d, f, g, j, k, m, o adottano **A**

.....

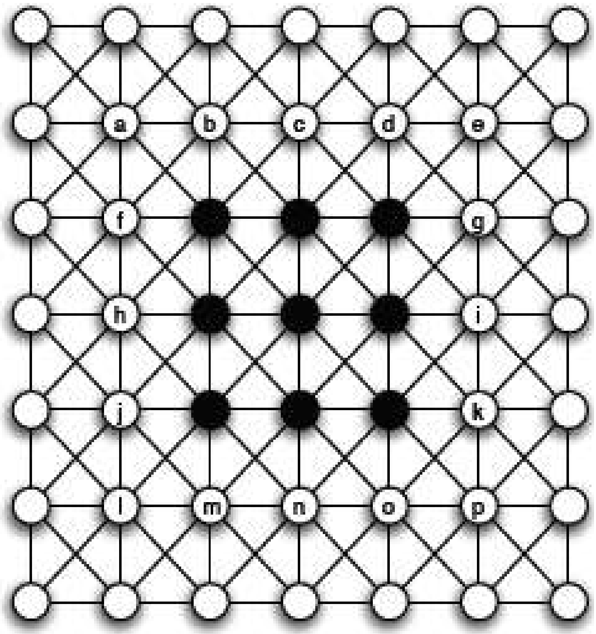
Con threshold $q \leq 2/8$ l'adozione di **A** fluisce ancor più velocemente

Cascade Capacity

Consideriamo reti infinite, cioè reti con un numero infinito di nodi e dove tutti i nodi hanno esattamente la stessa configurazione

Una griglia infinita

Seed set: nodi neri



Ricorda che: un nodo adotta A se la percentuale dei suoi adiacenti che adotta A è $\geq q$

Se $q > 3/8$ non c'è spread

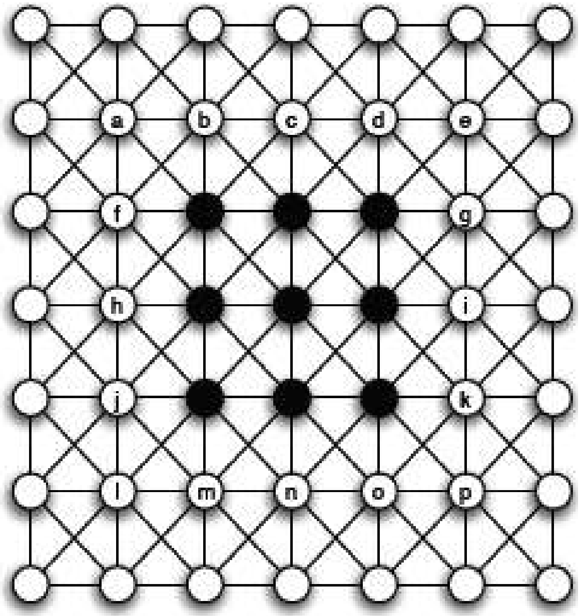
Dato un qualunque seed set finito e considerato il rettangolo della griglia in cui tale insieme è inserito, nessun nodo al di fuori di tale rettangolo adotterà **A**

Cascade Capacity

Consideriamo reti infinite, cioè reti con un numero infinito di nodi e dove tutti i nodi hanno esattamente la stessa configurazione

Una griglia infinita

Seed set: nodi neri



Ricorda che: un nodo adotta A se la percentuale dei suoi adiacenti che adotta A è $\geq q$

- La cascade capacity è una proprietà intrinseca della rete
- Anche se **A** migliore di **B**, cioè *q* strettamente compresi tra 3/8 ed 1/2, **A** non può vincere

Cascade Capacity

Quanto può essere grande la cascade capacity?

- La path infinita ha mostrato che esso è 1/2

C'è una qualche rete con una cascade capacity maggiore?

- Questo significherebbe che *una tecnologia inferiore (ricorda che $q=b/(a+b)> ½ \rightarrow a < b$)* potrebbe prendere il posto di una tecnologia superiore, anche quando la tecnologia inferiore parte solo con un piccolo iniziale seed set.

Teorema
Non esiste alcuna rete in cui la cascade capacity eccede 1/2

Cascade Capacity

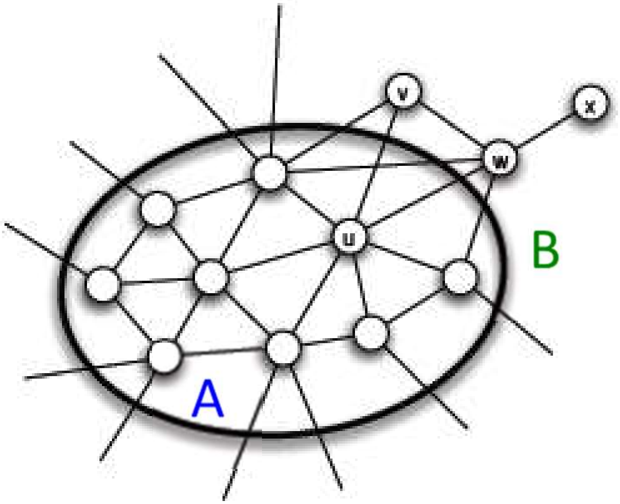
Teorema

Non esiste alcuna rete in cui la cascade capacity eccede 1/2

<u>Dimostrazione</u>:

Supponiamo che A si diffonda con threshold q > ½ a partire da un insieme finito S

Chiamiamo interfaccia l'insieme di archi che connettono nodi che già adottano A con nodi che adottano ancora B



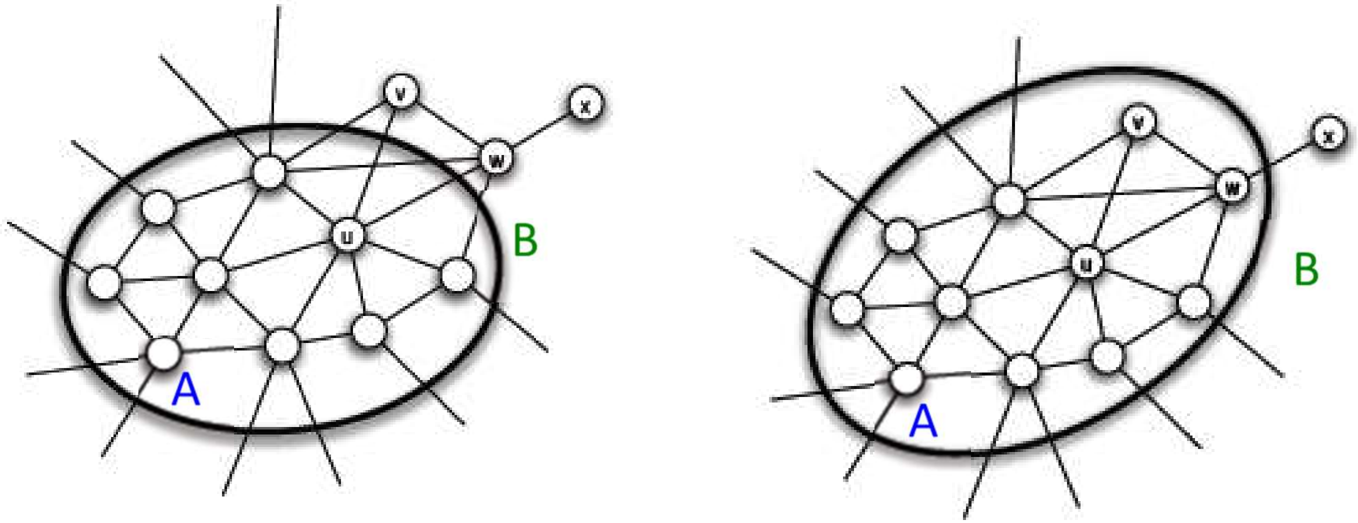
Perché questo è sufficiente?

I_0 = l'iniziale size dell'interfaccia, cioè il numero di archi che connettono i nodi di S con i nodi di V-S

I_0 è finito dato che S è finito ed ogni vertice ha un numero finito di adiacenti

Proveremo che in ciascuno step, la size dell'interfaccia diminuisce strettamente.

Cascade Capacity



Consideriamo un generico step t, e sia w un nodo che switch da B ad A

$d^{t-1}(w)$ = numero di adj di w al tempo t-1
$d^{t-1}_A(w)$ e $d^{t-1}_B(w)$ numero di adj di w che al tempo t-1 adottano A e B,
$d^{t-1}(w) = d^{t-1}_A(w) + d^{t-1}_B(w)$

Ma $d^{t-1}_A(w) > d^{t-1}(w) / 2 \Rightarrow d^{t-1}_B(w) < d^{t-1}(w) / 2 < d^{t-1}_A(w)$

Quindi alla fine dello step t, il numero di archi che connettono vertici con A e vertici con B è strettamente minore di quello al tempo t-1

Compatibilità e Cascade

Estensione: un individuo può qualche volta scegliere una combinazione di due comportamenti possibili

- tre startegie A, B and AB

- Esempio: popolazione alla frontiera di due stati che parlano lingue diverse

a= profitto se entrambi i nodi decidono di adottare **A**

b= profitto se entrambi i nodi decidono di adottare **B**

Due nodi bilingue AB ed AB possono interagire usando il comportamento che ritengono migliore tra i due: max{a, b}

Un nodo bilingua AB ed un nodo monolingua A (o B) possono interagire solo usando il comportamento del nodo monolingua A (o B): a (o b)

Compatibilità e Cascade

Estensione: un individuo può qualche volta scegliere una combinazione di due comportamenti possibili

- tre startegie A, B and AB

- Esempio: popolazione alla frontiera di due stati che parlano lingue diverse

a= profitto se entrambi i nodi decidono di adottare **A**

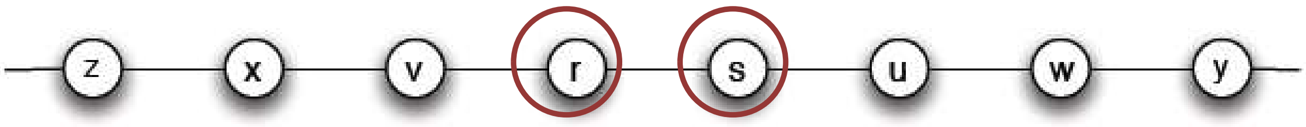
b= profitto se entrambi i nodi decidono di adottare **B**

Un nodo può decidere di adottare AB cioè può scegliere di interagire con entrambi gli adiacenti, ma questo comporta un costo c = costo per essere bilingue

Profitto di nodo: somma dei profitti accumulati nella relazione con ciascuno degli adiacenti

Compatibilità e Cascade

Esempio (a = 2, b =3, c =1)



Start B B B A A B B B

B: 0+b = 3

A: 0+a = 2

AB: b+a-c = 4 √

Step 1 B B AB A A AB B B

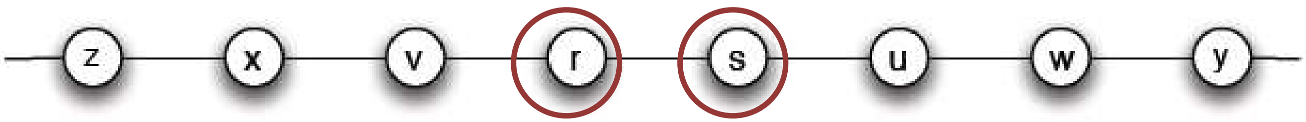
B: b+b = 6 √

A: 0+a = 2

AB: b+b-c = 5

Compatibilità e Cascade

Esempio (a = **5**, b =3, c =1)



Start	B	B	B	A	A	B	B	B

B: 0+b = 3
A: 0+a = 5
AB: b+a-c = 7 √

Step 1	B	B	AB	A	A	AB	B	B

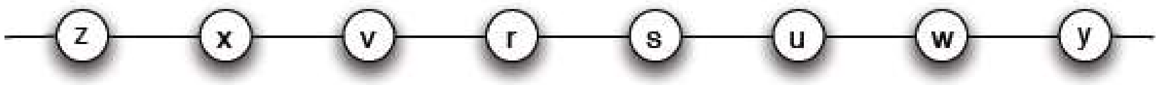
B: b+b = 6
A: 0+a = 5
AB: b+a-c = 7 √

Step 2	B	AB	AB	A	A	AB	AB	B

B: 0+b = 3
A: a +a = 10 √
AB: a+a-c = 9

Compatibilità e Cascade

Esempio (a = **5**, b =3, c =1)



Start	B	B	B	A	A	B	B	B
Step 1	B	B	AB	A	A	AB	B	B
Step 2	B	AB	AB	A	A	AB	AB	B
Step 3	AB	AB	A	A	A	A	AB	AB
Step 4	AB	A	A	A	A	A	A	AB

- Strategia AB si diffonde e nel contempo, i nodi switch permanentemente da AB to A
- Strategia B tende a *scomparire*

Compatibilità e Cascade

Dato un grafo infinito, per quali valori di *a*, *b* and *c*, è possibile generare una complete cascade del comportamento **A** a partire da un seed set finito?

Fissiamo *b* = 1 (tecnologia di default)

> Dato un grafo infinito, per quali valori di *a* *(quanto migliore è il nuovo comportamento* ***A****)* e *c* *(quanto compatibile dovrebbe essere con B)* è possibile generare una complete cascade del comportamento **A** a partire da un seed set finito?

Vedremo che ***A*** *fa meglio quando ha un profitto a più alto, ma in generale il tempo per effettuare il cascade è "lento" quando il livello di compatibilità è "intermediate" (valore di c non è nè troppo alto nè troppo basso)*

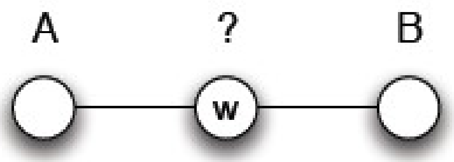
Compatibilità and Cascade

Esempio: path infinita

Esiste una relazione tra *a*, *b* e *c*?

Assumiamo che
- l'iniziale seed set formi un intervallo contiguo di nodi su una path
- $b = 1$

Inizialmente,

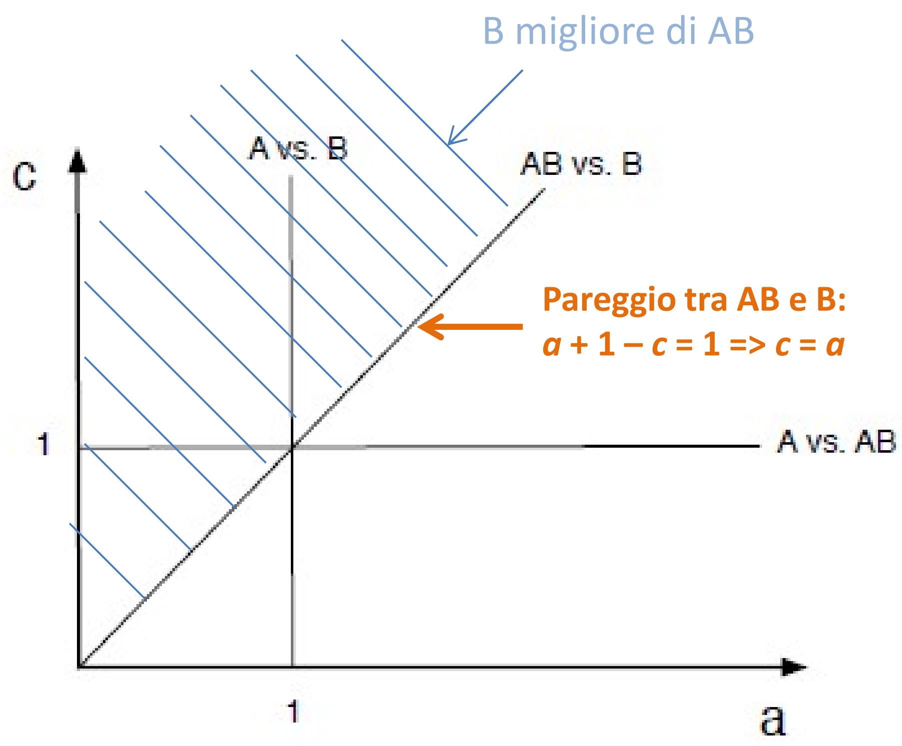


A: $0+a = a$

B: $0+b = 1$

AB: $a+b-c = a+1-c$

La strategia che il nodo adotterà dipende dalle relazione *tra a e c*



Compatibilità and Cascade

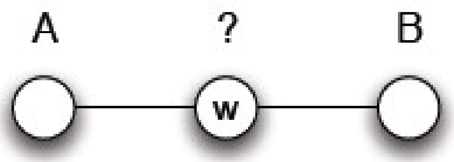
Esempio: path infinita

Esiste una relazione tra *a, b e c*?

Assumiamo che

- l'iniziale seed set formi un intervallo contiguo di nodi su una path
- $b = 1$

Inizialmente,

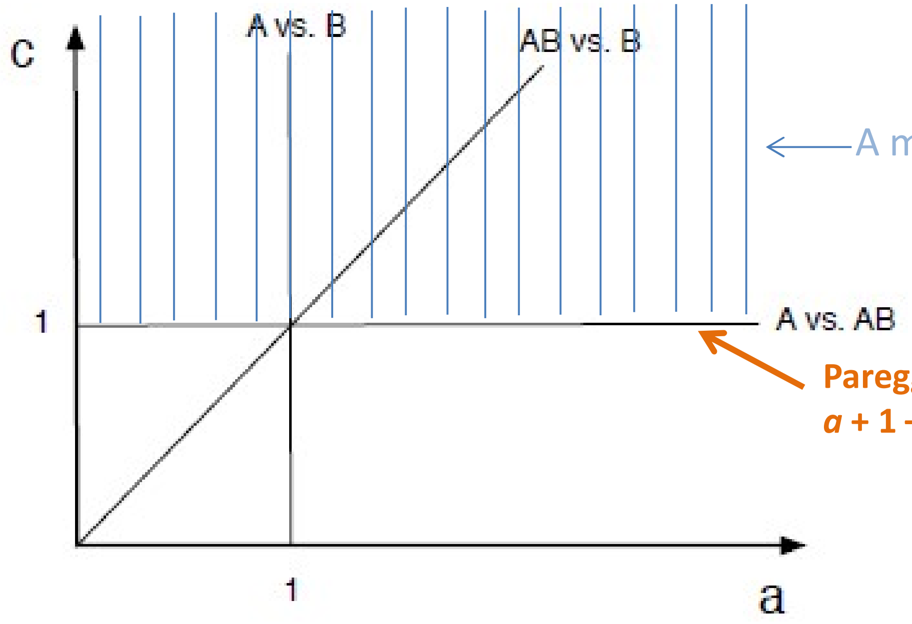


A: $0+a = a$

B: $0+b = 1$

AB: $a+b-c = a+1-c$

La strategia che il nodo adotterà dipende dalle relazione *tra a e c*



Compatibilità and Cascade

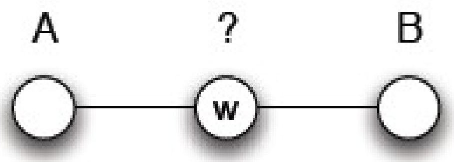
Esempio: path infinita

Esiste una relazione tra *a, b e c*?

Assumiamo che

- l'iniziale seed set formi un intervallo contiguo di nodi su una path
- *b* = 1

Inizialmente,

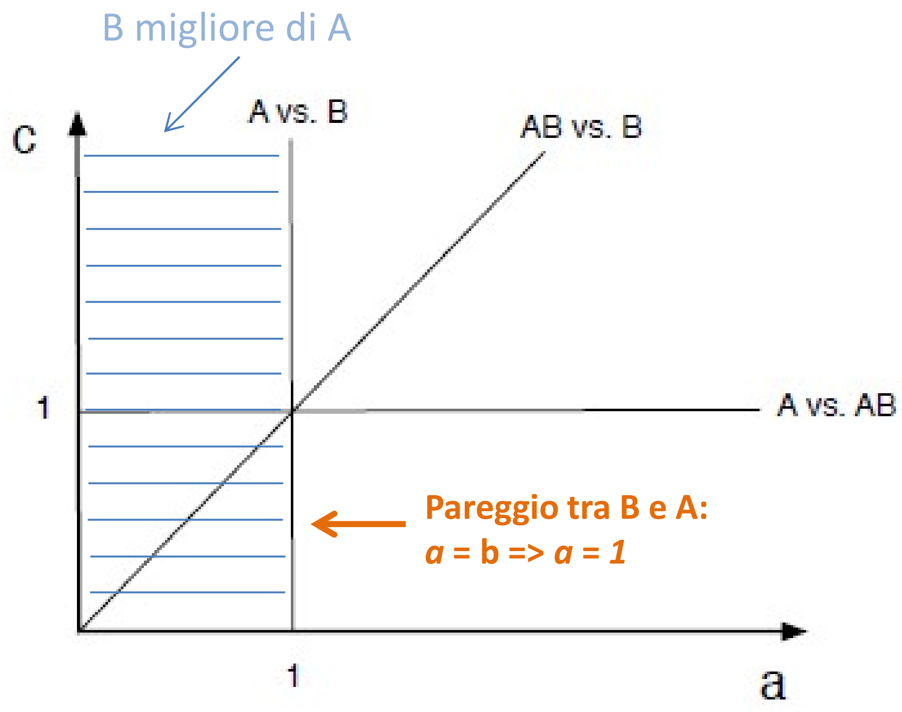


A: 0+*a* = *a*

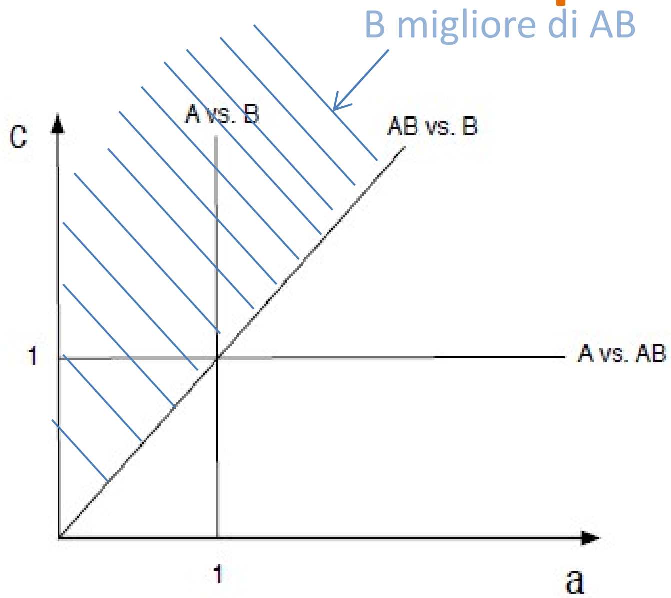
B: 0+*b* = 1

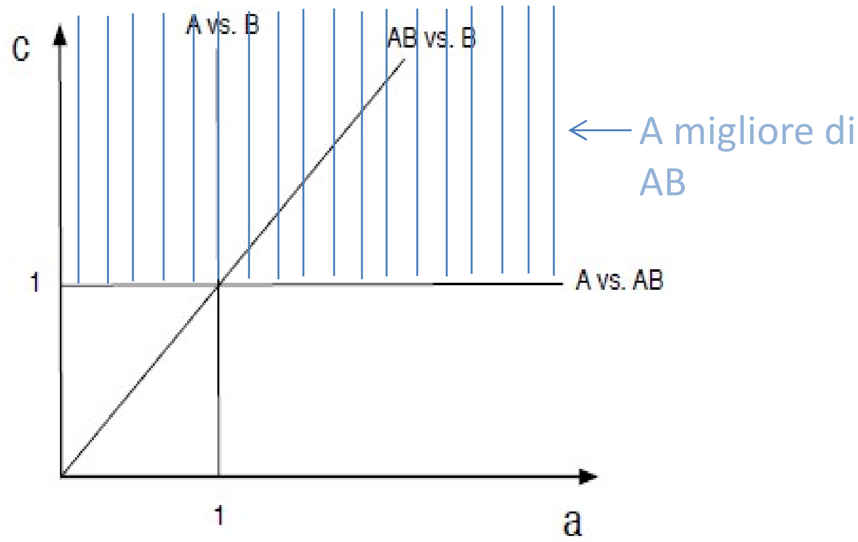
AB: *a*+*b*-*c* = *a*+1-*c*

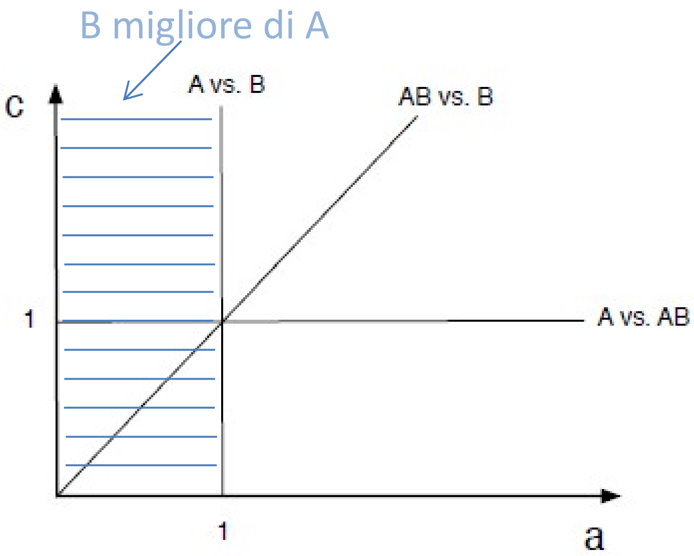
La strategia che il nodo adotterà dipende dalle relazione *tra a e c*

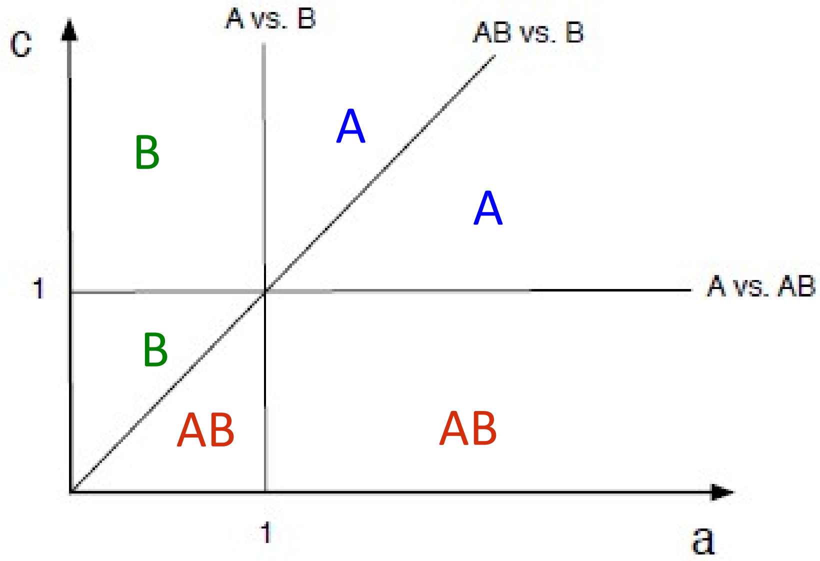


Compatibilità e Cascade

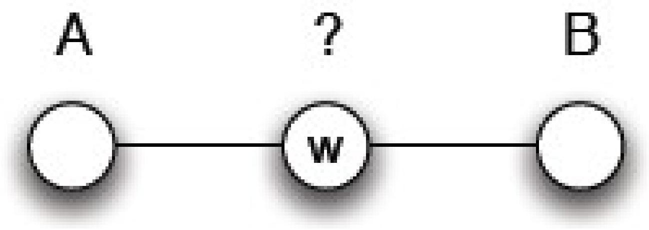








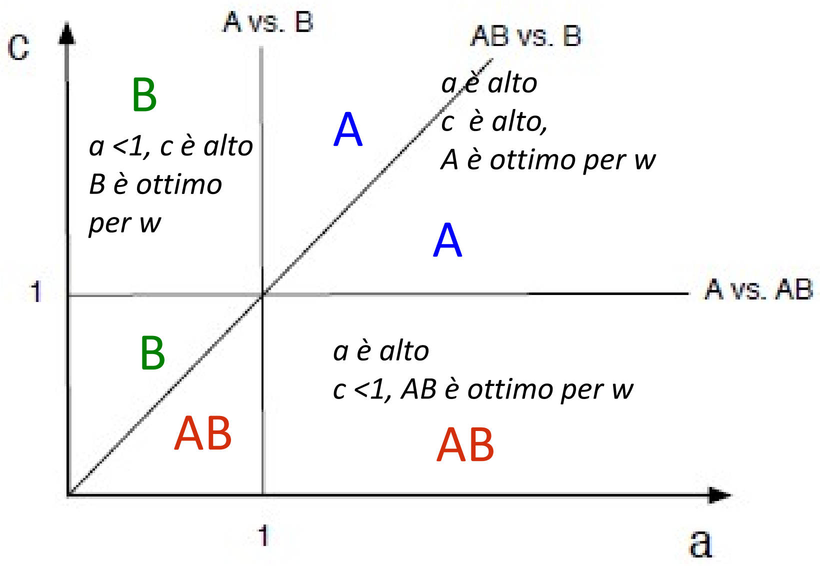
Compatibilità e Cascade

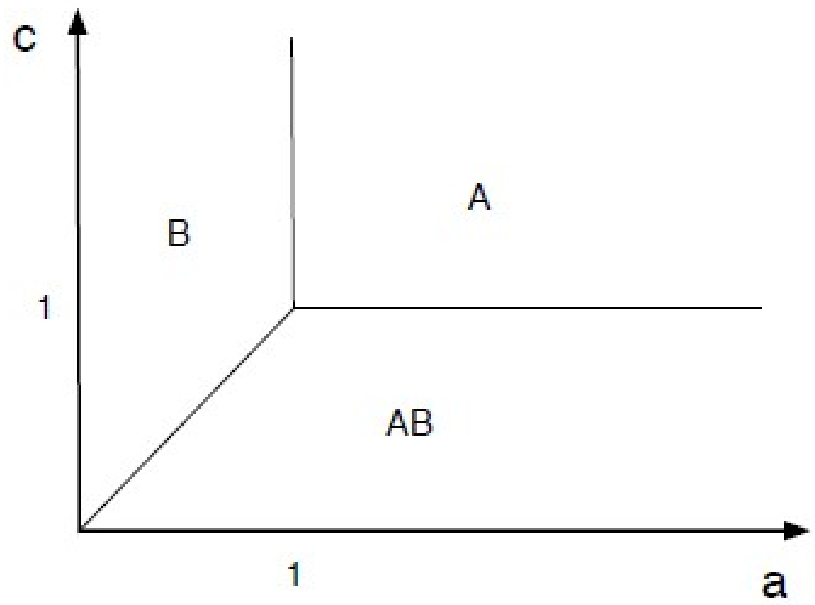


A: $0+a = a$

B: $0+b = 1$

AB: $a+b-c = a+1-c$

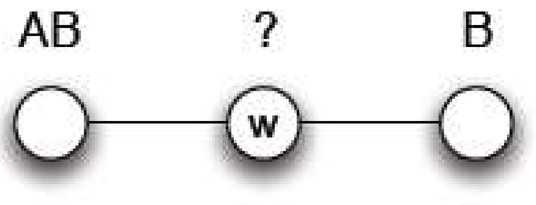




Regioni che definiscono la scelta della migliore strategia

Compatibilità e Cascade

Riesce lo spread di A se w si trova tra AB e B ?



$\underline{a < 1}$,

A: $0+a = a$

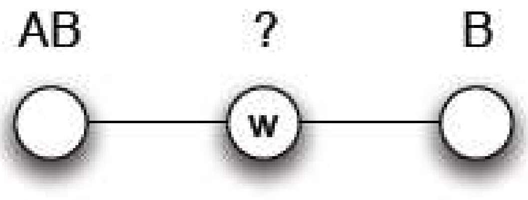
B: $b+b = 2$ √

AB: $b+b-c = 2-c$

B vince

Compatibilità e Cascade

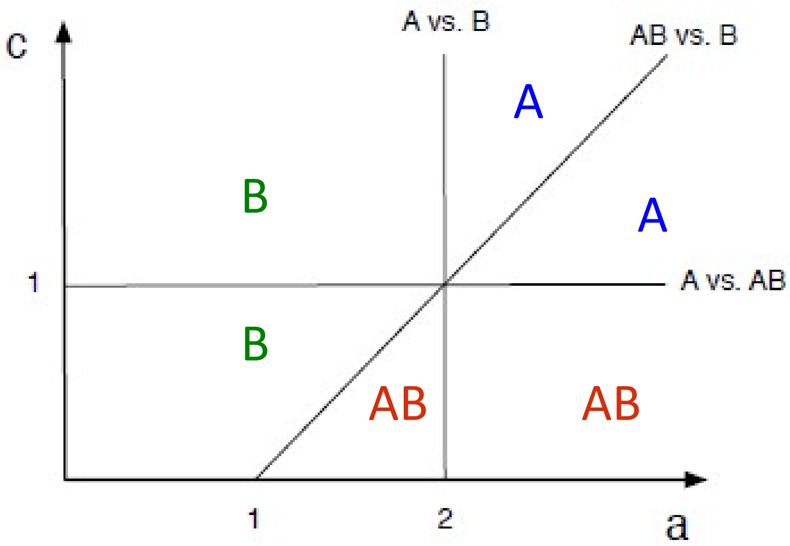
Riesce lo spread di A se w si trova tra AB e B ?

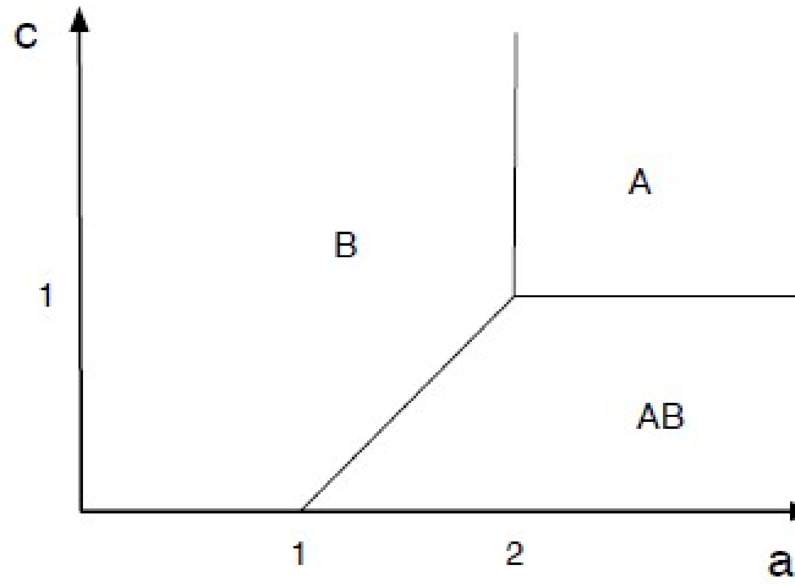


<u>$a < 1$</u>,
A: $0+a = a$
B: $b+b = 2$ √
AB: $b+b-c = 2-c$

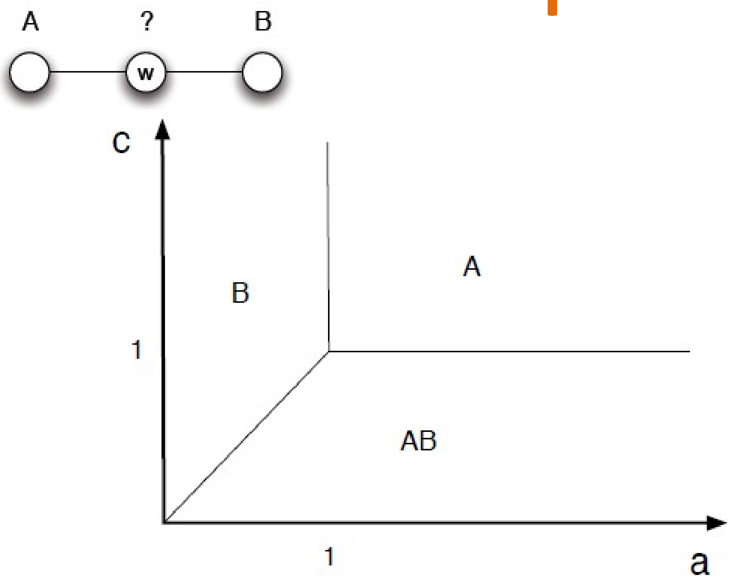
B vince

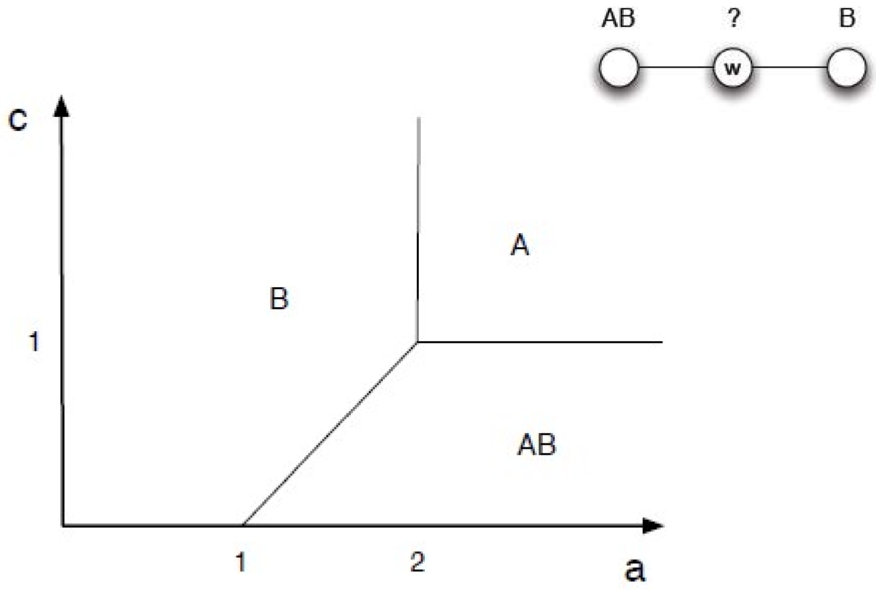
<u>$a \geq 1$</u>
A: a
B: 2
AB: $a+1-c$

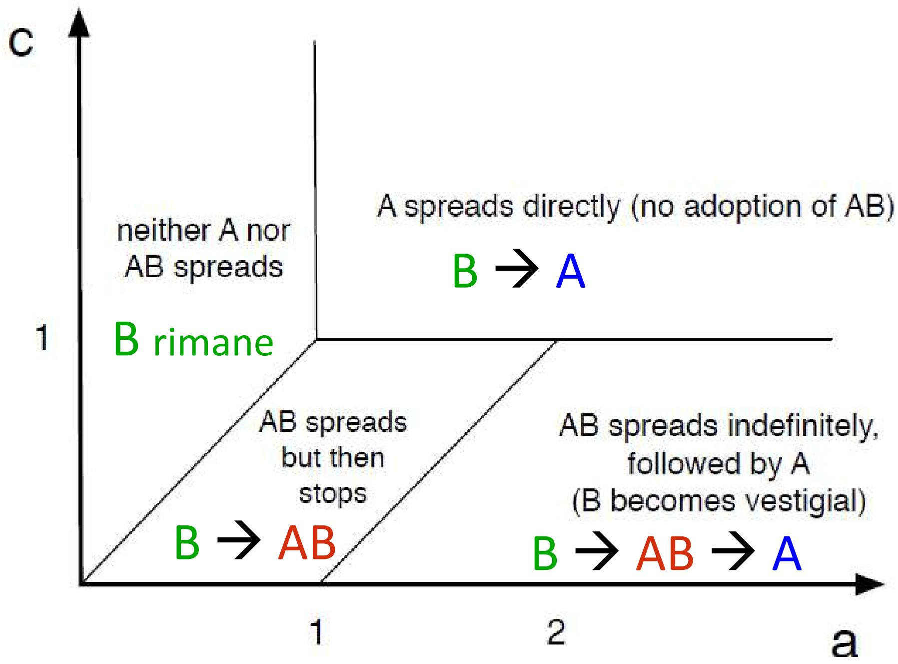




Compatibilità e Cascade

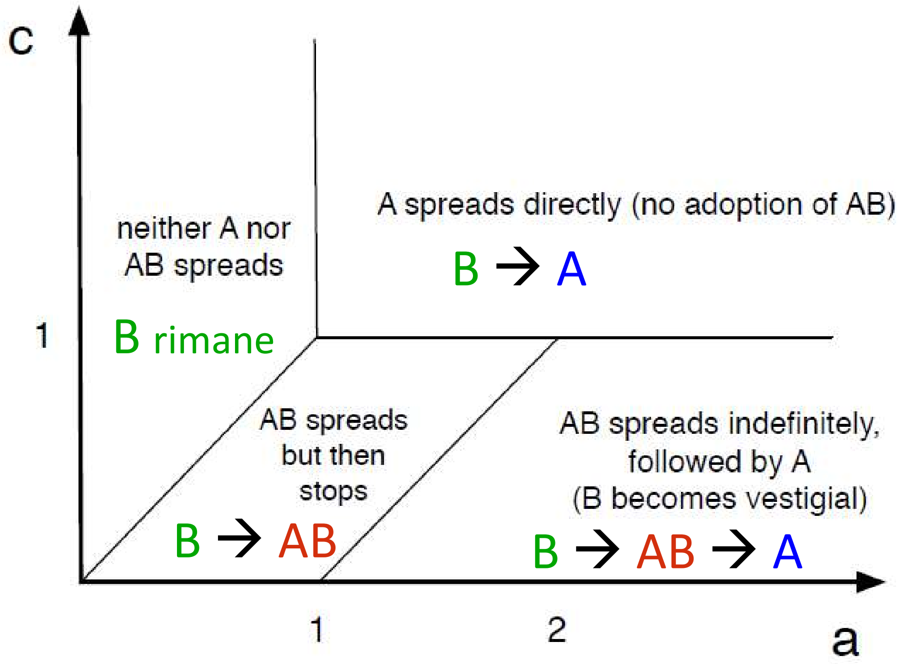






Il grafico accanto riassume il comportamento durante lo spreading

Compatibilità e Cascade

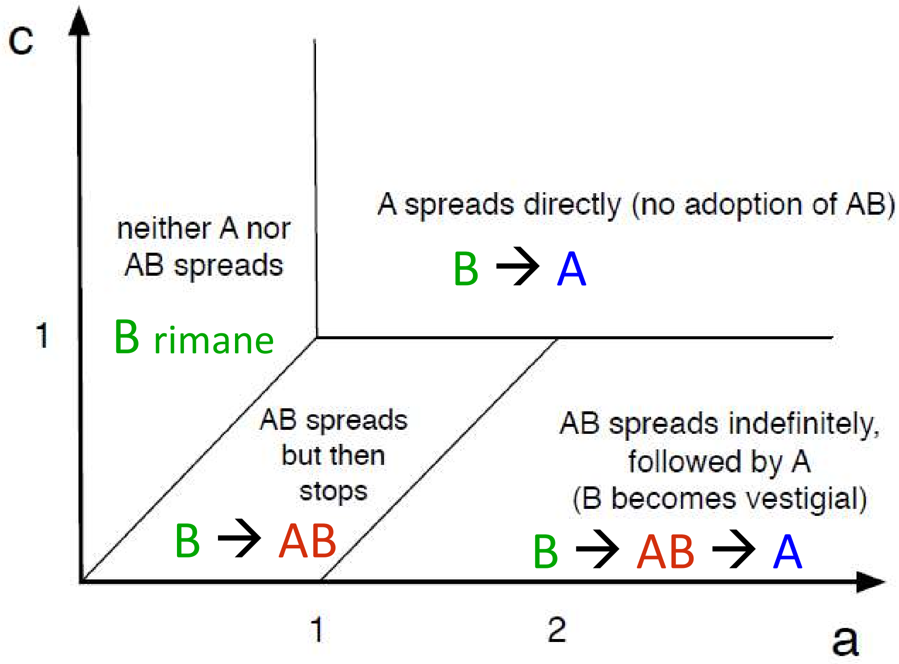


Che cosa accade?

Infiltration : Se B è troppo compatibile (*c*<*1*) con A

la gente terrà per poco entrambe , ma poi si tiene A che è migliore ($a>2-c$) e finisce con abbandonare B

Compatibilità e Cascade

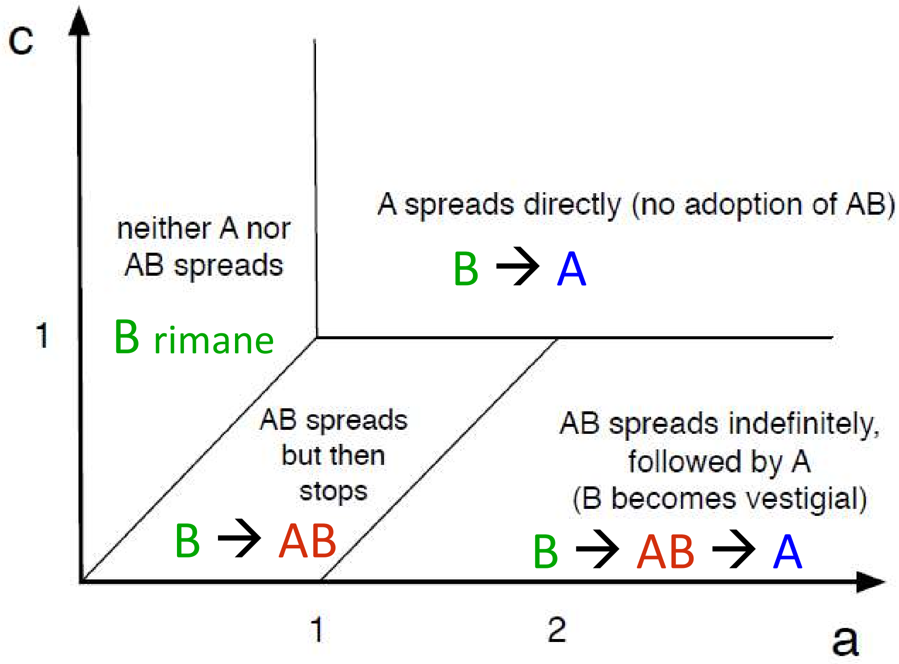


Che cosa accade?

Conquista diretta: Se A rende se stessa non compatibile (c>1)

la gente che si trova sul bordo deve scegliere; si sceglie la migliore A (*a*>*1*)

Compatibilità e Cascade



Che cosa accade?

- *Buffer zone*: Quando non è estremamente facile nè estremamente difficile mantenere entrambe A e B, si può formare una "buffer zone" di AB

Compatibilità e Cascade