1. Le equazioni di Maxwell

Nel corso della nostra esposizione abbiamo derivato le equazioni di Maxwell che descrivono la fenomenologia dell'elettromagnetismo nel vuoto (in assenza di materia). Queste equazioni rappresentano la sintesi teorica di tutta la conoscenza dei fenomeni elettromagnetici ed evidenziano il concetto di campo elettromagnetico.

$$(I) \qquad \Phi(\vec{E}) = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} \qquad\qquad (II) \qquad \Phi(\vec{B}) = 0$$

$$(III) \quad \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} \qquad\qquad (IV) \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt}.$$

Infatti, esaminando le equazioni (III) e (IV), emerge chiaramente l'accoppiamento e la stretta connessione tra il campo magnetico e il campo elettrico. La struttura matematica delle equazioni assume una particolare simmetria nei campi quando venga esaminata la situazione di assenza di sorgenti (cariche e correnti). Questa situazione, che si realizza in una regione dello spazio lontana da dette sorgenti, ci porta a riscrivere le equazioni di Maxwell nella forma seguente:

$$(I) \qquad \Phi(\vec{E}) = 0 \qquad\qquad (II) \qquad \Phi(\vec{B}) = 0$$

$$(III) \quad \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} \qquad\qquad (IV) \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt}.$$

I flussi dei campi che compaiono nelle equazioni (III) e (IV) sono calcolati attraverso superfici arbitrarie aventi per bordo la linea di circuitazione, mentre i flussi delle (I) e (II) sono calcolati attraverso superfici chiuse.

Le precedenti mettono in chiara evidenza come la variazione temporale del flusso di uno dei due campi sia legata alla circuitazione dell'altro. Questa simmetria è resa possibile dal termine di corrente di spostamento, la cui necessità teorica è stata precedentemente discussa. La conferma più robusta della fondatezza fisica di questo termine è da ricercarsi nella capacità predittiva della teoria.

Vogliamo a questo riguardo presentare uno dei risultati più importanti della teoria elettromagnetica, risultato che ha consentito di pensare all'elettricità, al magnetismo e all'ottica come casi particolari di una teoria più generale.

Pertanto nel seguito mostreremo come le equazioni (III) e (IV) implichino che campi generati in una regione remota dello spazio si possano propagare sotto forma di onde elettromagnetiche.

2. Onde elettromagnetiche

Supponiamo di trovarci a grande distanza dalle sorgenti del campo così da poterle considerare puntiformi. Supponiamo che da tale regione origini una perturbazione elettromagnetica rilevabile anche a grande distanza. Supponiamo di voler descrivere tale perturbazione in una regione limitata dello spazio e a grande distanza dalle sorgenti. Siano le sorgenti e l'osservatore posti sull'asse x. Sotto tali ipotesi i campi $\vec{E}$ e $\vec{B}$ risultano uniformi su ogni piano ortogonale al versore dell'asse x (*approssimazione di onda piana*). Essendo i campi uniformi su ogni piano parallelo al piano $y - z$ e passante per il generico punto x essi non dipendono da tali variabili. Per tale ragione possiamo scrivere:

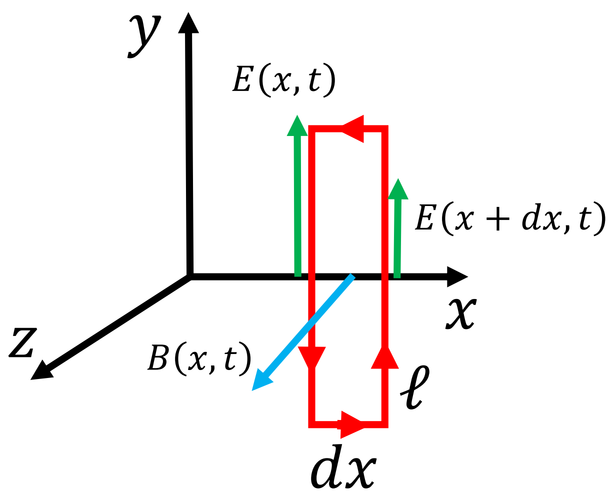
$$\begin{aligned} \vec{E} &= \vec{E}(x,t) \\ \vec{B} &= \vec{B}(x,t) \end{aligned}.$$

Esiste un sistema di riferimento nel quale, ad un certo istante di tempo, il campo elettrico è diretto lungo l'asse y. Nelle approssimazioni in cui operiamo, è ragionevole supporre che la direzione del campo elettrico non vari nel tempo. In questo modo possiamo scrivere:

$$\vec{E}(x,t) = \hat{y}\, E(x,t).$$

Vogliamo usare adesso la (III) equazione di Maxwell per ottenere informazioni sul campo magnetico. Per fare questo occorre individuare una opportuna linea di circuitazione. La linea di circuitazione, d'altra parte, deve essere di dimensioni infinitesime dal momento che siamo interessati a derivare caratteristiche locali dei campi. Per ottenere circuitazione non nulla nelle ipotesi fatte occorre scegliere una linea chiusa che giaccia nel piano $y - x$. Con questa scelta, usando la (III) equazione di Maxwell, è facile intuire che un campo magnetico che sia dinamicamente accoppiato al campo elettrico deve essere ortogonale al piano contenente la linea di circuitazione. In questo modo il campo magnetico genererà un flusso non nullo attraverso una arbitraria superficie avente per bordo la linea di circuitazione. Da queste considerazioni è facile verificare che il campo magnetico assume la forma:

$$\vec{B}(x,t) = \hat{z}\, B(x,t).$$



Definiamo la linea di circuitazione mostrata in figura e calcoliamo la circuitazione del campo elettrico. Utilizzando l'uniformità del campo elettrico su piani ortogonali all'asse x possiamo scrivere:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \ell\, E(x+dx,t) - \ell\, E(x,t)$$

$$\approx \ell\, dx\, \frac{\partial E(x,t)}{\partial x}.$$

Nel derivare la precedente abbiamo esplicitamente usato la relazione:

$$E(x+dx,t) \approx E(x,t) + \frac{\partial E(x,t)}{\partial x} dx.$$

Adesso occorre analizzare il flusso del campo magnetico attraverso la superficie che ha per bordo la linea di circuitazione. Tale flusso vale:

$$\Phi(\vec{B}) = \vec{B} \cdot \hat{z}\, \ell\, dx = B(x,t)\, \ell\, dx.$$

Inoltre si ha:

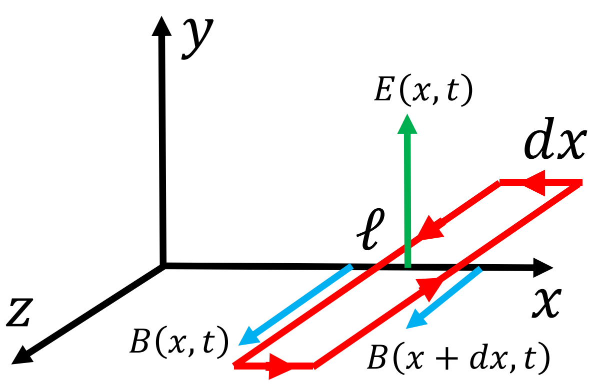
$$-\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} = -\frac{\partial B(x,t)}{\partial t} \ell\, dx.$$

Pertanto, la (III) equazione di Maxwell consente di scrivere la relazione:

$$\ell\, dx\, \frac{\partial E(x,t)}{\partial x} = -\frac{\partial B(x,t)}{\partial t} \ell\, dx,$$

che immediatamente implica:

$$\frac{\partial E(x,t)}{\partial x} = -\frac{\partial B(x,t)}{\partial t}.$$



Questa relazione è solo parte dell'informazione. La restante parte è codificata nell'equazione di Ampère-Maxwell. Per estrarre tale informazione è necessario individuare una opportuna linea per il calcolo della circuitazione del campo magnetico. Ragionando in modo analogo a quanto fatto per il campo elettrico, osserviamo che la linea di circuitazione deve giacere in questo caso nel piano $x - z$. Utilizziamo la linea di circuitazione infinitesima mostrata in figura. Con questa scelta la circuitazione del campo magnetico assume la forma:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = -\ell\, B(x + dx, t) + \ell\, B(x, t) \approx -\frac{\partial B(x,t)}{\partial x} \ell\, dx,$$

essendo nullo il contributo alla circuitazione dei tratti infinitesimi (il campo risulta ortogonale all'elemento di linea in tali tratti). Il flusso del campo elettrico attraverso una superficie di bordo dato dalla linea di circuitazione vale:

$$\Phi(\vec{E}) = \vec{E} \cdot \hat{y}\, \ell\, dx = E(x,t)\, \ell\, dx.$$

Ne risulta l'equazione di Ampère-Maxwell nella forma:

$$-\frac{\partial B(x,t)}{\partial x} \ell\, dx = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t}\left(E(x,t)\, \ell\, dx\right).$$

Dalla precedente otteniamo la relazione locale:

$$-\frac{\partial B(x,t)}{\partial x} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial E(x,t)}{\partial t}.$$

Pertanto abbiamo ottenuto dalla (III) e dalla (IV) le seguenti relazioni:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial E(x,t)}{\partial x} = -\dfrac{\partial B(x,t)}{\partial t} & (a) \\ -\dfrac{\partial B(x,t)}{\partial x} = \mu_0 \varepsilon_0 \dfrac{\partial E(x,t)}{\partial t} & (b) \end{cases}.$$

Abbiamo inoltre osservato che se $\vec{E}(x,t) = \hat{y}\, E(x,t)$, allora la componente di $\vec{B}$ dinamicamente accoppiata deve essere parallela all'asse z. Pertanto nella propagazione i campi risultano ortogonali. Tale proprietà non discende dalle ipotesi restrittive nelle quali operiamo, ma è una proprietà generale. Le precedenti relazioni sono equazioni differenziali alle derivate parziali accoppiate. Ci chiediamo se sia possibile trovare relazioni che contengano il solo campo elettrico o il solo campo magnetico. Derivando la (a) rispetto ad x otteniamo:

$$\frac{\partial^2 E(x,t)}{\partial x^2} = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial B(x,t)}{\partial t}\right) = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial B(x,t)}{\partial x}\right) = \frac{\partial}{\partial t}\left(\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial E(x,t)}{\partial t}\right)$$
$$= \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E(x,t)}{\partial t^2}.$$

Dalla precedente, osservando il primo e l'ultimo membro, otteniamo:

$$\frac{\partial^2 E(x,t)}{\partial x^2} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E(x,t)}{\partial t^2},$$

o in forma equivalente:

$$\frac{\partial^2 E(x,t)}{\partial x^2} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E(x,t)}{\partial t^2} = 0.$$

Derivando la relazione (b) rispetto ad x otteniamo:

$$-\frac{\partial^2 B(x,t)}{\partial x^2} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial E(x,t)}{\partial t}\right) = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial E(x,t)}{\partial x}\right) = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t}\left(-\frac{\partial B(x,t)}{\partial t}\right)$$
$$= -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 B(x,t)}{\partial t^2},$$

la quale implica:

$$\frac{\partial^2 B(x,t)}{\partial x^2} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 B(x,t)}{\partial t^2} = 0.$$

Abbiamo così ottenuto le equazioni che regolano l'evoluzione spazio-temporale dei campi nello spazio vuoto. Tali equazioni sono strutturalmente identiche per i due campi e si scrivono nella forma:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E(x,t)}{\partial x^2} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E(x,t)}{\partial t^2} = 0 \\ \frac{\partial^2 B(x,t)}{\partial x^2} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 B(x,t)}{\partial t^2} = 0 \end{aligned},$$

mentre la natura vettoriale dei campi può essere ripristinata ricordando che $\vec{E}(x,t) = \hat{y}\, E(x,t)$ e $\vec{B}(x,t) = \hat{z}\, B(x,t)$. L'analisi dimensionale mostra che la costante $\mu_0 \varepsilon_0$, dipendente dalle proprietà del vuoto, ha dimensioni fisiche dell'inverso del quadrato di una velocità. Detta c tale velocità caratteristica abbiamo:

$$\mu_0 \varepsilon_0 = \frac{1}{c^2},$$

dalla quale si ottiene:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}.$$

Nel sistema internazionale

$$c \approx 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}.$$

La presenza di una grandezza fisica avente le dimensioni di una velocità suggerisce la possibilità che le soluzioni delle equazioni di evoluzione dei campi possano descrivere la propagazione di questi dalla regione contenente le sorgenti a regioni che ne sono prive. Per verificare questa ipotesi occorre studiare le proprietà matematiche dell'equazione di evoluzione dei campi.

3. Equazione delle onde

L'equazione di evoluzione spazio-temporale dei campi è nota in fisica matematica come *equazione delle onde*. Essa prende la generica forma (in una dimensione):

$$\frac{\partial^2 g(x,t)}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 g(x,t)}{\partial t^2} = 0,$$

con v una velocità caratteristica. E' possibile dimostrare che, scelta una *generica* funzione $f(\xi)$, è possibile costruire due soluzioni dell'equazione precedente. Esse sono:

$$\begin{array}{c} g_{\rightarrow}(x,t) = f(x - vt) \\ g_{\leftarrow}(x,t) = f(x + vt) \end{array}.$$

Verifichiamo quanto detto. Introduciamo la variabile ausiliaria $\xi = x + \eta vt$ con $\eta = \pm 1$. La generica soluzione sia $f(\xi) = f(x + \eta vt\,)$. Osserviamo che valgono le seguenti relazioni:

$$\begin{array}{c} \frac{\partial f(\xi)}{\partial x} = \frac{\partial f(\xi)}{\partial \xi}\frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{\partial f(\xi)}{\partial \xi} \\ \frac{\partial^2 f(\xi)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 f(\xi)}{\partial \xi^2} \end{array}.$$

Inoltre si ha:

$$\begin{array}{c} \frac{\partial f(\xi)}{\partial t} = \frac{\partial f(\xi)}{\partial \xi}\frac{\partial \xi}{\partial t} = \eta v \frac{\partial f(\xi)}{\partial \xi} \\ \frac{\partial^2 f(\xi)}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 f(\xi)}{\partial \xi^2} \end{array}.$$

Utilizzano le precedenti nell'equazione delle onde otteniamo:

$$\frac{\partial^2 f(\xi)}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 f(\xi)}{\partial t^2} = 0 \rightarrow \frac{\partial^2 f(\xi)}{\partial \xi^2} - \frac{1}{v^2}\left(v^2 \frac{\partial^2 f(\xi)}{\partial \xi^2}\right) = 0.$$

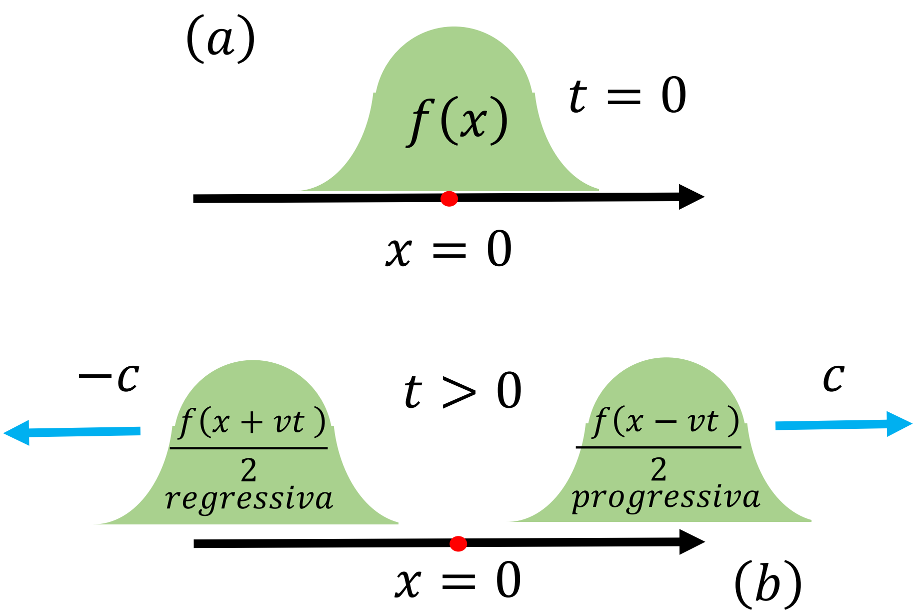
Abbiamo quindi verificato che una generica funzione di argomento $x \pm vt$ è soluzione dell'equazione delle onde. Le funzioni $f(x \pm vt)$ sono soluzioni dell'equazione delle onde per qualsiasi funzione $f(\xi)$. Lo specifico profilo dipende dal meccanismo di formazione dell'onda ed è determinato dalla condizioni iniziali del problema. Queste fissano univocamente la funzione $f(\xi)$. Inoltre la linearità dell'equazione delle onde implica che anche la funzione

$$A\, f(x + vt) + B\, f(x - vt)$$

sia soluzione dell'equazione delle onde. Supponiamo che per un assegnato problema si abbia $A = B$, con $f(x)$ il profilo dell'onda al tempo $t = 0$. Facile convincersi del fatto che la soluzione di questo problema è del tipo:

$$u(x,t) = \frac{f(x + vt) + f(x - vt)}{2}.$$

La precedente indica come vengano generate due onde, una progressiva e l'altra regressiva, a partire dall'istante iniziale. Se il profilo $f(x)$ è una funzione piccata in $x = 0$, la funzione $f(x - vt)$ ha un massimo in $x = vt$. La posizione del massimo si sposta nel tempo con velocità v nel verso positivo dell'asse x. Pertanto questa parte dell'onda è detta *progressiva*. La componente $f(x + vt)$ ha invece un massimo in $x = -vt$ e rappresenta una perturbazione che si propaga a velocità $-v$ nel verso negativo dell'asse x. Questa perturbazione si chiama quindi *regressiva*.



Quando questi argomenti vengono applicati al campo elettrico (o al campo magnetico) troviamo che c rappresenta la velocità di propagazione della perturbazione elettromagnetica (campo elettromagnetico) nel vuoto. Abbiamo quindi stabilito l'importante risultato secondo il quale un campo elettromagnetico può raggiungere (propagandosi sotto forma di onda) regioni dello spazio prive di sorgenti.

4. Soluzioni periodiche dell'equazione delle onde

L'osservazione delle onde marine suggerisce che possano esistere soluzione periodiche dell'equazione delle onde. Vogliamo verificare questa ipotesi. Abbiamo già detto che il profilo della forma d'onda è una funzione arbitraria che viene fissata dalle proprietà del segnale all'atto della sua formazione. Occupiamoci del campo elettrico. Cerchiamo quindi una soluzione dell'equazione d'onda del tipo $\vec{E}(x,t) = \hat{y}\, E(x,t)$ con

$$E(x,t) = E_0\, sin(kx - \omega t),$$

sotto l'ipotesi che $k > 0$ e $\omega > 0$. Osserviamo che tale soluzione di prova gode delle seguenti proprietà:

$$\begin{gathered} \frac{\partial^2 E(x,t)}{\partial x^2} = -k^2\, E(x,t) \\ \frac{\partial^2 E(x,t)}{\partial t^2} = -\omega^2\, E(x,t) \end{gathered}.$$

Inserendo queste relazioni nell'equazione d'onda si ottiene:

$$\left(-k^2 + \frac{\omega^2}{c^2}\right) E(x,t) = 0.$$

Dalla precedente otteniamo che $E(x,t)$ è una soluzione dell'equazione d'onda se è rispettata la seguente *relazione di dispersione*:

$$\omega = ck.$$

Consideriamo adesso la soluzione $E(x,t)$. Definiamo il periodo spaziale λ, noto come lunghezza d'onda, e il periodo temporale T. Queste due quantità sono definite dalle proprietà di periodicità dell'onda tramite le relazioni:

$$\begin{gathered} E(x+\lambda,t) = E(x,t) \\ E(x,t+T) = E(x,t) \end{gathered}.$$

Esaminiamo le implicazioni delle precedenti. Consideriamo la prima:

$$E(x+\lambda,t) = E_0\, sin(k(x+\lambda) - \omega t) = E_0\, sin(kx + k\lambda - \omega t) = E(x,t),$$

relazione che implica $k\lambda = 2\pi$. Con analoga procedura si ottiene $\omega T = 2\pi$. Arriviamo quindi alla conclusione che valgono le seguenti relazioni:

$$
\begin{gathered}
k = \frac{2\pi}{\lambda} \\
\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu
\end{gathered}
.
$$

Inoltre ricordiamo che deve essere rispettata la relazione $\omega = ck$ dalla quale segue immediatamente che $\lambda\nu = c$. E' interessante notare come la soluzione trovata possa essere scritta nella forma:

$$\vec{E}(x,t) = \hat{y}\, E_0\, sin(k[x - ct]),$$

che è una funzione della variabile $x - ct$. Una volta trovata la soluzione per il campo elettrico è possibile determinare quella per il campo magnetico. Abbiamo già osservato che $\vec{B}(x,t) = \hat{z}\, B(x,t)$. Vale inoltre la relazione:

$$\frac{\partial E(x,t)}{\partial x} = -\frac{\partial B(x,t)}{\partial t}.$$

Dalla precedente otteniamo:

$$\frac{\partial E(x,t)}{\partial x} = E_0\, \frac{\partial}{\partial x}\big(sin(kx - \omega t)\big) = k\, E_0 cos(kx - \omega t).$$

D'altra parte deve essere rispettata la relazione:

$$-\frac{\partial B(x,t)}{\partial t} = k\, E_0 cos(kx - \omega t).$$

Questa implica che

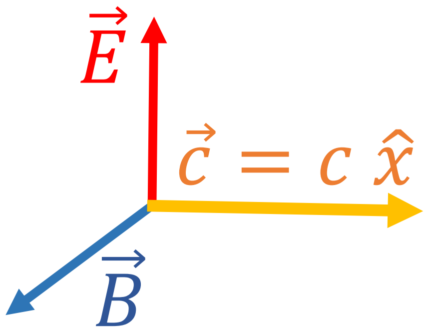
$$B(x,t) = -k\, E_0 \int cos(kx - \omega t)\, dt.$$

Effettuiamo il cambio di variabili $\chi = kx - \omega t$ con $d\chi = -\omega\, dt$. Con questa posizione otteniamo:

$$B(x,t) = \frac{k\, E_0}{\omega} \int cos(\chi)\, d\chi = \frac{k\, E_0}{\omega} sin(\chi).$$

Ripristinando le variabili iniziali, otteniamo la soluzione per il campo magnetico:

$$\vec{B}(x,t) = \hat{z}\, B(x,t) = \hat{z}\frac{k\, E_0}{\omega} sin(kx - \omega t) = \hat{z}\frac{E_0}{c} sin(kx - \omega t) \equiv \hat{z}\, B_0 sin(kx - \omega t).$$



Dalla precedente si ottiene la relazione che lega le ampiezze di oscillazione dei campi nella forma $E_0 = cB_0$. Da un punto di vista vettoriale, osservando che la perturbazione elettromagnetica si propaga con velocità $\vec{c} = c\hat{x}$ lungo l'asse x, otteniamo:

$$\hat{x} \times \vec{E}(x,t) = c\,\vec{B}(x,t).$$

Le soluzioni delle equazioni delle onde appena derivate definiscono *un'onda elettromagnetica monocromatica* (con assegnata lunghezza d'onda). La direzione del campo elettrico prende il nome di *direzione di polarizzazione*.

Come si discuterà nel seguito, la *luce visibile* è la manifestazione osservabile della sovrapposizione di onde monocromatiche (con polarizzazione casuale) aventi lunghezze d'onda distribuite in un ben definito intervallo.

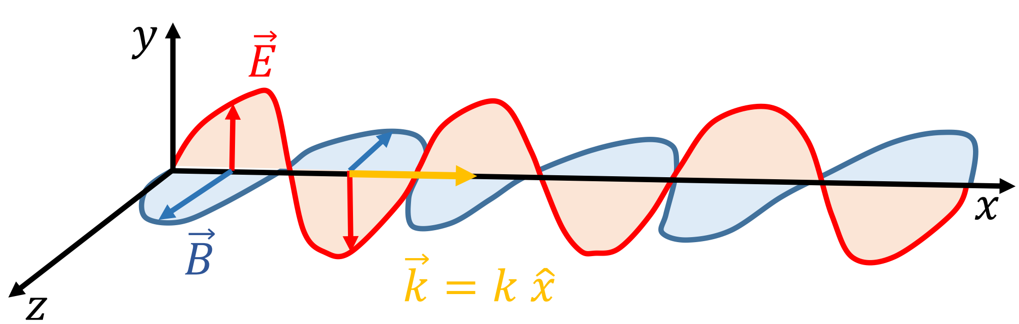
5. Considerazioni sulla densità di energia trasportata da un'onda elettromagnetica

Abbiamo analizzato le seguenti equazioni:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = 0 \\ \frac{\partial^2\vec{B}}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2} = 0\end{aligned},$$

dove $\vec{E} = \vec{E}(x,t)$ e $\vec{B} = \vec{B}(x,t)$. Abbiamo mostrato che una soluzione di queste può essere scritta nella forma seguente:

$$\begin{aligned}\vec{E}(x,t) = \hat{y}E_0\,sin(kx - \omega t) \\ \vec{B}(x,t) = \hat{z}\frac{E_0}{c}\,sin(kx - \omega t)\end{aligned}.$$



Vogliamo calcolare la densità di energia associata al campo elettrico ed al campo magnetico in un dato punto dello spazio e ad un fissato tempo. Ricordiamo che valgono le seguenti relazioni per la densità di energia:

$$u_E = \frac{\varepsilon_0 \left|\vec{E}\right|^2}{2}$$
$$.$$
$$u_B = \frac{\left|\vec{B}\right|^2}{2\mu_0}$$

Dalle precedenti otteniamo:

$$u_E = \frac{\varepsilon_0 \left|\vec{E}\right|^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 E_0^2}{2} sin^2(kx - \omega t)$$

$$u_B = \frac{\left|\vec{B}\right|^2}{2\mu_0} = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c^2} sin^2(kx - \omega t) = \frac{E_0^2}{2\mu_0\left(\frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}\right)^2} sin^2(kx - \omega t) = u_E.$$

Di qui segue che punto per punto ed istante per istante la densità di energia trasportata dal campo elettrico è coincidente con la densità di energia trasportata dalla componente magnetica dell'onda. La densità di energia totale trasportata vale:

$$u = u_B + u_E = 2u_E = 2u_B = \varepsilon_0 E_0^2 sin^2(kx - \omega t) = \varepsilon_0 \left|\vec{E}(x,t)\right|^2.$$

6. Onde in un dielettrico perfetto

Abbiamo fin qui preso confidenza con le equazioni:

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$
$$,$$
$$\frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0$$

dove $\vec{E} = \vec{E}(x,t)$ e $\vec{B} = \vec{B}(x,t)$. Fino a questo momento abbiamo considerato una propagazione nel vuoto. Quando la propagazione avviene in un mezzo dielettrico trasparente (perfetto) le equazioni restano invariate in forma, mentre la velocità di propagazione varia ($c \to v$). Infatti abbiamo:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}} \approx \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}}.$$

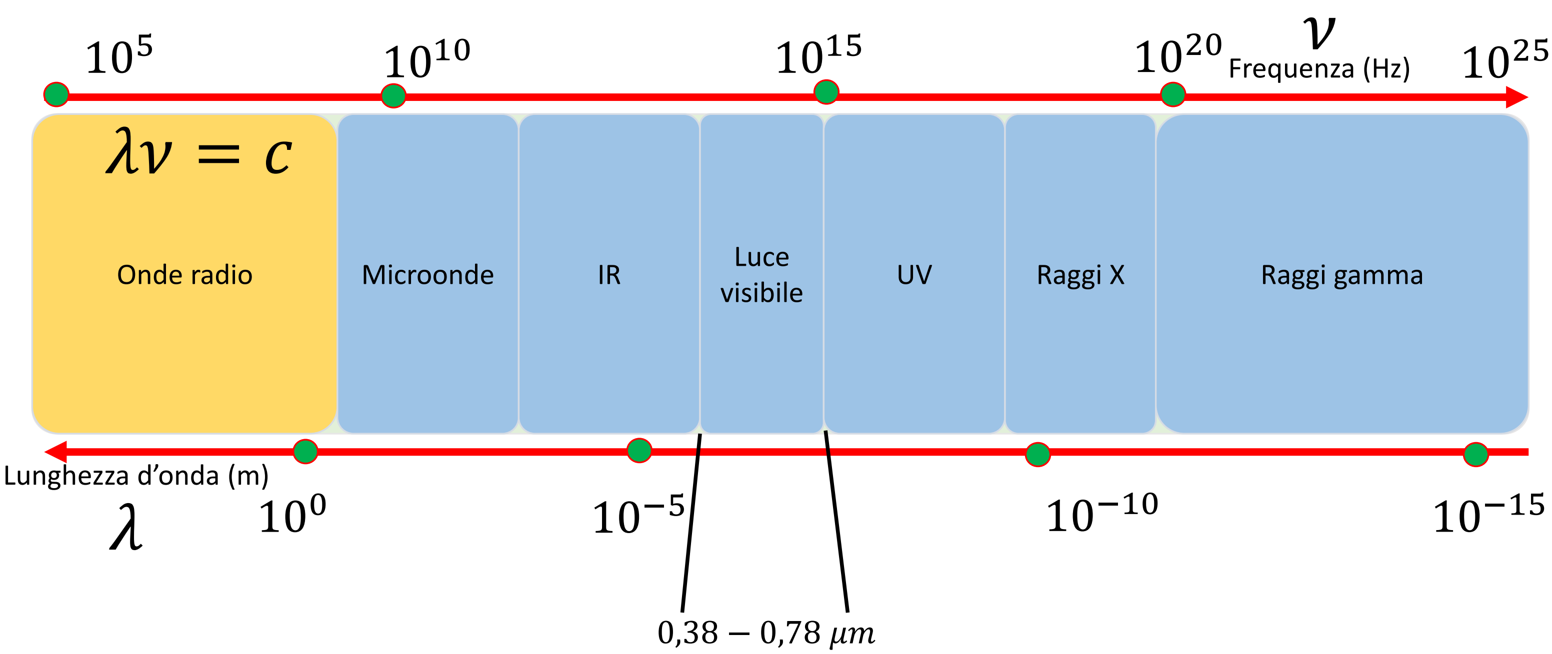
Nello scrivere la precedente abbiamo utilizzato la relazione $\mu_r \approx 1$ (condizione di dielettrico perfetto). Osserviamo che la velocità di propagazione di un'onda elettromagnetica nella materia è minore di quella che avrebbe nel vuoto, ossia $v < c$. Questo dipende dal fatto che la costante dielettrica relativa di un mezzo può assumere valori anche molto maggiori di 1. Per quantificare il rallentamento della luce in un mezzo rispetto al vuoto si introduce il rapporto (maggiore o uguale a uno):

$$n = \frac{c}{v},$$

detto indice di rifrazione per ragioni che saranno chiare nel seguito. Notiamo esplicitamente che l'indice di rifrazione è legato alla costante dielettrica relativa dalla relazione approssimata $n \approx \sqrt{\varepsilon_r}$.

7. Spettro delle onde elettromagnetiche

Le onde elettromagnetiche coprono un vasto intervallo di frequenze. A seconda delle loro caratteristiche, le onde elettromagnetiche sono prodotte da sorgenti diverse. Al variare della frequenza della radiazione, cambia anche la modalità di interazione con la materia.



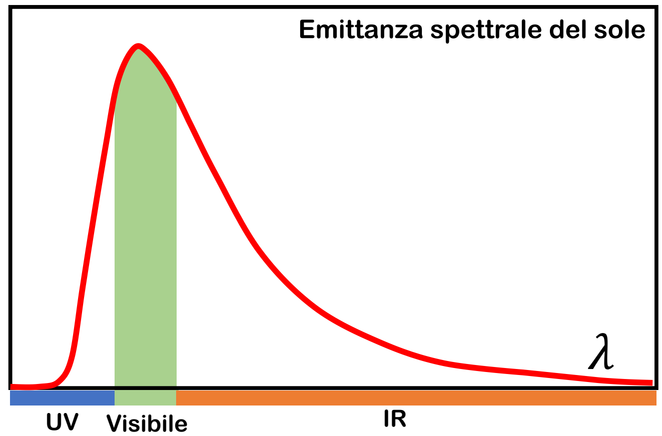
La nomenclatura dello spettro elettromagnetico varia a seconda delle frequenze interessate. Di seguito ne diamo una rozza descrizione.

Onde radio – Usate in telecomunicazioni e prodotte da circuiti oscillanti accoppiati ad antenne.

Microonde – Usate in telecomunicazioni e ricerca. Prodotte da dispositivi elettronici spesso associati a cavità risonanti, guide d'onda, etc.

IR – Spontaneamente emessa da corpi caldi (ad esempio il sole). Applicazioni: termocamera.

Visibile – Luce rilevabile dall'occhio umano. Corrisponde alla regione dello spettro nella quale il sole emette la massima quantità di energia. Non è un caso che il nostro occhio si sia evoluto per rilevare questa finestra di frequenze. L'energia emessa dal sole è quantificata dalla costante solare che vale circa 1.4 kW/m^2 in alta atmosfera. La frazione (non trascurabile) di tale energia che arriva al suolo è sfruttabile dall'uomo.



UV – Emessi da varie sorgenti (transizioni atomiche, luce solare, etc).

Raggi X – Emesse in fenomeni che comportano una brusca accelerazione delle cariche elettriche (radiazione di frenamento).

Raggi gamma – Emissione in molti processi nucleari (sorgenti naturali in astrofisica: lampi gamma).

Una delle conclusioni più importanti di questo paragrafo è la constatazione che la luce è un'onda elettromagnetica. A seconda della lunghezza d'onda essa è da noi percepita come colorata in modo differente. La luce bianca è una sovrapposizione di radiazione visibile con contenuto in frequenza equamente distribuito su tutto lo spettro visibile. La luce visibile è generalmente non polarizzata. Questo significa che essa è costituita da una sovrapposizione di onde in cui il campo elettrico oscilla in direzioni arbitrarie dello spazio, tutte ortogonali alla direzione di propagazione dell'onda. I filtri polarizzatori lasciano passare soltanto le componenti dell'onda polarizzate secondo una assegnata direzione (occhiali da sole). Un prisma in vetro ottico è in grado di scindere la luce bianca nelle sue componenti di vario colore.