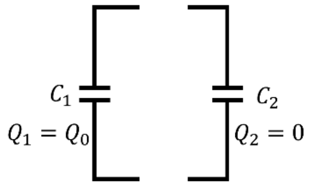
Prova in itinere di FISICA

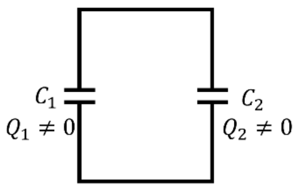
20 dicembre 2024

CdL INFORMATICA

Quesito 1



$Fig. 1a$



$Fig. 1b$

Il circuito in Fig. 1a è inizialmente costituito da due capacitori non connessi. Il capacitore di capacità C_1 è inizialmente carico, con carica sull'armatura positiva pari a Q_0, mentre il secondo, di capacità C_2, risulta scarico. Ad un certo istante di tempo il circuito viene chiuso (Fig. 1b) mediante un collegamento non ideale e, attendendo un tempo abbastanza lungo, la tensione ai capi dei due condensatori si porta allo stesso valore V. Tenendo conto del fatto che la carica inizialmente presente sul primo condensatore può solo redistribuirsi (vedi suggerimento), calcolare:

a) La carica Q_1 distribuita sul primo condensatore nella situazione di Fig. 1b.
b) La carica Q_2 distribuita sul secondo condensatore nella situazione di Fig. 1b.
c) La tensione V che si stabilisce dopo il transiente ai capi dei due condensatori in funzione della tensione V_0 inizialmente presente ai capi del primo condensatore.
d) L'energia elettrostatica iniziale.
e) L'energia elettrostatica finale, avendo anche cura di valutare se quest'ultima risulta maggiore, minore o uguale all'energia elettrostatica iniziale.

Suggerimento: Si tenga conto che deve valere la relazione $Q_0 = Q_1 + Q_2$.

Svolgimento

All'equilibrio deve valere la condizione di eguaglianza tra le tensioni ai capi dei due condensatori, la quale si scrive come segue:

$$\frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2},$$

con $Q_1 + Q_2 = Q_0$. La precedente implica quanto segue:

$$Q_1 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} Q_0,$$

$$Q_2 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} Q_0.$$

La tensione ai capi dei due condensatori vale:

$$V = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_0}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 V_0}{C_1 + C_2}.$$

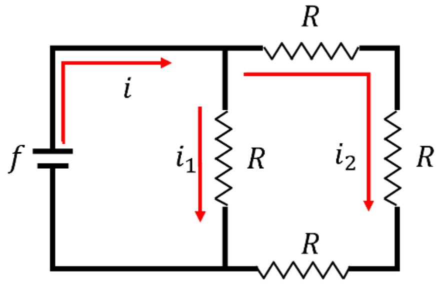
Inoltre l'energia elettrostatica iniziale vale:

$$E_i = \frac{1}{2} C_1 V_0^2,$$

mentre quella finale assume il valore:

$$E_f = \frac{1}{2}(C_1 + C_2)V^2 = \frac{1}{2} \frac{C_1 V_0^2}{1 + \frac{C_2}{C_1}} = \frac{E_i}{1 + \frac{C_2}{C_1}} < E_i.$$

Quesito 2



$Fig. 2$

Sia dato il circuito resistivo in Fig. 2 con f e R quantità note.
Determinare:

a) La resistenza equivalente del circuito.
b) La corrente i erogata dal generatore.
c) La potenza erogata dal generatore.
d) Il valore delle correnti i_1 e i_2 in termini dei parametri noti.
e) La potenza dissipata da ciascun elemento resistivo, verificando che la somma delle potenze dissipate eguaglia la potenza erogata dal generatore.

Svolgimento

La resistenza equivalente del circuito vale:

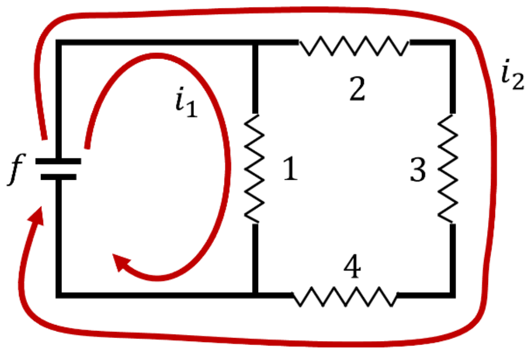
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{3R} \Rightarrow R_{eq} = \frac{3R}{4}.$$

La corrente erogata dal generatore vale quindi:

$$i = \frac{f}{R_{eq}} = \frac{4f}{3R},$$

mentre la potenza erogata si scrive nella forma:

$$P = if = \frac{4f^2}{3R}.$$



Per determinare le correnti al punto d), consideriamo le equazioni per le correnti di maglia riportate in figura:

$$f - 3R\, i_2 = 0$$
$$f - Ri_1 = 0,$$

le quali ammettono soluzioni:

$$i_1 = \frac{f}{R}$$
$$i_2 = \frac{f}{3R}.$$

Da queste possiamo ricavare le potenze dissipate nei resistori 1, 2, 3, 4 (vedi figura sopra):

$$P_1 = i_1^2 R = \frac{f^2}{R}$$
$$P_k = i_2^2 R = \frac{f^2}{9R},$$

per ogni $k \in \{2,3,4\}$. La potenza totale dissipata vale:

$$P_T = P_1 + \sum_{k>1} P_k = \frac{f^2}{R} + 3\left(\frac{f^2}{9R}\right) = \frac{4f^2}{3R},$$

che è proprio pari alla potenza erogata dal generatore.