

1. Indicare quali tra i seguenti linguaggi sono regolari. Giustificare la risposta. Risposte non giustificate non saranno valutate.

(i)  $X = \{a^n b^m \mid n, m \geq 0 \text{ e } n + m < 5\}$

(ii)  $Y = \{a^n b^m c^{n+m} \mid n, m \geq 0\}$

2. Sia  $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w = aby = zba, y, z \in \{a, b\}^*\}$  il linguaggio delle stringhe su  $\{a, b\}$  che iniziano con  $ab$  e terminano con  $ba$ . Esibire:

(i) Un DFA che riconosce  $L$ .

(ii) Un'espressione regolare che denota  $L$ .

3. Definire una macchina di Turing deterministica  $M$  che calcoli la funzione  $f : \{a, b\}^* \rightarrow \{a, b\}^*$ , dove

$$f(w) = \begin{cases} wa & \text{se } |w| \text{ è pari ;} \\ wb & \text{se } |w| \text{ è dispari} \end{cases}$$

Non ci sono vincoli sulla posizione della testina all'arresto. Fornire il diagramma di  $M$ .

4. È vero che se  $A \leq_m B$  e  $B$  è un linguaggio regolare allora  $A$  è un linguaggio regolare? Occorre motivare la risposta, risposte non motivate non saranno valutate. La valutazione dipende dal grado di precisione e correttezza formale nella risposta.
5. Un sottoinsieme  $D$  di vertici di un grafo non orientato  $G = (V, E)$  è un insieme dominante per  $G$  se ogni vertice in  $V \setminus D$  è adiacente a un vertice in  $D$  (cioè i due vertici sono connessi mediante un arco in  $E$ ). Si consideri il seguente problema di decisione:

Dati un grafo non orientato  $G = (V, E)$  e un intero positivo  $k$ , esiste un insieme dominante  $D$  di cardinalità  $k$ ?

- (a) Definire il linguaggio *DOMINATING-SET* associato a tale problema e dimostrare che *DOMINATING-SET* è in *NP*.
- (b) Dare un esempio di insieme dominante per un grafo che non sia un vertex cover per quel grafo.
- (c) Esiste un algoritmo che decide *DOMINATING-SET*? Motivare la risposta.