

Nome e Cognome, email:

Matricola:

Firma:

Spazio riservato alla correzione: non scrivere in questa tabella.

1	2	3	4	5	6	Tot.	7
							SI NO

**Leggere le tracce con attenzione!**

**Giustificare le risposte, risposte non giustificate non saranno valutate.**

**La domanda n.7 non concorre al raggiungimento della sufficienza, ma solo alla determinazione del voto finale.**

**È vietato copiare, collaborare o comunicare con altri studenti.**

**È vietato l'utilizzo di libri, appunti o lucidi.**

**I risultati della prova scritta e le informazioni per la conclusione dell'esame saranno pubblicati sulla piattaforma e-learning domenica 9 luglio.**

1. (15 punti)

È noto che per ogni automa finito non deterministico  $\mathcal{A}$  esiste un automa finito deterministico  $\mathcal{B}$  equivalente ad  $\mathcal{A}$ , cioè tale che  $L(\mathcal{A}) = L(\mathcal{B})$ . Ripetere i passi della dimostrazione di tale teorema utilizzando l'automato finito non deterministico  $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \delta, 1, F)$ , dove  $Q = \{1, 2, 3\}$ ,  $\Sigma = \{a, b\}$ ,  $F = \{1\}$  e la cui funzione di transizione  $\delta$  è definita dalla tabella seguente.

	$a$	$b$	$\epsilon$
1	$\emptyset$	2	3
2	$\{2, 3\}$	3	$\emptyset$
3	1	$\emptyset$	$\emptyset$

Occorre specificare  $\mathcal{B}$  e spiegare come si ottiene. Fornire una spiegazione intuitiva dell'uguaglianza  $L(\mathcal{A}) = L(\mathcal{B})$ .

2. (15 punti)

Sia  $\Sigma$  un alfabeto. Dimostrare o confutare le seguenti affermazioni.

- (i) Per ogni linguaggio regolare  $L \subseteq \Sigma^*$ , per ogni  $y \in \Sigma^*$ , il linguaggio  $Y = \{wy \mid w \in L\}$  è regolare.
- (ii) Per ogni linguaggio regolare  $L \subseteq \Sigma^*$ , il linguaggio  $X = \{w^2 \mid w \in L\}$  è regolare.

3. (15 punti)

Si fornisca la definizione formale di riducibilità mediante funzione. Si dimostri che se  $L$  è un linguaggio Turing riconoscibile ed  $L \leq_m \bar{L}$ , allora  $L$  è decidibile. Si ricorda che  $\bar{L}$  denota il complemento di  $L$ .

4. (15 punti)

Preso un linguaggio  $L$  non Turing-riconoscibile, il suo complemento può essere decidibile o Turing-riconoscibile o nessuno dei due? Si motivi la risposta.

## 5. (15 punti)

Un sottoinsieme  $D$  di vertici di un grafo non orientato  $G = (V, E)$  è un insieme dominante per  $G$  se ogni vertice in  $V \setminus D$  è adiacente a un vertice in  $D$  (cioè i due vertici sono connessi mediante un arco in  $E$ ). Si consideri il seguente problema di decisione:

Dati un grafo non orientato  $G = (V, E)$  e un intero positivo  $k$ , esiste un insieme dominante  $D$  di cardinalità  $k$ ?

Si definisca il linguaggio *DOMINATING-SET* associato a tale problema e si dimostri che *DOMINATING-SET* è in *NP*.

## 6. (15 punti)

Si consideri il linguaggio *DOMINATING-SET*  $\in NP$  del precedente esercizio. Supponiamo che  $P \neq NP$  ma che non sia noto se *DOMINATING-SET* è *NP*-completo. Per ciascuna delle affermazioni seguenti dire se è certamente vera o è certamente falsa o non si sa. Motivare la risposta.

- (a) Esiste un algoritmo che decide *DOMINATING-SET*.
- (b) Esiste un algoritmo polinomiale che decide *DOMINATING-SET*.
- (c) *DOMINATING-SET*  $\leq_P$  3-SAT.
- (d) 3-SAT  $\leq_P$  *DOMINATING-SET*.

7. Si dimostri che il linguaggio  $L = \{a^n b^j \mid n, j \geq 0 \text{ e } n - j = 2\}$  non è regolare.