

Nome:

Cognome:

Matricola:

1. Per ognuno dei seguenti punti non rispettati dall'elaborato **verrà sottratto un punto** al punteggio finale:

- (a) Scrivere nome, cognome e matricola sia su questo foglio che sui fogli consegnati.
- (b) Contrassegnare con una crocetta sulla traccia **tutti e soli** i punti degli esercizi che sono stati svolti.
- (c) Ricordarsi di consegnare **sempre** la presente traccia e **solo** i fogli da correggere (niente brutta copia).

2. Dato il seguente problema di programmazione lineare  $[P_1]$ :

$$\begin{aligned} \max \quad & -4x_1 + x_2 \\ & -x_1 + x_2 \geq -2 \\ & x_2 \geq 2 \\ & -x_1 + \frac{1}{2}x_2 \leq 2 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

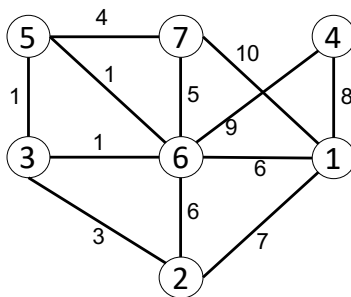
- (a) (3 punti) Risolvere graficamente il problema, individuando il punto di ottimo, se esiste, ed il valore ottimo;
  - (b) (2 punti) Individuare le basi associate ai vertici del poliedro;
  - (c) (3 punti) Individuare le direzioni estreme del poliedro, se esistono;
  - (d) (3 punti) Riformulare il problema tramite il teorema della rappresentazione e risolverlo nuovamente;
  - (e) (3 punti) Calcolare la soluzione ottima ed il valore ottimo del problema duale di  $[P_1]$ ;
3. (3 punti) Scrivere il duale del seguente problema di PL:

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1 + 2x_2 - 3x_3 \\ & x_1 - x_2 + x_3 \geq 1 \\ & 5x_1 + 3x_3 \leq 1 \\ & 5x_2 + 2x_3 = 1 \\ & x_1 \leq 0, x_2 \geq 0, x_3 \text{ n.v.} \end{aligned}$$

4. Dato il seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{aligned} \max \quad & z = 4x_1 + 5x_2 + 3x_3 \\ & -3x_1 - 2x_2 - 1x_3 \geq -3 \\ & 4x_1 + 6x_2 + 7x_3 \leq 3 \\ & 5x_1 + x_3 \leq 5 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

- (a) (5 punti) individuare la soluzione ottima, se esiste, ed il valore ottimo applicando l'algoritmo del Simplex.
5. (2 punti) Scrivere il modello matematico "Cut Formulation" per il problema del minimo albero ricoprente.
6. Dato il grafo  $G$  in figura:



- (a) (4 punti) Calcolare il minimo albero ricoprente di  $G$  utilizzando l'algoritmo di Kruskal (riportare tutti i passi dell'algoritmo).
- (b) (2 punti) Sfruttando la soluzione ottima individuata nel punto (a), riportare il valore delle variabili decisionali ed il costo della soluzione ottima.