

## ESERCIZIO 7

Siano  $X$  e  $Y$  problemi di decisione. Si sa che  $X \leq_p Y$ . Per ognuna delle seguenti affermazioni dire se essa è sicuramente vera, sicuramente falsa o non si sa. Giustificare la risposta.

1) Se  $Y$  è NP-completo, allora lo è anche  $X$ .

Non si sa. Affinché sia vera:

1)  $X \in NP$  e 2)  $\exists Z \in NP, Z \leq_p X$

secondo la definizione di NP-completezza.

2) Se  $X$  è NP-completo, allora lo è anche  $Y$ .

Non si sa. Affinché sia vera, anche  $Y$  deve appartenere a NP per la definizione di NP-completezza.

3) Se  $Y$  è NP-completo e  $X \in NP$ , allora  $X$  è NP-completo.

Non si sa. Affinché sia vera, ogni problema in NP deve ridursi a  $X$ , cioè  $\exists Z \in NP, Z \leq_p X$ .

4) Se  $X$  è NP-completo e  $Y \in NP$ , allora  $Y$  è NP-completo.

Vero per la definizione di NP-completezza.

5)  $X$  e  $Y$  non possono essere entrambi NP-completi.

Falso. Basti pensare che per dimostrare la NP-completezza di  $Y$  si sceglie un problema  $X$  NP-completo e si dimostra che  $X \leq_p Y$ .

6) Se  $X$  è in P, allora  $Y$  è in P.

Falso. Avere informazioni sulla complessità di  $X$  ci permette solo di sapere che  $Y$  è un problema difficile tanto quanto  $X$ .

7) Se  $Y$  è in P, allora  $X$  è in P.

Vero. Sinfatti, per risolvere un'istanza di  $X$  in tempo polinomiale

1) si converte l'istanza di  $X$  in un'istanza di  $Y$  in tempo polinomiale ( $X \leq_p Y$ )

2) si risolve l'istanza di  $Y$  in tempo polinomiale ( $Y \in P$ )