

Nome:

Cognome:

Matricola:

1. Per ognuno dei seguenti punti non rispettati dall'elaborato **verrà sottratto un punto** al punteggio finale:

- (a) Scrivere nome, cognome e matricola sia su questo foglio che su tutti i fogli consegnati.
- (b) Contrassegnare con una crocetta sulla traccia **tutti e soli** gli esercizi che sono stati svolti.
- (c) Ricordarsi di consegnare sempre la presente traccia e **solo** i fogli da correggere (niente brutta copia).

2. Dato il seguente problema di programmazione lineare [P]:

$$\begin{aligned} \max \quad & -x_1 - 2x_2 \\ & 2x_1 - x_2 \geq -2 \\ & -\frac{1}{2}x_1 + x_2 \leq 2 \\ & -3x_1 - x_2 \leq 0 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

- (a) (3 punti) Risolvere graficamente il problema [P], individuando il punto di ottimo ed il valore ottimo, se esistono.
- (b) (3 punti) Individuare tutte le basi ammissibili del poliedro indicando i vertici associati ad esse.
- (c) (2 punti) Individuare le direzioni estreme del poliedro, se esistono.
- (d) (3 punti) Risolvere nuovamente il problema tramite il teorema della rappresentazione.

3. (3 punti) Scrivere il duale [D] del seguente problema [P]:

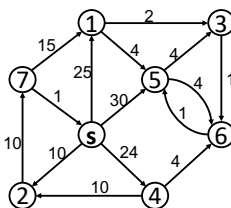
$$\begin{aligned} \max \quad & -2x_1 + 3x_2 - x_3 \\ & 4x_1 + 2x_3 \leq 2 \\ & -2x_2 + 4x_3 \geq 6 \\ & -3x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 5 \\ & x_1 \leq 0, x_2 \geq 0, x_3 \text{ n.v.} \end{aligned}$$

4. (5 punti) Utilizzare l'algoritmo del simplesso per risolvere il seguente problema di PL (non usare il tableau):

$$\begin{aligned} \min \quad & 3x_1 - 4x_2 - 2x_3 \\ & x_1 - 2x_2 + 3x_3 \leq 5 \\ & -2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 4 \\ & -x_2 + x_3 \leq 1 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

5. (3 punti) Dobbiamo lanciare sul mercato una nuova linea multivitaminica di cibo per cani. Ogni sacco di cibo dovrà contenere almeno 3gr. di Vitamina A, 15gr. di Vitamina B, 30gr. di Vitamina C e 4gr. di Vitamina D. Per aggiungere le vitamine al cibo, possiamo acquistare tre tipologie di additivi alimentari, venduti in scatole. Ogni scatola di additivo 1 ha un costo pari a 4€ e contiene 2gr. di Vitamina A, 5gr. di Vitamina B e 5gr. di Vitamina C. Ogni scatola di additivo 2 ha un costo pari a 3€ e contiene 5gr. di Vitamina B, 7gr. di Vitamina C e 4 gr. di Vitamina D. Ogni scatola di additivo 3 ha un costo pari a 2€ e contiene 8gr. di Vitamina B e 15gr. di Vitamina C. La disponibilità massima di additivo 1 è pari a tre scatole, mentre non ci sono limiti di disponibilità per gli additivi 2 e 3. Scrivere un modello matematico che rappresenti il problema di determinare quante scatole acquistare per ogni tipo di additivo per produrre un sacco di cibo per cani al minimo prezzo.

6. Si consideri il grafo G in figura:



- (a) (3 punti) Scrivere il modello matematico del problema dei cammini minimi uno-a-tutti su G con sorgente s.
- (b) (4 punti) Individuare l'albero dei cammini minimi dal nodo s a tutti gli altri nodi del grafo con un opportuno algoritmo.
- (c) (2 punti) Indicare il valore delle variabili corrispondenti alla soluzione ottima individuata al punto b.