Elementi di teoria della Computazione (Prof.ssa De Felice) Anno Acc. 2018-2019
Seconda prova intercorso - 19 dicembre 2018

Nome e Cognome, email: Matricola: **Firma**:

Spazio riservato alla correzione: non scrivere in questa tabella.

1	2	3	4	5	6	**Tot.**	7
							SI NO

Leggere le tracce con attenzione!
La domanda n.7 non concorre al raggiungimento della sufficienza, ma solo alla determinazione del voto finale.
È vietato copiare, collaborare o comunicare con altri studenti. È vietato l'utilizzo di libri, appunti o lucidi.

I risultati della prova scritta e le informazioni per la conclusione dell'esame saranno pubblicati sulla piattaforma e-learning.

1. *(15 punti)*

   Fornire le definizioni di:

   (a) *(5 punti)* Riducibilità mediante funzione.

   (b) *(5 punti)* Riduzione polinomiale.

   (c) *(5 punti)* Linguaggio NP-completo.

2. *(15 punti)*

   Data la seguente formula booleana

   $$\Phi = (x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3})$$

   definire il grafo G e l'intero k tali che $\langle G, k\rangle$ sia l'immagine di $\langle \Phi \rangle$ nella riduzione polinomiale di 3-SAT a $VERTEX$-$COVER$.

3. *(15 punti)*

   Siano L_1 ed L_2 due linguaggi su un alfabeto Σ. Per ognuna delle seguenti affermazioni dire se essa è vera o falsa. È necessario giustificare formalmente la risposta data. Risposte non giustificate non saranno valutate.

   (a) *(5 punti)* Se L_1 ed L_2 sono entrambi linguaggi NP-completi, allora $L_1 \leq_m L_2$ ed $L_2 \leq_m L_1$.

   (b) *(5 punti)* Se $L_1 \leq_P L_2$ ed $L_2 \leq_P L_1$, allora L_1 ed L_2 sono entrambi linguaggi NP-completi.

   (c) *(5 punti)* Se $L_1 \leq_P L_2$ ed L_2 è regolare, allora L_1 è regolare.

4. *(15 punti)*

   Provare che un linguaggio A è decidibile se e solo se $A \leq_m L(a^*b^*)$. Occorre enunciare con precisione eventuali risultati intermedi utilizzati.

5. *(15 punti)*

   (a) *(5 punti)* Enunciare il teorema di Rice.

   Per ciascuno dei seguenti linguaggi dire se il teorema di Rice è applicabile, motivando la risposta.

   (b) *(5 punti)* $AE_{TM} = \{\langle M \rangle \mid M$ è una macchina di Turing ed $\epsilon \in L(M)\}$

   (c) *(5 punti)* $Ha_{TM} = \{\langle M \rangle \mid M$ è una macchina di Turing che rifiuta aba e non si ferma sulle stringhe che terminano per $a\}$

6. *(15 punti)* Si consideri l'affermazione

   Sia L un linguaggio NP-completo. Se $L \in NP$ allora $P = NP$.

   (a) *(5 punti)* Dire, motivando la risposta, se è vera, falsa o non si sa se sia vera o falsa.

   (b) *(10 punti)* Modificare l'enunciato in modo da avere un'affermazione certamente vera. Fornire una dimostrazione dell'enunciato modificato. Occorre enunciare con precisione eventuali risultati intermedi utilizzati.

7. Sia

$$HE_{TM} = \{\langle M \rangle \mid M \text{ è una macchina di Turing che si arresta su } \epsilon\}$$

   Definire il linguaggio $HALT_{TM}$ e provare che $HALT_{TM} \leq_m HE_{TM}$.