

Nome:

Cognome:

Matricola:

1. Per ognuno dei seguenti punti non rispettati dall'elaborato **verrà sottratto un punto** al punteggio finale:

- (a) Scrivere nome, cognome e matricola sia su questo foglio che sui fogli consegnati.
- (b) Contrassegnare con una crocetta sulla traccia **tutti e soli** i punti degli esercizi che sono stati svolti.
- (c) Ricordarsi di consegnare **sempre** la presente traccia e **solo** i fogli da correggere (niente brutta copia).

2. Dato il seguente problema di programmazione lineare $[P_1]$:

$$\begin{aligned} \min, & 3x_1 - 2x_2 \\ & -x_1 + x_2 \leq 4 \\ & x_1 \leq 3 \\ & x_1 + 3x_2 \geq 3 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

- (a) (3 punti) Risolvere graficamente il problema, individuando il punto di ottimo, se esiste, ed il valore ottimo;
 - (b) (2 punti) Individuare le basi associate ai vertici del poliedro;
 - (c) (3 punti) Calcolare di quanto può variare il termine noto del primo vincolo senza rendere inammissibile la base ottima;
 - (d) (3 punti) Riformulare il problema tramite il teorema della rappresentazione e risolverlo nuovamente;
3. (3 punti) Scrivere il duale del seguente problema di PL::

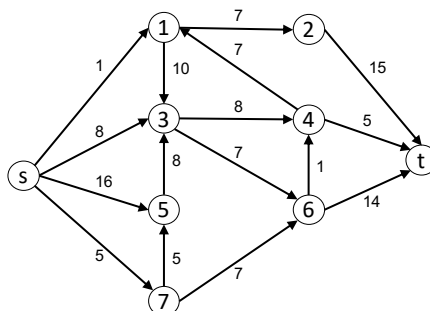
$$\begin{aligned} \max \quad & x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 4x_4 \\ & -3x_1 - 2x_2 + x_4 = 13 \\ & 3x_1 - 6x_2 - 9x_4 \geq 1 \\ & 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 - 7x_4 \leq 17 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \leq 0, x_3 \geq 0, x_4 \text{ n.v.} \end{aligned}$$

4. Dato il seguente problema di programmazione lineare $[P_3]$:

$$\begin{aligned} \min z = & -4x_1 - 5x_2 - 5x_3 \\ & x_1 - 10x_2 - 2x_3 \leq 1 \\ & x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 5 \\ & 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 \leq 4 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

- (a) (5 punti) individuare la soluzione ottima, se esiste, ed il valore ottimo applicando l'algoritmo del Simplex.

5. Dato il seguente grafo G :



- (a) (3 punti) Scrivere il modello matematico del problema del massimo flusso da s a t per il grafo in figura;
- (b) (4 punti) Individuare il flusso massimo da s a t in G mediante l'algoritmo dei cammini aumentanti.
- (c) (2 punti) Riportare la quantità di flusso che transita su ogni arco della soluzione ottima individuata al punto (b);
- (d) (2 punti) Individuare il taglio di capacità minima corrispondente alla soluzione ottima ottenuta al punto (b).