

Nome:

Cognome:

Matricola:

1. Dato il seguente problema di programmazione lineare [P]:

$$\begin{aligned}
 \max \quad & -2x_1 - x_2 \\
 & x_1 + 3x_2 \geq 2 \\
 & x_1 - 4x_2 \leq 5 \\
 & -6x_1 + 3x_2 \leq 2 \\
 & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$

- (a) (3 punti) Risolvere graficamente il problema [P], individuando il punto di ottimo ed il valore ottimo.
- (b) (2 punti) Individuare tutte le basi ammissibili del poliedro indicando i vertici associati ad esse.
- (c) (3 punti) Individuare le direzioni estreme del poliedro, se esistono.
- (d) (3 punti) Risolvere nuovamente il problema tramite il teorema della rappresentazione.
- (e) (2 punti) Scrivere una nuova funzione obiettivo per cui vi siano infiniti punti di ottimo.
2. (2 punti) Enunciare il secondo Corollario del Teorema debole della dualità.
3. Dato il seguente problema [P]:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & x_1 + 7x_2 - x_3 \\
 & x_1 - \frac{3}{2}x_3 = 1 \\
 & 2x_1 + 4x_2 - 9x_3 \leq 3 \\
 & -x_1 - x_2 - 3x_3 \geq -5 \\
 & x_1 \leq 0, x_2 \text{ n.v.}, x_3 \geq 0
 \end{aligned}$$

- (a) (3 punti) Scrivere il duale [D].
4. (4 punti) Utilizzare l'algoritmo del simplesso per risolvere il seguente problema di programmazione lineare (non usare il tableau):

$$\begin{aligned}
 \min \quad & -4x_1 - x_2 - 2x_3 \\
 & -x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 2 \\
 & 2x_1 + 4x_2 - x_3 \leq 3 \\
 & -3x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 3 \\
 & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0
 \end{aligned}$$

5. Si consideri una istanza del problema del trasporto con 4 nodi di domanda e 3 di offerta, i cui dati sono riportati seguente tabella. Ogni valore nella casella ij rappresenta il costo unitario per trasportare una unità di merce dalla origine i alla destinazione j , il valore a destra della i -ma riga rappresenta il numero totale di unità di merce dell' i -mo nodo di offerta, mentre il valore in fondo alla colonna j -ma rappresenta il numero delle unità richieste dal j -mo nodo di domanda.

2	10	2	8	3
2	3	6	10	5
8	7	3	1	4
4	2	3	3	

- (a) (3 punti) Scrivere il modello matematico per questo problema.
- (b) (5 punti) Risolvere il problema. Indicare il valore delle variabili decisionali e della funzione obiettivo per la soluzione ottenuta.