

Nome e Cognome, email:

Matricola:

Firma:

Spazio riservato alla correzione: non scrivere in questa tabella.

1	2	3	4	5	6	Tot.	7
							SI NO

Leggere le tracce con attenzione!

La domanda n.7 non concorre al raggiungimento della sufficienza, ma solo alla determinazione del voto finale.

È vietato copiare, collaborare o comunicare con altri studenti. È vietato l'utilizzo di libri, appunti o lucidi.

I risultati della prova scritta e le informazioni per la conclusione dell'esame saranno pubblicati sulla piattaforma e-learning.

1. (15 punti)

Definire un'espressione regolare E che denoti il linguaggio $L(\mathcal{A})$ riconosciuto dall'automa finito deterministico $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, dove $Q = \{q_0, q_1\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $F = \{q_0\}$ e δ è descritta dalla tabella riportata di seguito (cioè definire un'espressione regolare E tale che $L(E) = L(\mathcal{A})$).

	a	b
q_0	q_0	q_1
q_1	q_0	q_1

2. (15 punti)

Si consideri l'automa finito non deterministico $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, dove $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$, $\Sigma = \{a, b, c, d, g\}$, $F = \{q_2\}$ e la cui funzione di transizione δ è definita dalla tabella seguente

	a	b	c	d	g	ϵ
q_0	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	$\{q_1\}$
q_1	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	$\{q_4\}$	$\{q_2\}$
q_2	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset
q_3	$\{q_0\}$	$\{q_4\}$	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset
q_4	\emptyset	\emptyset	$\{q_3\}$	$\{q_1\}$	\emptyset	$\{q_0\}$

Disegnare il diagramma di stato di \mathcal{A} ed elencare tutte le stringhe di lunghezza minore o uguale a due accettate da \mathcal{A} .

3. (15 punti)

Fornire una macchina di Turing deterministica M a singolo nastro il cui linguaggio riconosciuto $L(M)$ sia

$$L(M) = \{bxaba \mid x \in \{a, b\}^*\}$$

È possibile utilizzare il diagramma di stati per descrivere la funzione di transizione di M .

4. (15 punti)

- (a) Fornire la definizione di macchina di Turing deterministica e di linguaggio riconosciuto da una macchina di Turing deterministica.
- (b) Definire la classe dei linguaggi Turing-riconoscibili e quella dei linguaggi decidibili. Descrivere la relazione tra le due classi rispetto all'inclusione. Dare un esempio di operazione sui linguaggi tale che solo una delle due classi è chiusa rispetto a essa. È necessario motivare le risposte, risposte non motivate non saranno valutate.

5. (15 punti)

- (a) Definire la classe di complessità NP .
- (b) Si consideri il seguente problema di decisione:

Dati un insieme A , una collezione B_1, \dots, B_m di sottoinsiemi di A e un intero positivo k , esiste un sottoinsieme H di A di cardinalità k che interseca ogni B_i ?

Si definisca il linguaggio *INTERSECA* associato a tale problema e si dimostri che *INTERSECA* è in NP .

6. (15 punti)

Siano X e Y due linguaggi su un alfabeto Σ . Per ognuna delle affermazioni seguenti dire se essa risulta sicuramente vera oppure sicuramente falsa. Motivare la risposta, risposte non motivate non saranno valutate.

- (a) Se Y è NP -completo e $X \leq_P Y$ allora X è decidibile.
- (b) Se X è NP -completo, $X \leq_P Y$ e $Y \in NP$ allora anche Y è NP -completo.
- (c) Se Y è NP -completo, $X \leq_P Y$ e $X \in NP$ allora anche X è NP -completo.
- (d) $NP \cap Co-NP = \emptyset$.
- (e) Se $Y \in NP$ e $X \leq_P Y$ allora $X \notin EXPTIME$

7. Si consideri

$$L = \{xaay \mid x, y \in \{a, b\}^*, |x| = |y|\}$$

Utilizzando il pumping lemma per i linguaggi regolari, dimostrare che L non è regolare.