

Seconda prova in itinere - 14 giugno 2021

1. Siano A, B, C tre linguaggi su un alfabeto Σ e supponiamo che $A \leq_m B$ e $B \leq_m C$. Per ognuna delle affermazioni seguenti dire se essa è sicuramente vera oppure sicuramente falsa. Giustificare la risposta ed enunciare con precisione eventuali risultati intermedi utilizzati.

- (a) A è Turing-riconoscibile ma non decidibile e C è decidibile.
- (b) Il complemento di A non è Turing-riconoscibile ma il complemento di B è Turing-riconoscibile.
- (c) Se C è decidibile allora il complemento di B è decidibile.

2. Si consideri il problema di decisione *NonTautologia*:

Input: ϕ formula booleana.

Domanda: Esiste un'assegnamento di valori alle variabili di ϕ tale che ϕ sia falsa?

- (a) Fornire un esempio di istanza al problema *NonTautologia* con risposta sì e un esempio di istanza al problema *NonTautologia* con risposta no.
 - (b) Definire il linguaggio *NonTau* associato al problema di decisione *NonTautologia* e provare che *NonTau* è in *NP*.
 - (c) Definire il linguaggio *SAT* associato al problema della soddisfacibilità. Mostrare che *SAT* è riducibile in tempo polinomiale a *NonTau*.
3. (a) Definire il concetto di riduzione mediante funzione di un linguaggio A a un linguaggio B . Definire il linguaggio A_{TM} .
- (b) Definire una funzione $f : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ che sia una riduzione dal linguaggio \emptyset al linguaggio A_{TM} .
- (c) Dimostrare che il linguaggio $\{ab\}$ non è riducibile mediante funzione al linguaggio \emptyset .
4. Sia $G = (V, E)$ un grafo non orientato, con insieme V di nodi e insieme E di archi. Un sottoinsieme V' di V è un independent set in G se per ogni u, v in V' , la coppia (u, v) non appartiene a E . Sia

INDEPENDENT-SET =

$\{\langle G, k \rangle \mid G \text{ è un grafo non orientato, } k \text{ è un intero positivo e } G \text{ ha un independent set di cardinalità } k\}$

Definire il linguaggio *VERTEX-COVER*. Provare che la funzione f che associa a $\langle G, k \rangle$ la stringa $\langle G, |V| - k \rangle$ è una riduzione di tempo polinomiale di *VERTEX-COVER* a *INDEPENDENT-SET*.