

Nome e Cognome, email:

Matricola:

Firma:

Spazio riservato alla correzione: non scrivere in questa tabella.

1	2	3	4	5	6	Tot.	7
							SI NO

Leggere le tracce con attenzione!

La domanda n.7 non concorre al raggiungimento della sufficienza, ma solo alla determinazione del voto finale.

È vietato copiare, collaborare o comunicare con altri studenti. È vietato l'utilizzo di libri, appunti o lucidi.

I risultati della prova scritta e le informazioni per la conclusione dell'esame saranno pubblicati sulla piattaforma e-learning.

1. (15 punti)

- (1) (7 punti) Fornire un'espressione regolare che denoti il linguaggio delle stringhe sull'alfabeto $\{a, b\}$ di lunghezza dispari e che contengono al più un'occorrenza della lettera a .
- (2) (8 punti) Fornire un automa finito deterministico che riconosca il linguaggio delle stringhe sull'alfabeto $\{a, b\}$ di lunghezza dispari e che contengono al più un'occorrenza della lettera a .

2. (15 punti)

Si consideri l'automa finito deterministico $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, dove $Q = \{q_0, q_1\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $F = \{q_0\}$ e funzione di transizione δ definita dalla seguente tabella

	a	b
q_0	q_1	q_0
q_1	q_1	q_0

Definire un'espressione regolare E che descriva il linguaggio $L(\mathcal{A})$ riconosciuto da \mathcal{A} , cioè tale che $L(\mathcal{A}) = L(E)$.

3. (15 punti)

- (a) (3 punti) Fornire la definizione di Macchina di Turing deterministica.
- (b) (6 punti) Fornire la definizione di linguaggio riconosciuto da una macchina di Turing.
- (c) (6 punti) Definire una macchina di Turing deterministico che riconosca $\{ba^n \mid n \in \mathbb{N}, n \geq 0\}$.

4. (15 punti) Si considerino le classi di complessità P ed NP e il linguaggio

$3\text{-VERTEX-COVER} = \{\langle G \rangle \mid G \text{ è un grafo non orientato contenente un vertex-cover di cardinalità tre}\}$

- (1) 3-VERTEX-COVER appartiene a P ?
- (2) 3-VERTEX-COVER appartiene a NP ?

Giustificare formalmente le risposte. Risposte non giustificate non saranno valutate.

5. (15 punti)

Data la seguente formula booleana

$$\Phi = (x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3})$$

definire il grafo G e l'intero k tali che $\langle G, k \rangle$ sia l'immagine di $\langle \Phi \rangle$ nella riduzione polinomiale di 3-SAT a VERTEX-COVER.

6. (15 punti)

Siano L_1 ed L_2 due linguaggi su un alfabeto Σ . Per ognuna delle seguenti affermazioni dire se essa è vera o falsa. È necessario giustificare formalmente la risposta data. Risposte non giustificate non saranno valutate.

- (a) (5 punti) Se L_1 ed L_2 sono entrambi linguaggi NP -completi, allora $L_1 \leq_m L_2$ ed $L_2 \leq_m L_1$.
- (b) (5 punti) Se $L_1 \leq_P L_2$ ed $L_2 \leq_P L_1$, ed $L_1, L_2 \in NP$, allora L_1 ed L_2 sono entrambi linguaggi NP -completi.
- (c) (5 punti) Se $L_1 \leq_P L_2$ ed L_2 è regolare, allora L_1 è regolare.

7. Si considerino i linguaggi

$$NE_{TM} = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ è una macchina di Turing ed } L(M) \neq \emptyset \},$$

$$L = \{ \langle M_1, M_2 \rangle \mid M_1 \text{ ed } M_2 \text{ sono macchine di Turing ed } L(M_1) \cap L(M_2) \neq \emptyset \}.$$

Mostrare che esiste una riduzione da NE_{TM} a L .