

## II Prova – 9 Giugno 2014

1. **Codice comportamentale.** Durante questo esame si deve lavorare da soli. Non si può consultare materiale di nessun tipo. Non si può chiedere o dare aiuto ad altri studenti.
2. **Istruzioni.** Rispondere alle domande. Si possono usare i fogli aggiuntivi o il retro per la minuta, ma le risposte verranno corrette solo se inserite nello spazio ad esse riservate oppure viene indicata con chiarezza la posizione alternativa.

Lo spazio dato per ogni risposta é sufficiente per l'inserimento di una risposta esauriente (a meno di una scrittura eccessivamente grande).

Per essere accettata per la correzione la risposta deve essere ordinata e di facile lettura.

La settima domanda non concorre al raggiungimento della sufficienza, ma solo al voto finale.

Giustificare le risposte; risposte non giustificate sono valutate nulle.

Nome e Cognome: \_\_\_\_\_

Matricola: \_\_\_\_\_

Firma \_\_\_\_\_

**Spazio riservato alla correzione: non scrivere in questa tabella.**

1	2	3	4	5	6	Tot.
						/100

1. (a) Fornire la definizione di insieme numerabile
- (b) Mostrare che l'insieme di tutte le coppie  $(i, j)$  dove  $i$  e  $j$  sono numeri interi con  $i < j$  risulta numerabile.

2. Utilizzare il metodo della diagonalizzazione per mostrare che l'insieme  $\{x \mid x \text{ é un numero reale t.c. } 0 < x < 1\}$  non é numerabile.

## 3. Teorema di Rice:

- (a) Enunciare il teorema
- (b) E' possibile utilizzarlo per mostrare che il seguente linguaggio risulta indecidibile? Giustificare la risposta  
 $L = \{\langle M \rangle \mid M \text{ é una MdT che accetta ogni input di lunghezza pari}\}$
- (c) E' possibile utilizzarlo per mostrare che il seguente linguaggio risulta indecidibile? Giustificare la risposta  
 $L = \{\langle M \rangle \mid M \text{ é una MdT che si arresta su ogni input di lunghezza pari}\}$

4. Mostrare in maniera formale e rigorosa le seguenti inclusioni tra classi di complessità, enunciando in maniera precisa eventuali risultati intermedi utilizzati:
- 1)  $P \subseteq NP$
  - 2)  $NP \subseteq EXP$
  - 3)  $P \subseteq co - NP$

5. 1) Definire il problema di decisione  $SUBSET - SUM$
- 2) Data la seguente istanza di  $3 - SAT$  si descriva l'istanza di  $SUBSET - SUM$  nella riduzione polinomiale di  $3 - SAT$  a  $SUBSET - SUM$

$$(x_1 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_4) \wedge (\bar{x}_2 \vee x_3 \vee x_4).$$

Nel caso di istanze sì, si mettano in relazione le soluzioni corrispondenti.

6. 1) Fornire la definizione di problema NP-completo.
- 2) Una palestra cerca istruttori in grado di coprire corsi nelle discipline sportive  $D_1, \dots, D_m$ . Gli istruttori candidati sono  $I_1, \dots, I_n$  dove l'istruttore  $I_i$  è in grado di insegnare un insieme di discipline  $S_i \subseteq \{D_1, \dots, D_m\}$  (per ogni  $i = 1, \dots, n$ ). Se il direttore della palestra intende arruolare al massimo  $k$  istruttori, risulta possibile ricoprire tutte le discipline  $D_1, \dots, D_m$ ?
- Chiamare il problema descritto PALESTRA; formalizzarlo (indicare input e output desiderato) e mostrare che esso risulta NP-completo.
- [Aiuto. Si può sfruttare il fatto che il problema SET-COVER risulta NP-completo.]

7. a) Illustrare il concetto di Self-reducibility
- b) Si consideri i seguenti problemi, rispettivamente di decisione e di ricerca:
- PATH: Dato un grafo  $G = (V, E)$  ed un intero  $k$ , esiste un cammino semplice (senza vertici ripetuti) di lunghezza almeno  $k$  in  $G$ ?

LONGEST-PATH: Dato un grafo  $G = (V, E)$ , determinare un cammino semplice (senza vertici ripetuti) di lunghezza massima in  $G$ .

Mostrare che  $\text{LONGEST-PATH} \leq_p \text{PATH}$



FOGLI AGGIUNTIVO 1 – II PROVA

FOGLI AGGIUNTIVO 2 – II PROVA