

Nome e Cognome, email:

Matricola:

Firma:

Spazio riservato alla correzione: non scrivere in questa tabella.

1	2	3	4	5	6	Tot.	7
							SI NO

Leggere le tracce con attenzione!

La domanda n.7 non concorre al raggiungimento della sufficienza, ma solo alla determinazione del voto finale.

È vietato copiare, collaborare o comunicare con altri studenti. È vietato l'utilizzo di libri, appunti o lucidi.

I risultati della prova scritta e le informazioni per la conclusione dell'esame saranno pubblicati sulla piattaforma e-learning.

1. (15 punti)

Fornire le definizioni di:

- (a) (5 punti) Riducibilità mediante funzione,
- (b) (5 punti) Riduzione polinomiale,
- (c) (5 punti) Linguaggio  $NP$ -completo.

2. (15 punti)

Data la seguente formula booleana

$$\Phi = (x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3})$$

definire il grafo  $G$  e l'intero  $k$  tali che  $\langle G, k \rangle$  sia l'immagine di  $\langle \Phi \rangle$  nella riduzione polinomiale di 3-SAT a VERTEX-COVER.

3. (15 punti)

Siano  $L_1$  ed  $L_2$  due linguaggi su un alfabeto  $\Sigma$ . Per ognuna delle seguenti affermazioni dire se essa è vera o falsa. È necessario giustificare formalmente la risposta data. Risposte non giustificate non saranno valutate.

- (a) (5 punti) Se  $L_1$  ed  $L_2$  sono entrambi linguaggi  $NP$ -completi, allora  $L_1 \leq_m L_2$  ed  $L_2 \leq_m L_1$ .
- (b) (5 punti) Se  $L_1 \leq_P L_2$  ed  $L_2 \leq_P L_1$ , allora  $L_1$  ed  $L_2$  sono entrambi linguaggi  $NP$ -completi.
- (c) (5 punti) Se  $L_1 \leq_P L_2$  ed  $L_2$  è regolare, allora  $L_1$  è regolare.

4. (15 punti)

Provare che un linguaggio  $A$  è decidibile se e solo se  $A \leq_m L(a^*b^*)$ . Occorre enunciare con precisione eventuali risultati intermedi utilizzati.

## 5. (15 punti)

Siano

$$X = \{aw \mid w \in \{a,b\}^*\}, \quad Y = \{yb \mid y \in \{a,b\}^*\}.$$

- (a) (3 punti) Definire il linguaggio  $X \cap Y$ .
- (b) (6 punti) Definire un automa finito **deterministico** che riconosce  $X$  e un automa finito **deterministico** che riconosce  $Y$ .
- (c) (6 punti) Usando la procedura descritta sul libro di testo, definire un automa finito **deterministico** che riconosce il linguaggio  $X \cap Y$ . Automi non ottenuti attraverso tale procedura non saranno valutati.

Per ogni automa è sufficiente fornire il suo diagramma di stato, purché sia corretto e disegnato con precisione.

## 6. (15 punti)

Definire un automa finito **deterministico** che riconosce il linguaggio denotato dall'espressione regolare  $E = (a \cup b(ab^*a)^*b)^* \cup \emptyset$ .

## 7. Poniamo

$$HE_{TM} = \{\langle M \rangle \mid M \text{ è una macchina di Turing che si arresta su } \epsilon\}$$

Definire il linguaggio  $HALT_{TM}$  e provare che  $HALT_{TM} \leq_m HE_{TM}$ .