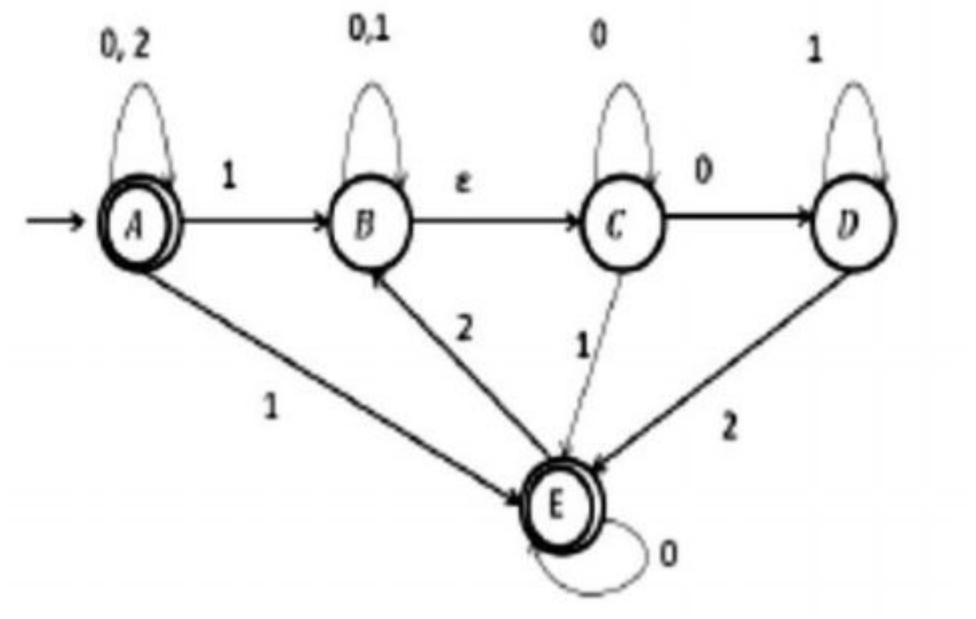
Preparazione per prova intercorso

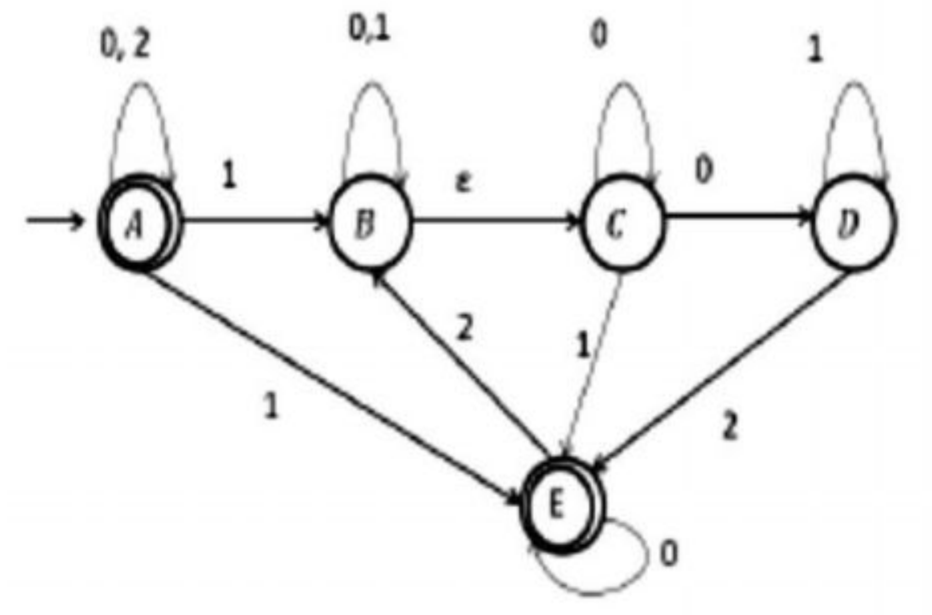
Tutorato 2020/2021

Considerare l’automa A definito dal diagramma di stato in figura.
Determinare in dettaglio tutti gli elementi della quintupla che lo definisce.
A accetta o meno le stringhe 1101, 1021, ε ?

Giustificare la risposta. Risposte non giustificate non sono valutate.



Determinare in dettaglio tutti gli elementi della quintupla che lo definisce.



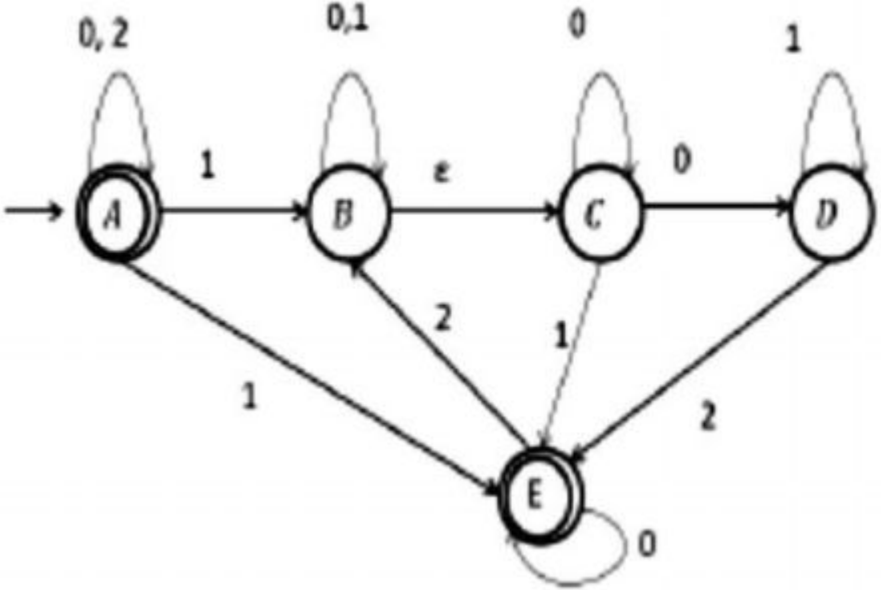
(Q, Σ, δ, q0, F)
Q = {A, B, C, D, E}
Σ = {0, 1, 2}
q0 = A
F = {A, E}

δ:

	0	**1**	**2**	**ε**
A	{A}	{B, E}	{A}	Ø
B	{B}	{B}	Ø	{C}
C	{C,D}	{E}	Ø	Ø
D	Ø	{D}	{E}	Ø
E	{E}	Ø	{B}	Ø

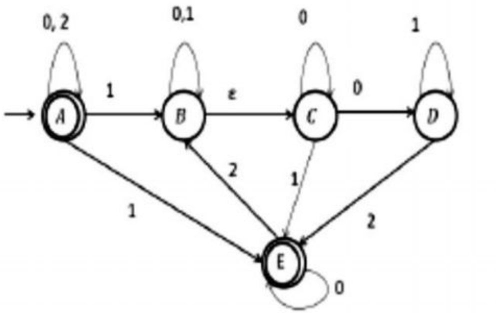
Considerare l’automa A definito dal diagramma di stato in figura.
Determinare in dettaglio tutti gli elementi della quintupla che lo definisce.
A accetta o meno le stringhe 1101, 1021, ε ?

Giustificare la risposta. Risposte non giustificate non sono valutate.



w = ε ∈ L

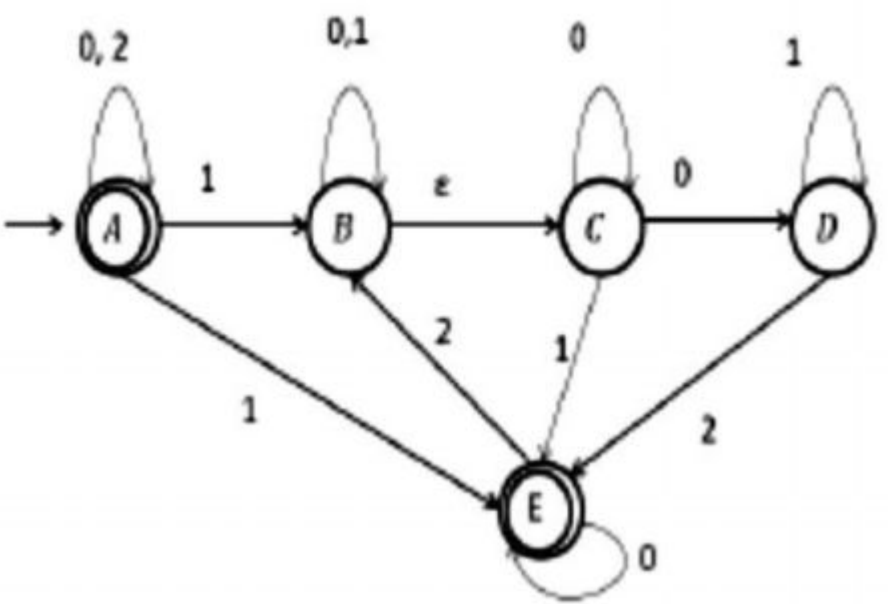
A

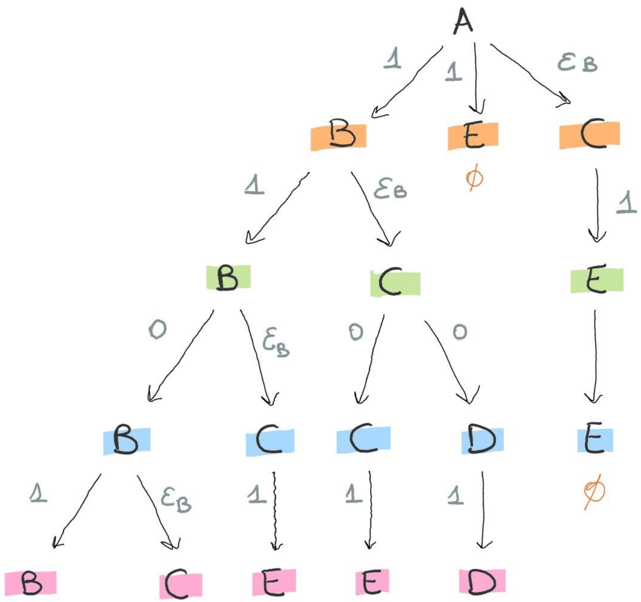


	0	1	2	ε
A	{A}	{B, E}	{A}	∅
B	{B}	{B}	∅	{C}
C	{C,D}	{E}	∅	∅
D	∅	{D}	{E}	∅
E	{E}	∅	{B}	∅

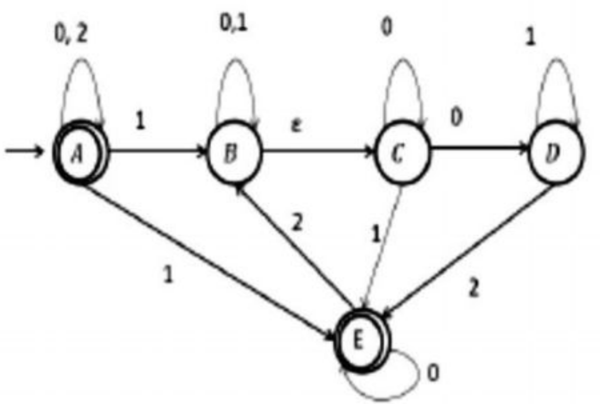
Considerare l’automa A definito dal diagramma di stato in figura.
Determinare in dettaglio tutti gli elementi della quintupla che lo definisce.
A accetta o meno le stringhe 1101, 1021, ε ?

Giustificare la risposta. Risposte non giustificate non sono valutate.



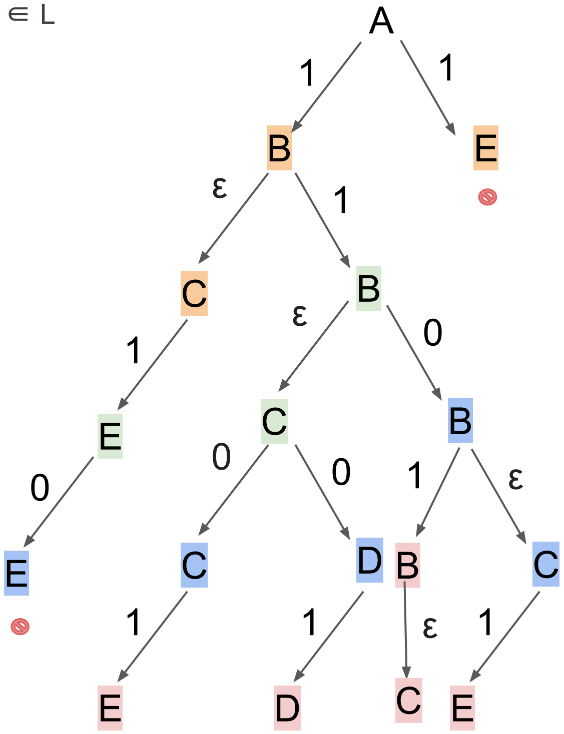


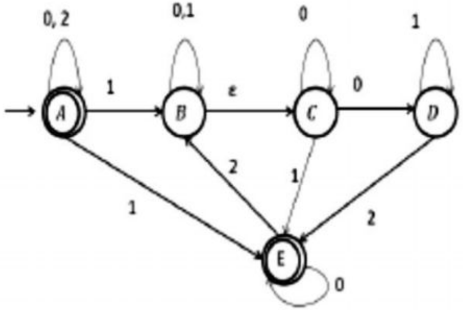
$\omega = 1101 \in L$



	0	1	2	ε
A	{A}	{B, E}	{A}	∅
B	{B}	{B}	∅	{C}
C	{C,D}	{E}	∅	∅
D	∅	{D}	{E}	∅
E	{E}	∅	{B}	∅

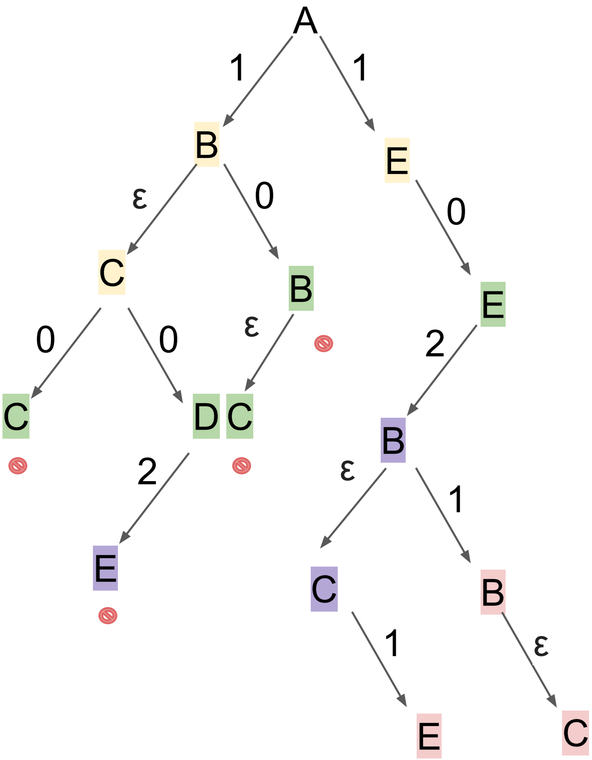
w = 1101 ∈ L

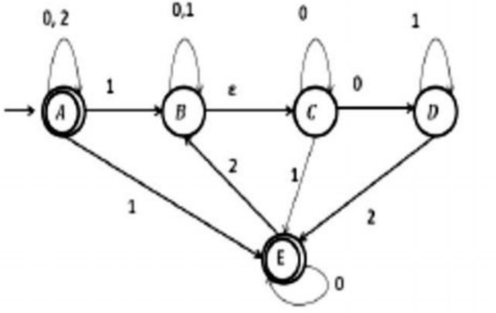




	0	**1**	**2**	**ε**
A	{A}	{B, E}	{A}	∅
B	{B}	{B}	∅	{C}
C	{C,D}	{E}	∅	∅
D	∅	{D}	{E}	∅
E	{E}	∅	{B}	∅

w = 1021 ∈ L

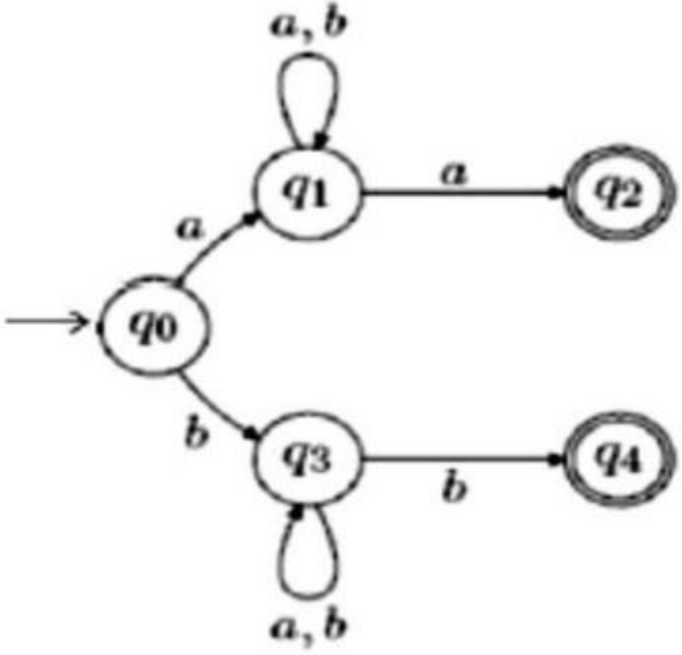




	0	1	2	ε
A	{A}	{B, E}	{A}	Ø
B	{B}	{B}	Ø	{C}
C	{C,D}	{E}	Ø	Ø
D	Ø	{D}	{E}	Ø
E	{E}	Ø	{B}	Ø

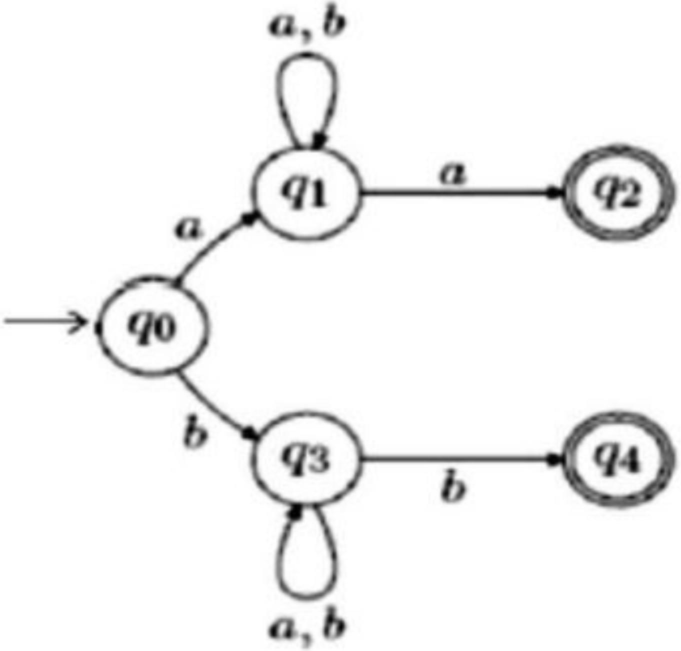
Determinare la 5-tupla che lo descrive (specificandone ognuna delle componenti).

Per ognuna delle seguenti stringhe determinare se essa appartiene o meno a L(N): bb, abaa, abb



Determinare la 5-tupla che lo descrive (specificandone ognuna delle componenti).

Per ognuna delle seguenti stringhe determinare se essa appartiene o meno a L(N): bb, abaa, abb

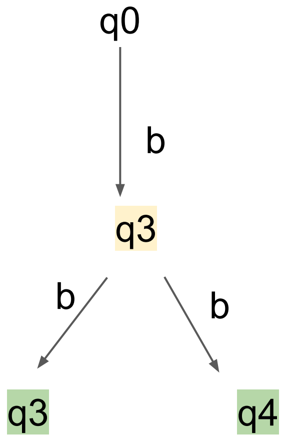


(Q, Σ, δ, q0, F)
Q = {q0, q1, q2, q3, q4}
Σ = {a,b}
F = {q2, q4}

e δ è definita come segue:

	a	**b**	**ε**
q0	{q1}	{q3}	Ø
q1	{q1, q2}	{q1}	Ø
q2	Ø	Ø	Ø
q3	{q3}	{q3, q4}	Ø
q4	Ø	Ø	Ø

w = bb ∈ L


q0

b

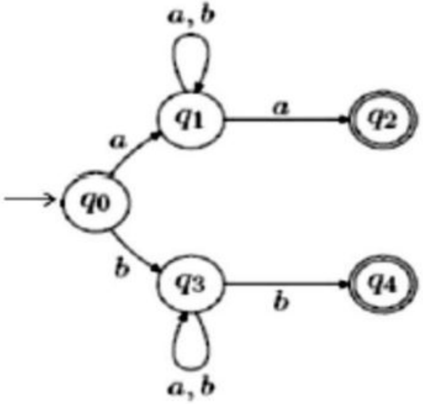
q3

b

b

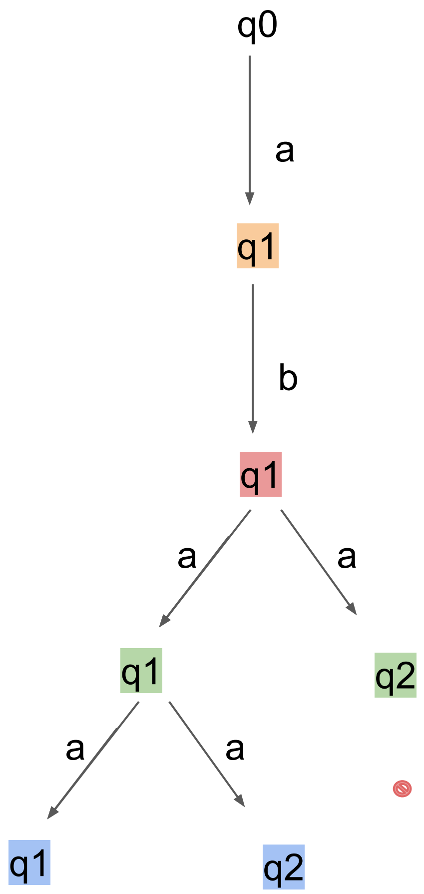
q3

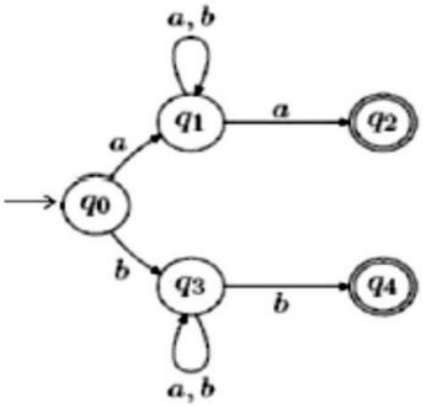
q4



	a	**b**	**ε**
q0	{q1}	{q3}	∅
q1	{q1, q2}	{q1}	∅
q2	∅	∅	∅
q3	{q3}	{q3, q4}	∅
q4	∅	∅	∅

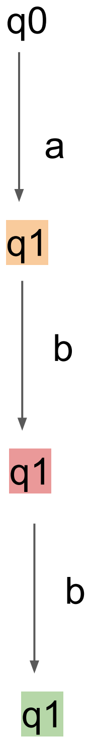
w = abaa ∈ L





	a	**b**	**ε**
q0	{q1}	{q3}	∅
q1	{q1, q2}	{q1}	∅
q2	∅	∅	∅
q3	{q3}	{q3, q4}	∅
q4	∅	∅	∅

w = abb ∉ L



q0

a

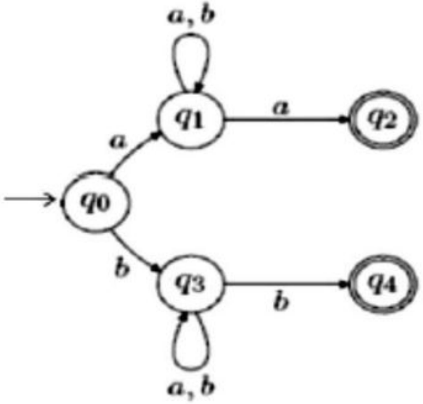
q1

b

q1

b

q1



	a	b	ε
q0	{q1}	{q3}	∅
q1	{q1, q2}	{q1}	∅
q2	∅	∅	∅
q3	{q3}	{q3, q4}	∅
q4	∅	∅	∅

Disegnare l’automa avente

Q = {q0, q1, q2, q3},
Σ = {a,b},
stato iniziale q0,
F = {q3}
e funzione di transizione

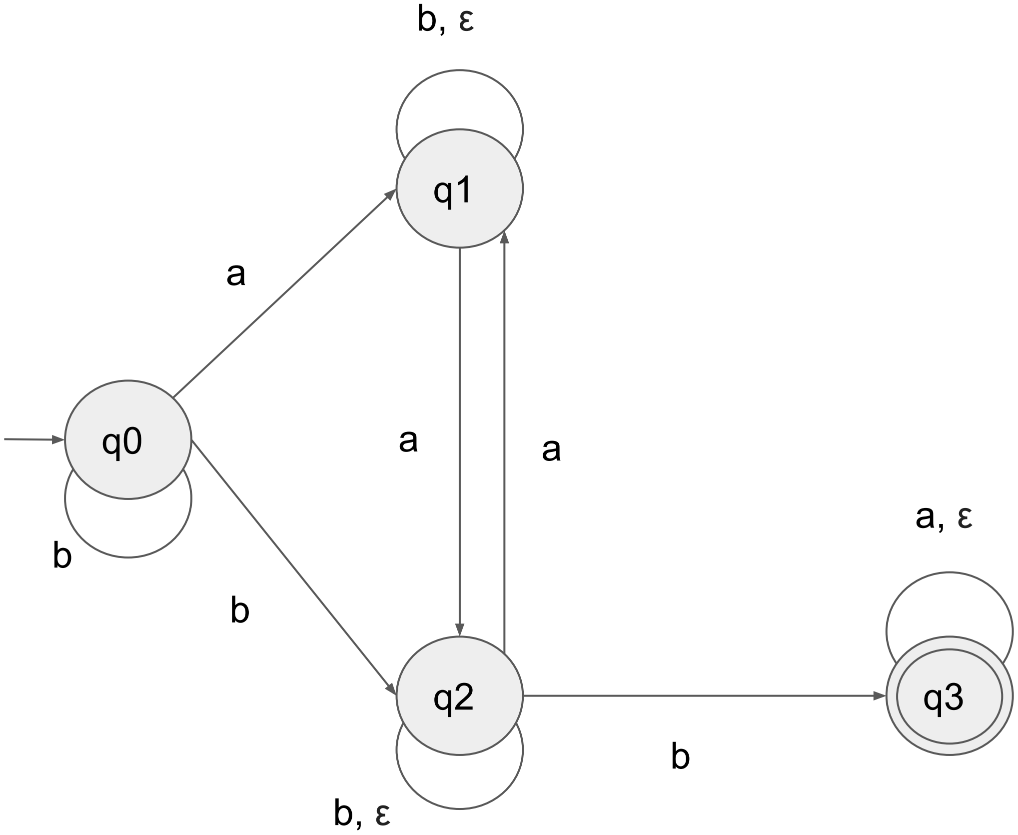
	a	b	ε
q0	{q1}	{q0, q2}	∅
q1	{q2}	{q1}	{q1}
q2	{q1}	{q2, q3}	{q2}
q3	{q3}	∅	{q3}

Accetta o meno le stringhe aaa, bb, bbbb?

Disegnare l’automa avente

Q = {q0, q1, q2, q3},
Σ = {a,b},
stato iniziale q0,
F = {q3}
e funzione di transizione

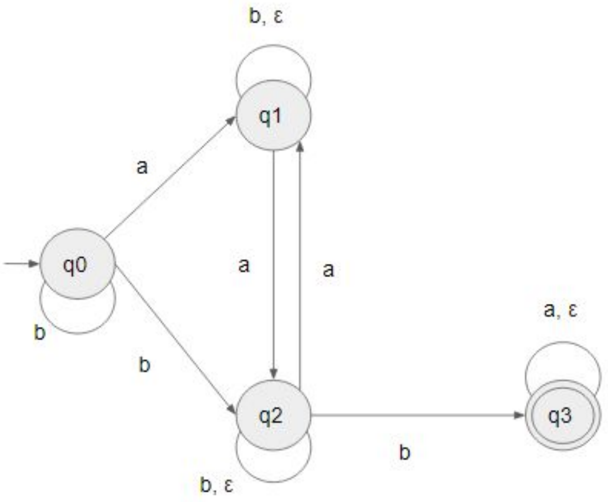
	a	b	ε
q0	{q1}	{q0, q2}	Ø
q1	{q2}	{q1}	{q1}
q2	{q1}	{q2, q3}	{q2}
q3	{q3}	Ø	{q3}



Accetta o meno le stringhe aaa, bb, bbbb?

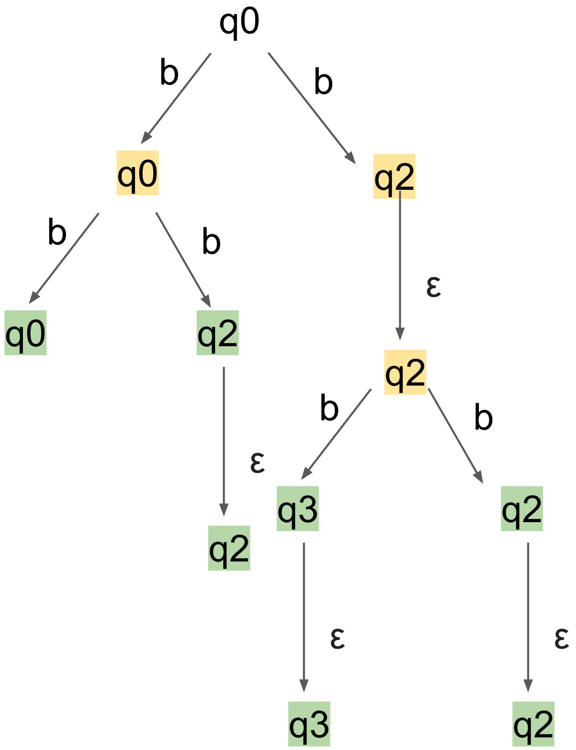
w = aaa ∉ L

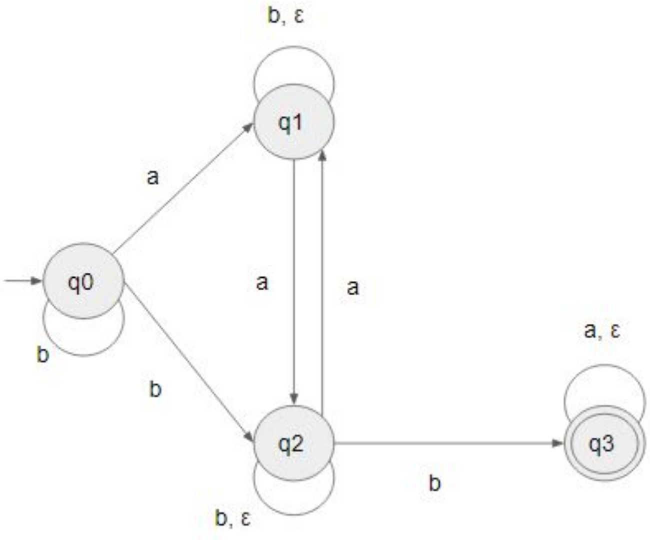
$$q0 \xrightarrow{a} q1 \xrightarrow{\varepsilon} q1 \xrightarrow{a} q2 \xrightarrow{\varepsilon} q2 \xrightarrow{a} q1 \xrightarrow{\varepsilon} q1$$



	a	b	ε
q0	{q1}	{q0, q2}	∅
q1	{q2}	{q1}	{q1}
q2	{q1}	{q2, q3}	{q2}
q3	{q3}	∅	{q3}

w = bb ∈ L

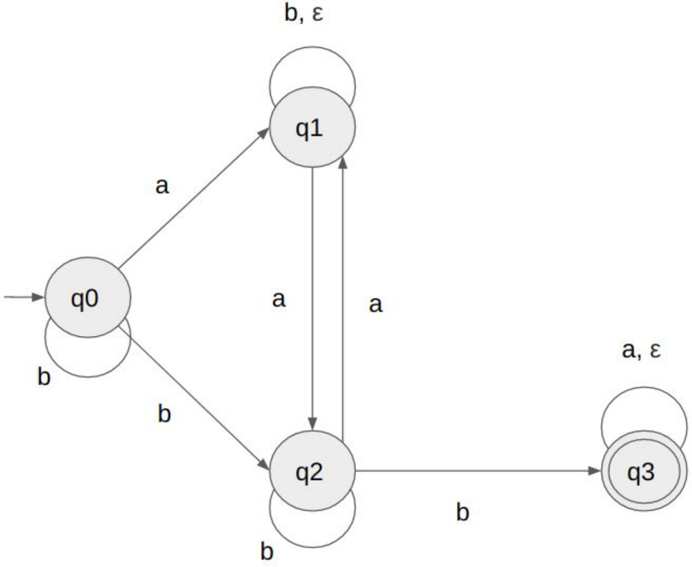




	a	b	ε
q0	{q1}	{q0, q2}	Ø
q1	{q2}	{q1}	{q1}
q2	{q1}	{q2, q3}	{q2}
q3	{q3}	Ø	{q3}

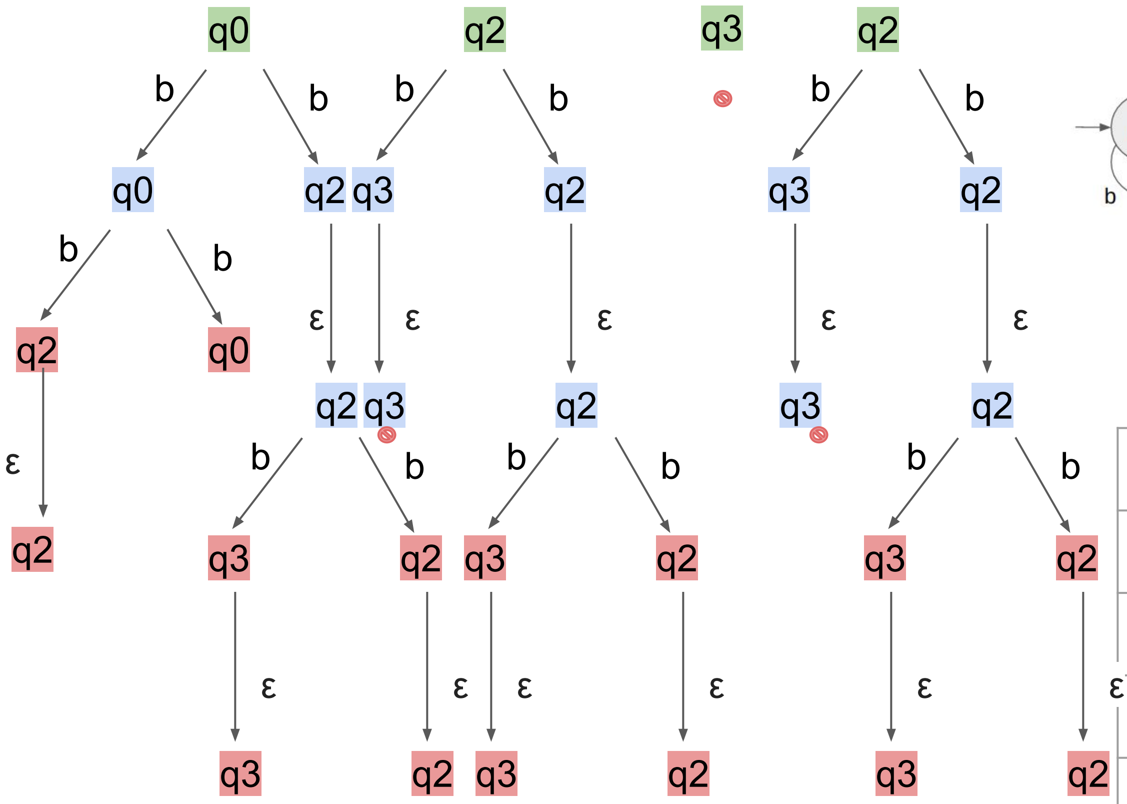
w = bbbb ∈ L

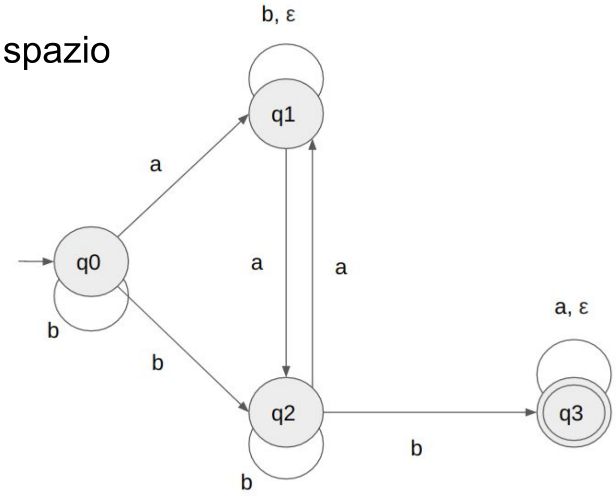
	a	b	ε
q0	{q1}	{q0, q2}	Ø
q1	{q2}	{q1}	{q1}
q2	{q1}	{q2, q3}	{q2}
q3	{q3}	Ø	{q3}



w = bbbb ∈ L

continuando l’albero di w=bb,
viene riportata solo la frontiera per motivi di spazio
(realizzare l’albero completo):





	a	b	ε
q0	{q1}	{q0, q2}	∅
q1	{q2}	{q1}	{q1}
q2	{q1}	{q2, q3}	{q2}
q3	{q3}	∅	{q3}

Definire un automa deterministico A con alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$ il cui linguaggio sia

$L(A) = \{w \in \Sigma^* \mid w$ contiene la sottostringa 000 ma non la sottostringa $111\}$

Vedere L(A) come intersezione di L' e L''
Creare gli automi per le due condizioni ed utilizzare la costruzione per l'intersezione

L(A) = {w ∈ Σ* | w contiene la sottostringa 000 ma non la sottostringa 111}

L’ = {w ∈ Σ* | w contiene la sottostringa 000}

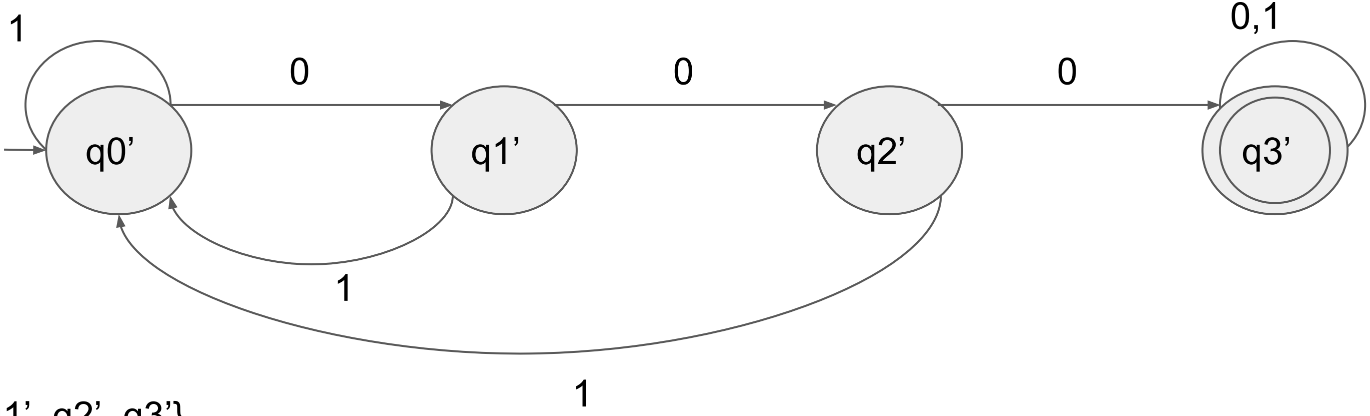
$\overline{L''}$ = {w ∈ Σ* | w **non** contiene la sottostringa 111}

L’’ = {w ∈ Σ* | w contiene la sottostringa 111}

L’ = {w ∈ Σ* | w contiene la sottostringa 000}

A’ = (Q’, Σ, δ’, q0’, F’)

dove δ’ è

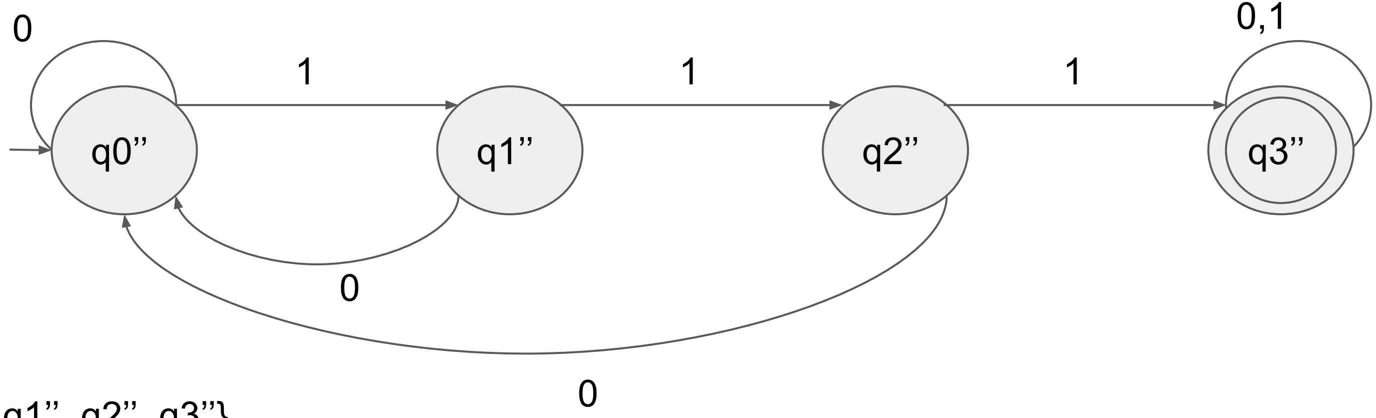


Q’ = {q0’, q1’, q2’, q3’}
Σ = {0,1}
F’ = {q3’}

L’’ = {w ∈ Σ* | w contiene la sottostringa 111}

A’’ = (Q’’, Σ, δ’’, q0’’, F’’)

dove δ’’ è

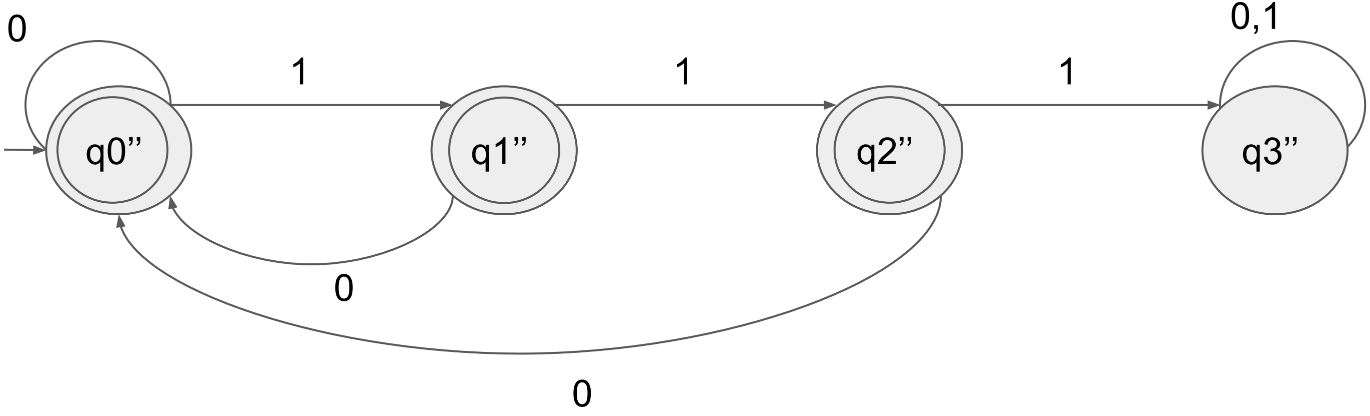


Q’’ = {q0’’, q1’’, q2’’, q3’’}
Σ = {0,1}
F’’ = {q3’’}

$\overline{L}$'' = {w ∈ Σ* | w **non** contiene la sottostringa 111}

$\overline{A}$'' = (Q'', Σ, $\overline{\delta}$'', q0'', $\overline{F}$'')

dove $\overline{\delta}$'' è



Q'' = {q0'', q1'', q2'', q3''}
Σ = {0,1}

$\overline{F}$'' = Q'' - F'' = {q0'', q1'', q2''}

Siano $A' = (Q', \Sigma, \delta', q0', F')$ e $L(A') = L'$
e $A'' = (Q'', \Sigma, \delta'', q0'', F'')$ e $L(A'') = L''$,

definiamo $A = (Q, \Sigma, \delta, q0, F)$

$Q = Q' \text{ x } Q''$

$\delta : Q \text{ x } \Sigma \rightarrow Q$ dove
$\delta ((p1, p2), a) = (\delta'(p1, a), \delta''(p2, a))$ con $p1 \in Q'$, $p2 \in Q''$, $a \in \Sigma$

$q0 = (q0', qo'')$

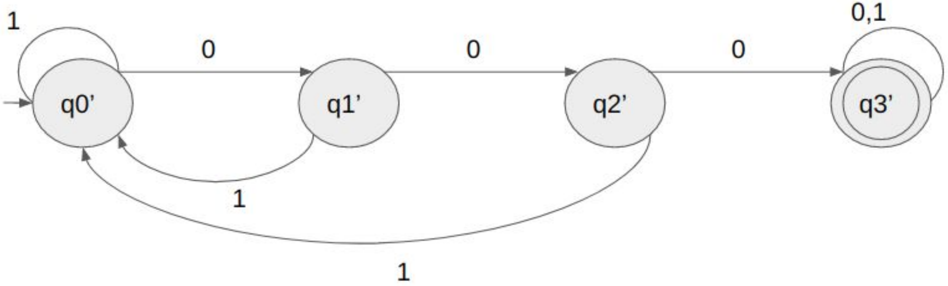
$F = F' \text{ x } F''$

t.c. $L(A) = L' \cap L''$

L’ = {w ∈ Σ* | w contiene la sottostringa 000}

A’ = (Q’, Σ, δ’, q0’, F’)

dove δ’ è



Q’ = {q0’, q1’, q2’, q3’}
Σ = {0,1}
F’ = {q3’}

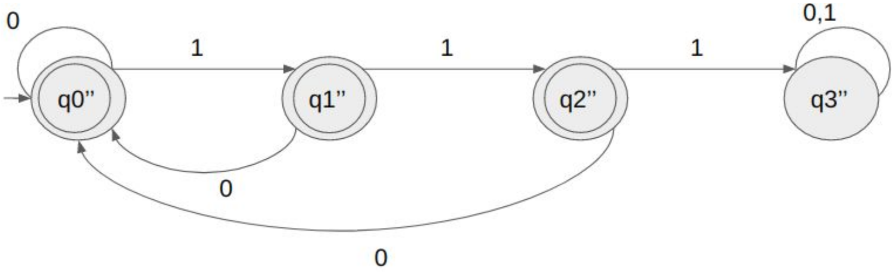
$\overline{L''}$ = {w ∈ Σ* | w **non** contiene la sottostringa 111}

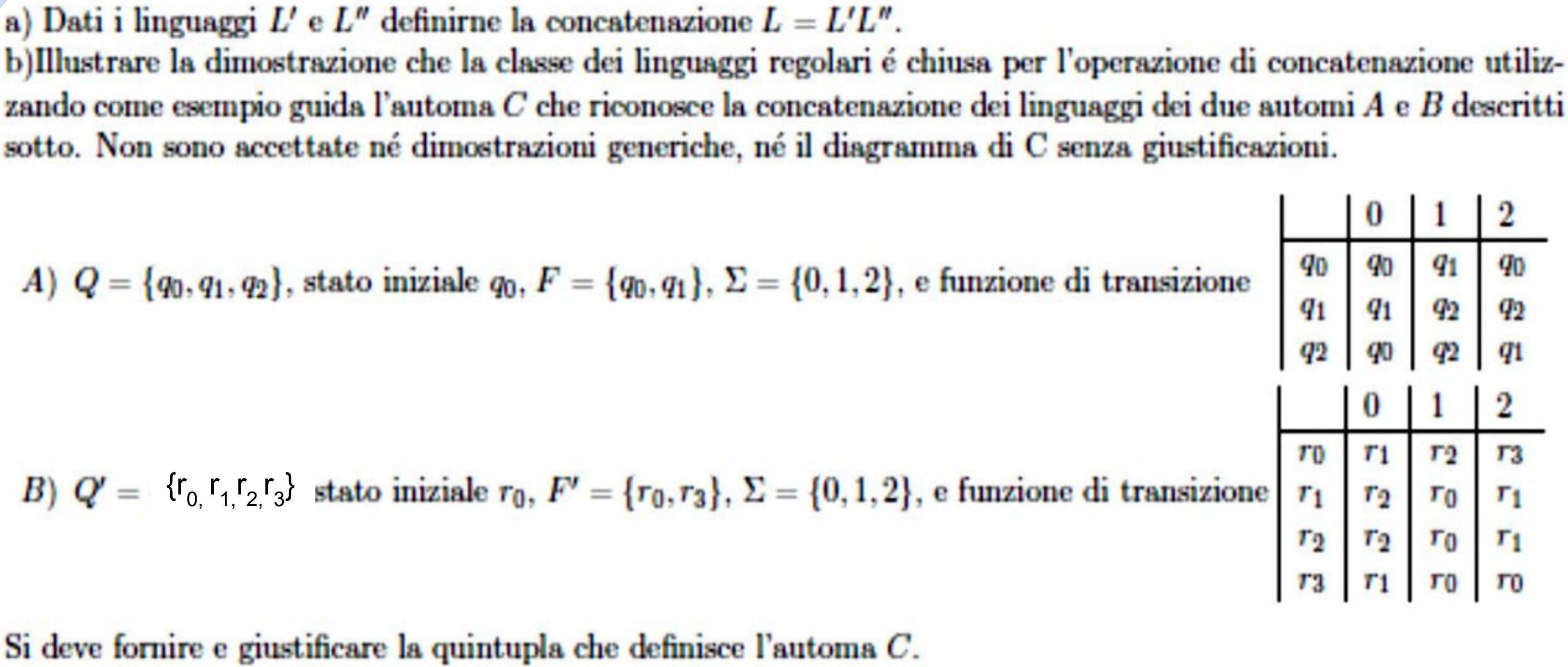
$\overline{A''}$ = (Q’’, Σ, $\overline{\delta''}$, q0’’, $\overline{F''}$)

Q’’ = {q0’’, q1’’, q2’’, q3’’}
Σ = {0,1}

$\overline{F''}$ = {q0’’, q1’’, q2’’}

dove $\overline{\delta''}$ è





a) Dati i linguaggi L' e L'' definirne la concatenazione $L = L'L''$.

b)Illustrare la dimostrazione che la classe dei linguaggi regolari é chiusa per l'operazione di concatenazione utilizzando come esempio guida l'automa C che riconosce la concatenazione dei linguaggi dei due automi A e B descritti sotto. Non sono accettate né dimostrazioni generiche, né il diagramma di C senza giustificazioni.

$A)$ $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$, stato iniziale q_0, $F = \{q_0, q_1\}$, $\Sigma = \{0, 1, 2\}$, e funzione di transizione

	0	1	2
q_0	q_0	q_1	q_0
q_1	q_1	q_2	q_2
q_2	q_0	q_2	q_1

$B)$ $Q' =$ $\{r_0, r_1, r_2, r_3\}$ stato iniziale r_0, $F' = \{r_0, r_3\}$, $\Sigma = \{0, 1, 2\}$, e funzione di transizione

	0	1	2
r_0	r_1	r_2	r_3
r_1	r_2	r_0	r_1
r_2	r_2	r_0	r_1
r_3	r_1	r_0	r_0

Si deve fornire e giustificare la quintupla che definisce l'automa C.

1. A. Dati i linguaggi L' e L" definire l'op di concatenazione.

$L'L'' = \{ xy \mid x \in L' , y \in L'' \}$

Concatenare i due linguaggi. (vedi traccia 1)

$A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ $\qquad$ $B = (Q', \Sigma, \delta', r_0, F')$

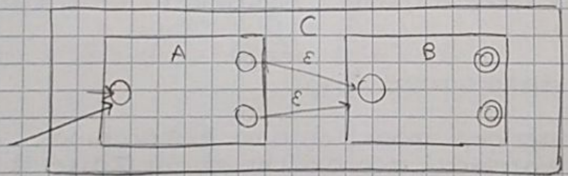
$C = (Q'', \Sigma, \delta'', q_0, F')$

- $Q'' = Q \cup Q'$
- $\delta'' : Q'' \times \Sigma_\varepsilon \rightarrow P(Q'')$

$\forall q \in Q'' , \forall a \in \Sigma_\varepsilon$

$$\delta'' : \begin{cases} \delta(q,a) & \text{se } q \in Q \setminus F \\ \delta(q,a) & \text{se } q \in F , a \neq \varepsilon \\ \delta(q,a) \cup \{r_0\} & \text{se } q \in F , a = \varepsilon \\ \delta'(q,a) & \text{se } q \in Q' \end{cases}$$

→ Non va usata la funzione di transizione estesa



$Q'' = \{q_0, q_1, q_2, r_0, r_1, r_2, r_3\}$

δ'':

	0	1	2	ε
q_0	$\{q_0\}$	$\{q_1\}$	$\{q_0\}$	$\{r_0\}$
q_1	$\{q_1\}$	$\{q_2\}$	$\{q_2\}$	$\{r_0\}$
q_2	$\{q_0\}$	$\{q_2\}$	$\{q_1\}$	$\emptyset$
r_0	$\{r_1\}$	$\{r_2\}$	$\{r_3\}$	$\emptyset$
r_1	$\{r_2\}$	$\{r_0\}$	$\{r_1\}$	$\emptyset$
r_2	$\{r_2\}$	$\{r_0\}$	$\{r_1\}$	$\emptyset$
r_3	$\{r_1\}$	$\{r_0\}$	$\{r_0\}$	$\emptyset$

N = (Q, Σ, δ, q0, F)
Q = {q0, q1, q2, q3},
F = {q3}, Σ = {0,1}
e funzione di transizione

	0	**1**	**ε**
q0	{q0, q2}	{q1}	∅
q1	{q1}	{q2}	∅
q2	{q1}	{q2,q3}	{q3}
q3	{q3}	∅	{q2}

D = (Q’, Σ, δ’, q0’, F’)

Dato NFA $N = (Q, \Sigma, \delta, q0, F)$,

il DFA che riconosce lo stesso linguaggio

è $D = (Q', \Sigma, \delta', q0', F')$

dove $Q' = \mathcal{P}(Q)$
$\delta'(R,a) = \{q \in Q \mid q \in E(\delta(r,a)) \text{ con } r \in R\}$ e $R \in Q'$
$q0' = E(\{q0\})$
$F' = \{R \in Q' \mid R \text{ contiene uno stato accettate di } N\}$

N = (Q, Σ, δ, q0, F)
Q = {q0, q1, q2, q3},
F = {q3}, Σ = {0,1}
e funzione di transizione

	0	**1**	**ε**
q0	{q0, q2}	{q1}	Ø
q1	{q1}	{q2}	Ø
q2	{q1}	{q2,q3}	{q3}
q3	{q3}	Ø	{q2}

D = (Q’, Σ, δ’, q0’, F’)
Q’ = {{q0}, {q1}, {q2}, {q3}, {q0,q1}, {q0,q2}, {q0,q3}, {q1,q2}, {q1,q3}, {q2,q3}, {q0,q1,q2}, {q0,q2,q3}, {q0,q1,q3}, {q1,q2,q3}, {q0,q1,q2,q3}},
stato iniziale {q0},
F = {{q3}, {q0,q3}, {q1,q3}, {q2,q3}, {q0,q2,q3}, {q1,q2,q3}, {q0,q1,q2,q3}},
e funzione di transizione

{q0}	{q0, q2, q3}	{q1}
{q1}	{q1}	{q2, q3}
{q2}	{q1}	{q2,q3}
{q3}	{q3,q2}	Ø
{q0,q1}	Q	{q1,q2,q3}
{q0,q2}	Q	{q1, q2,q3}
{q0,q3}	{q0,q2,q3}	{q1}
{q1,q2}	{q1}	{q2,q3}
{q1,q3}	{q1,q2,q3}	{q2,q3}
{q2,q3}	{q1,q2,q3}	{q2,q3}
{q0,q1,q2}	Q	{q1,q2,q3}
{q0,q2,q3}	Q	{q1,q2,q3}
{q0,q1,q3}	Q	{q1,q2,q3}
{q1,q2,q3}	{q1,q2,q3}	{q2,q3}
Q	Q	{q1,q2,q3}

Pumping Lemma

$\exists$ n $\in$ N detta costante di Pumping t.c.

$\forall$ w $\in$ L, |w|>= n
$\exists$ xyz = w con x, y, z $\in$ Σ^*

=> L è regolare

con |xy| <= n
y $\neq$ ε e
$\forall$ k >=0 xy^kz $\in$ L

Pumping Lemma

$\forall\ n \in N$ detta costante di Pumping t.c.

$\exists\ w \in L, |w| >= n$
$\forall\ xyz = w$ con $x, y, z \in \Sigma^*$

con $|xy| <= n$
$y \neq \varepsilon$ e
$\exists\ k >= 0\ xy^kz \notin L$

<= L NON è regolare

Enunciare il Pumping Lemma.

Sia $L = \{w \mid w = xx^R, x \in \{0,1\}^*\}$. Mostrare che L non appartiene alla classe dei linguaggi regolari. Applicare il Pumping Lemma. (Nota: x^R rappresenta il *reverse* della stringa x)

Dimostrare che L={ xx^R | x ∈ {a,b}* } non è regolare.

∀ n ∈ N detta
costante di Pumping t.c.

∃ w ∈ L, |w|>= n
∀ xyz= w con x, y, z ∈ Σ*

con |xy| <= n
y ≠ Ɛ e
∃ k >=0 xy^kz ∉ L

Dimostrare che L={ xx^R | x ∈ {a,b}* } non è regolare.

w = $a^n bba^n$

∀ n ∈ N detta
costante di Pumping t.c.

∃ w ∈ L, |w|>= n
∀ xyz= w con x, y, z ∈ Σ*

con |xy| <= n
y ≠ Ɛ e
∃ k >=0 xy^kz ∉ L

Dimostrare che $L=\{ xx^R \mid x \in \{a,b\}^* \}$ non è regolare.

$\forall\ n \in$ N detta
costante di Pumping t.c.

$\exists\ w \in L, |w|>= n$
$\forall\ xyz= w$ con $x, y, z \in \Sigma^*$

con $|xy| <= n$
$y \neq \varepsilon$ e
$\exists\ k >=0\ xy^kz \notin L$

$w = a^nbba^n$

$x = a^i$
$y = a^j$
$z = a^{n-i-j}\,bba^n$

Dimostrare che L={ xx^R | x ∈ {a,b}* } non è regolare.

∀ n ∈ N detta
costante di Pumping t.c.

∃ w ∈ L, |w|>= n
∀ xyz= w con x, y, z ∈ Σ*

con |xy| <= n
y ≠ Ɛ e
∃ k >=0 $xy^kz \notin L$

$w = a^nbba^n$

$x = a^i$
$y = a^j$
$z = a^{n-i-j}\,bba^n$

$i+j <= n$
$j > 0$
$k=0$ $xz = a^i\,a^{n-i-j}\,bba^n = a^{n-j}\,bba^n$

$xz \notin L$ ...

Dimostrare che $L=\{ xx^R \mid x \in \{a,b\}^* \}$ non è regolare.

$\forall\ n \in \mathbb{N}$ detta
costante di Pumping t.c.

$\exists\ w \in L, |w|>= n$
$\forall\ xyz= w$ con $x, y, z \in \Sigma^*$

con $|xy| <= n$
$y \neq \varepsilon$ e
$\exists\ k >=0\ xy^kz \notin L$

$w = a^nbba^n$

$x = a^i$
$y = a^j$
$z = a^{n-i-j}\, bba^n$

$i+j <= n$
$j > 0$
$k=0$ $\quad xz = a^i\, a^{n-i-j}\, bba^n = a^{n-j}\, bba^n$

$xz \notin L$ perchè se $xz \in L \Leftrightarrow xz = x'x''$ con $x''=x'^R$
x' deve essere della forma $a^{n-j}\, b$ e $x'' = ba^n$
ma x''=/=x'^R dato che $n-j$=/=n essendo $j>0$.

29. Dimostrare che il linguaggio $L = \{ ww^R \mid w \in \{a,b\}^* \}$ non è regolare!

Supponiamo per assurdo che L sia regolare, allora L verifica il pumping lemma.

Sia p la costante del pumping.
Sia $w = a^p bba^p$, $|w| \geq p$.

Per il pumping lemma, esistono $x, y, z \in \Sigma^*$ tali che $w = xyz = a^p bba^p$
$|xy| \leq p$, $y \neq \varepsilon$, $\forall k \geq 0 \; xy^kz \in L$.

Allora, $y = a^t$, $t \geq 0$.

Sia $k=0$. La stringa $xz = a^{p-t} bba^p \notin L$.

Poiché la parola xz ha solo due b, allora w deve finire con b e w^R deve iniziare con b.

Quindi $w = a^{p-t} b$ e contemporaneamente $w = a^p b$.

Assurdo poiché $p-t \neq p$, $t > 0$.

Quindi L non è regolare.

Usare il Pumping Lemma per dimostrare che

$$L=\{ a^n b^m c^{m+n} \mid n,m>0 \}$$

NON è regolare.

$L=\{ a^n b^m c^{m+n} \mid n,m>0 \}$

$\forall\ p \in$ N detta
costante di Pumping t.c.

$\exists\ w \in L, |w|>= p$
$\forall\ xyz= w$ con $x, y, z \in \Sigma^*$

con $|xy| <= p$
$y \neq \varepsilon$ e
$\exists\ k >=0\ xy^kz \notin L$

$L=\{ a^n b^m c^{m+n} \mid n,m>0 \}$

$\forall\ p \in\ N$ detta
costante di Pumping t.c.

$\exists\ w \in L, |w|>= p$
$\forall\ xyz= w$ con $x, y, z \in \Sigma^*$

con $|xy| <= p$
$y \neq \mathcal{E}$ e
$\exists\ k >=0\ xy^kz \notin L$

$w = a^p b^p c^{2p}$
$|w| = p+p+2p = 4p >=p$

$L=\{ a^n b^m c^{m+n} \mid n,m>0 \}$

$\forall\ p \in\ N$ detta
costante di Pumping t.c.

$\exists\ w \in L, |w|>= p$
$\forall\ xyz= w$ con $x, y, z \in \Sigma^*$

con $|xy| <= p$
$y \neq \varepsilon$ e
$\exists\ k >=0\ xy^kz \notin L$

$w = a^pb^pc^{2p}$
$|w| = p+p+2p = 4p >=p$

$x = a^i$
$y = a^j$
$z = a^{p-i-j}\, b^pc^{2p}$

$i+j <= p$
$j > 0$
$k=0 \qquad xz = a^i\, a^{p-i-j}\, b^pc^{2p} = a^{p-j}\, b^pc^{2p}$

$xz \notin L$ ...

$L=\{ a^n b^m c^{m+n} \mid n,m>0 \}$

$\forall\ p \in$ N detta
costante di Pumping t.c.

$\exists\ w \in L$, $|w|>= p$
$\forall\ xyz= w$ con $x, y, z \in \Sigma^*$

con $|xy| <= p$
$y \neq \varepsilon$ e
$\exists\ k >=0\ xy^k z \notin L$

$w = a^p b^p c^{2p}$
$|w| = p+p+2p = 4p >=p$

$x = a^i$
$y = a^j$
$z = a^{p-i-j} b^p c^{2p}$

$i+j <= n$
$j > 0$
$k=0$ $\quad xz = a^i a^{p-i-j} b^p c^{2p} = a^{p-j} b^p c^{2p}$

$xz \notin L$ perchè xz apparterrebbe a $L \Leftrightarrow$
$p-j+p=2p$, ma ciò non è vero perchè $j>0$

24. Dimostrare che il linguaggio $L = \{a^n b^m c^{n+m} \mid n,m \geq 0\}$ non è regolare

Supponiamo per assurdo che L sia regolare, allora L verifica il pumping lemma.

Sia p la costante del pumping
Sia $w = a^p b^p c^{2p}$, $|w| \geq p$.

Per il pumping lemma, esistono $x, y, z \in \Sigma^*$ tali che $w = xyz = a^p b^p c^{2p}$, $|xy| \leq p$, $y \neq \varepsilon$, $\forall k \geq 0$ $xy^kz \in L$.

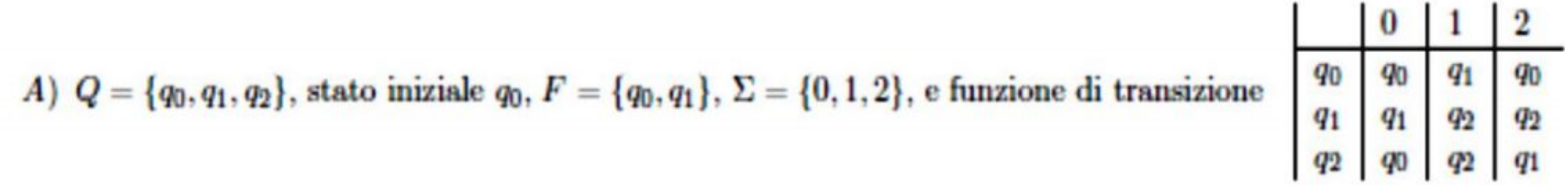
Quindi $y = a^t$, $0 < t \leq p$.

Consideriamo $k = 0$. La stringa $xz = a^{p-t} b^p c^{2p} \notin L$.

Questo poiché il numero di occorrenze di a e b è minore del numero di occorrenze del carattere c.

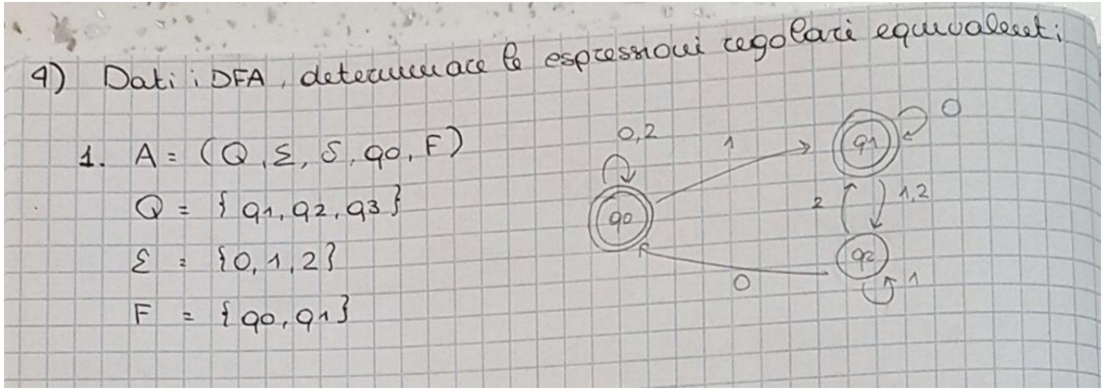
$p - t + p \neq 2p$ $\quad$ $2p - t \neq 2p$, poiché $t > 0$.

Determinare, utilizzando il metodo studiato, le espressioni regolari corrispondenti ai DFA dell'esercizio precedente



A) $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$, stato iniziale q_0, $F = \{q_0, q_1\}$, $\Sigma = \{0, 1, 2\}$, e funzione di transizione

	0	1	2
q_0	q_0	q_1	q_0
q_1	q_1	q_2	q_2
q_2	q_0	q_2	q_1



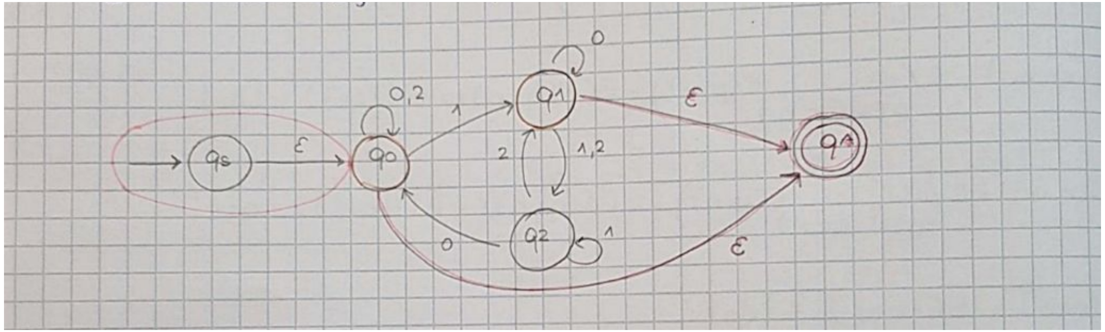
4) Dati i DFA, determinare le espressioni regolari equivalenti:

1. A = (Q, Σ, δ, q0, F)

Q = {q1, q2, q3}

Σ = {0, 1, 2}

F = {q0, q1}



2. Per ogni stato diverso da qs e qA, consideriamo la tupla (q_i, q_{rip}, q_j).

Eliminiamo q_{rip} e aggiorniamo le etichette degli archi da q_i a q_j in modo che il nuovo automa riconosca lo stesso linguaggio.

- Rimuoviamo q_0

(s, q_0, q_1)	$s \xrightarrow{\varepsilon} \overset{0,2}{\overset{\circlearrowleft}{q_0}} \xrightarrow{1} q_1$	$s \xrightarrow{(0\cup 2)^* 1} q_1$
(s, q_0, q_A)	$s \xrightarrow{\varepsilon} \overset{0,2}{\overset{\circlearrowleft}{q_0}} \xrightarrow{\varepsilon} q_A$	$s \xrightarrow{(0\cup 2)^*} q_A$
(q_2, q_0, q_1)	$q_2 \xrightarrow{0} \overset{0,2}{\overset{\circlearrowleft}{q_0}} \xrightarrow{1} q_1$	$q_2 \xrightarrow{0(0\cup 2)^* 1} q_1$
(q_2, q_0, q_A)	$q_2 \xrightarrow{0} \overset{0,2}{\overset{\circlearrowleft}{q_0}} \xrightarrow{\varepsilon} q_A$	$q_2 \xrightarrow{0(0\cup 2)^*} q_A$

2. Per ogni stato diverso da q_S e q_A, consideriamo la tupla (q_i, q_{rip}, q_j).

Eliminiamo q_{rip} e aggiorniamo le etichette degli archi da q_i a q_j in modo che il nuovo automa riconosca lo stesso linguaggio.

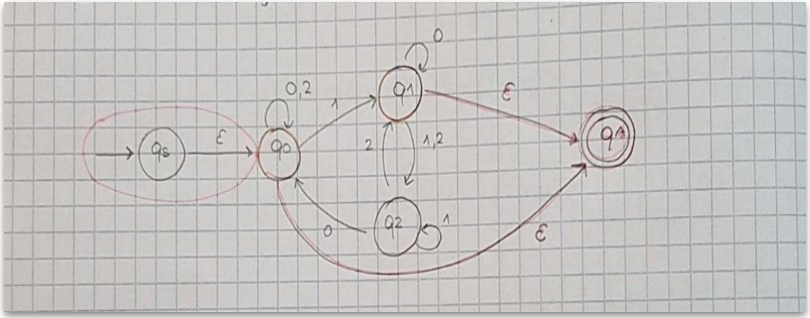
- Rimuoviamo q_0

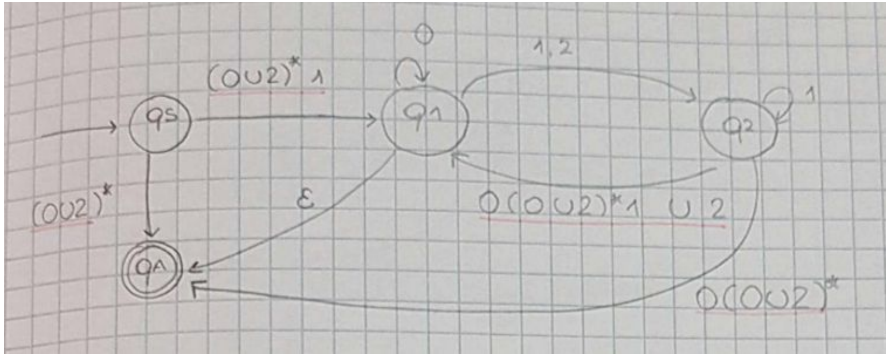
(s, q_0, q_1) $\quad s \xrightarrow{\varepsilon} \overset{0,2}{\overset{\curvearrowleft}{q_0}} \xrightarrow{1} q_1$ $\quad s \xrightarrow{(0\cup 2)^* 1} q_1$

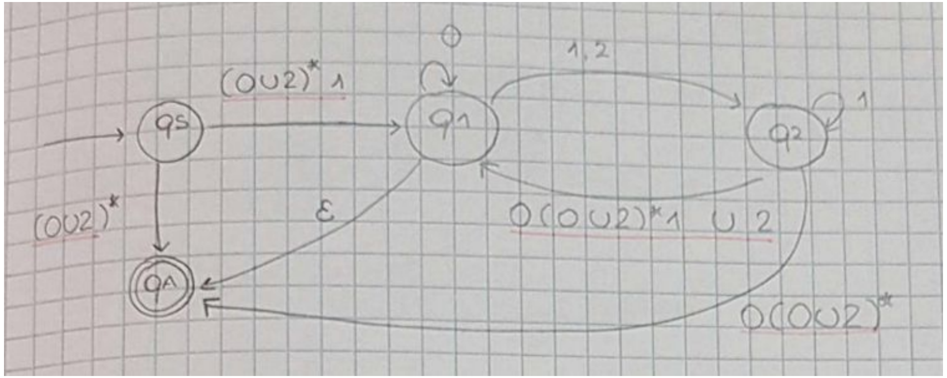
(s, q_0, q_A) $\quad s \xrightarrow{\varepsilon} \overset{0,2}{\overset{\curvearrowleft}{q_0}} \xrightarrow{\varepsilon} q_A$ $\quad s \xrightarrow{(0\cup 2)^*} q_A$

(q_2, q_0, q_1) $\quad q_2 \xrightarrow{0} \overset{0,2}{\overset{\curvearrowleft}{q_0}} \xrightarrow{1} q_1$ $\quad q_2 \xrightarrow{0(0\cup 2)^* 1} q_1$

(q_2, q_0, q_A) $\quad q_2 \xrightarrow{0} \overset{0,2}{\overset{\curvearrowleft}{q_0}} \xrightarrow{\varepsilon} q_A$ $\quad q_2 \xrightarrow{0(0\cup 2)^*} q_A$





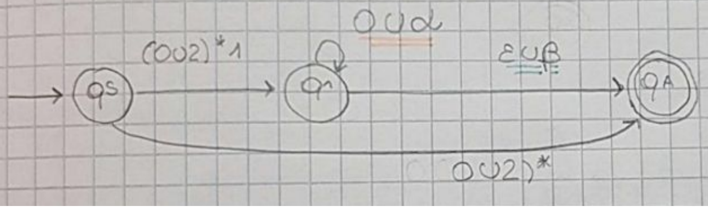


- Rimuoviamo q_2

(q_1, q_2, q_1) $\qquad q_1 \xrightarrow{1\cup 2} \overset{\circlearrowleft 1}{q_2} \xrightarrow{0(0\cup 2)^* 1 \cup 2} q_1 \qquad q_1 \xrightarrow{(1\cup 2)\, 1^*\, (0(0\cup 2)^* 1 \cup 2)} q_1$

$\boxed{\alpha = (1\cup 2)\, 1^* (0(0\cup 2)^*\, 1 \cup 2)}$

(q_1, q_2, q_A) $\qquad q_1 \xrightarrow{1\cup 2} \overset{\circlearrowleft 1}{q_2} \xrightarrow{0(0\cup 2)^*} q_A \qquad q_1 \xrightarrow{(1\cup 2)\, 1^*\, 0(0\cup 2)^*} q_A$



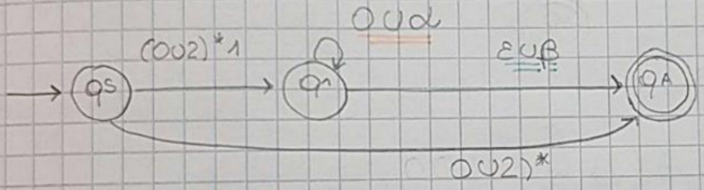
$\boxed{\beta = (1\cup 2) 1^* 0 (0\cup 2)^*}$

- Rimuoviamo q_2

(q_1, q_2, q_1) $\quad q_1 \xrightarrow{1\cup 2} \overset{1}{\overset{\circlearrowleft}{q_2}} \xrightarrow{0(0\cup 2)^* 1 \cup 2} q_1 \quad q_1 \xrightarrow{(1\cup 2)\, 1^* \,(0(0\cup 2)^* 1\cup 2)} q_1$

$$\boxed{\alpha = (1\cup 2)\, 1^* \,(0\,(0\cup 2)^*\, 1\cup 2)}$$

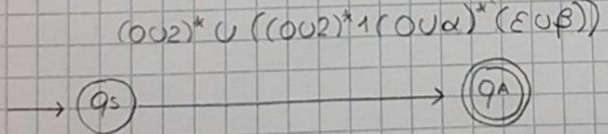
(q_1, q_2, q_A) $\quad q_1 \xrightarrow{1\cup 2} \overset{1}{\overset{\circlearrowleft}{q_2}} \xrightarrow{0(0\cup 2)^*} q_A \quad q_1 \xrightarrow{(1\cup 2)\, 1^* \,0(0\cup 2)^*} q_A$



$$\boxed{\beta = (1\cup 2)1^*0(0\cup 2)^*}$$

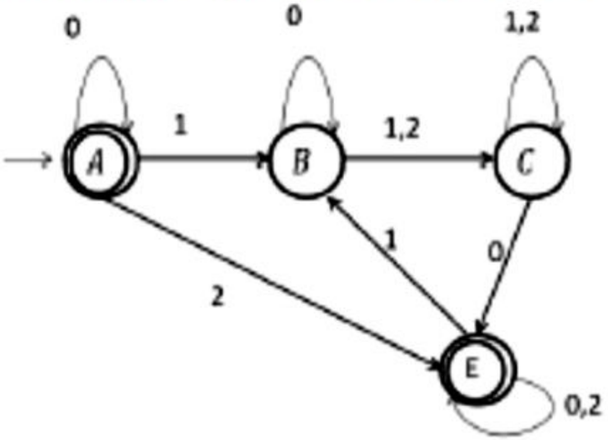
- Rimuoviamo q_1

(q_S, q_1, q_A) $\quad q_S \xrightarrow{(0\cup 2)^*1} \overset{0\cup\alpha}{\overset{\circlearrowleft}{q_1}} \xrightarrow{\quad} q_A \quad q_S \xrightarrow{(0\cup 2)^*1\;(0\cup \alpha)^*(\varepsilon\cup\beta)} q_A$

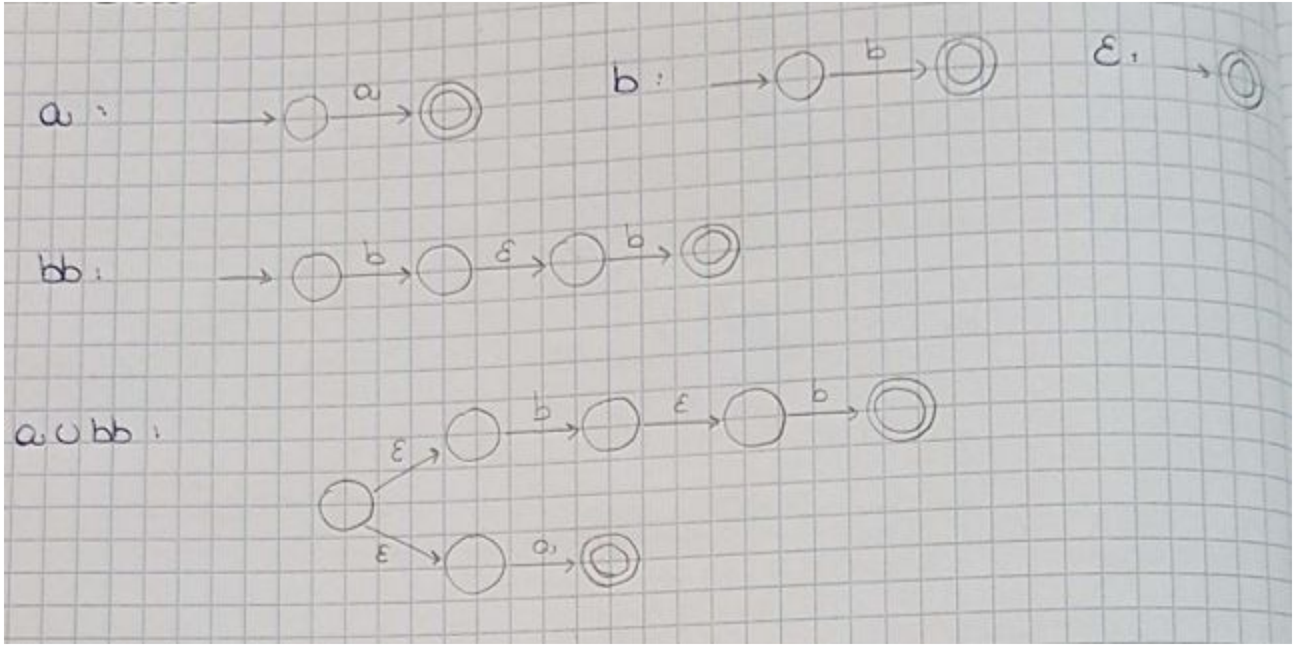


L'espressione regolare sull'arco (q_S, q_A) è l'espressione regolare equivalente all'automa di partenza.

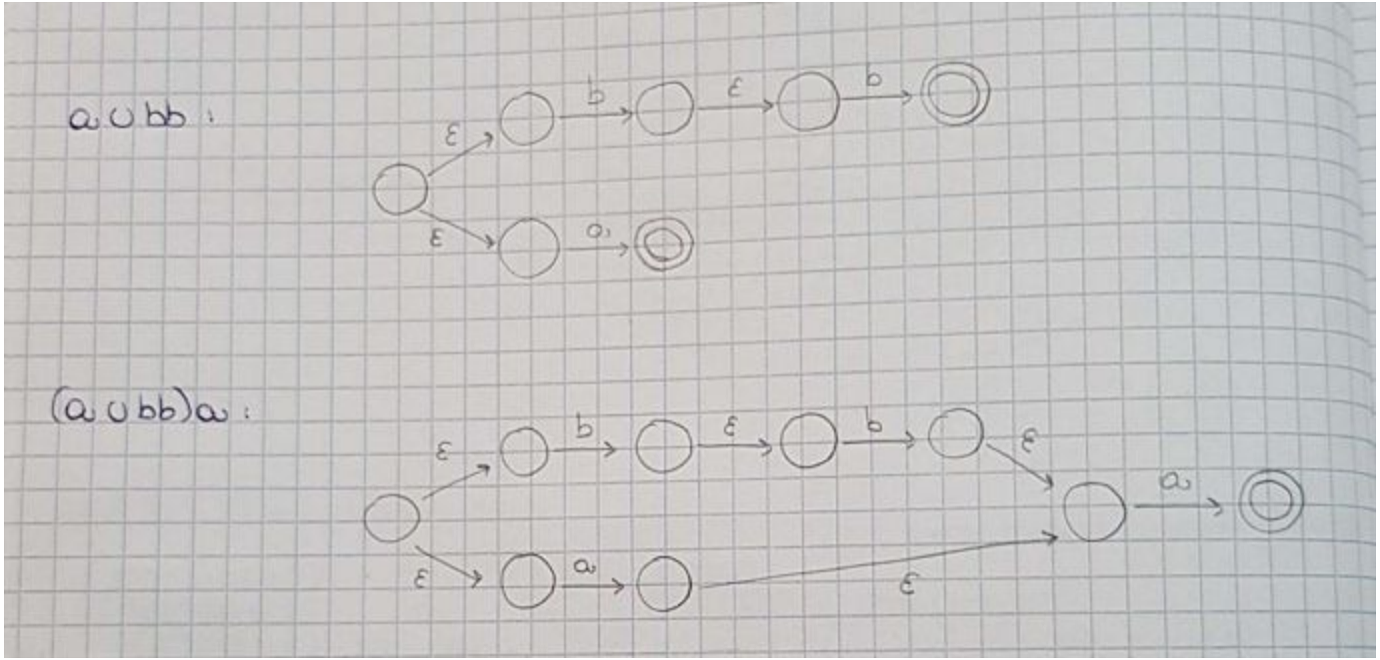
- Sintetizzare la dimostrazione che per ogni espressione regolare esiste un NFA equivalente.
- Determinare (illustrando il metodo studiato) l'espressione regolare equivalente all'automa in figura



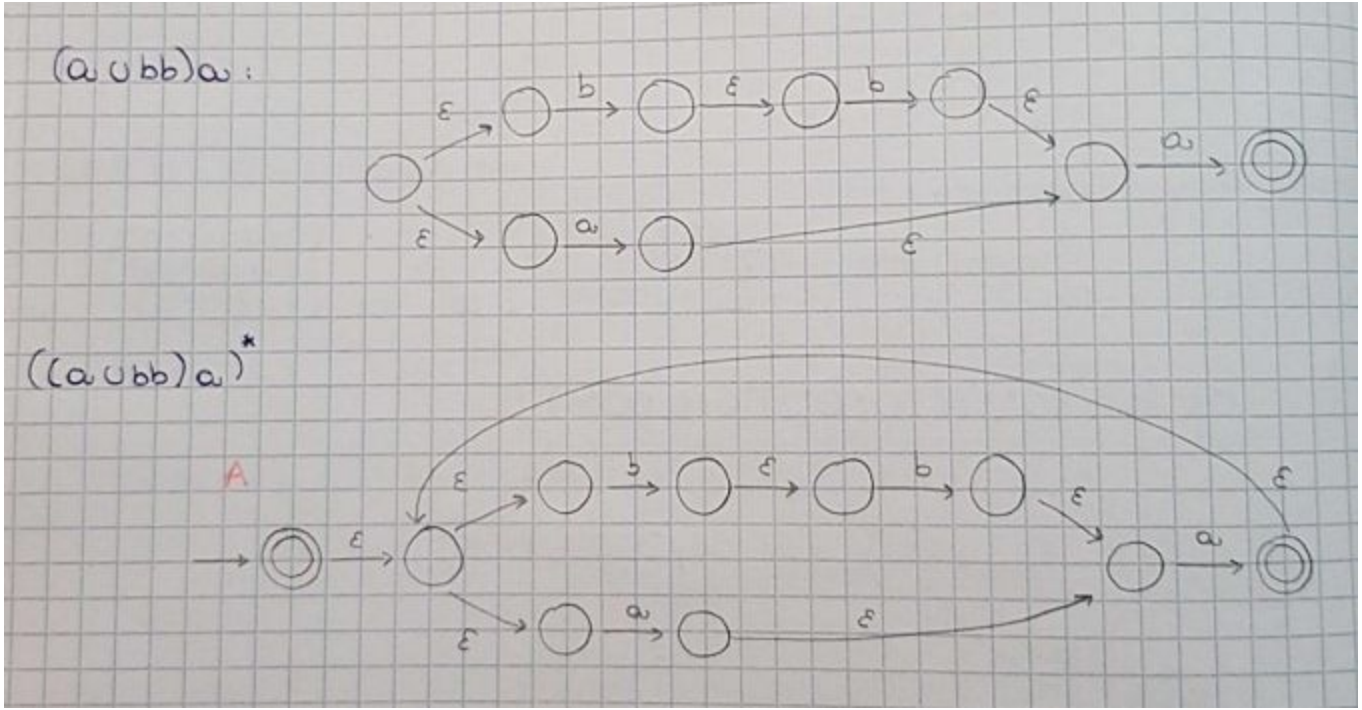
Sintetizzare la dimostrazione che per ogni espressione regolare esiste un NFA equivalente. Applicare il metodo descritto all'espressione regolare $((a \cup bb)a)^* \cup \epsilon$.



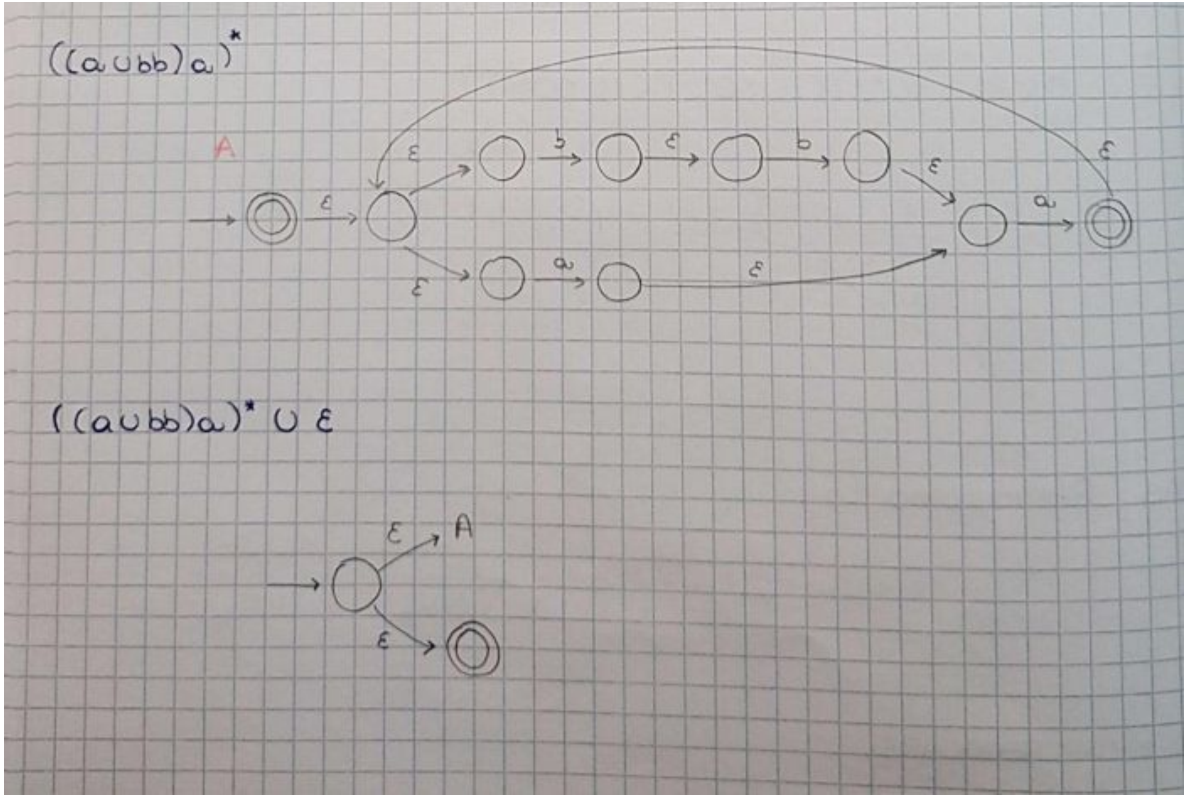
Sintetizzare la dimostrazione che per ogni espressione regolare esiste un NFA equivalente. Applicare il metodo descritto all'espressione regolare $((a \cup bb)a)^* \cup \epsilon$.



Sintetizzare la dimostrazione che per ogni espressione regolare esiste un NFA equivalente. Applicare il metodo descritto all'espressione regolare $((a \cup bb)a)^* \cup \epsilon$.



Sintetizzare la dimostrazione che per ogni espressione regolare esiste un NFA equivalente. Applicare il metodo descritto all'espressione regolare $((a \cup bb)a)^* \cup \epsilon$.



$((a \cup bb)a)^*$

$((a \cup bb)a)^* \cup \varepsilon$

Da RegExpr ad automa

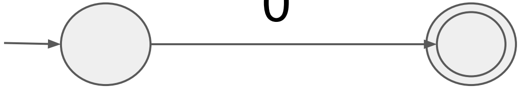
1. Data l’espressione regolare E = (01 U 100)*, applicare le regole studiate per costruire un automa A tale che L(A) = L(E).

2. Fornire due stringhe in L(E) e due non in L(E)

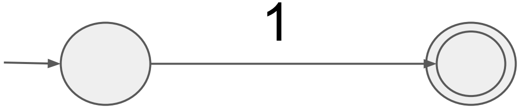
$E = (01 \cup 100)^*$

E = (01 U 100)*

E = 0



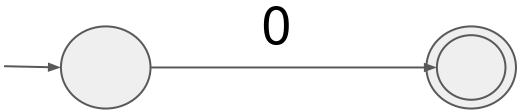
E = 1



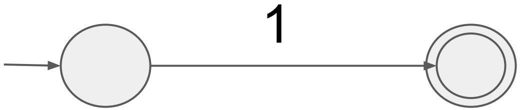
E = 01

E = (01 U 100)*

E = 0

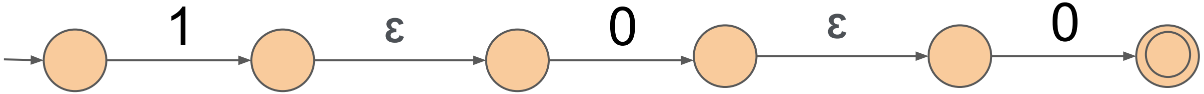


E = 1



E = 01

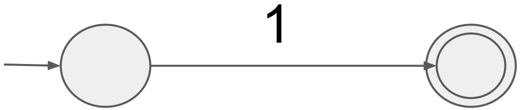
E = 100



E = (01 U 100)*

E = 0

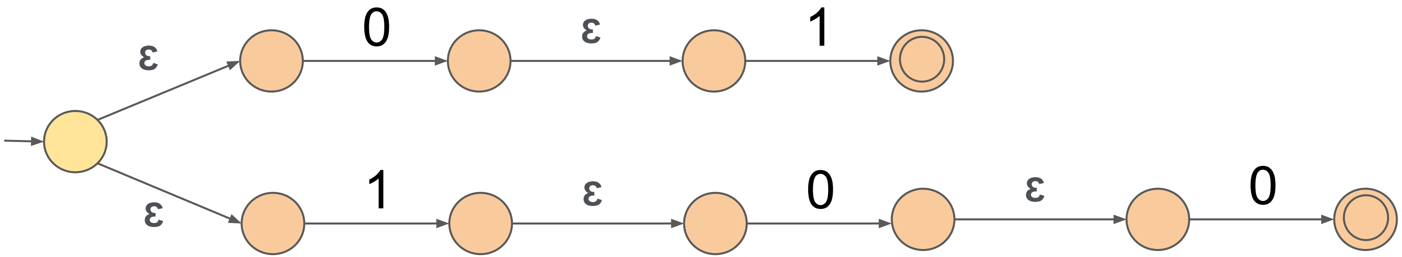
E = 1



E = 01

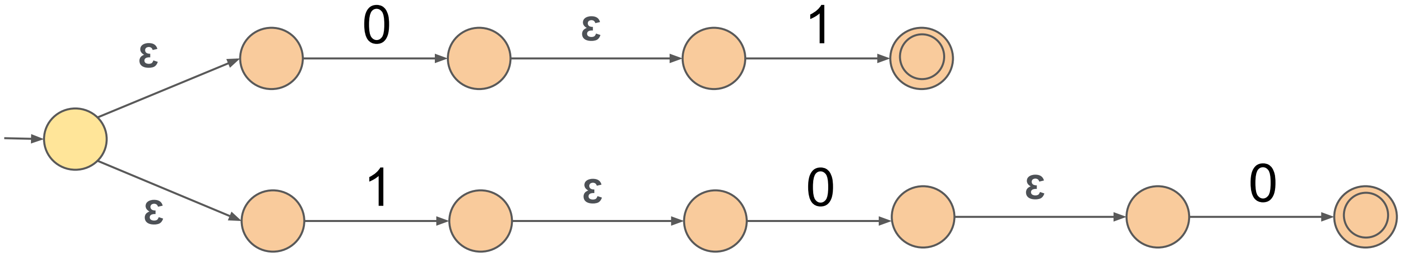
E = 100

E = 01 U 100

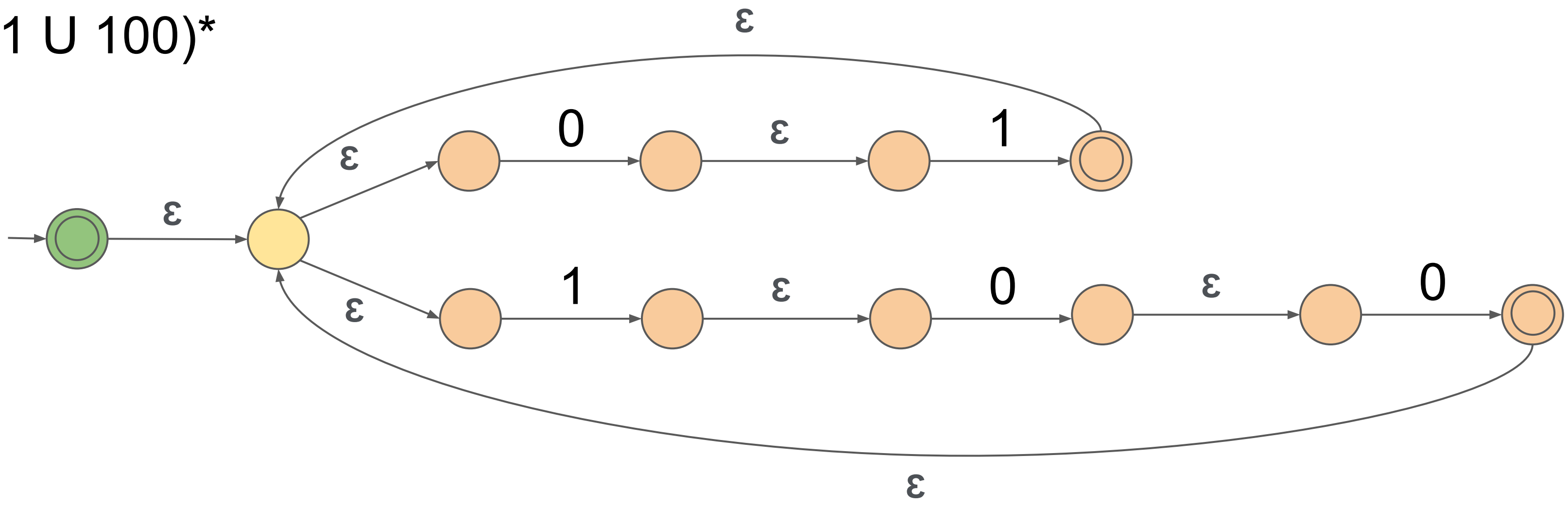


E = (01 U 100)*

E = 01 U 100



E = (01 U 100)*



E = (01 U 100)*

2. Fornire due stringhe in L(E) e due non in L(E)

w = ε ?

w = 0 ?
w = 1 ?

w = 01 ?
w = 10 ?
w = 100 ?

w = 10001 ?
w = 1001 ?
w = 0101 ?
w = 01100 ?

$E = (01 \cup 100)^*$

2. Fornire due stringhe in L(E) e due non in L(E)

$w = \varepsilon \in L(E)$

$w = 0 \notin L(E)$
$w = 1 \notin L(E)$

$w = 01 \in L(E)$
$w = 10 \notin L(E)$
$w = 100 \in L(E)$

$w = 10001 \in L(E)$
$w = 1001 \notin L(E)$
$w = 0101 \in L(E)$
$w = 01100 \in L(E)$

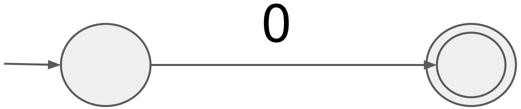
Da RegExpr ad automa

1. Data l’espressione regolare $E = ((0U1)00)^* \ U \ (0U1)^*$, applicare le regole studiate per costruire un automa A tale che $L(A) = L(E)$.

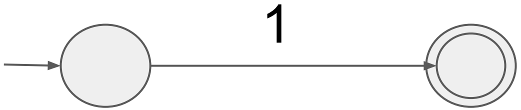
2. Fornire due stringhe in $L(E)$ e due non in $L(E)$

E = ((0U1)00)* U (0U1)*

E = 0



E = 1

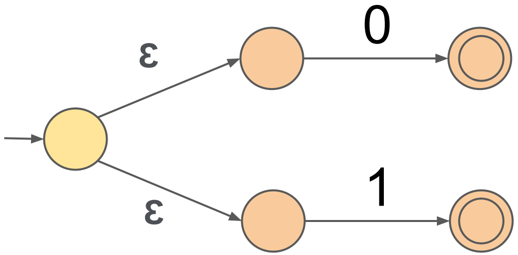


E = ((0U1)00)* U (0U1)*

E = 0

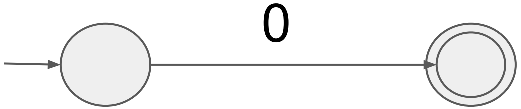
E = 1

E = 0U1

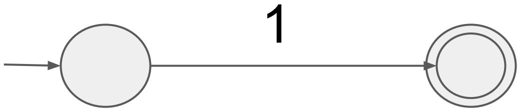


E = ((0U1)00)* U (0U1)*

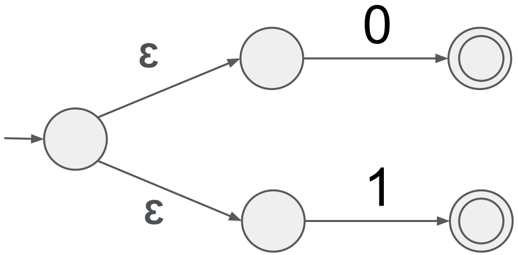
E = 0



E = 1



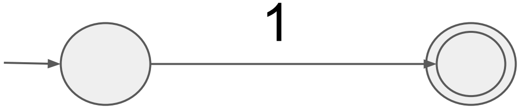
E = 0U1



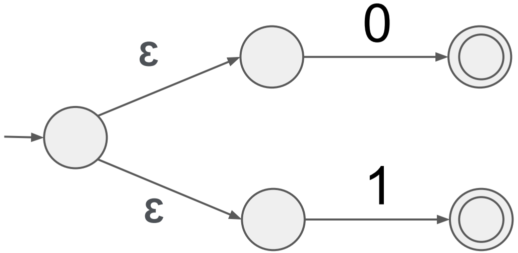
E = ((0U1)00)* U (0U1)*

E = 0

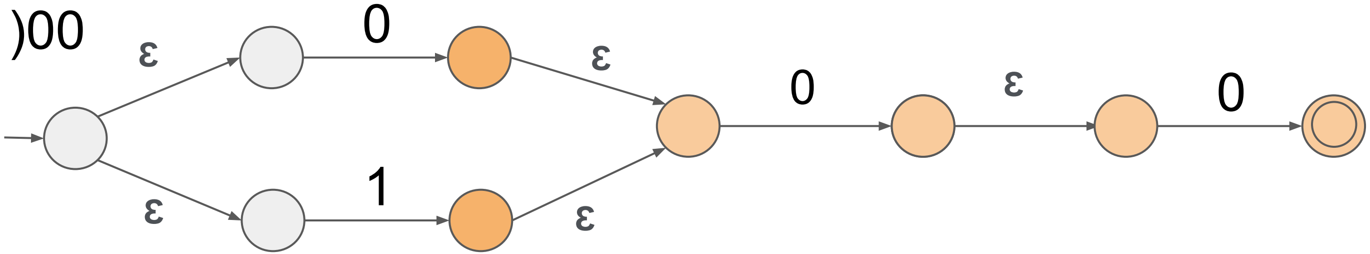
E = 1



E = 0U1

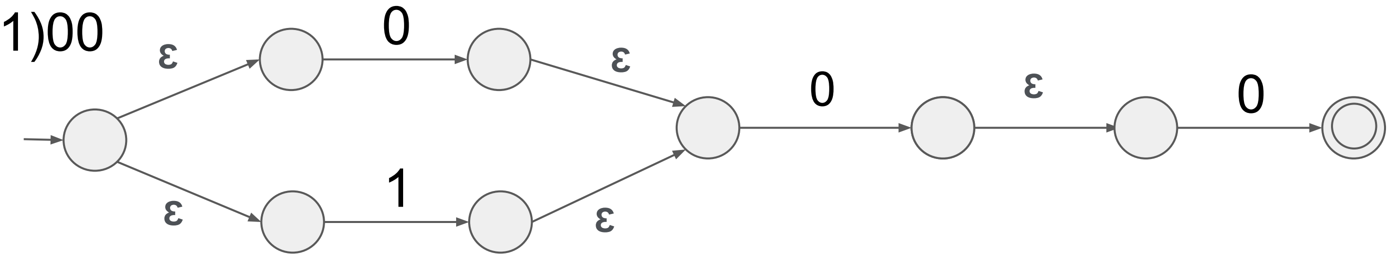


E = (0U1)00

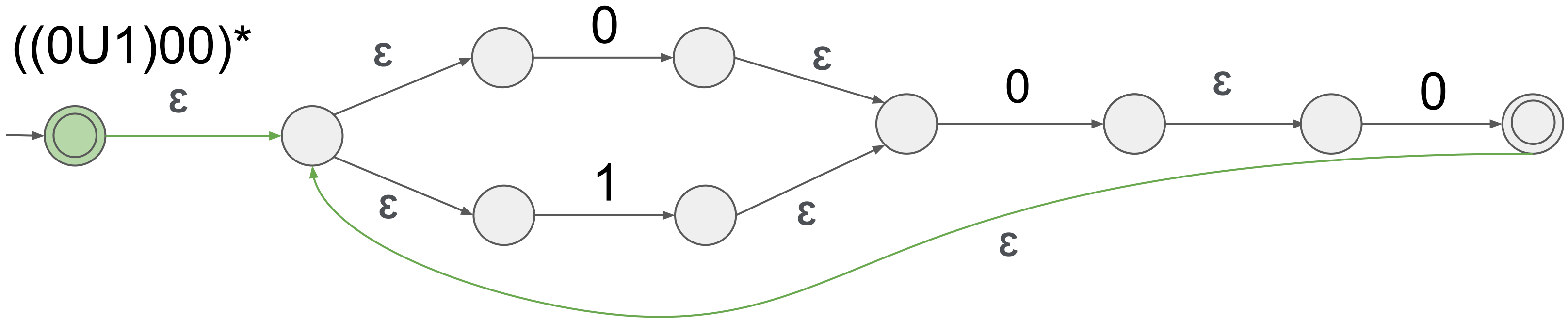


E = ((0U1)00)* U (0U1)*

E = (0U1)00

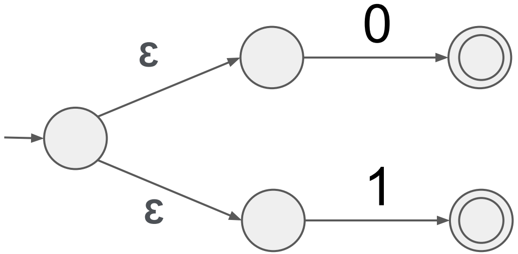


E = ((0U1)00)*

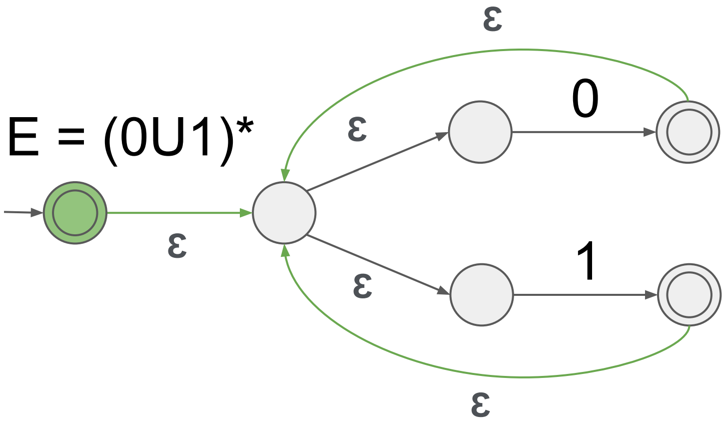


E = ((0U1)00)* U (0U1)*

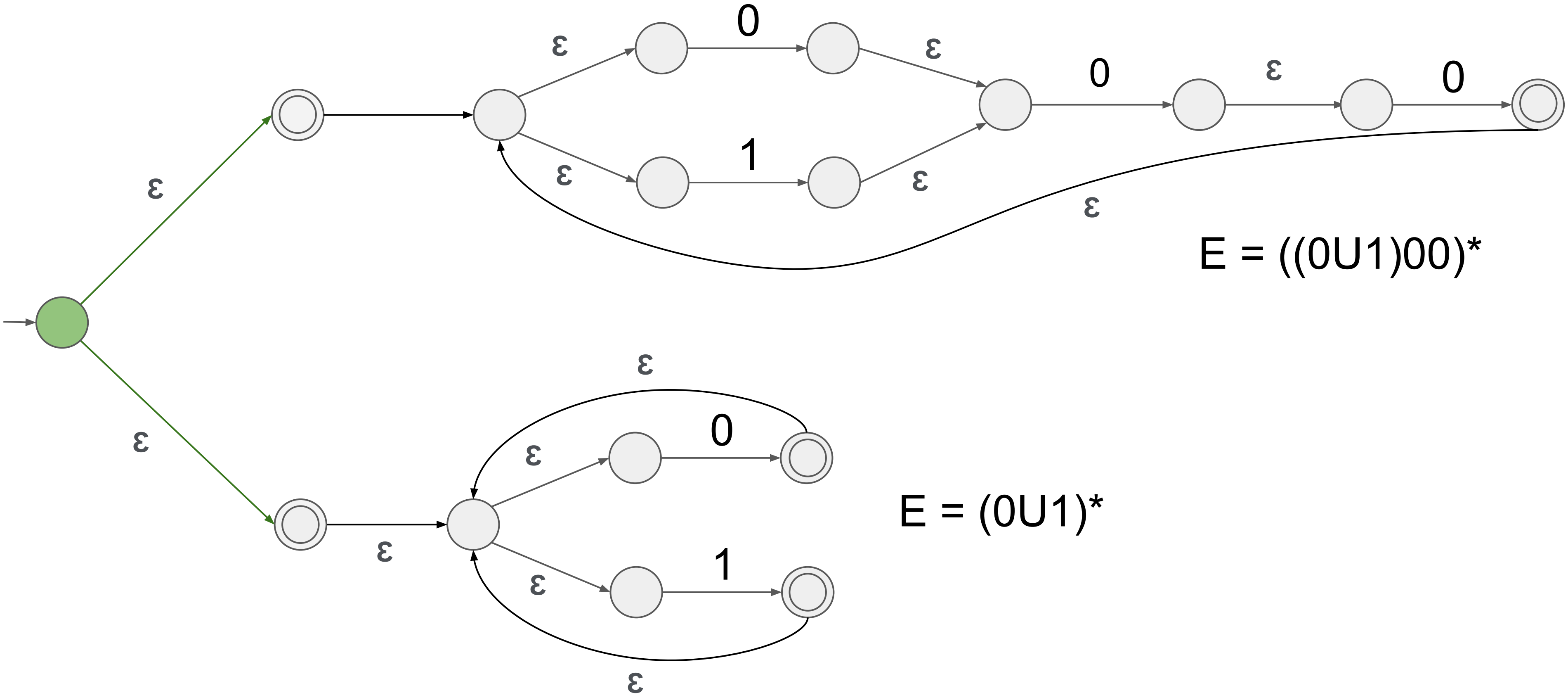
E = 0U1



E = (0U1)*



E = ((0U1)00)* U (0U1)*



$E = ((0 \cup 1)00)^* \cup (0 \cup 1)^*$

2. Fornire due stringhe in L(E) e due non in L(E)

$w = \varepsilon$?

$w = 0$?
$w = 1$?

$w = 01$?
$w = 10$?
$w = 100$?

E = ((0U1)00)* U (0U1)*

2. Fornire due stringhe in L(E) e due non in L(E)

w = ε ∈ L(E)

w = 0 ∈ L(E)
w = 1 ∈ L(E)

w = 01 ∈ L(E)
w = 10 ∈ L(E)
w = 100 ∈ L(E)

Cosa non appartiene a L(E)???

E = ((0U1)00)* U (0U1)*

2. Fornire due stringhe in L(E) e due non in L(E)

$w = \varepsilon \in L(E)$

$w = 0 \in L(E)$
$w = 1 \in L(E)$

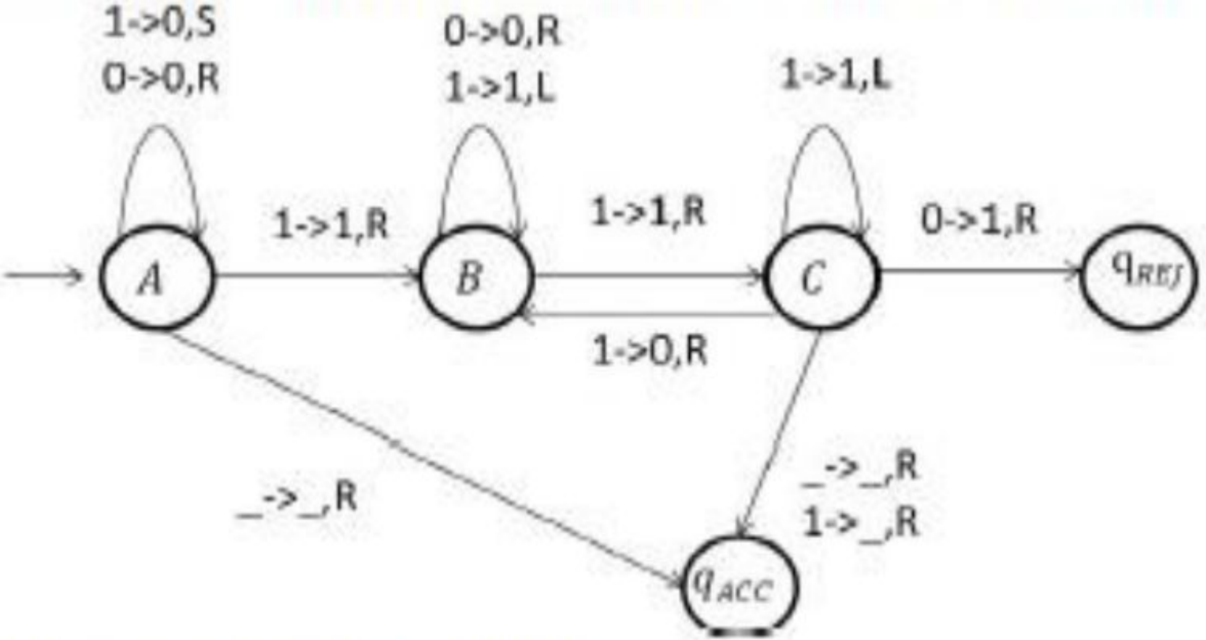
$w = 01 \in L(E)$
$w = 10 \in L(E)$
$w = 100 \in L(E)$

Cosa non appartiene a L(E)???

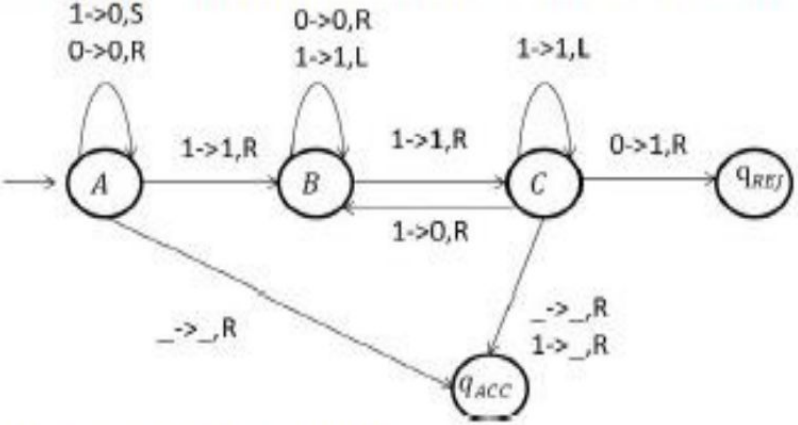
Con $\Sigma = \{0,1\}$, $L(E) = \Sigma^*$

(a) Fornire la definizione formale di Macchina di Turing deterministica multinastro.

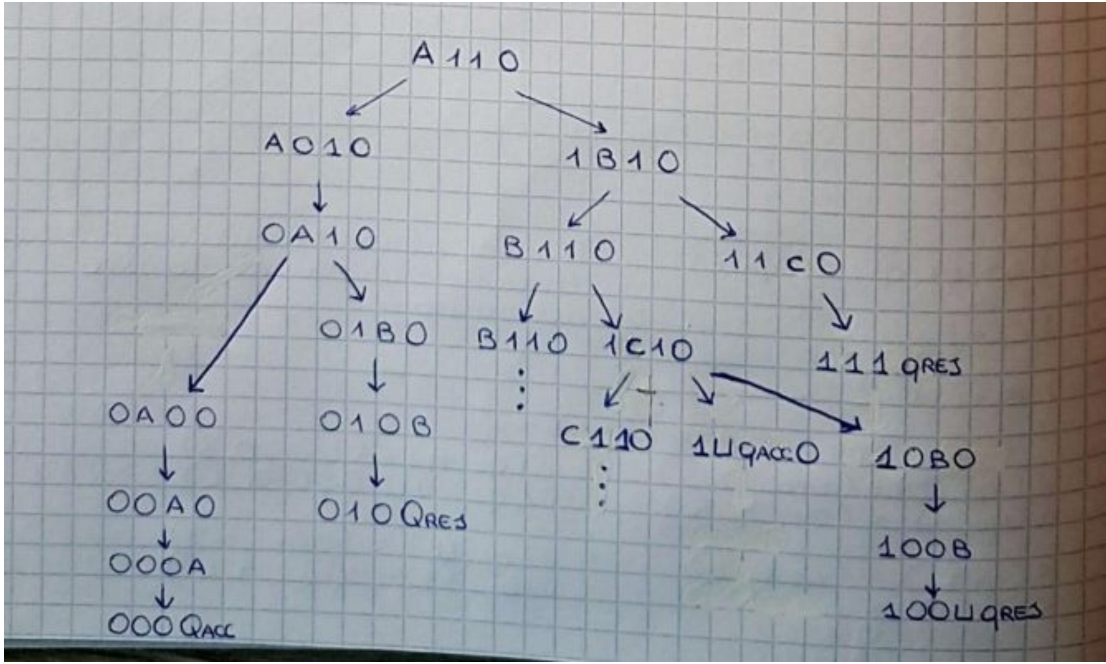
(b) Per la macchina in figura, fornire l'albero delle computazioni su input 110;



Transizioni non indicate portano in q_{Rej}.



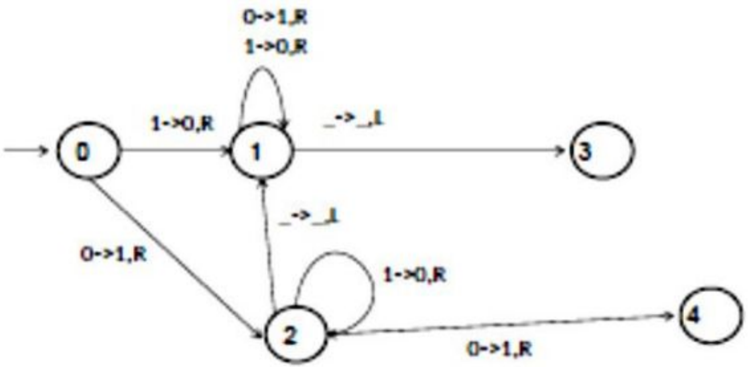
Fornire l’albero delle computazioni su input 110.



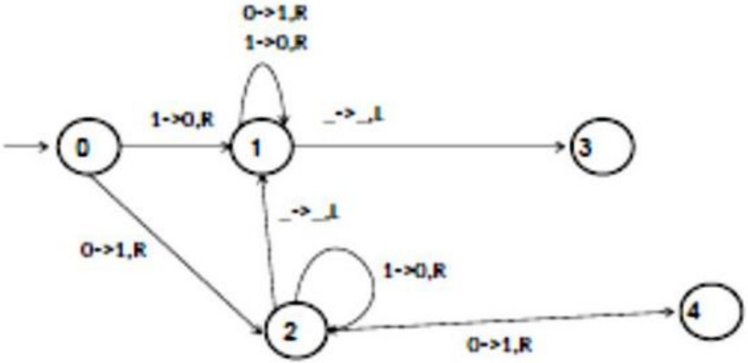
1) Fornire la definizione di Macchina di Turing M.

2) Sia M una Macchina di Turing con alfabeto input $\Sigma = \{a, b\}$. Per ognuna delle seguenti stringhe w, fornire la sequenza di configurazioni della computazione di M su input w.

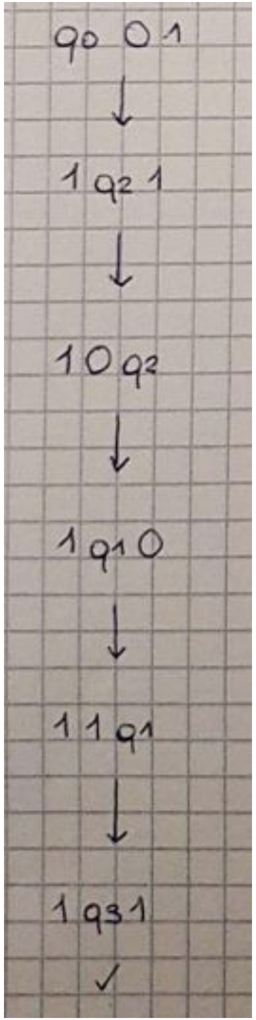
$$(a)\ w = 01, \qquad (b) w = 01101$$



0=Stato iniziale, 3=Stato accept, 4=Stato Reject



0=Stato iniziale, 3=Stato accept, 4=Stato Reject



q_0 01

↓

1 q_2 1

↓

10 q_2

↓

1 q_1 0

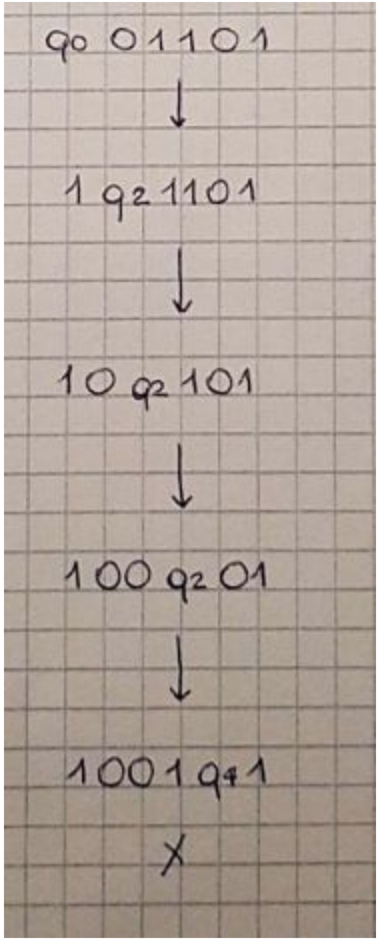
↓

11 q_1

↓

1 q_3 1

✓



q_0 01101

↓

1 q_2 1101

↓

10 q_2 101

↓

100 q_2 01

↓

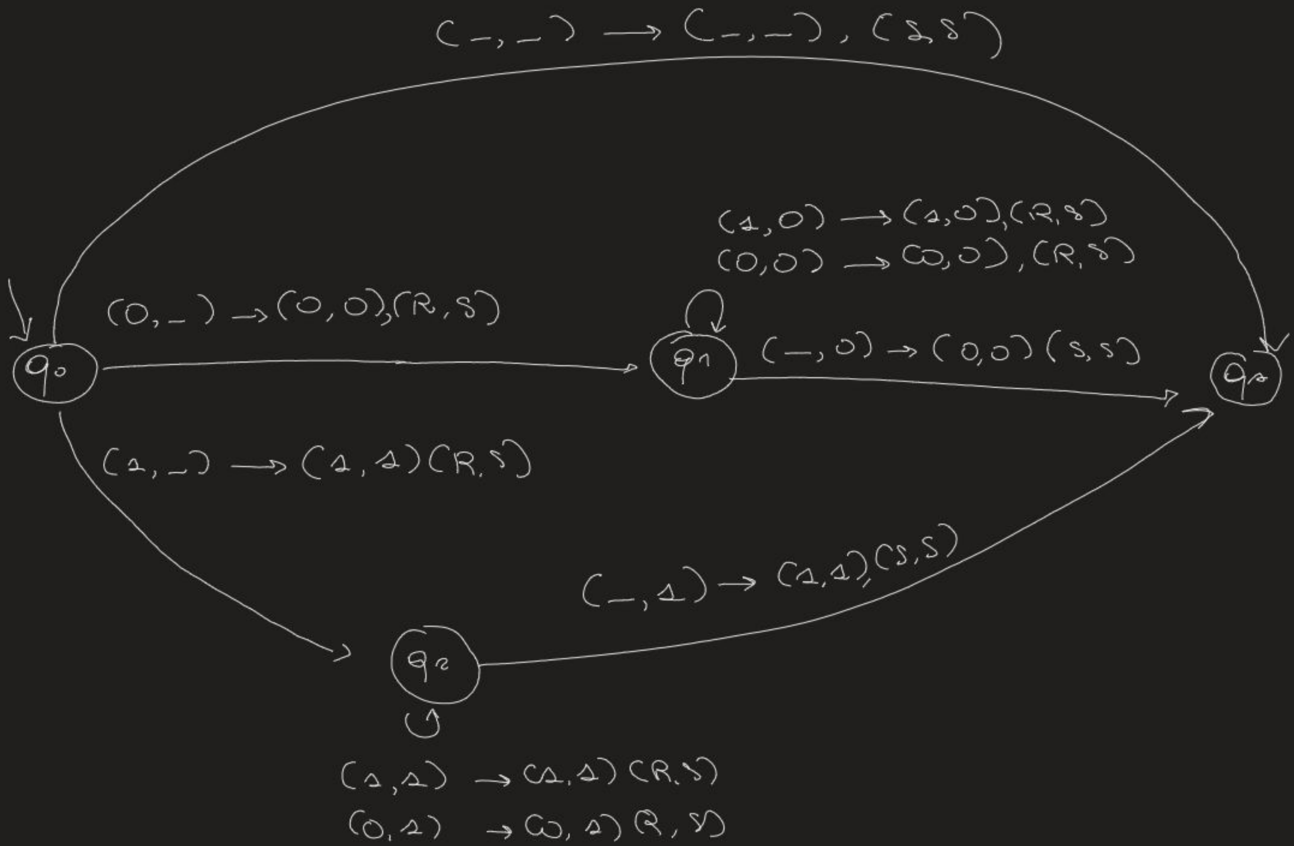
1001 q_4 1

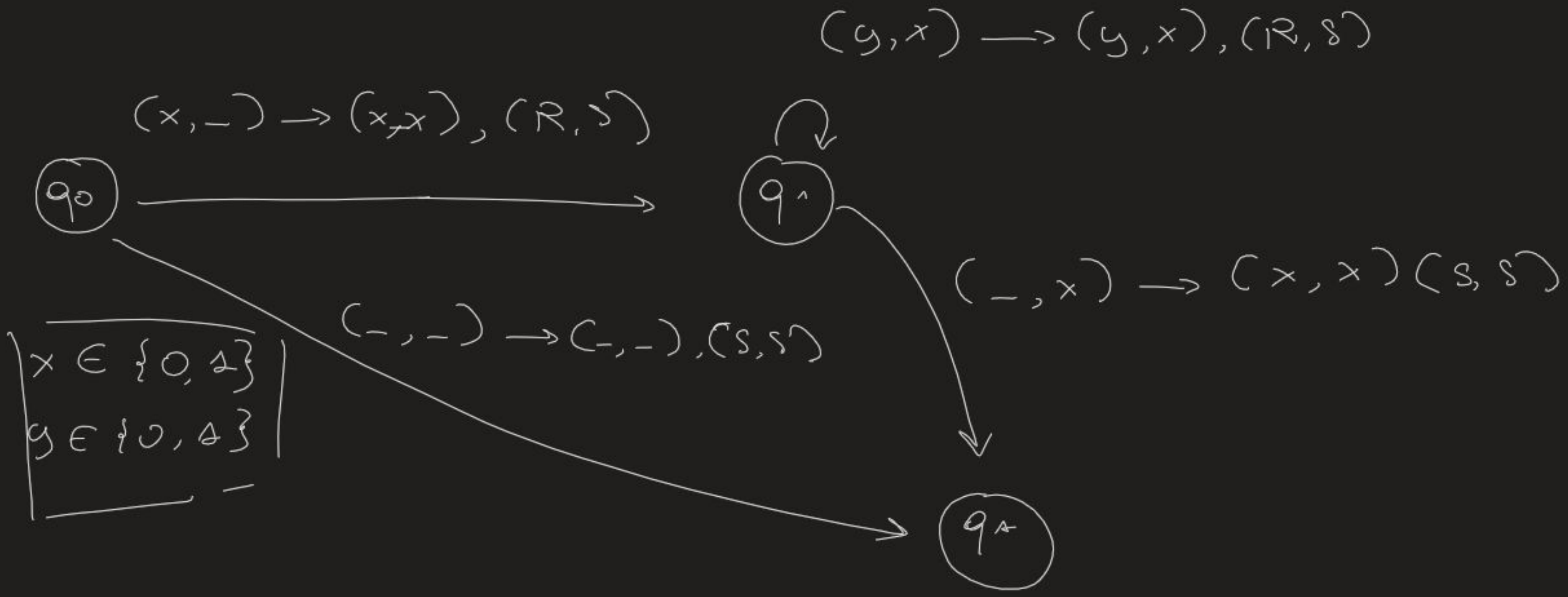
X

Fornire uno stayer M a due nastri che avendo in input una stringa binaria copia il primo carattere e lo scrive dopo l'ultimo carattere dell'input. Per esempio: sull'input vuoto, la macchina deve fermarsi nello stato accept con blank sul primo nastro (ignorare la posizione della testine al termine dalla computazione); su input 0, la macchina deve fermarsi nello stato accept con 00 sul primo nastro; su input 0110, la macchina deve fermarsi nello stato accept con 01100 sul primo nastro Fornire:

1) la descrizione ad alto livello (cioé l'idea di funzionamento) di M

2) l'implementazione (cioé il diagramma degli stati) di M giustificando il passaggio dal punto 1) al punto 2).


(_,_) → (_,_), (S,S)
(1,0) → (1,0),(R,S)
(0,0) → (0,0), (R,S)
(0,_) → (0,0),(R,S)
q0
q1
(_,0) → (0,0) (S,S)
qa
(1,_) → (1,1)(R,S)
(_,1) → (1,1),(S,S)
q2
(1,1) → (1,1) (R,S)
(0,1) → (0,1) (R,S)


(y, x) → (y, x), (R, S)
(x, _) → (x, x), (R, S)
q0
q1
(_, x) → (x, x) (S, S)
(_, _) → (_, _), (S, S)
qA
x ∈ {0, 1}
y ∈ {0, 1}