

Nome:

Cognome:

Matricola:

1. Per ognuno dei seguenti punti non rispettati dall'elaborato **verrà sottratto un punto** al punteggio finale:

- (a) Scrivere nome, cognome e matricola sia su questo foglio che su tutti i fogli consegnati.
- (b) Contrassegnare con una crocetta sulla traccia **tutti e soli** gli esercizi che sono stati svolti.
- (c) Ricordarsi di consegnare sempre la presente traccia e **solo** i fogli da correggere (niente brutta copia).

2. Dato il seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{aligned} \max \quad & 2x_1 + x_2 \\ & x_2 \leq 3 \\ & x_1 \geq 1 \\ & 2x_1 + x_2 \geq 4 \\ & 2x_1 - x_2 \geq 0 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

- (a) (3 punti) Risolvere graficamente il problema, individuando il punto di ottimo, se esiste, ed il valore ottimo;
- (b) (2 punti) Individuare le basi associate ai vertici del poliedro;
- (c) (3 punti) Individuare le direzioni estreme del poliedro, se esistono;
- (d) (3 punti) Risolvere nuovamente il problema tramite il teorema della rappresentazione.

3. Dato il seguente problema di programmazione lineare $[P_1]$:

$$\begin{aligned} \max \quad & x_2 \\ & x_1 - x_2 - x_3 = 0 \\ & x_1 - x_3 \geq 1 \\ & -x_3 \leq 0 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \text{ n.v.}, x_3 \leq 0 \end{aligned}$$

- (a) (3 punti) Scrivere il duale di $[P_1]$;
- (b) (2 punti) Scrivere la forma standard di minimo di $[P_1]$.

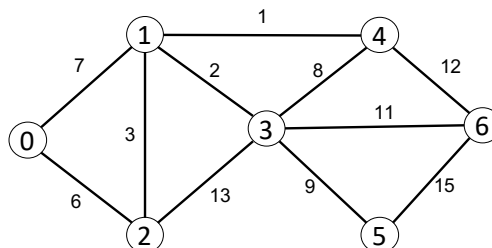
4. Dato il seguente problema di programmazione lineare $[P_2]$:

$$\begin{aligned} \max \quad & z = 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 \\ & x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 1 \\ & -x_1 + x_2 \leq 3 \\ & -x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 3 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

- (a) (4 punti) Risolvere il problema applicando l'algoritmo del Simplexso (non usare il tableau);
- (b) (2 punti) Calcolare un limite superiore al numero di soluzioni di base ammissibili di $[P_2]$ (motivare la risposta);

5. (2 punti) Scrivere il modello matematico "Subtour Elimination" per il problema del minimo albero ricoprente.

6. Dato il grafo G in figura:



- (a) (4 punti) Calcolare il minimo albero ricoprente di G utilizzando l'algoritmo di Kruskal (riportare tutti i passi dell'algoritmo).
- (b) (2 punti) Sfruttando la soluzione ottima individuata nel punto (a), riportare il valore delle variabili decisionali.