

ETC - Proff. De Marco - Gargano

Anno Acc. 20221-22

II PROVA

Giugno 2022

1. **Codice comportamentale.** Durante questo esame si deve lavorare da soli. Non si può consultare materiale di nessun tipo. Non si può chiedere o dare aiuto ad altri studenti.
2. **Istruzioni.** Rispondere alle prime 6 domande; La domanda n.7 non concorre al raggiungimento della sufficienza, ma solo alla determinazione del voto finale. Si possono usare i fogli aggiuntivi per la minuta, ma le risposte verranno corrette solo se inserite nello spazio ad esse riservate oppure viene indicata con chiarezza la posizione alternativa.  
Lo spazio dato per ogni risposta é sufficiente per l'inserimento di una risposta esauriente.  
Per essere accettata per la correzione la risposta deve essere ordinata e di facile lettura.  
Giustificare le risposte; risposte non giustificate non sono valutate.

Ho letto e compreso le istruzioni

Firma \_\_\_\_\_

Nome e Cognome: \_\_\_\_\_

Matricola: \_\_\_\_\_

Spazio riservato alla correzione: non scrivere in questa tabella.

1	2	3	4	5	6	Tot.	7
						/100	SI NO

1. (16 punti)

Fornire la definizione *formale* di insieme numerabile e mostrare che l'insieme  $\mathbb{Z}$  degli interi (positivi e negativi ) risulta numerabile.

2. (18 punti) Specializzare la dimostrazione del Teorema di Rice per dimostrare che il seguente linguaggio  $L$  risulta indecidibile. La semplice riscrittura della dimostrazione del teorema viene valutata 0.

$$L = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ è una MdT tale che } L(M) \text{ non contiene stringhe di lunghezza dispari} \}$$

3. (16 punti) Definire la macchina di Turing Universale e mostrarne (in sintesi) l'utilizzo per dimostrare che  $A_{TM}$  è indecidibile.

4. (16 punti) Disegnare un diagramma che mostri le relazioni tra queste classi di problemi: Problemi decidibili, P, NP, problemi NP-completi e co-NP partendo sia dal presupposto che

(A)  $P \neq NP$ , che

(B)  $P = NP$ .

Motivare brevemente tutte le relazioni tra le classi nei due diagrammi.

5. (18 punti)

- [1.] Fornire la definizione di riduzione polinomiale
  - [2.] Definire i problemi HAM-CYCLE e DIR-HAM-CYCLE;
  - [3.] Illustrare la riduzione polinomiale  $\text{DIR-HAM-CYCLE} \leq_p \text{HAM-CYCLE}$  utilizzando l'istanza  $G = (V, E)$  con  $V = \{a, b, c, d, e\}$  e insieme degli archi orientati  $E = \{(a, b), (a, c), (b, d), (c, d), (c, e), (d, c), (e, a)\}$
- Mettere in relazione le soluzioni corrispondenti delle due istanze.

6. (16 punti) Si assuma  $P \neq NP$ .

Quale delle seguenti affermazioni possiamo dedurre dal fatto che un certo problema **PROBLEM** è un problema in NP, ma non noto essere NP-completo?

- (A) Esiste un algoritmo che risolve istanze arbitrarie di **PROBLEM**.
- (B) Esiste un algoritmo che risolve in modo polinomiale istanze arbitrarie di **PROBLEM**.
- (C) Se avessimo un algoritmo efficiente per **PROBLEM**, potremmo utilizzarlo come una scatola nera per risolvere **HAM-CYCLE**.

Bisogna giustificare le risposte sia positive che negative.

7. Una scuola organizza una gita. Gli studenti sono suddivisi in  $n$  classi e devono viaggiare su due bus X e Y. I membri di una stessa classe non possono viaggiare su bus diversi. Sul bus X possono viaggiare esattamente  $w$  studenti (su Y possono viaggiare esattamente i restanti studenti). Si consideri il problema di decisione:

BUS: È possibile selezionare  $k \leq n$  classi in modo tale da riempire il bus X?

Provare che BUS è NP-completo. [Suggerimento: usare *SUBSET – SUM*].