

ETC - Proff. De Marco - Gargano

Anno Acc. 2023-24

II PROVA

Giugno 2024

1. **Codice comportamentale.** Durante questo esame si deve lavorare da soli. Non si può consultare materiale di nessun tipo. Non si può chiedere o dare aiuto ad altri studenti.
2. **Istruzioni.** Rispondere alle prime 6 domande; La domanda n.7 non concorre al raggiungimento della sufficienza, ma solo alla determinazione del voto finale. Si possono usare i fogli aggiuntivi per la minuta, ma le risposte verranno corrette solo se inserite nello spazio ad esse riservate oppure viene indicata con chiarezza la posizione alternativa.
Lo spazio dato per ogni risposta é sufficiente per l'inserimento di una risposta esauriente.
Per essere accettata per la correzione la risposta deve essere ordinata e di facile lettura.
Giustificare le risposte; risposte non giustificate non sono valutate.

Ho letto e compreso le istruzioni

Firma _____

Nome e Cognome: _____

Matricola: _____

Spazio riservato alla correzione: non scrivere in questa tabella.

1	2	3	4	5	6	Tot.	7
						/100	SI NO

1. (16 punti)

Fornire la definizione *formale* di insieme numerabile e mostrare che l'insieme P dei polinomi $x^n + a$, con n ed a interi positivi, risulta numerabile.

2. (16 punti)

- a) Dati $X, Y \subseteq \Sigma^*$ fornire la definizione formale di *mapping reduction* $X \leq_m Y$ e spiegarne il significato.
- b) Sia X tale che $EQ_{TM} \leq_m X$, ricordando che EQ_{TM} è indecidibile, mostrare che X è indecidibile.

Giugno 2024

3. (18 punti)

Specializzare la dimostrazione del Teorema di Rice per dimostrare che il seguente linguaggio L risulta indecidibile. La semplice riscrittura della dimostrazione del teorema viene valutata 0.

$L = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ è una MdT tale che } |L(M)| > 2 \text{ e } L(M) \text{ include esattamente una stringa di lunghezza dispari} \}$

4

Giugno 2024

4. (16 punti) Definire la macchina ATM e dimostrare che ATM è indecidibile.

4. (16 punti) Definire la macchina di Turing Universale e mostrarne (in sintesi) l'utilizzo per dimostrare che ATM è indecidibile.

5. (16 punti)

Disegnare un diagramma che mostri le relazioni tra queste classi di problemi: Problemi decidibili, P , NP , problemi NP -completi e $co-NP$ partendo sia dal presupposto che

(A) $P \neq NP$, che

(B) $P = NP$.

Definire le classi considerate e motivare brevemente tutte le relazioni tra le classi nei due diagrammi.

6. (18 punti)

- i) Fornire la definizione di trasformazione polinomiale
 ii) Definire i problemi $VERTEX-COVER$ e $SET-COVER$ ed illustrare $VERTEX-COVER \leq_P SET-COVER$ utilizzando

- 1) l'istanza composta dal grafo G e dall'intero 3, dove G ha vertici $\{A, C, D, F, H, I, L\}$ e matrice delle adiacenze

$$\begin{array}{c} A \quad C \quad D \quad F \quad H \quad I \quad L \\ \begin{matrix} A \\ C \\ D \\ F \\ H \\ I \\ L \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

- 2) l'istanza composta dal grafo G' e dall'intero 3, dove G ha vertici $\{A, C, D, F, H, I, L\}$ e matrice delle adiacenze

$$\begin{array}{c} A \quad B \quad C \quad D \quad F \quad H \quad L \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \\ F \\ H \\ L \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

Per un'istanza SI, mettere in relazione le soluzioni corrispondenti delle due istanze.

Per un'istanza NO, spiegare perché di conseguenza la risultante istanza di SET-COVER é NO.

7. Una clique in un grafo $G(V, E)$ é un sottoinsieme di vertici $U \subset V$ tale che per ogni $u, w \in U$ risulta $(u, w) \in E$. Considerare i seguenti problemi di decisione e di ricerca, rispettivamente:

CLIQUE

Input: $G = (V, E)$, intero k

Domanda: Esiste in G una clique di k vertici?

MAX-CLIQUE: Dato $G = (V, E)$ determinare la piú grande clique in G .

Mostrare che $\text{MAX-CLIQUE} \leq_p \text{CLIQUE}$.