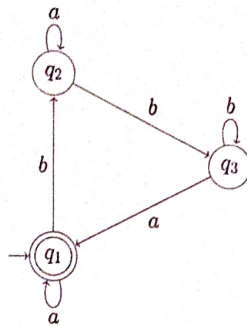


1. (16 punti) Si costruisca un DFA per ciascuno dei seguenti linguaggi sull'alfabeto $\{0, 1\}$, giustificando ogni risposta:

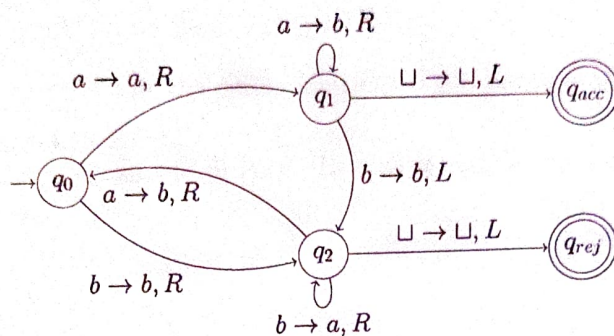
- $L_1 = \{w \mid w \text{ non contiene la sottostringa } 110\}$;
- $L_2 = \{w \mid w \text{ ha lunghezza dispari}\}$;
- $L_3 = \{w \mid w \text{ contiene esattamente un } 1\}$.

2. (16 punti)

- (a) Dare la definizione di GNFA usata nella dimostrazione del Teorema di Kleene.
- (b) Determinare l'espressione regolare equivalente al DFA sull'alfabeto $\{a, b\}$ rappresentato in figura, applicando tutti i passi della dimostrazione del Teorema di Kleene visti durante il corso, e rimuovendo gli stati nel seguente ordine: q_1 , q_2 , q_0 .



3. (16 punti) Sia M la macchina di Turing rappresentata in figura. Si indichi la computazione di M (mostrando tutta la sequenza di configurazioni) su ciascuno dei seguenti input: aaa , aba , $baaa$. Eventuali transizioni mancanti portano nello stato di rifiuto lasciando inalterato l'input e la posizione della testina.



4. (18 punti) Enunciare con precisione il Teorema di Rice.

Per ognuno dei seguenti linguaggi dire se é possibile o meno utilizzare Teorema di Rice per dimostrare che il linguaggio é indecidibile.

$$A_R = \{\langle M \rangle \mid M \text{ MdT tale che } L(M) \subseteq R\}$$

$$B_R = \{\langle M \rangle \mid M \text{ MdT tale che per ogni stringa } x \notin R, M \text{ si arresta e rifiuta } x\}$$

dove R é un fissato linguaggio regolare.

In caso affermativo, applicare il teorema di Rice. In caso negativo, mostrare perché non é possibile utilizzarlo.

08-07-2024

6

5. (16 punti)

a) Fornire la definizione di riduzione polinomiale $X \leq_P Y$.

b) Definire formalmente la classe P .

b) Spiegare (con precisione) perché se $\text{VERTEX-COVER} \in P$ allora anche $\text{HAM-CYCLE} \in P$

6. (16 punti)

- (a) Definire i problemi HAM-CYCLE e DIR-HAM-CYCLE;
- (b) Illustrare la riduzione $\text{DIR-HAM-CYCLE} \leq_p \text{HAM-CYCLE}$ utilizzando l'istanza $G = (V, E)$ con
 $V = \{a, b, c, d, e, f\}$ e insieme degli archi orientati
 $E = \{(a, b), (a, d), (b, a), (b, e), (c, d), (c, e), (d, b), (e, f), (f, c)\}$
Mettere in relazione le soluzioni corrispondenti delle due istanze.
- (c) Completare la dimostrazione che HAM-CYCLE risulta NP-completo.

7. Una palestra organizza una trasferta. Gli atleti sono suddivisi in n discipline sportive e devono viaggiare su due bus A e B. Gli atleti che praticano una stessa disciplina non possono viaggiare su bus diversi. Sul bus A possono viaggiare esattamente w atleti (su B possono viaggiare esattamente gli altri). Si consideri il problema di decisione:

SPORT: È possibile selezionare k discipline in modo tale da riempire il bus A?

Provare che BUS è NP-completo. [Suggerimento: usare $SUBSET - SUM$].