

Prova scritta - 14 giugno 2021

1. Dimostrare o confutare le seguenti affermazioni.

- (a) Il linguaggio $X = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a = |w|_b\}$ è regolare (indichiamo con $|w|_a$ e $|w|_b$ rispettivamente le occorrenze di a e di b in w).
- (b) Il linguaggio $Y = \{a^i b^j \mid i + j \text{ è multiplo di } 2\}$ è regolare.
- (c) $L((ab)^*) \cap L((cd)^*) = \emptyset$, dove $L(E)$ è il linguaggio denotato dall'espressione regolare E .

2. Sia L l'insieme delle stringhe su $\{a, b\}$ che contengono almeno due occorrenze di a e al più una occorrenza di b .

- a) Fornire un DFA che riconosce L .
- b) Fornire un'espressione regolare che denota L .

3. Siano A, B, C tre linguaggi su un alfabeto Σ e supponiamo che $A \leq_m B$ e $B \leq_m C$. Per ognuna delle affermazioni seguenti dire se essa è sicuramente vera oppure sicuramente falsa. Giustificare la risposta ed enunciare con precisione eventuali risultati intermedi utilizzati.

- (a) A è Turing-riconoscibile ma non decidibile e C è decidibile.
- (b) Il complemento di A non è Turing-riconoscibile ma il complemento di B è Turing-riconoscibile.
- (c) Se C è decidibile allora il complemento di B è decidibile.

4. Si consideri il problema di decisione *NonTautologia*:

Input: ϕ formula booleana.

Domanda: Esiste un'assegnamento di valori alle variabili di ϕ tale che ϕ sia falsa?

- (a) Fornire un esempio di istanza al problema *NonTautologia* con risposta sì e un esempio di istanza al problema *NonTautologia* con risposta no.
- (b) Definire il linguaggio *NonTau* associato al problema di decisione *NonTautologia* e provare che *NonTau* è in *NP*.
- (c) Definire il linguaggio *SAT* associato al problema della soddisfacibilità. Mostrare che *SAT* è riducibile in tempo polinomiale a *NonTau*.