

Nome:

Cognome:

Matricola:

- Per ognuno dei seguenti punti non rispettati dall'elaborato **verrà sottratto un punto** al punteggio finale:
  - Scrivere nome, cognome e matricola sia su questo foglio che sui fogli consegnati.
  - Contrassegnare con una crocetta sulla traccia **tutti e soli** i punti degli esercizi che sono stati svolti.
  - Ricordarsi di consegnare **sempre** la presente traccia e **solo** i fogli da correggere (niente brutta copia).
- Dato il seguente problema di programmazione lineare [P]:

$$\begin{aligned}
 \max \quad & -x_1 - 5x_2 \\
 & x_1 + 2x_2 \geq 3 \\
 & 3x_1 - 2x_2 \geq -6 \\
 & x_1 - 5x_2 \leq 3 \\
 & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$

- (3 punti) Risolvere graficamente il problema [P], individuando il punto di ottimo ed il valore ottimo.
  - (2 punti) Individuare tutte le basi ammissibili del poliedro indicando i vertici associati ad esse.
  - (3 punti) Individuare le direzioni estreme del poliedro, se esistono.
  - (3 punti) Risolvere nuovamente il problema tramite il teorema della rappresentazione.
  - (2 punti) Scrivere una nuova funzione obiettivo per cui vi siano infiniti punti di ottimo.
- (2 punti) Enunciare il primo Corollario del Teorema debole della dualità.
  - Dato il seguente problema [P]:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & -x_1 - 4x_2 + x_3 \\
 & 3x_1 - \frac{5}{2}x_2 - 3x_3 \leq 1 \\
 & -x_2 + 4x_3 = 0 \\
 & x_1 + 4x_2 - x_3 \geq -3 \\
 & x_1 \geq 0, x_2 \leq 0, x_3 \text{ n.v.}
 \end{aligned}$$

- (3 punti) Scrivere il duale [D].
- (4 punti) Utilizzare l'algoritmo del simplesso per risolvere il seguente problema di programmazione lineare (non usare il tableau):

$$\begin{aligned}
 \min \quad & -x_1 - 4x_2 - 2x_3 \\
 & -x_1 - 3x_2 + 3x_3 \leq 2 \\
 & 2x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 3 \\
 & 4x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 2 \\
 & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0
 \end{aligned}$$

- Si consideri una istanza del problema del trasporto con 4 nodi di domanda e 3 di offerta, i cui dati sono riportati seguente tabella. Ogni valore nella casella  $ij$  rappresenta il costo unitario per trasportare una unità di merce dalla origine  $i$  alla destinazione  $j$ , il valore a destra della  $i$ -ma riga rappresenta il numero totale di unità di merce dell' $i$ -mo nodo di offerta, mentre il valore in fondo alla colonna  $j$ -ma rappresenta il numero delle unità richieste dal  $j$ -mo nodo di domanda.

6	3	7	8	4
2	5	3	8	4
9	7	2	1	3
2	5	2	2	

- (3 punti) Scrivere il modello matematico per questo problema.
- (5 punti) Risolvere il problema. Indicare il valore delle variabili decisionali e della funzione obiettivo per la soluzione ottenuta.