

Nome:

Cognome:

Matricola:

1. Per ognuno dei seguenti punti non rispettati dall'elaborato **verrà sottratto un punto** al punteggio finale:
  - (a) Scrivere nome, cognome e matricola sia su questo foglio che su tutti i fogli consegnati.
  - (b) Contrassegnare con una crocetta sulla traccia **tutti** gli esercizi che sono stati svolti.
  - (c) Ricordarsi di consegnare sempre la presente traccia e **solo** i fogli da correggere (niente brutta copia).
2. Dato il seguente problema di programmazione lineare [P]:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & -7x_1 - 4x_2 \\
 \text{s.t.} \quad & 2x_1 - x_2 \geq 2 \\
 & 2x_1 + 5x_2 \geq 6 \\
 & x_1 - 2x_2 \leq 2 \\
 & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$

- (a) (3 punti) Risolvere graficamente il problema [P], individuando il punto di ottimo ed il valore ottimo.
  - (b) (2 punti) Individuare tutte le basi ammissibili del poliedro indicando i vertici associati ad esse.
  - (c) (3 punti) Calcolare le direzioni estreme.
  - (d) (3 punti) Risolvere nuovamente il problema tramite il teorema della rappresentazione.
  - (e) (2 punti) Scrivere una nuova funzione obiettivo che renda ottima la base  $\{1, 2, 5\}$ .
3. (3 punti) Enunciare il Teorema degli scarti complementari.
4. (2 punti) Scrivere il duale [D] del seguente problema [P]:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & x_1 + 2x_2 + 3x_3 \\
 \text{s.t.} \quad & x_1 + 3x_2 \leq 4 \\
 & x_1 + x_2 - 4x_3 = 1 \\
 & 10x_1 + 4x_3 \geq 8 \\
 & x_1 \leq 0, x_2 \geq 0, x_3 \text{ n.v.}
 \end{aligned}$$

5. (4 punti) Utilizzare l'algoritmo del simplesso per risolvere il seguente problema (non usare il tableau):

$$\begin{aligned}
 \min \quad & x_1 - 4x_2 - 2x_3 \\
 \text{s.t.} \quad & -3x_1 + 2x_2 - 4x_3 \leq 2 \\
 & -x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 5 \\
 & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0
 \end{aligned}$$

6. Si consideri una istanza del problema del trasporto con 4 nodi di domanda e 3 di offerta, i cui dati sono riportati seguente tabella. Ogni valore nella casella  $ij$  rappresenta il costo unitario per trasportare una unità di merce dalla origine  $i$  alla destinazione  $j$ , il valore a destra della  $i$ -ma riga rappresenta il numero totale di unità di merce dell' $i$ -mo nodo di offerta, mentre il valore in fondo alla colonna  $j$ -ma rappresenta il numero delle unità richieste dal  $j$ -mo nodo di domanda.

2	1	2	6	5
7	5	5	1	3
6	6	2	1	3
2	2	2	5	

- (a) (3 punti) Scrivere il modello matematico per questo problema.
  - (b) (5 punti) Risolvere il problema. Indicare il valore delle variabili decisionali e della funzione obiettivo per la soluzione ottenuta.