

Nome:

Cognome:

Matricola:

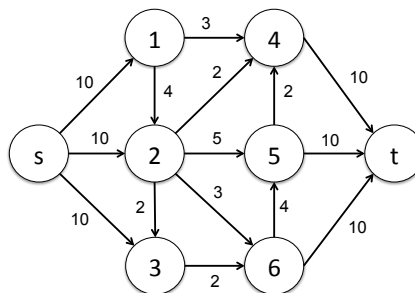
1. Dato il seguente problema di programmazione lineare [P]:

$$\begin{aligned} \min \quad & 2x_2 \\ \text{s.t.} \quad & x_1 + x_2 \geq 4 \\ & x_1 - x_2 \leq 2 \\ & x_2 \leq 4 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

- (3 punti) Risolvere graficamente il problema, individuando il punto di ottimo (se esiste) ed il valore ottimo.
  - (2 punti) Individuare tutte le basi ammissibili del poliedro indicando a quale vertice è associata ciascuna di esse.
  - (2 punti) Calcolare le direzioni estreme, se esistono.
  - (2 punti) Scrivere il duale [D] del problema P.
  - (2 punti) Enunciare il teorema degli scarti complementari.
  - (2 punti) Scrivere le condizioni degli scarti complementari per i problemi [P] e [D].
2. Un'azienda produce tre tipi di batterie elettriche: B1, B2, B3. La lavorazione delle tre batterie richiede l'utilizzo di tre macchine, M1, M2, M3, la cui disponibilità è limitata a 800, 450, 300 giorni, rispettivamente. La produzione della batteria B1 richiede 20 giorni di lavorazione della macchina M1, 18 della macchina M2 e 21 della macchina M3. La batteria B2 richiede 13 giorni di lavorazione della macchina M1 e 15 della macchina M2. La batteria B3 richiede 7 giorni della macchina M1, 20 della macchina M2 e 10 della macchina M3. Il profitto che si riesce a ricavare dalla vendita delle batterie B1, B2 e B3 è pari a 100 euro, 30 euro, 150 euro rispettivamente e la quantità di batteria B1 da produrre deve essere almeno il doppio della quantità di batteria B2.
- (3 punti) Scrivere un modello di programmazione lineare per l'individuazione di un piano di produzione delle batterie che porti al profitto massimo.
3. (5 punti) Utilizzare l'algoritmo del simplesso per risolvere il seguente problema di programmazione lineare (non usare il tableau):

$$\begin{aligned} \min \quad & -2x_1 - x_2 + 3x_3 \\ \text{s.t.} \quad & 2x_1 - x_2 + x_3 \geq 5 \\ & 2x_1 - x_2 - 3x_3 \geq 8 \\ & x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 2 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

4. Si consideri il grafo  $G$  in figura:



- (4 punti) Individuare il massimo flusso dal nodo s al nodo t utilizzando l'algoritmo dei cammini aumentati (riportare tutti i passi dell'algoritmo).
- (3 punti) Sfruttando la soluzione ottima individuata al punto (a), individuare la capacità del taglio minimo e gli archi che appartengono a questo taglio.
- (3 punti) Riportare il valore delle variabili della soluzione ottima calcolata al punto (a).