

1. (16 punti) Date due espressioni regolari E_1 ed E_2 , la notazione $E_1 = E_2$ indica che esse denotano lo stesso linguaggio. Per ognuna delle seguenti relazioni, dire se essa è vera o falsa illustrando il linguaggio comune a E_1 e E_2 oppure fornendo due stringhe che mostrano che $E_1 \neq E_2$; risposte non giustificate non saranno valutate.

$$(a) \emptyset^* = \epsilon^* \quad (b) (0 \cup 1)^* = 0^* \cup 1^* \quad (c) (0 \cup 1)(1^* \cup 0) = 00 \cup 11^* \cup 10 \cup 11^* \\ (d) (01)^* = 0^* 1^* \quad (e) (000^* \cup 111^*) = (00 \cup 11)^* \quad (f) (0^* \cup 1^*) 1^* = (01)^* \cup 1^*.$$

2. (16 punti) Data l'espressione regolare $E = (0^* \cup 1^* 0) 1^*$, utilizzare il metodo studiato per costruire un automa finito \mathcal{A} tale che $L(\mathcal{A}) = L(E)$. Illustrare e spiegare ogni passaggio fatto.

3. (16 punti) Sia $L = L(\mathcal{A})$ il linguaggio riconosciuto dall'automa finito $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, dove $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$, $F = \{q_2\}$ e δ è descritta dalla tabella seguente. Determinare il diagramma di una macchina di Turing M tale che $L(M) = \bar{L}$. È necessario spiegare il ragionamento fatto.

	a	b	c
q_0	$\{q_2\}$	$\{q_1\}$	q_0
q_1	$\{q_1\}$	$\{q_0\}$	\emptyset
q_2	$\{q_2\}$	\emptyset	$\{q_3\}$
q_3	\emptyset	$\{q_2\}$	$\{q_3\}$

4. (18 punti) Si consideri il linguaggio

$$S_n = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ è una macchina di Turing deterministica con alfabeto } \Sigma \text{ e } L(M) \cap \Sigma^n \neq \emptyset \},$$

con $n \in \mathbb{N}, n > 0$. Enunciare il Teorema di Rice ed applicarlo per mostrare che S_n non è decidibile.

N.B.: L'utilizzo del teorema di Rice deve essere preciso e dettagliato.

5. (16 punti) Definire il problema 3-SAT. Definire il problema Independent-Set. Spiegare la riduzione polinomiale da 3-SAT a Independent-Set utilizzando la formula

$$(x \vee y \vee \bar{z}) \wedge (\bar{x} \vee y \vee t) \wedge (x \vee \bar{y} \vee z) \wedge (\bar{x} \vee \bar{z} \vee \bar{t})$$

Se la formula è soddisfacibile mostrare l'insieme indipendente nell'istanza di Independent-Set ottenuta.

6. (18 punti) Sia $\overline{\text{INDEPENDENT-SET}}$ il complemento di INDEPENDENT-SET .

- Definire formalmente il problema $\overline{\text{INDEPENDENT-SET}}$.
- Dire quali delle seguenti affermazioni è vera. Occorre motivare la risposta, enunciando tutti i risultati intermedi utilizzati. Risposte non motivate non saranno valutate.
 - Se $P \neq NP$ allora $\overline{\text{INDEPENDENT-SET}} \notin P$
 - Se $\overline{\text{INDEPENDENT-SET}} \notin P$ allora $P \neq NP$.

7. Dimostrare formalmente e con precisione che il seguente linguaggio L non è regolare

$$L = \{ w \in \{a, b, c, d\}^* \mid \text{il numero dei fattori } ab \text{ in } w \text{ è uguale al numero dei fattori } cd \text{ in } w \}.$$