

1. Per ognuno dei seguenti punti non rispettati dall'elaborato **verrà sottratto un punto** al punteggio finale:

- (a) Scrivere nome, cognome, matricola e numero di pagina su tutti i fogli consegnati.
- (b) Ricordarsi di consegnare **solo** i fogli da correggere (niente brutta copia).

2. Dato il seguente problema di programmazione lineare [P]:

$$\begin{aligned} \max \quad & 2x_1 + 2x_2 \\ & x_1 + x_2 \geq 2 \\ & 4x_1 + x_2 \geq 4 \\ & x_1 - x_2 \geq -4 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

- (a) (3 punti) Risolvere graficamente il problema [P], individuando il punto di ottimo, se esiste, ed il valore ottimo;
- (b) (2 punti) Individuare tutte le basi ammissibili del poliedro indicando i vertici associati ad esse;
- (c) (3 punti) Individuare le direzioni estreme del poliedro, se esistono;
- (d) (3 punti) Risolvere nuovamente il problema tramite il teorema della rappresentazione;
- (e) (2 punti) Aggiungere un vincolo al problema [P] affinché la regione ammissibile sia un politopo.

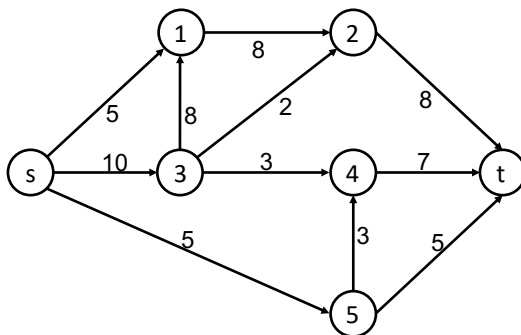
3. (3 punti) Scrivere il duale del seguente problema di PL:

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1 - x_3 \\ & -x_1 + x_3 \geq 1 \\ & -x_2 - x_3 \leq 3 \\ & x_2 = 3 \\ & x_1 \leq 0, x_2 \text{ n.v.}, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

4. (5 punti) Utilizzare l'algoritmo del simplesso per risolvere il seguente problema di programmazione lineare (non usare il tableau):

$$\begin{aligned} \min \quad & 5x_1 + 7x_2 + 2x_3 \\ & x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 2 \\ & 3x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 9 \\ & -x_1 - 2x_2 + 3x_3 \geq 1 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

5. Si consideri il grafo G in figura:



- (a) (4 punti) Individuare il flusso massimo da s a t mediante l'algoritmo dei cammini aumentanti.
- (b) (2 punti) Sfruttando la soluzione ottima individuata nel punto (a), individuare il taglio minimo del grafo.
- (c) (3 punti) Determinare il valore assunto delle variabili decisionali in corrispondenza della soluzione ottima individuata al punto (a).