Elementi di teoria della Computazione (Prof.ssa De Felice) Anno Acc. 2017-2018
Prova scritta - 7 settembre 2018

Nome e Cognome, email: Matricola: **Firma:**

Spazio riservato alla correzione: non scrivere in questa tabella.

1	2	3	4	5	6	**Tot.**	7
							SI NO

È l'ultimo esame e vorrebbe laurearsi a ottobre? *SI* *NO*

Leggere le tracce con attenzione!
La domanda n.7 non concorre al raggiungimento della sufficienza, ma solo alla determinazione del voto finale.
È vietato copiare, collaborare o comunicare con altri studenti. È vietato l'utilizzo di libri, appunti o lucidi.

I risultati della prova scritta e le informazioni per la conclusione dell'esame saranno pubblicati sulla piattaforma e-learning.

1. *(15 punti)*

   Si consideri l'automa finito non deterministico $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, dove $Q = \{q_0, q_1\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $F = \{q_1\}$ e δ è definita dalla seguente tabella

	a	b	ϵ
q_0	$\{q_1\}$	$\{q_0\}$	$\{q_1\}$
q_1	$\{q_1\}$	$\{q_0\}$	$\emptyset$

   Usando la procedura descritta sul libro di testo, definire un automa finito deterministico $\mathcal{B}$ equivalente ad $\mathcal{A}$. Occorre definire ogni termine della quintupla che determina $\mathcal{B}$. La funzione di transizione può essere definita mediante il diagramma di stato di $\mathcal{B}$. Disegnare il diagramma di stato di $\mathcal{B}$.

2. *(15 punti)*

   Date due espressioni regolari E_1, E_2, la notazione $E_1 = E_2$ indica che E_1 ed E_2 rappresentano lo stesso linguaggio. Dire quali delle seguenti affermazioni è vera. Occorre giustificare la risposta. Risposte non giustificate non saranno valutate.

   (1) *(5 punti)* $\emptyset^* = \epsilon^*$

   (2) *(5 punti)* $(ab \cup b \cup \epsilon)^* = (ab \cup b)^*$

   (3) *(5 punti)* $(a \cup b)^*(bb)^* = (a \cup b)^*$

3. *(15 punti)*

   (a) *(7 punti)* Illustrare la corrispondenza tra problemi di decisione e linguaggi decidibili.

   (b) *(8 punti)* Dato il linguaggio $E_{TM} = \{\langle M \rangle \mid M$ è una MdT tale che $L(M)$ è vuoto$\}$, definire il problema $\mathcal{P}$ ad esso associato e fornire un esempio di istanza SI e uno di istanza NO del problema $\mathcal{P}$.

4. *(15 punti)*

   (a) *(5 punti)* Fornire la definizione formale di funzione calcolabile e di riducibilità mediante funzione. Definire il linguaggio A_{TM}.

   (b) *(10 punti)* Sia $L = \{ay \mid y \in A_{TM}\}$. Provare che $A_{TM} \leq_m L$.

5. *(15 punti)*

   Per ognuna delle affermazioni seguenti dire se essa è vera o falsa, **assumendo che sia** $P \neq NP$. Occorre argomentare con precisione la risposta ed enunciare con precisione eventuali risultati intermedi utilizzati.

   (a) *(5 punti)* Esiste un algoritmo che decide $CLIQUE$.

   (b) *(5 punti)* $CLIQUE$ è decidibile in tempo polinomiale.

   (c) *(5 punti)* Se $CLIQUE$ fosse decidibile in tempo polinomiale allora anche 3-SAT sarebbe decidibile in tempo polinomiale

6. *(15 punti)*

   (a) *(5 punti)* Definire il linguaggio $CLIQUE$.

   (b) *(10 punti)* Data la seguente formula booleana

   $$\Phi = (x_1 \vee x_2 \vee x_4) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_4})$$

   definire il grafo G e l'intero k tali che $\langle G, k\rangle$ sia l'immagine di $\langle \Phi \rangle$ nella riduzione polinomiale di 3-SAT a $CLIQUE$.

7. Si consideri il linguaggio

   $$L = \{\langle M_1, M_2\rangle \mid M_1 \text{ ed } M_2 \text{ sono } TM \text{ ed } L(M_1) \cap L(M_2) = \emptyset\}.$$

   Provare che L è indecidibile.