

Nome:

Cognome:

Matricola:

1. Dato il seguente problema di programmazione lineare [P]:

$$\begin{aligned} \max \quad & -2x_1 + x_2 \\ & x_1 + x_2 \geq 0 \\ & x_1 - 3x_2 \leq 5 \\ & 3x_1 - 5x_2 \geq -6 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

- (a) (3 punti) Risolvere graficamente il problema [P], individuando il punto di ottimo ed il valore ottimo.
- (b) (2 punti) Individuare tutte le basi ammissibili del poliedro indicando i vertici associati ad esse.
- (c) (3 punti) Individuare le direzioni estreme del poliedro, se esistono.
- (d) (2 punti) Risolvere nuovamente il problema tramite il teorema della rappresentazione.

2. Dato il seguente problema [P]:

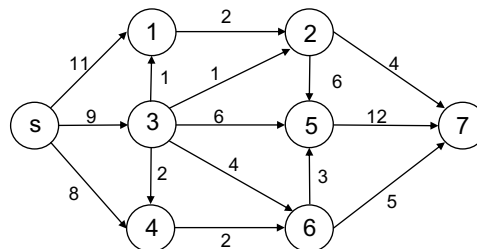
$$\begin{aligned} \max \quad & 2x_1 - 4x_2 + 13x_3 \\ & -x_1 + 2x_2 - 4x_3 \leq 4 \\ & x_1 + \frac{3}{4}x_2 + x_3 \geq 7 \\ & 3x_1 - 5x_3 = 2 \\ & x_1 \leq 0, x_2 \text{ n.v.}, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

- (a) (3 punti) Scrivere il duale [D].

3. (5 punti) Utilizzare l'algoritmo del simplesso per risolvere il seguente problema di programmazione lineare (non usare il tableau):

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1 + 3x_2 + x_3 \\ & -2x_1 + 3x_2 - x_3 \leq 5 \\ & 3x_1 + x_2 - x_3 \leq 1 \\ & x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 4 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

4. Si consideri il grafo G in figura:



- (a) (2 punti) Scrivere per esteso il modello matematico del problema dei cammini minimi uno a tutti.
- (b) (4 punti) Individuare l'albero dei cammini minimi dal nodo s a tutti gli altri nodi del grafo con un opportuno algoritmo.
- (c) (2 punti) Sfruttando la soluzione ottima individuata al punto (b), riportare il valore delle variabili.