ESERCIZIO 2

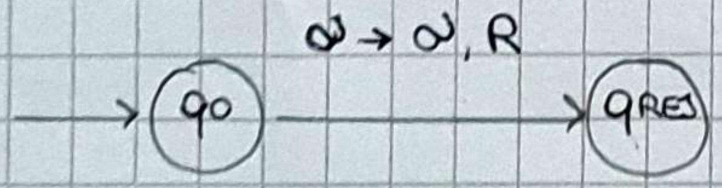
Usare il teorema di Rice per dimostrare che il seguente linguaggio è indecidibile

$L = \{\langle M \rangle \mid M$ è una mdT che si arresta su ogni input di lunghezza pari$\}$

Il teorema di Rice non è applicabile poiché la proprietà indicata non dipende dal linguaggio, ma è dipendente dalla macchina considerata. Infatti, possiamo costruire due mdT M_1 e M_2 (di cui una un decider) che riconoscono lo stesso linguaggio, ma si verifica che la codifica di una $\in L$, mentre quella dell'altra $\notin L$.

Consideriamo la macchina M_1 tale che $\langle M_1 \rangle \in L$.

$M_1 = (Q_1, \Sigma, \Gamma, \delta_1, q_0, q_{ACC}, q_{REJ})$



con $\alpha \in \Gamma$

$Q_1 = \{q_0, q_{ACC}, q_{REJ}\}$

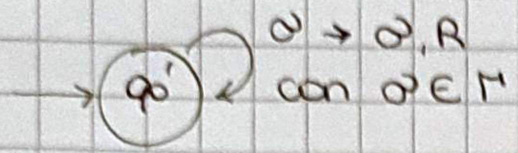
$\Gamma = \Sigma \cup \{\sqcup\}$

δ_1 descritta dal diagramma delle transizioni.

$L(M_1) = \emptyset \rightarrow \langle M_1 \rangle \in L$

Consideriamo la macchina M_2 tale che $\langle M_2 \rangle \notin L$.

$M_2 = (Q_2, \Sigma, \Gamma, \delta_2, q_0', q_{ACC}, q_{REJ})$



$Q_2 = \{q_0', q_{ACC}, q_{REJ}\}$

$\Gamma = \Sigma \cup \{\sqcup\}$

$L(M_2) = \emptyset$, ma $\langle M_2 \rangle \notin L$

δ_2 è descritta dal diagramma delle transizioni

In entrambi i casi, transizioni non indicate portano in q_{REJ} lasciando inalterato il contenuto del nastro.

L'esistenza delle macchine di Turing M_1 e M_2 conferma che la proprietà è non banale ma, a parità di linguaggio, la codifica di M_1 appartiene a L, mentre quella di M_2 no.

Ciò viola il fatto che $\forall M_1, M_2$ MdT tali che $L(M_1) = L(M_2)$

$$\langle M_1 \rangle \in L \leftrightarrow \langle M_2 \rangle \in L.$$