

Configurazioni di una MdT

Durante la computazione di una MdT si verificano cambiamenti di tre tipi:

1. stato;
2. contenuto del nastro;
3. posizione della testina.

Una *configurazione* è una descrizione concisa di questi tre elementi in un dato istante della computazione.

Fornisce una “fotografia” della macchina di Turing in quel dato istante.

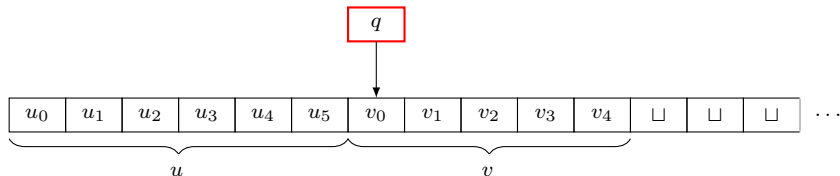
Configurazioni di una MdT

Data una MdT $(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_o, q_{accept}, q_{reject})$, uno stato $q \in Q$ e $u, v \in \Gamma^*$,

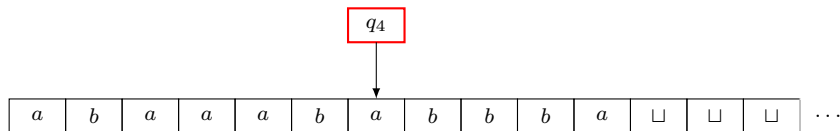
la configurazione uqv

descrive la seguente situazione:

- ▶ lo stato corrente della macchina è q ;
- ▶ il contenuto del nastro (da sinistra a destra) è uv ;
- ▶ la testina si trova sul primo (più a sinistra) simbolo di v (su primo blank \sqcup se $v = \epsilon$);
- ▶ dopo v ci sono solo \sqcup .



Configurazioni di una MdT



MdT con configurazione $abaaabq_4abbba$.

La configurazione cambia ad ogni passo della computazione: si dice che C_1 produce C_2 (indicato con $(C_1 \rightarrow C_2)$) se la MdT può andare da C_1 a C_2 in un singolo passo.

Esempio:

Se $a, b, c \in \Gamma$, $u, v \in \Gamma^*$, $q_i, q_j \in Q$:

$uq_i b v \rightarrow uq_j a c v$ se $\delta(q_i, b) = (q_j, c, L)$ (**mossa a sinistra**)

oppure

$uq_i b v \rightarrow u a c q_j v$ se $\delta(q_i, b) = (q_j, c, R)$ (**mossa a destra**)

Configurazioni di una MdT: casi particolari

Siano $a, b, c \in \Gamma$, $u, v \in \Gamma^*$, $q_i, q_j \in Q$

- Testina all'inizio del nastro: $q_i bv$. Se $\delta(q_i, b) = (q_j, c, L)$, allora:

$$q_i bv \rightarrow q_j cv.$$

Configurazioni di una MdT: casi particolari

Siano $a, b, c \in \Gamma$, $u, v \in \Gamma^*$, $q_i, q_j \in Q$

- Testina all'inizio del nastro: $q_i bv$. Se $\delta(q_i, b) = (q_j, c, L)$, allora:

$$q_i bv \rightarrow q_j cv.$$

- Testina all'estremità destra dell'input: $u a q_i$.

$$u a q_i \text{ equivalente a } u a q_i \sqcup$$

Configurazioni di una MdT: casi particolari

Siano $a, b, c \in \Gamma$, $u, v \in \Gamma^*$, $q_i, q_j \in Q$

- Testina all'inizio del nastro: $q_i bv$. Se $\delta(q_i, b) = (q_j, c, L)$, allora:

$$q_i bv \rightarrow q_j cv.$$

- Testina all'estremità destra dell'input: $u a q_i$.

$$u a q_i \text{ equivalente a } u a q_i \sqcup$$

- Configurazione iniziale su input w : $q_0 w$, dove q_0 è lo stato iniziale.

Configurazioni di una MdT: casi particolari

Siano $a, b, c \in \Gamma$, $u, v \in \Gamma^*$, $q_i, q_j \in Q$

- Testina all'inizio del nastro: $q_i bv$. Se $\delta(q_i, b) = (q_j, c, L)$, allora:

$$q_i bv \rightarrow q_j cv.$$

- Testina all'estremità destra dell'input: uaq_i .

$$uaq_i \text{ equivalente a } uaq_i \sqcup$$

- Configurazione iniziale su input w : $q_0 w$, dove q_0 è lo stato iniziale.
- Configurazione di accettazione: raggiunge lo stato q_{accept}

Configurazioni di una MdT: casi particolari

Siano $a, b, c \in \Gamma$, $u, v \in \Gamma^*$, $q_i, q_j \in Q$

- Testina all'inizio del nastro: $q_i bv$. Se $\delta(q_i, b) = (q_j, c, L)$, allora:

$$q_i bv \rightarrow q_j cv.$$

- Testina all'estremità destra dell'input: $u a q_i$.

$$u a q_i \text{ equivalente a } u a q_i \sqcup$$

- Configurazione iniziale su input w : $q_0 w$, dove q_0 è lo stato iniziale.
- Configurazione di accettazione: raggiunge lo stato q_{accept}
- Configurazione di rifiuto: raggiunge lo stato q_{reject}
- Configurazione di arresto: raggiunge stato $q_{reject} \circ q_{reject}$.

Una macchina di Turing M **accetta** l'input w se esiste una sequenza di configurazioni

$$C_1, C_2, \dots, C_k \text{ tale che}$$

- ▶ $C_1 = q_0 w$ è la configurazione iniziale di M su input w .
- ▶ C_i produce C_{i+1} per ogni $i = 1, \dots, k-1$.
- ▶ C_k è una configurazione di accettazione.

Possiamo avere tre possibili risultati per una computazione:

1. M **accetta** la stringa input: si ferma in q_{accept} .
2. M **rifiuta** la stringa input: si ferma in q_{reject} .
3. M **cicla** (va in loop): non si ferma mai.

Linguaggi Turing-riconoscibili

Data una MdT M , il **linguaggio di M** o **linguaggio riconosciuto da M** (denotato con $L(M)$) è l'insieme delle stringhe che M accetta.

- ▶ Tutte le stringhe $w \in L(M)$ vengono accettate da M (la macchina si ferma nello stato q_{accept}).
- ▶ Tutte le stringhe $w \notin L(M)$ non saranno accettate da M . Ma per ogni stringa non accettata $w \notin L(M)$ abbiamo due possibilità:
 1. w viene rifiutata da M (la macchina si ferma nello stato q_{reject}).
 2. M cicla su w (la macchina non si fermerà mai).

Definizione (linguaggio Turing-riconoscibile)

Un linguaggio si dice **Turing-riconoscibile** se esiste una macchina di Turing che lo riconosce.

Linguaggi Turing-decidibili

Una macchina di Turing che si ferma su **ogni input** (non va mai in loop) si chiama **decisore**.

Diciamo che un decisore **decide** un certo linguaggio se riconosce tale linguaggio.

Definizione (linguaggio Turing-decidibile)

*Un linguaggio si dice **Turing-decidibile** se esiste una macchina di Turing che lo decide.*

Ogni linguaggio Turing-decidibile è Turing-riconoscibile.

Vedremo più avanti che esistono linguaggi Turing-riconoscibili, ma non Turing-decidibili (**indecidibilità**).

Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Consideriamo ora il linguaggio **non regolare** $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$: insieme delle stringhe di zeri la cui lunghezza è una potenza di 2.

Costruiamo una MdT M che lo decide.

Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Consideriamo ora il linguaggio **non regolare** $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$: insieme delle stringhe di zeri la cui lunghezza è una potenza di 2.

Costruiamo una MdT M che lo decide.

Idea

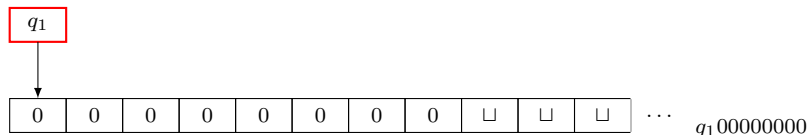
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.

Ad ogni scorrimento viene dimezzato il numero di zeri. Il numero n è una potenza di due se e solo se ripetute divisioni per 2 danno sempre resto 0 (non si verifica né (a) né (b)) fino a raggiungere $n = 1$ nell'ultima divisione (caso (a)).

Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.

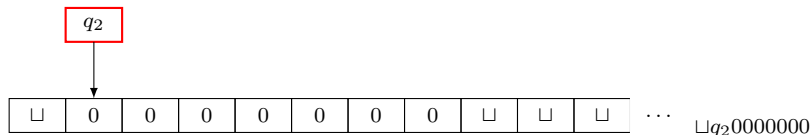


Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.

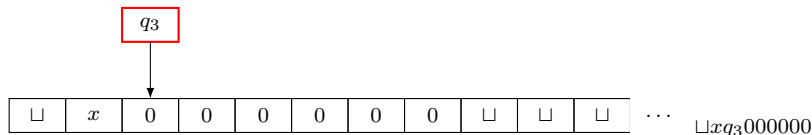
Il \sqcup a sinistra serve solo a ricordare dove comincia l'input.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

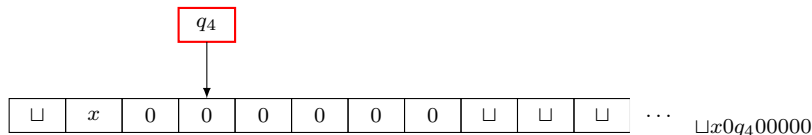
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

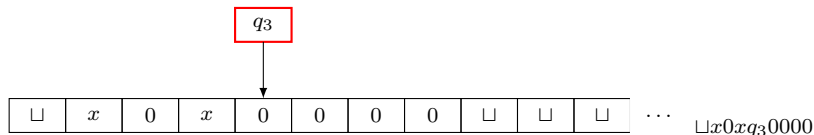
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

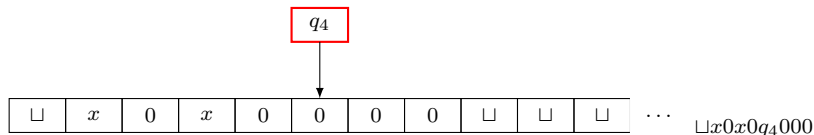
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

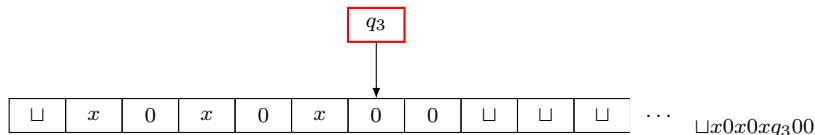
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

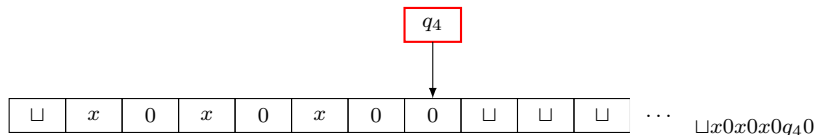
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

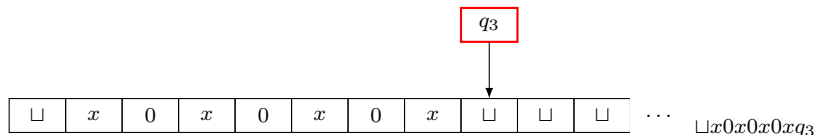
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

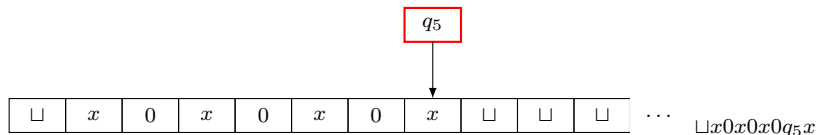
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

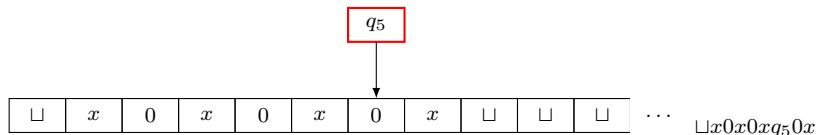
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

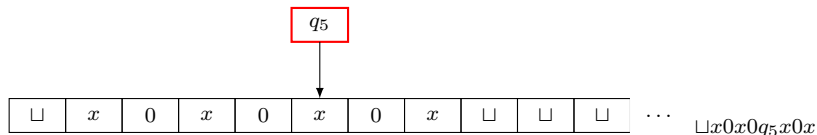
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

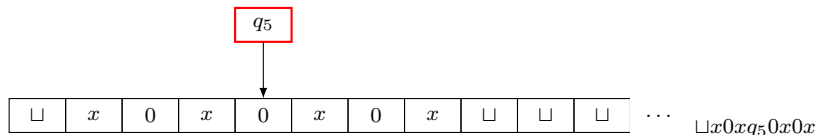
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

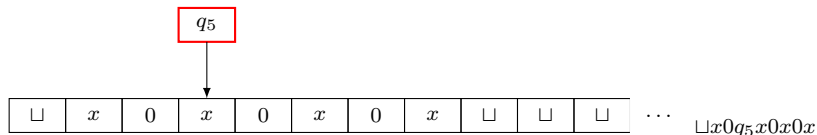
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

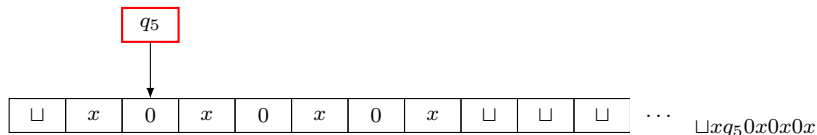
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

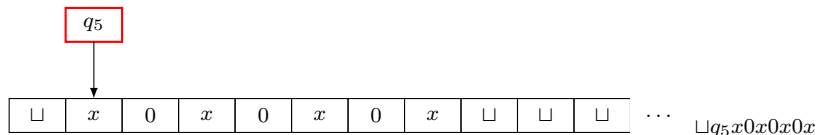
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

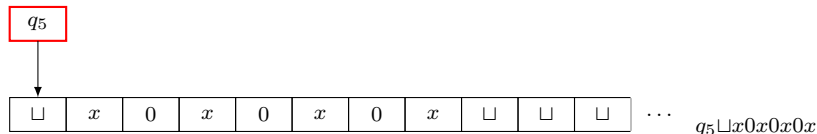
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

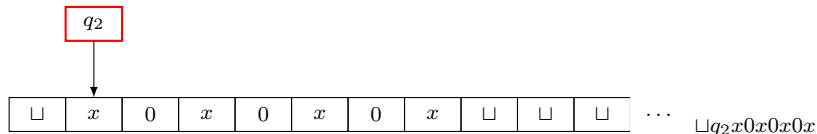
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

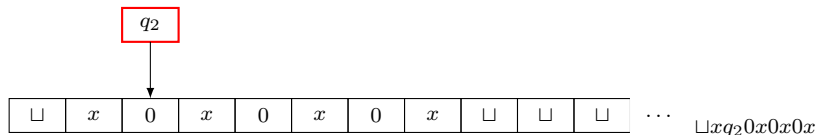
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

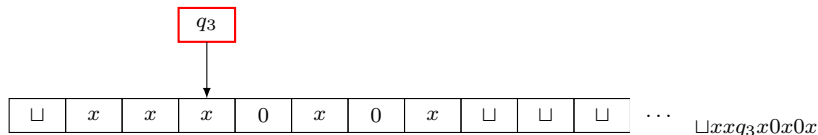
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

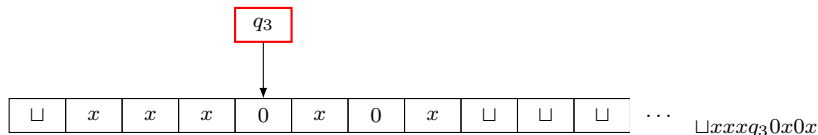
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

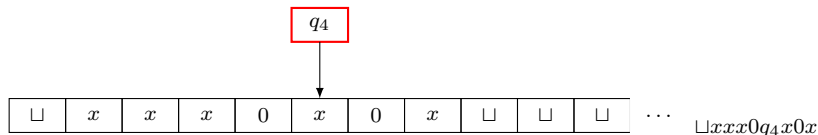
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

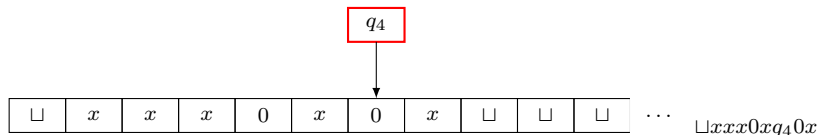
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

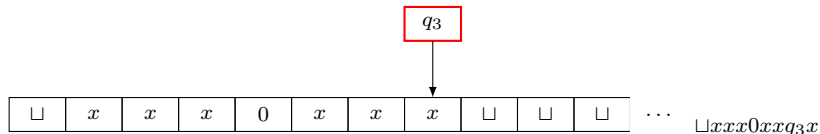
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

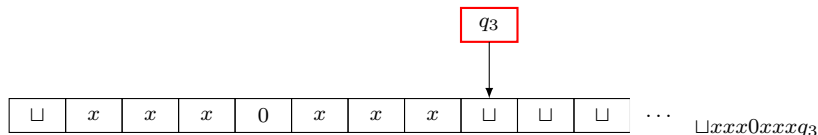
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

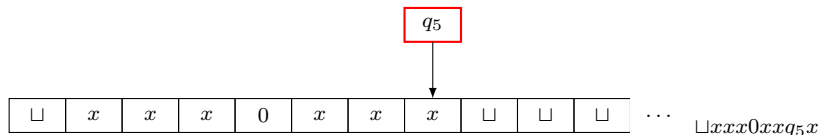
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

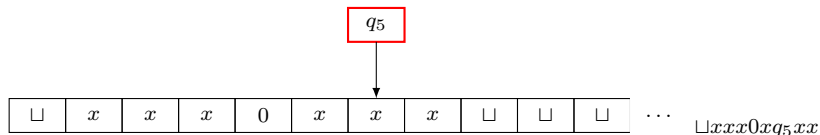
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

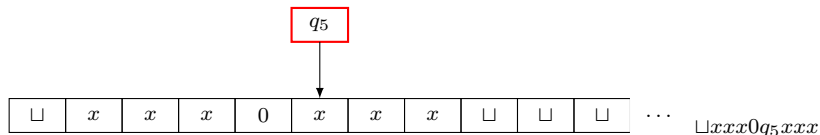
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

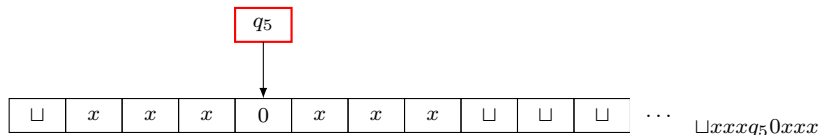
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

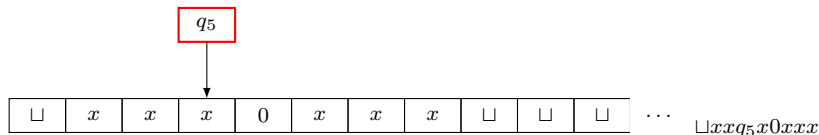
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

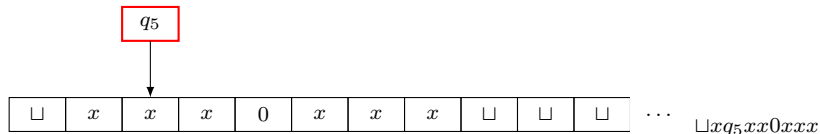
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

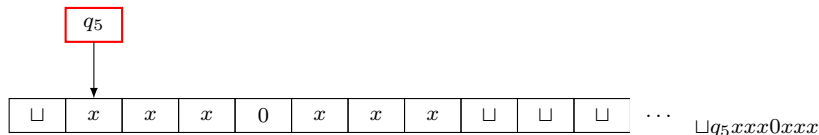
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

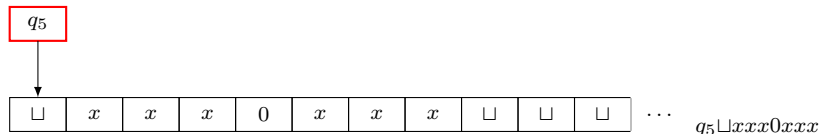
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

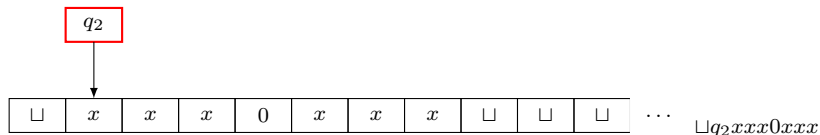
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

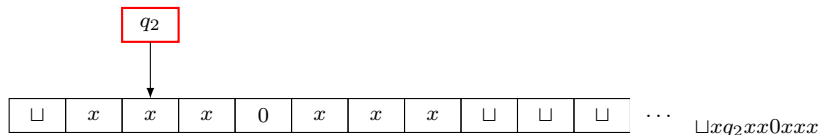
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

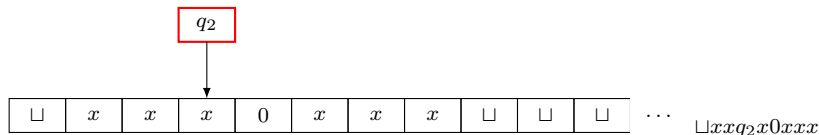
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

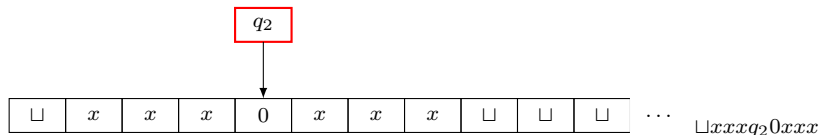
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

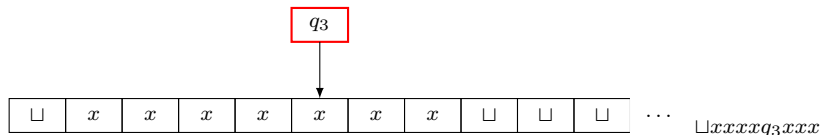
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

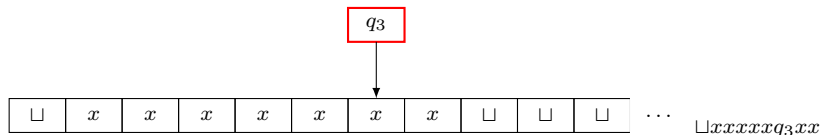
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

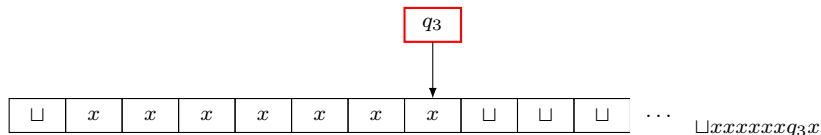
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

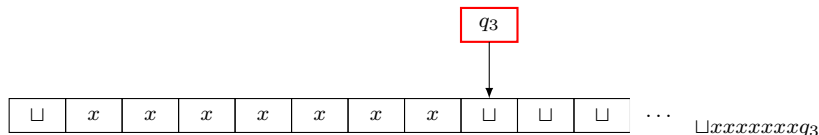
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

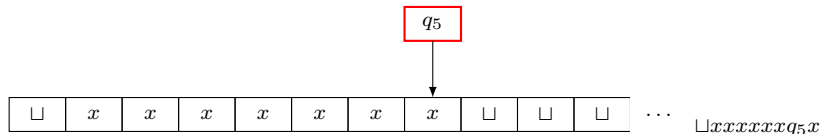
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

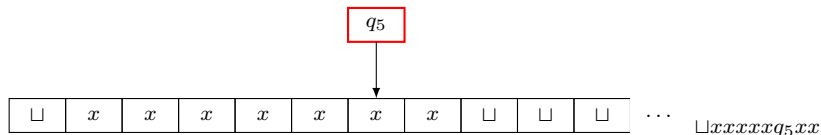
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

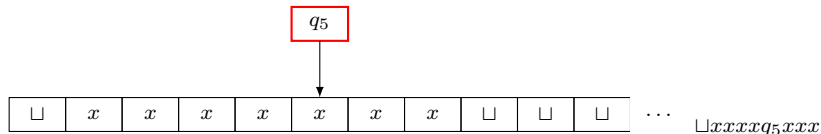
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

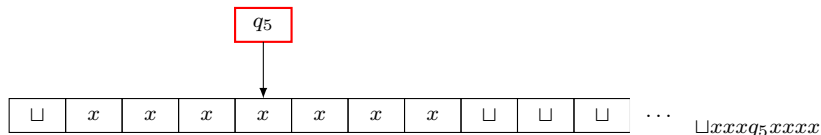
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

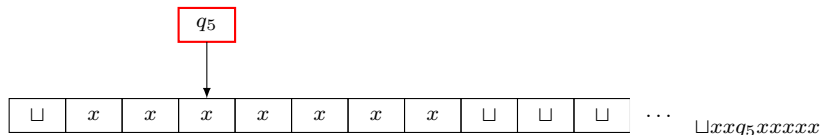
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

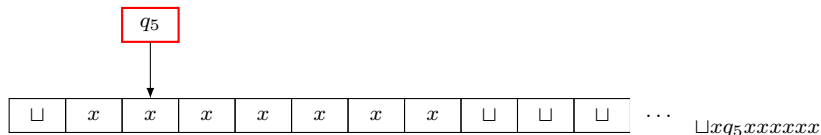
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

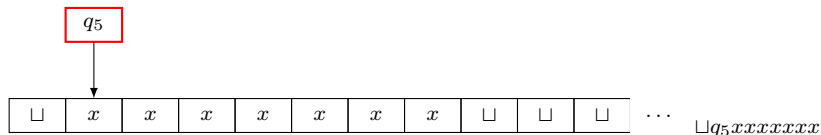
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

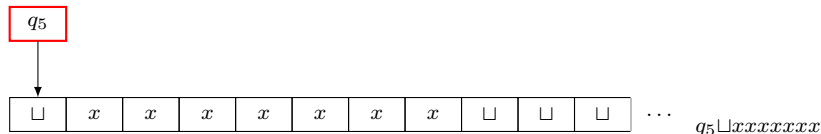
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

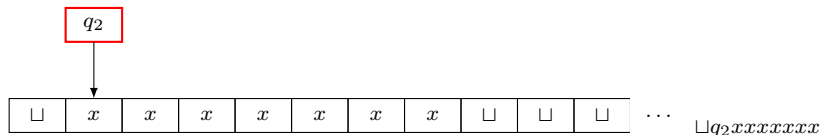
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

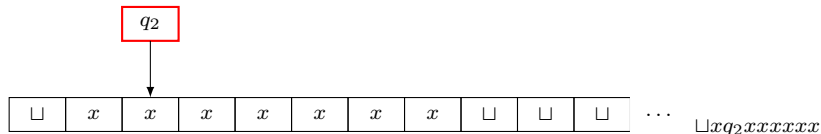
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

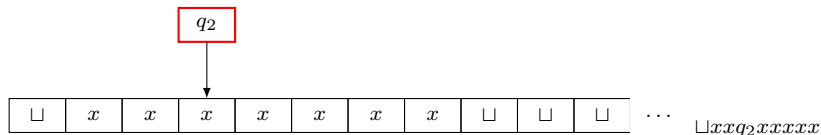
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

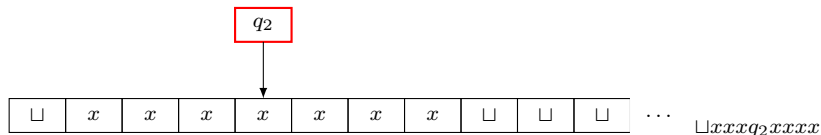
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

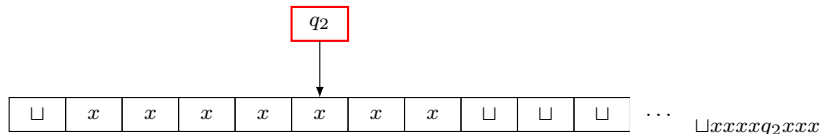
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

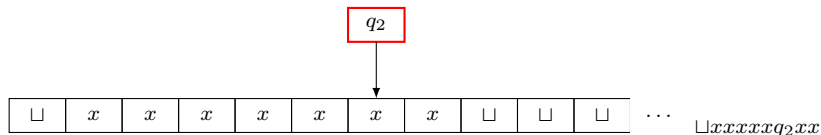
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

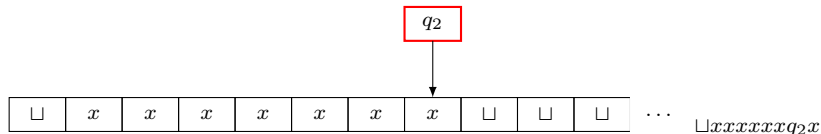
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

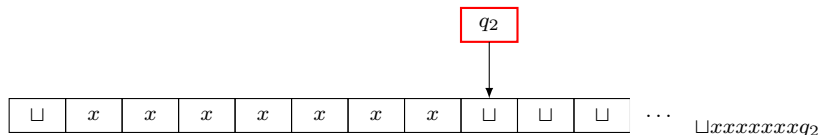
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Idea

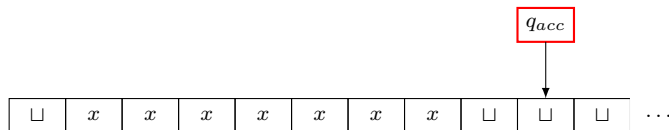
1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

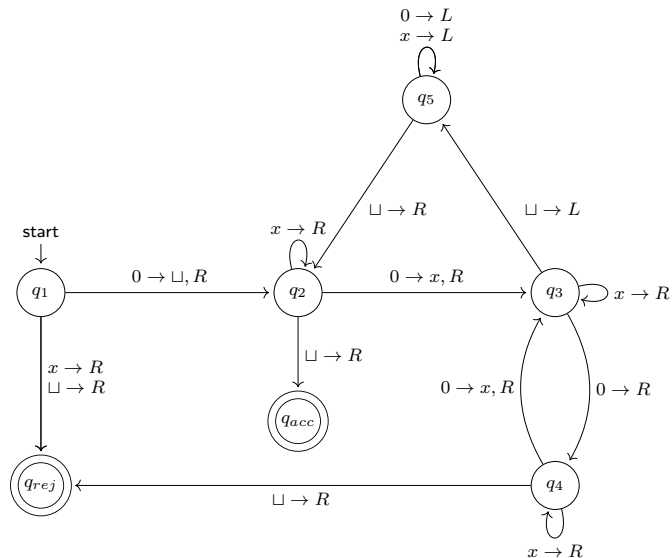
Idea

1. Scorri il nastro da sinistra a destra cancellando uno zero sì e uno no:
 - (a) se si trova solo uno zero, accetta;
 - (b) se si trova un numero dispari > 1 di zeri, rifiuta.
2. Riporta la testina all'inizio del nastro.
3. Torna al passo 1.

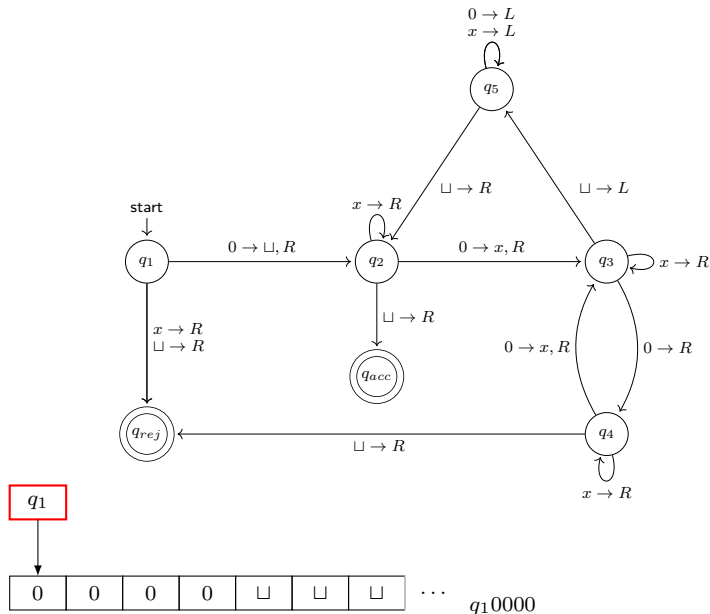


Configurazione finale di accettazione: $\sqcup xxxxxx \sqcup q_{acc}$

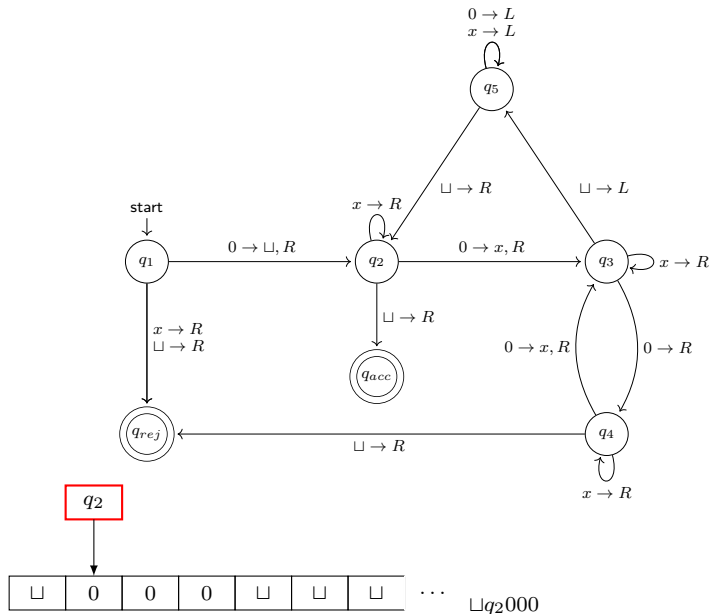
Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$



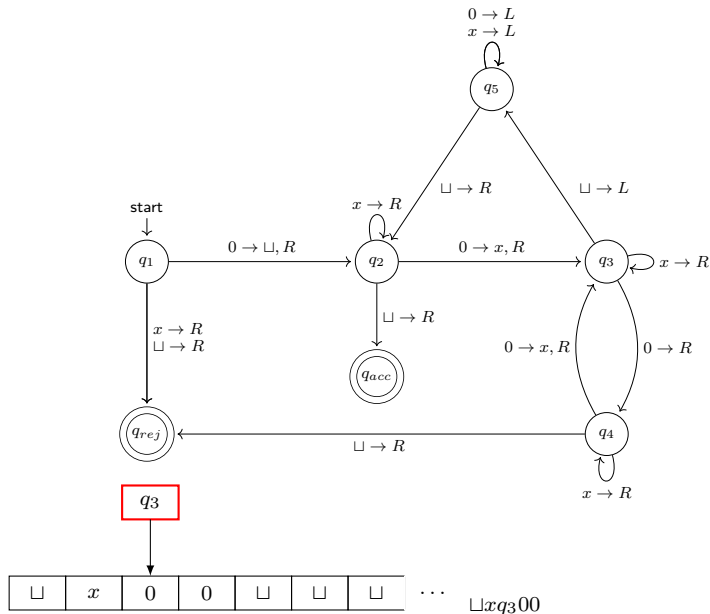
Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$



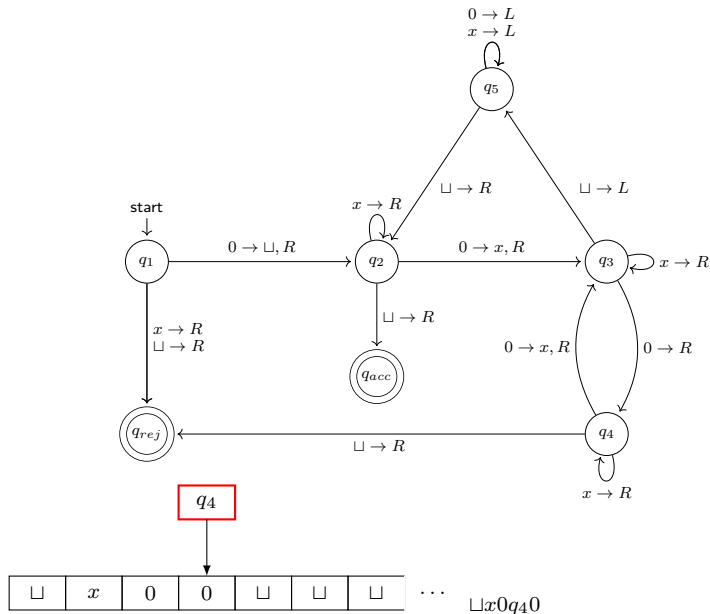
Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$



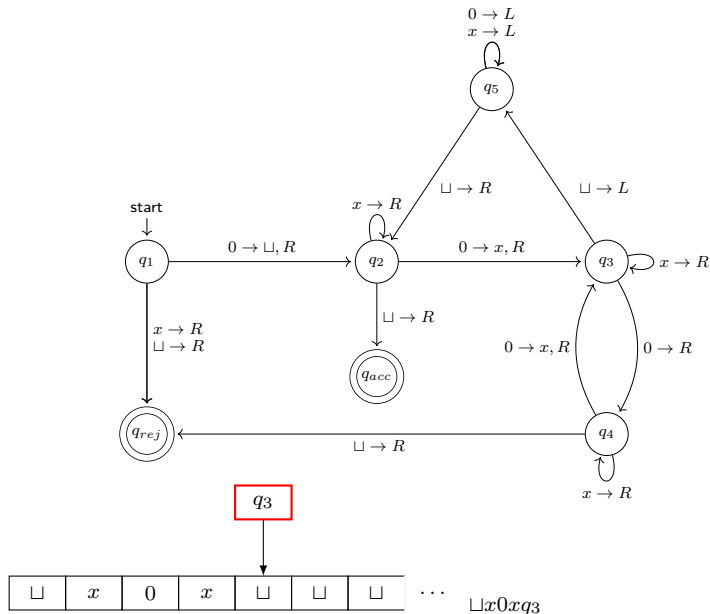
Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$



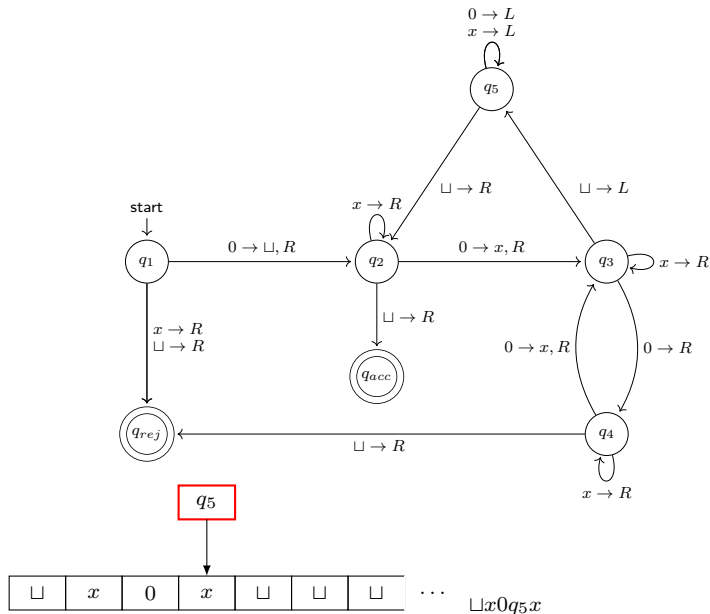
Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$



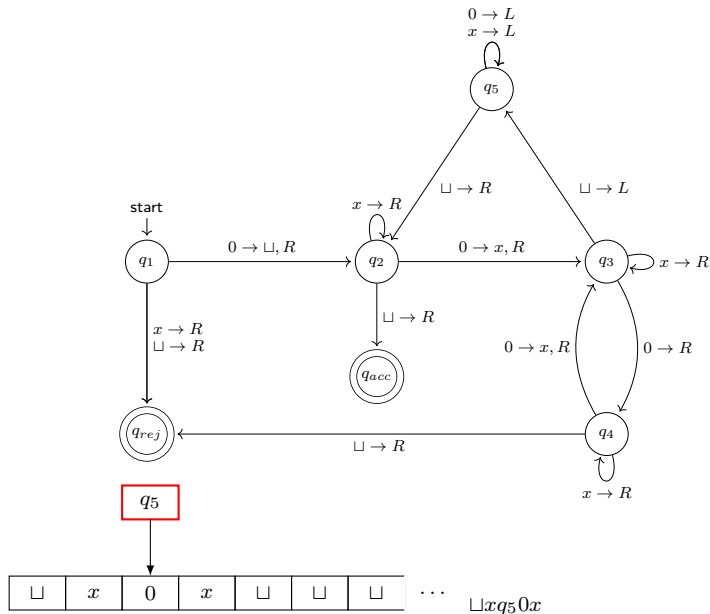
Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$



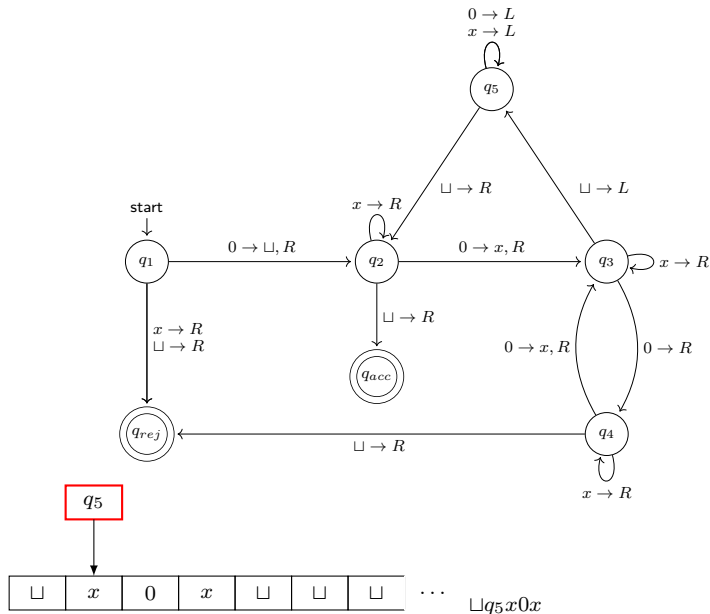
Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$



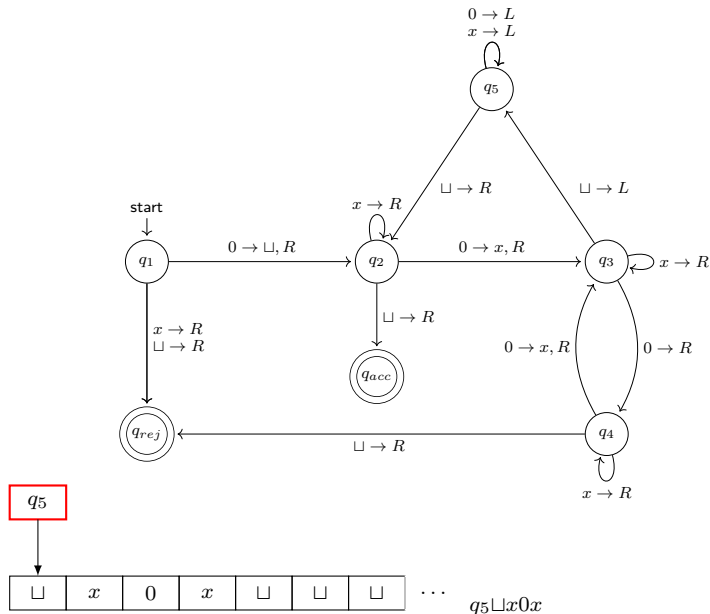
Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$



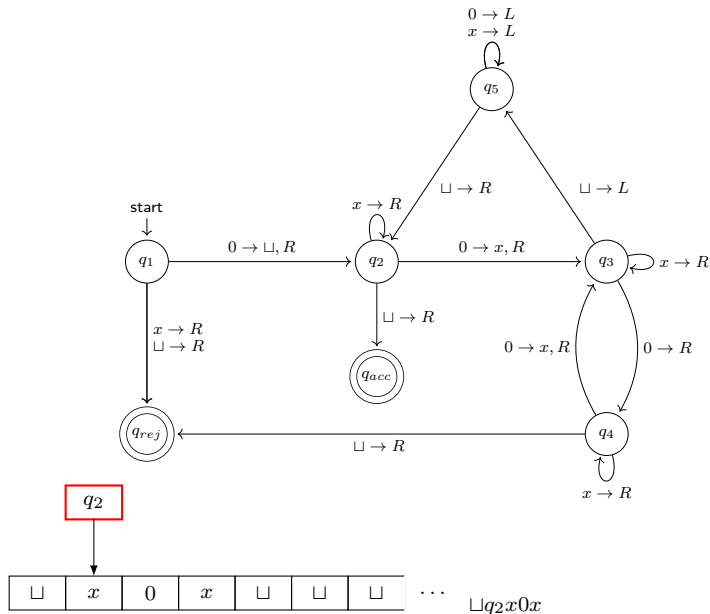
Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$



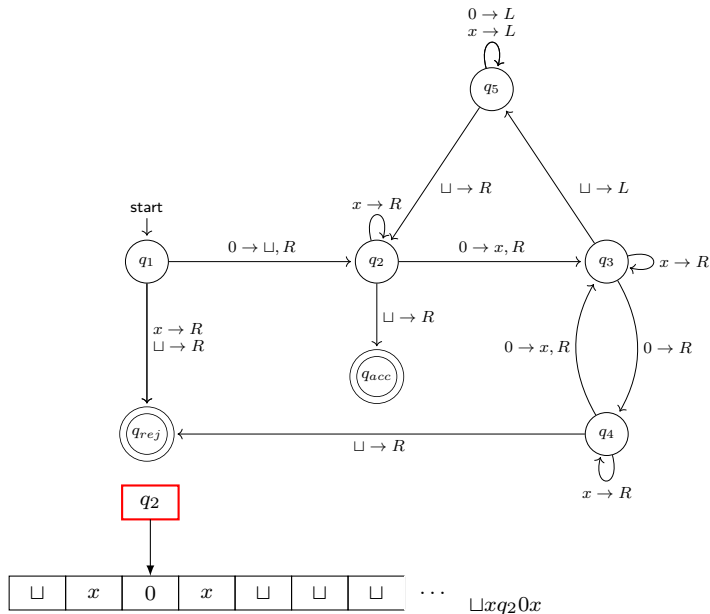
Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$



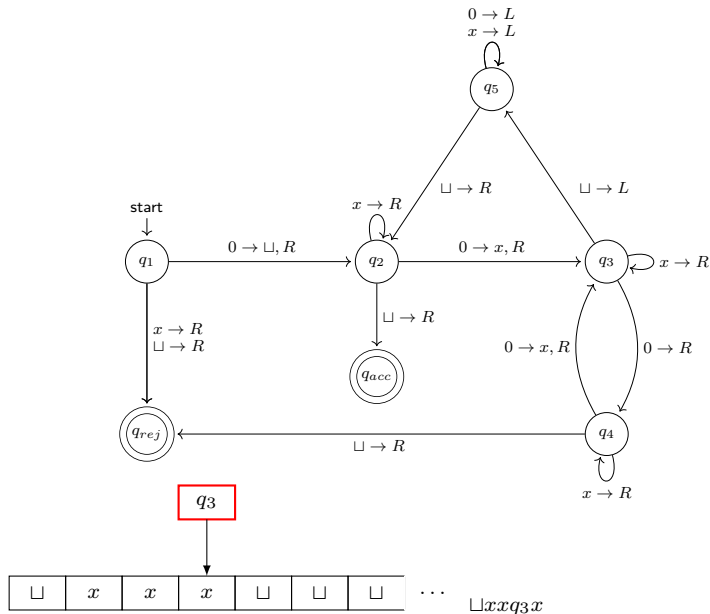
Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$



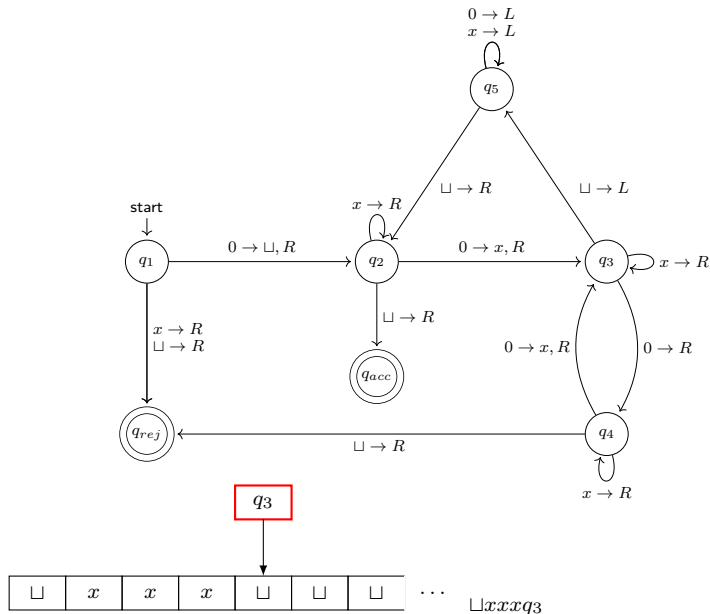
Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$



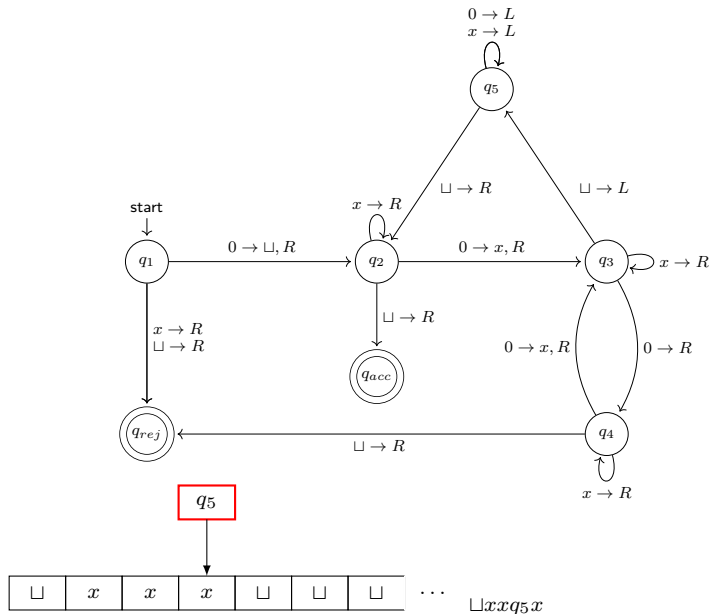
Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$



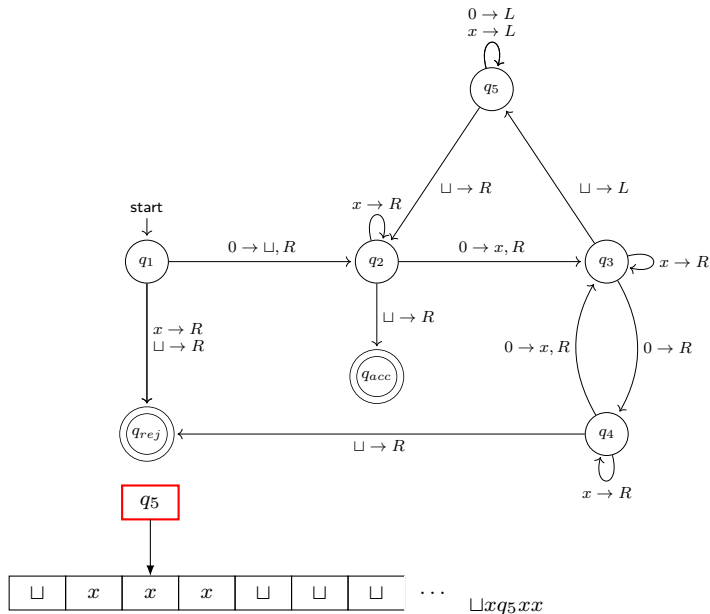
Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$



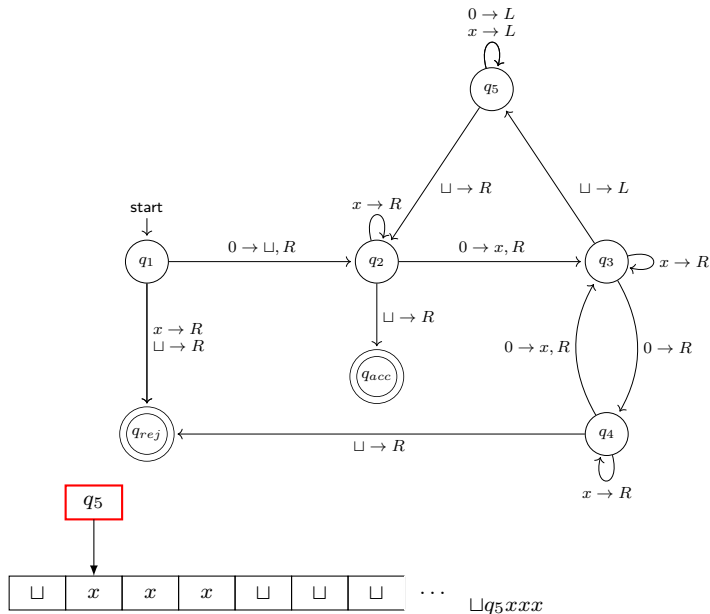
Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$



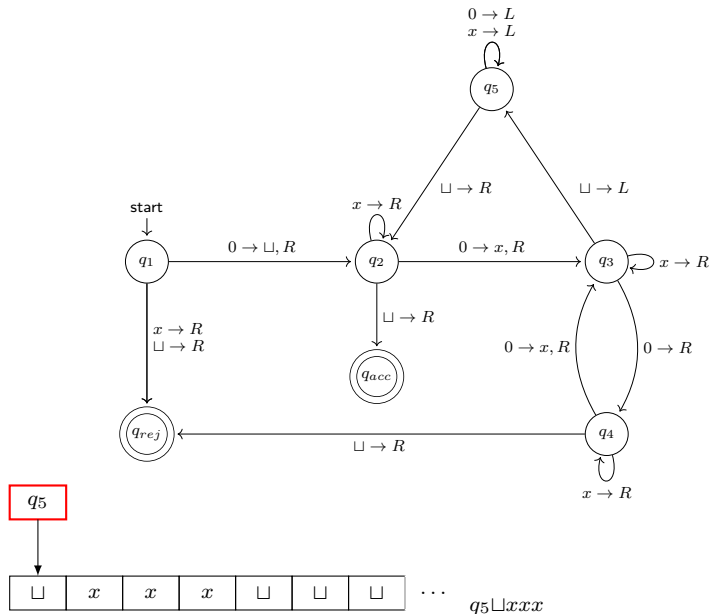
Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$



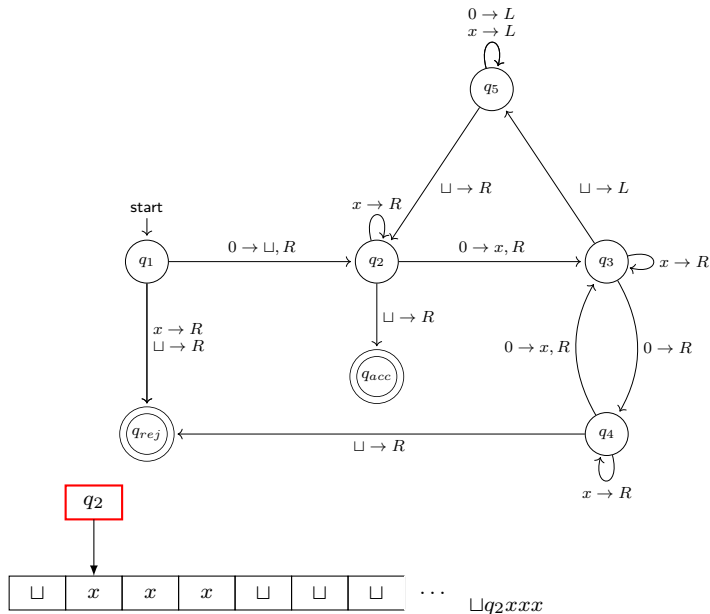
Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$



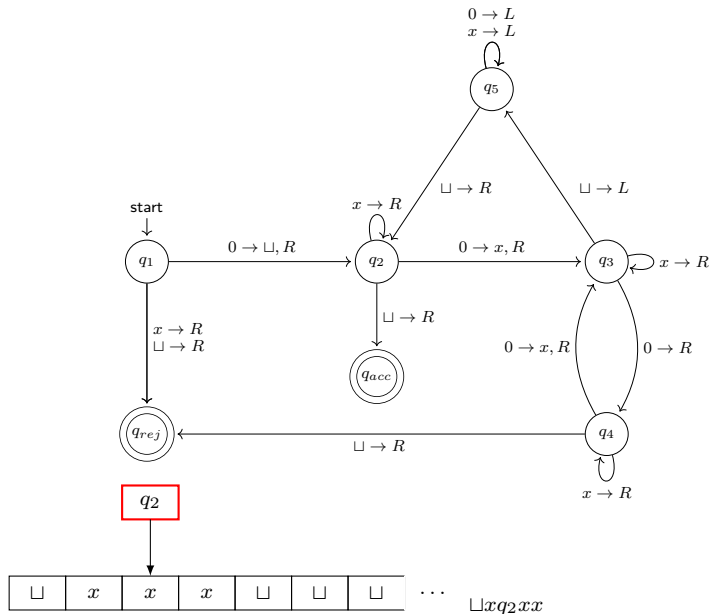
Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$



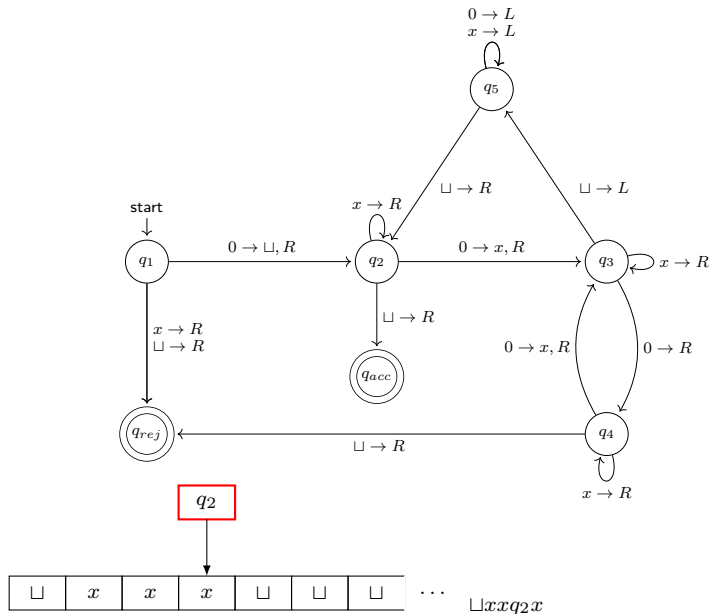
Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$



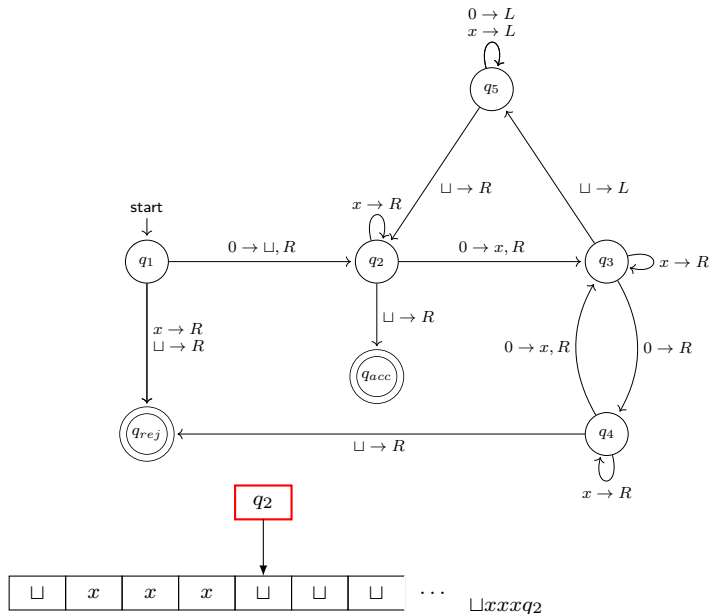
Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$



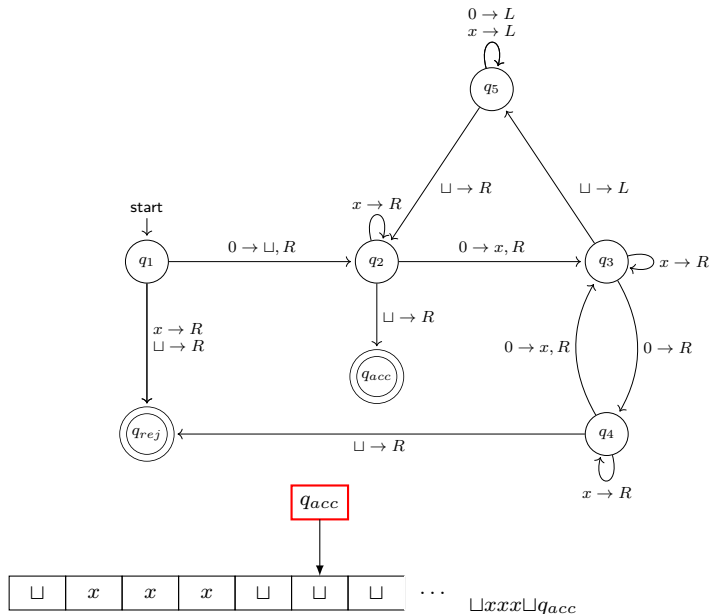
Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$



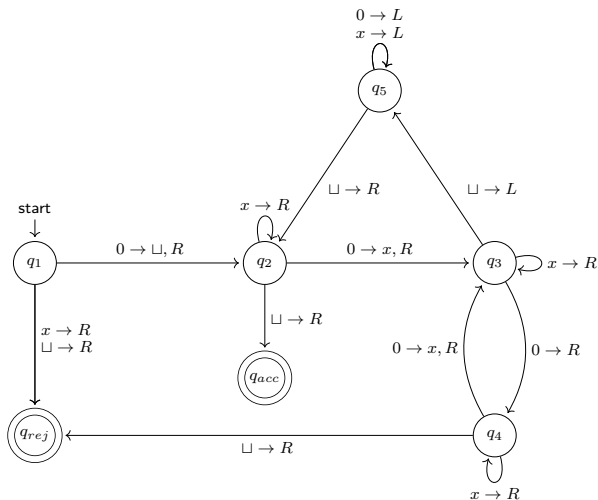
Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$



Esempio: MdT che decide $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$



Esempio



Si indichi la computazione (tutta la sequenza di configurazioni) sull'input 00000:

$q_1 00000 \rightarrow \sqcup q_2 0000 \rightarrow \sqcup x q_3 000 \rightarrow \sqcup x 0 q_4 00 \rightarrow \sqcup x 0 x q_3 0 \rightarrow \sqcup x 0 x 0 q_4 \rightarrow \sqcup x 0 x 0 \sqcup q_{rej}$.

Esempio: MdT che riconosce $\{w\#w \mid w \in \{0,1\}^*\}$

Consideriamo il linguaggio

$$L = \{w\#w \mid w \in \{0,1\}^*\}$$

Idea per una macchina di Turing M che verifichi se una stringa è in L :

- ▶ Leggi il primo carattere.
- ▶ “Memorizzalo” e cancellalo.
- ▶ Cerca $\#$ e guarda il carattere successivo.
- ▶ Se esso è uguale al carattere “memorizzato” allora cancellalo.
- ▶ Ritorna al primo carattere non cancellato.
- ▶ Ripeti fino a considerare tutta la stringa input.

Se durante la computazione si trova qualche simbolo inatteso, allora rifiuta, altrimenti accetta.

Esempio: MdT che riconosce $\{w\#w \mid w \in \{0,1\}^*\}$

Vediamo ora di costruire il diagramma di stato per M .

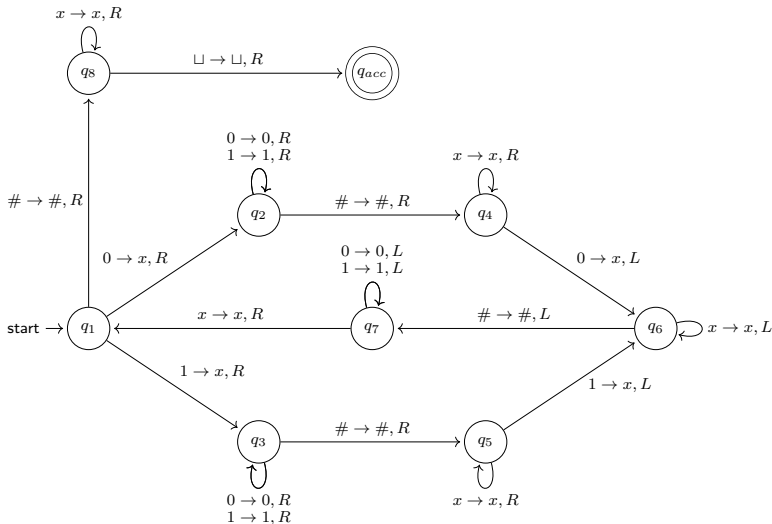
L'alfabeto di lavoro è $\Sigma = \{0, 1, \#\}$.

Mentre l'alfabeto del nastro è $\Gamma = \{0, 1, \#, x, \sqcup\}$.

Nel diagramma, lo stato q_{rej} e tutte le sue transizioni in ingresso sono state omesse.

Ovunque vi sia una transizione mancante, la macchina va in q_{rej} .

Esempio: MdT che riconosce $\{w\#w \mid w \in \{0,1\}^*\}$



Gli stati q_2 e q_4 “memorizzano” il bit 0. Gli stati q_3 e q_5 “memorizzano” il bit 1.