

Nome:

Cognome:

Matricola:

1. Per ognuno dei seguenti punti non rispettati dall'elaborato verrà sottratto un punto al punteggio finale:
  - (a) Scrivere nome, cognome e matricola sia su questo foglio che sui fogli consegnati.
  - (b) Contrassegnare con una crocetta sulla traccia **tutti** e **soli** i punti degli esercizi che sono stati svolti.
  - (c) Ricordarsi di consegnare **sempre** la presente traccia e **solo** i fogli da correggere (niente brutta copia).
2. Dato il seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & x_1 + \frac{1}{2}x_2 \\
 -\frac{1}{2}x_1 - \frac{1}{2}x_2 & \leq -2 \\
 2x_1 - 2x_2 & \leq 8 \\
 \frac{1}{2}x_2 & \geq 1 \\
 -x_1 + x_2 & \leq 4 \\
 x_1 \geq 0, x_2 & \geq 0
 \end{aligned}$$

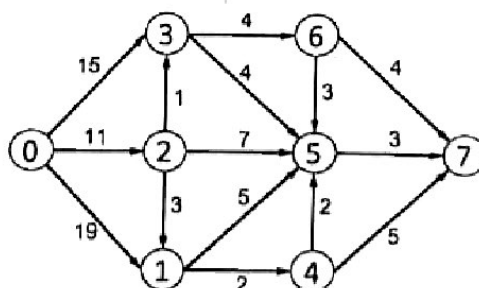
- (a) (3 punti) Risolvere graficamente il problema, individuando il punto di ottimo, se esiste, ed il valore ottimo;
  - (b) (2 punti) Individuare le basi associate ai vertici del poliedro;
  - (c) (3 punti) Individuare le direzioni estreme del poliedro, se esistono;
  - (d) (3 punti) Riformulare il problema tramite il teorema della rappresentazione e risolverlo nuovamente;
  - (e) (2 punti) Indicare una nuova funzione obiettivo affinché il problema abbia un ottimo illimitato.
3. (3 punti) Scrivere il duale del seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{aligned}
 \max z = & -4x_1 - 4x_2 - 4x_3 \\
 -2x_1 + 4x_2 = & 1 \\
 4x_1 - 2x_2 - x_3 \leq & 4 \\
 2x_1 + 4x_2 + 7x_3 \geq & 7 \\
 x_1 \leq 0, x_2 \geq 0, x_3 & n.v.
 \end{aligned}$$

4. Dato il seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{aligned}
 \max z = & x_1 - 2x_2 + 3x_3 \\
 -2x_1 + 4x_2 \leq & 7 \\
 x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq & 5 \\
 -4x_1 + 2x_2 + x_3 \leq & -4 \\
 x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq & 0
 \end{aligned}$$

- (a) (5 punti) individuare la soluzione ottima, se esiste, ed il valore ottimo applicando l'algoritmo del Simplex.
5. Dato il seguente grafo:



- (a) (3 punti) Scrivere il modello matematico del problema dei cammini minimi "uno a tutti" considerando 0 come sorgente;
  - (b) (4 punti) Individuare l'albero dei cammini minimi dal nodo 0 a tutti gli altri nodi mediante un opportuno algoritmo;
  - (c) (3 punti) Riportare il valore della soluzione ottima individuata al punto (b) ed il valore assunto dalle variabili decisionali in questa soluzione ottima.

Nome:

Cognome:

Matricola:

1. Per ognuno dei seguenti punti non rispettati dall'elaborato verrà sottratto un punto al punteggio finale:

- (a) Scrivere nome, cognome e matricola sia su questo foglio che sui fogli consegnati.
- (b) Contrassegnare con una crocetta sulla traccia **tutti e soli** i punti degli esercizi che sono stati svolti.
- (c) Ricordarsi di consegnare **sempre** la presente traccia e **solo** i fogli da correggere (niente brutta copia).

2. Dato il seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2}x_1 + x_2 \\ -2x_1 - 2x_2 & \leq -8 \\ \frac{1}{2}x_1 - \frac{1}{2}x_2 & \leq 2 \\ \frac{1}{2}x_2 & \geq 1 \\ x_1 - x_2 & \geq -4 \\ x_1 \geq 0, x_2 & \geq 0 \end{aligned}$$

- (a) (3 punti) Risolvere graficamente il problema, individuando il punto di ottimo, se esiste, ed il valore ottimo;
- (b) (2 punti) Individuare le basi associate ai vertici del poliedro;
- (c) (3 punti) Individuare le direzioni estreme del poliedro, se esistono;
- (d) (3 punti) Riformulare il problema tramite il teorema della rappresentazione e risolverlo nuovamente;
- (e) (2 punti) Indicare una nuova funzione obiettivo affinché il problema abbia un ottimo illimitato.

3. (3 punti) Scrivere il duale del seguente problema di programmazione lineare:

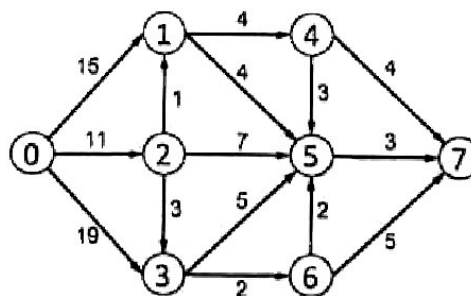
$$\begin{aligned} \max z &= 5x_1 - 5x_2 + 5x_3 \\ -2x_1 + 4x_2 &= 7 \\ 4x_1 - 2x_2 - x_3 &\geq 4 \\ 2x_1 + 4x_2 + 7x_3 &\leq 1 \\ x_1 \leq 0, x_2 \text{ n.v.}, x_3 &\leq 0 \end{aligned}$$

4. Dato il seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{aligned} \max z &= x_1 - 2x_2 + 3x_3 \\ -2x_1 + 4x_2 &\leq 7 \\ -4x_1 + 2x_2 + x_3 &\leq -4 \\ 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 &\leq 10 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

- (a) (5 punti) individuare la soluzione ottima, se esiste, ed il valore ottimo applicando l'algoritmo del Simplex.

5. Dato il seguente grafo:



- (a) (3 punti) Scrivere il modello matematico del problema dei cammini minimi "uno a tutti" considerando 0 come sorgente;
- (b) (4 punti) Individuare l'albero dei cammini minimi dal nodo 0 a tutti gli altri nodi mediante un opportuno algoritmo;
- (c) (3 punti) Riportare il valore della soluzione ottima individuata al punto (b) ed il valore assunto dalle variabili decisionali in questa soluzione ottima.

Nome:

Cognome:

Matricola:

1. Per ognuno dei seguenti punti non rispettati dall'elaborato verrà sottratto un punto al punteggio finale:
  - (a) Scrivere nome, cognome e matricola sia su questo foglio che sui fogli consegnati.
  - (b) Contrassegnare con una crocetta sulla traccia **tutti e soli** i punti degli esercizi che sono stati svolti.
  - (c) Ricordarsi di consegnare **sempre** la presente traccia e **solo** i fogli da correggere (niente brutta copia).
2. Dato il seguente problema di programmazione lineare:

$$\max -2x_1 - 3x_2$$

$$-x_1 - x_2 \leq -4$$

$$x_1 - x_2 \leq 4$$

$$\frac{1}{2}x_1 \geq 1$$

$$-2x_1 + 2x_2 \leq 8$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

- (a) (3 punti) Risolvere graficamente il problema, individuando il punto di ottimo, se esiste, ed il valore ottimo;
  - (b) (2 punti) Individuare le basi associate ai vertici del poliedro;
  - (c) (3 punti) Individuare le direzioni estreme del poliedro, se esistono;
  - (d) (3 punti) Riformulare il problema tramite il teorema della rappresentazione e risolverlo nuovamente;
  - (e) (2 punti) Indicare una nuova funzione obiettivo affinché il problema abbia un ottimo illimitato.
3. (3 punti) Scrivere il duale del seguente problema di programmazione lineare:

$$\max z = -3x_1 + 6x_2 - 3x_3$$

$$-2x_1 + 4x_2 \geq 4$$

$$4x_1 - 2x_2 - x_3 \leq 8$$

$$2x_1 + 4x_2 + 7x_3 = 12$$

$$x_1 \text{ n.v.}, x_2 \geq 0, x_3 \leq 0$$

4. Dato il seguente problema di programmazione lineare:

$$\max z = 2x_1 - 4x_2 + 6x_3$$

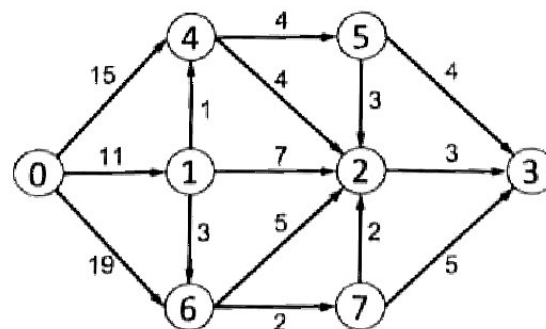
$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 5$$

$$-4x_1 + 2x_2 + x_3 \leq -4$$

$$-2x_1 + 4x_2 \leq 7$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

- (a) (5 punti) individuare la soluzione ottima, se esiste, ed il valore ottimo applicando l'algoritmo del Simplex.
5. Dato il seguente grafo:



- (a) (3 punti) Scrivere il modello matematico del problema dei cammini minimi "uno a tutti" considerando 0 come sorgente;
- (b) (4 punti) Individuare l'albero dei cammini minimi dal nodo 0 a tutti gli altri nodi mediante un opportuno algoritmo;
- (c) (3 punti) Riportare il valore della soluzione ottima individuata al punto (b) ed il valore assunto dalle variabili decisionali in questa soluzione ottima.

Nome:

Cognome:

Matricola:

1. Per ognuno dei seguenti punti non rispettati dall'elaborato verrà sottratto un punto al punteggio finale:
- (a) Scrivere nome, cognome e matricola sia su questo foglio che sui fogli consegnati.
  - (b) Contrassegnare con una crocetta sulla traccia **tutti e soli** i punti degli esercizi che sono stati svolti.
  - (c) Ricordarsi di consegnare **sempre** la presente traccia e **solo** i fogli da correggere (niente brutta copia).
2. Dato il seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{aligned} \max \quad & -3x_1 + 2x_2 \\ \text{s.t.} \quad & -\frac{1}{2}x_1 - \frac{1}{2}x_2 \leq -2 \\ & \frac{1}{2}x_1 - \frac{1}{2}x_2 \leq 2 \\ & -\frac{1}{2}x_1 \leq -1 \\ & -\frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{2}x_2 \leq 2 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

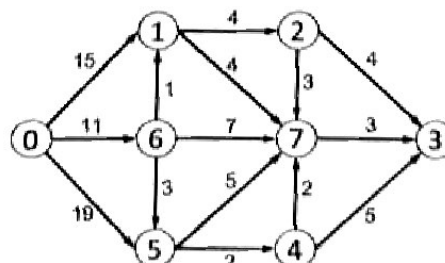
- (a) (3 punti) Risolvere graficamente il problema, individuando il punto di ottimo, se esiste, ed il valore ottimo;
  - (b) (2 punti) Individuare le basi associate ai vertici del poliedro;
  - (c) (3 punti) Individuare le direzioni estreme del poliedro, se esistono;
  - (d) (3 punti) Riformulare il problema tramite il teorema della rappresentazione e risolverlo nuovamente;
  - (e) (2 punti) Indicare una nuova funzione obiettivo affinché il problema abbia un ottimo illimitato.
3. (3 punti) Scrivere il duale del seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{aligned} \max z = \quad & -6x_1 + 3x_2 - 6x_3 \\ \text{s.t.} \quad & -2x_1 + 4x_2 \geq 2 \\ & 4x_1 - 2x_2 - x_3 = 4 \\ & 2x_1 + 4x_2 + 7x_3 \leq 9 \\ & x_1 \text{ n.v.}, x_2 \leq 0, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

4. Dato il seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{aligned} \max z = \quad & 2x_1 - 4x_2 + 6x_3 \\ \text{s.t.} \quad & -4x_1 + 2x_2 + x_3 \leq -4 \\ & 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 \leq 10 \\ & -2x_1 + 4x_2 \leq 7 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

- (a) (5 punti) individuare la soluzione ottima, se esiste, ed il valore ottimo applicando l'algoritmo del Simplex.
5. Dato il seguente grafo:



- (a) (3 punti) Scrivere il modello matematico del problema dei cammini minimi "uno a tutti" considerando 0 come sorgente;
- (b) (4 punti) Individuare l'albero dei cammini minimi dal nodo 0 a tutti gli altri nodi mediante un opportuno algoritmo;
- (c) (3 punti) Riportare il valore della soluzione ottima individuata al punto (b) ed il valore assunto dalle variabili decisionali in questa soluzione ottima.