

ESERCIZIO 1 { ESERCIZIO 6, TRACCIA ROSSA - 15/09/19 }

Si descriva perché un problema di decisione può essere visto come un problema di riconoscimento di linguaggi.

I problemi di decisione sono problemi che hanno come soluzione una risposta sì o no.

I problemi di decisione possono essere rappresentati (o codificati) mediante linguaggi. Ogni istanza x di un problema P viene codificata tramite una stringa $\langle x \rangle$ su un alfabeto Σ , dove

$\langle x \rangle$ denota una "ragionevole" codifica di x mediante una stringa su Σ .

Risolvere un problema di decisione equivale a decidere il linguaggio che lo codifica.

In questo modo, esprimiamo un problema computazionale come un problema di riconoscimento di un linguaggio (che rappresenta l'insieme delle codifiche di istanza sì per un problema).

Dato il problema MCD

INPUT: tupla (x, y, z) di interi positivi

DOMANDA: risulta z pari al massimo comun divisore di x e y ?

Definire il linguaggio L_{MCD} corrispondente, spiegandone la corrispondenza.

$$L_{MCD} = \{ \langle x, y, z \rangle \mid x, y, z \in \mathbb{N}^+ \text{ e } z = \text{MCD}(x, y) \}$$

Il linguaggio L_{MCD} è l'insieme delle stringhe $\langle x, y, z \rangle$ che sono codifiche delle tuple (x, y, z) per cui $z = \text{MCD}(x, y)$. Quindi, il linguaggio L_{MCD} è l'insieme delle codifiche di istanza sì per il problema MCD.

→ Quale stringa rappresenta $x = 8, y = 34, z = 4$?

$$\langle x \rangle = \langle 8 \rangle = 1000$$

$$\langle y \rangle = \langle 34 \rangle = 100010 \quad \langle (8, 34, 4) \rangle = (1000, 100010, 100)$$

$$\langle z \rangle = \langle 4 \rangle = 100$$

→ $\langle (10, 35, 5) \rangle \in L_{MCD}$? Sì, poiché $\text{MCD}(10, 35) = 5$

→ $\langle (1010, 101, 101) \rangle \in L_{MCD}$? Tale stringa è la codifica di $\langle (10, 5, 5) \rangle$.

La risposta è sì poiché $\text{MCD}(10, 5) = 5$.

→ $\langle (10, 20, 2) \rangle \in L_{MCD}$? No, poiché $\text{MCD}(10, 20) = 10 \neq 2$.

→ $\langle (1100, 10100, 10) \rangle \in L_{MCD}$? No, poiché $\text{MCD}(1100, 10100) \neq 10$.

NB se abbiamo già codificato la stringa in binario, non servono le $\langle \rangle$.