Elementi di teoria della Computazione (Prof.ssa De Felice) Anno Acc. 2017-2018
Prova scritta - 30 ottobre 2018

Nome e Cognome, email: Matricola: **Firma**:

Spazio riservato alla correzione: non scrivere in questa tabella.

1	2	3	4	5	6	**Tot.**	7
							SI NO

Leggere le tracce con attenzione!
La domanda n.7 non concorre al raggiungimento della sufficienza, ma solo alla determinazione del voto finale.
È vietato copiare, collaborare o comunicare con altri studenti. È vietato l'utilizzo di libri, appunti o lucidi.

I risultati della prova scritta e le informazioni per la conclusione dell'esame saranno pubblicati sulla piattaforma e-learning.

1. *(15 punti)*

   Siano
   $$X = \{w \in \{a,b\}^* \mid w \text{ inizia per } a\}, \quad Y = \{w \in \{a,b\}^* \mid w \text{ ha lunghezza pari}\}.$$

   - Definire un automa finito **deterministico** che riconosce X e un automa finito **deterministico** che riconosce Y.
   - Usando la procedura descritta sul libro di testo, definire un automa finito **non deterministico** che riconosce il prodotto $X \circ Y$. Automi non ottenuti attraverso tale procedura non saranno valutati.

2. *(15 punti)*

   Si consideri la seguente MdT $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_{accept}, q_{reject})$, dove $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_{accept}, q_{reject}),$ $\Sigma = \{a, b\}$, $\Gamma = \{a, b, \sqcup\}$ e la funzione $\delta : (Q \setminus \{q_{accept}, q_{reject}\}) \times \Gamma \to Q \times \Gamma \times \{L, R\}$ è definita come segue

   $$\begin{aligned}
   \delta(q_0, a) &= (q_1, a, R), \quad \delta(q_0, b) = (q_2, b, R), \quad \delta(q_0, \sqcup) = (q_{reject}, \sqcup, R),\\
   \delta(q_1, a) &= (q_1, a, R), \quad \delta(q_1, b) = (q_1, a, R), \quad \delta(q_1, \sqcup) = (q_{accept}, \sqcup, R),\\
   \delta(q_2, a) &= (q_{reject}, b, R), \quad \delta(q_2, b) = (q_2, b, R), \quad \delta(q_2, \sqcup) = (q_{accept}, \sqcup, R)
   \end{aligned}$$

   (1) Descrivere il diagramma di stato di M.

   (2) Scrivere la computazione di M, dalla configurazione iniziale a una configurazione di arresto, sull'input w per
   $$w = \epsilon, \quad w = aba, \quad w = ba.$$
   Occorre specificare tutti i passi della computazione e tutte le configurazioni intermedie che intervengono nella computazione.

3. *(15 punti)*

   Data la seguente formula booleana
   $$\Phi = (x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3})$$
   definire il grafo G e l'intero k tali che $\langle G, k\rangle$ sia l'immagine di $\langle \Phi \rangle$ nella riduzione polinomiale di 3-SAT a $CLIQUE$.

4. *(15 punti)*

   (1) *(3 punti)*
   Fornire la definizione ricorsiva di espressione regolare, indicando con chiarezza il linguaggio associato.

   (2) *(12 punti)*
   Si consideri l'automa finito non deterministico $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, dove $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $F = \{q_1\}$ e δ è definita dalla seguente tabella

	a	b	ϵ
q_0	$\{q_1\}$	$\{q_2\}$	$\emptyset$
q_1	$\emptyset$	$\{q_0, q_1\}$	$\emptyset$
q_2	$\{q_0, q_2\}$	$\emptyset$	$\emptyset$

   Definire un'espressione regolare E che denoti il linguaggio riconosciuto da $\mathcal{A}$, cioè tale che $L(E) = L(\mathcal{A})$.

5. *(15 punti)*

   (a) *(3 punti)*
   Fornire le definizioni di linguaggio Turing- riconoscibile e di linguaggio decidibile.

   (b) *(12 punti)*
   Dimostrare che se X è un linguaggio Turing-riconoscibile e $X \leq_m \overline{X}$, cioè X si riduce mediante funzione al suo complemento, allora X è decidibile. Occorre enunciare con precisione eventuali risultati intermedi utilizzati.

6. *(15 punti)*

   (a) *(3 punti)*
   Fornire la definizione di riduzione polinomiale da un linguaggio X a un linguaggio Y.

   (b) *(12 punti)*
   Definire una riduzione polinomiale da $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ a $SUBSET\text{-}SUM$.

7. Sia Σ un alfabeto. Si considerino i seguenti linguaggi:

   $$TOTAL = \{\langle M \rangle \mid M \text{ è un decider}\},$$

   $$ALL_{TM} = \{\langle M \rangle \mid M \text{ è una macchina di Turing ed } L(M) = \Sigma^*\}.$$

   Provare formalmente e con precisione che $TOTAL \leq_m ALL_{TM}$.