

Lezioni di Ricerca Operativa

Università degli Studi di Salerno

Lezione n° 12

Algoritmo del Simplexso:

- Metodo delle 2 Fasi
- Metodo del Big-M
- Esempi

R. Cerulli — F. Carrabs

Individuazione di una base di partenza per il semplice

Dato il seguente problema di PL in forma standard:

$$\min z = \underline{c}^T \underline{x}$$

$$A\underline{x} = \underline{b}$$

$$\underline{x} \geq \underline{0}$$

dove A è una matrice $m \times n$, con $m < n$, a rango pieno e $\underline{b} \geq \underline{0}$, supponiamo di voler utilizzare il metodo del semplice per risolvere il problema.

Occorre individuare una sottomatrice di A che sia una base di \mathbb{R}^m

Individuazione di una base di partenza per il semplice

Se tra le colonne di A non è presente la **matrice identità**, l'individuazione di una sottomatrice quadrata $m \times m$ di A , con determinante diverso da zero, può essere un'operazione costosa.

Il problema viene risolto modificando **artificialmente** il sistema dei vincoli come segue:

$$\begin{array}{ccc} \underline{Ax} = \underline{b} & \longrightarrow & \underline{Ax} + \underline{Iy} = \underline{b} \\ \underline{x} \geq \underline{0} & & \underline{x} \geq \underline{0}, \underline{y} \geq \underline{0} \end{array}$$

Si aggiunge una variabile **artificiale** y_i ad ogni vincolo del sistema affinché nel nuovo sistema sia presente una matrice identità (associata alle variabili \underline{y}).

Individuazione di una base di partenza per il simplesso

Lemma

Data una soluzione ammissibile $(\underline{x}', \underline{y}')$ del poliedro $X' = \{A\underline{x} + I\underline{y} = \underline{b}, \underline{x} \geq \underline{0}, \underline{y} \geq \underline{0}\}$, il vettore \underline{x}' sarà soluzione ammissibile del poliedro $X = \{A\underline{x} = \underline{b}, \underline{x} \geq \underline{0}\}$ se e solo se $\underline{y}' = \underline{0}$.

DIM.

\Rightarrow

Poiché per ipotesi \underline{x}' e $(\underline{x}', \underline{y}')$ sono soluzioni ammissibili dei rispettivi poliedri, si ha che:

$$A\underline{x}' = \underline{b} \quad \text{e} \quad A\underline{x}' + I\underline{y}' = \underline{b}$$

Sostituendo $A\underline{x}'$ con \underline{b} nella seconda equazione otteniamo:

$$\underline{b} + I\underline{y}' = \underline{b} \quad \Rightarrow \quad \underline{y}' = \underline{0}$$

\Leftarrow

Poiché $(\underline{x}', \underline{y}')$ è una soluzione ammissibile di X' e $\underline{y}' = \underline{0}$ si ha che $\underline{x}' \geq \underline{0}$ e:

$$A\underline{x}' + I\underline{0} = \underline{b} \quad \Rightarrow \quad A\underline{x}' = \underline{b} \quad \blacksquare$$

Metodo Delle Due Fasi

Per ottenere la soluzione $(\underline{x}', \underline{0})$ (se esiste) risolviamo il seguente problema di PL a cui ci riferiremo come **problema di PL della 1° fase**.

$$\min g = \sum_{i=1}^m y_i$$

$$A\underline{x} + I\underline{y} = \underline{b}$$

$$\underline{x} \geq \underline{0}, \underline{y} \geq \underline{0}$$

Per risolvere il nuovo problema possiamo utilizzare il simplesso a partire dalla matrice identità generata dalle colonne associate alle variabili artificiali \underline{y} .

Quindi all'inizio della procedura tutte le variabili artificiali \underline{y} sono in base mentre tutte le variabili \underline{x} del problema originale sono fuori base.

Metodo Delle Due Fasi

Alla fine della prima fase possono verificarsi due casi:

1) $g^* > 0 \Rightarrow A\underline{x} = \underline{b}$ **non ammette soluzione.**

Il problema di partenza è inammissibile e non si passa alla seconda fase.

2) $g^* = 0 \Rightarrow A\underline{x} = \underline{b}$ **ammette soluzione.**

Si passa alla seconda fase risolvendo il problema iniziale utilizzando la base ottima della prima fase come base di partenza per il simplesso.

Metodo Delle Due Fasi

$$\min g = \sum_{i=1}^m y_i$$

$$A\underline{x} + I\underline{y} = \underline{b}$$

$$\underline{x} \geq \underline{0}, \underline{y} \geq \underline{0}$$

- *Perché il problema di PL della prima fase ammette sempre una soluzione ammissibile?*
- *Perché il problema di PL della prima fase non avrà mai un ottimo illimitato?*
- *Se al termine della prima fase $g^* = 0$, quale sarà stato il minimo numero di iterazioni necessarie al simplesso per azzerare le variabili artificiali? (è sempre necessario aggiungere m variabili artificiali al sistema di partenza?)*

Metodo Delle Due Fasi: Esempio

$$\min z = -x_1 - 2x_2$$

$$x_1 + x_2 \geq 1$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 4$$

$$\underline{x} \geq \underline{0}$$



Forma standard

$$\min z = -x_1 - 2x_2$$

$$x_1 + x_2 - x_3 = 1$$

$$x_1 + 2x_2 + x_4 = 4$$

$$\underline{x} \geq \underline{0}$$

Problema della
prima fase



$$\min g = x_5^a$$

$$x_1 + x_2 - x_3 + x_5^a = 1$$

$$x_1 + 2x_2 + x_4 = 4$$

$$\underline{x} \geq \underline{0}, x_5^a \geq 0$$

D'ora in poi indicheremo le variabili artificiali con l'apice a per poterle distinguere dalle variabili del problema di partenza.


Metodo Delle Due Fasi: 1° fase

$$\min g = x_5^a$$

$$x_1 + x_2 - x_3 + x_5^a = 1$$

$$x_1 + 2x_2 + x_4 = 4$$

$$\underline{x} \geq \underline{0}, x_5^a \geq 0$$

$$A = \begin{array}{ccccc} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5^a \\ \left[\begin{array}{ccccc} 1 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right] \end{array}$$


$$B = \{5, 4\}$$

$$N = \{1, 2, 3\}$$

Matrice Identità
(Base Iniziale)

Metodo Delle Due Fasi: 1° fase

$$A_B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \underline{x}_B = A_B^{-1} \underline{b} \Rightarrow \underline{x}_B = I \underline{b} \Rightarrow \underline{x}_B = \underline{b}$$

$$\begin{bmatrix} x_5^a \\ x_4 \end{bmatrix} = A_B^{-1} \underline{b} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} \quad \longrightarrow \quad x_5^a = 1, \quad x_4 = 4$$

Test di Ottimalità: calcolo di $z_j - c_j$ per $j \in N = \{1, 2, 3\}$

$$z_1 - c_1 = [1 \ 0] I \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} - 0 = 1$$

$$z_2 - c_2 = [1 \ 0] I \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} - 0 = 1$$

$$z_3 - c_3 = [1 \ 0] I \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} - 0 = -1$$

Metodo Delle Due Fasi: 1° fase

x_2 entra in base Quale variabile esce dalla base?

Test dei minimi rapporti:

$$\begin{bmatrix} x_5^a \\ x_4 \end{bmatrix} = \bar{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} \qquad \underline{y}_2 = A_B^{-1} \underline{a}_2 = I \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$x_2 = \min_{1 \leq i \leq m} \left\{ \frac{\bar{b}_i}{y_{ik}} : y_{ik} > 0 \right\} = \min_{1 \leq i \leq m} \left\{ \frac{1}{1}, \frac{4}{2} \right\} = 1 = \frac{\bar{b}_1}{y_{1k}}$$

x_5^a esce dalla base; x_2 entra in base con valore 1

Nuova base: $B = \{2, 4\}$ $N = \{1, 3, 5\}$

Metodo Delle Due Fasi: 1° fase

$$A_B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad A_B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ x_4 \end{bmatrix} = A_B^{-1} \underline{b} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Test di Ottimalità: calcolo di $z_j - c_j$ per $j \in N = \{1, 3, 5\}$

$$z_1 - c_1 = [0 \ 0] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} - 0 = 0$$

$$z_3 - c_3 = [0 \ 0] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} - 0 = 0$$

Soluzione ottima

$$z_5 - c_5 = [0 \ 0] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} - 1 = -1$$

Metodo Delle Due Fasi: 1° fase

Soluzione Ottima della Prima fase

$$g^* = \underline{c}_B^T A_B^{-1} \underline{b}$$

$$g^* = [0 \ 0] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} = 0 \quad \longrightarrow$$

Si può passare alla seconda fase

Si risolve il problema iniziale utilizzando come base di partenza:

$$B = \{2,4\} \quad N = \{1,3,5\}$$

$$\min z = -x_1 - 2x_2$$

$$x_1 + x_2 - x_3 = 1$$

$$x_1 + 2x_2 + x_4 = 4$$

$$\underline{x} \geq \underline{0}$$

Metodo Delle Due Fasi: 2° fase

$$A_B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad A_B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ x_4 \end{bmatrix} = A_B^{-1} \underline{b} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Test di Ottimalità: calcolo di $z_j - c_j$ per $j \in N = \{1, 3\}$

$$z_1 - c_1 = [-2 \ 0] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} - (-1) = -1$$

$$z_3 - c_3 = [-2 \ 0] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} - 0 = 2 \quad \text{x}_3 \text{ entra in base}$$

Metodo Delle Due Fasi: 2° fase

x_3 entra in base Quale variabile esce dalla base?

Test dei minimi rapporti:

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \qquad \underline{y}_3 = A_B^{-1} \underline{a}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$x_3 = \min_{1 \leq i \leq m} \left\{ \frac{\bar{b}_i}{y_{ik}} : y_{ik} > 0 \right\} = \min_{1 \leq i \leq m} \left\{ \frac{2}{2} \right\} = 1 = \frac{\bar{b}_2}{y_{2k}}$$

x_4 esce dalla base; x_2 entra in base con valore 1

Nuova base: $B = \{2,3\}$ $N = \{1,4\}$

Metodo Delle Due Fasi: 2° fase

$$A_B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \quad A_B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1/2 \\ -1 & 1/2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = A_B^{-1} \underline{b} = \begin{bmatrix} 0 & 1/2 \\ -1 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Test di Ottimalità: calcolo di $z_j - c_j$ per $j \in N = \{1,4\}$

$$z_1 - c_1 = [-2 \ 0] \begin{bmatrix} 0 & 1/2 \\ -1 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} - (-1) = -1 + 1 = 0$$

$$z_4 - c_4 = [-2 \ 0] \begin{bmatrix} 0 & 1/2 \\ -1 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} - 0 = -1 \quad \text{Soluzione ottima}$$

Metodo Del Big-M

- Nella prima fase del metodo delle due fasi, la funzione obiettivo del problema originale è completamente ignorata.
- La prima fase ha, infatti, come obiettivo l'individuazione di una qualsiasi soluzione di base ammissibile del problema originale e quindi non necessariamente una buona soluzione di base ammissibile.
- Il Big-M è un metodo alternativo al metodo delle 2 fasi che tiene conto anche della funzione obiettivo originale durante la risoluzione del problema.

Metodo Del Big-M

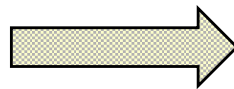
Il problema di PL viene risolto modificando **artificialmente** il sistema dei vincoli esattamente come fatto per il Due Fasi aggiungendo le variabili artificiali al sistema.

Ciò che cambia è la funzione obiettivo usata dal metodo del Big-M.

$$P \quad \min z = \underline{c}^T \underline{x}$$

$$A\underline{x} = \underline{b}$$

$$\underline{x} \geq \underline{0}$$



$$P(M) \quad \min z = \underline{c}^T \underline{x} + M \underline{1}^T \underline{y}$$

$$A\underline{x} + I\underline{y} = \underline{b}$$

$$\underline{x} \geq \underline{0}, \underline{y} \geq \underline{0}$$

Alla funzione obiettivo di P vengono **sommate** (nel caso di un problema di minimo) le variabili artificiali moltiplicate per un coefficiente M "molto grande".

Metodo Del Big-M

Forma standard

$$P \quad \min z = -x_1 - 2x_2$$

$$x_1 + x_2 \geq 1$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 4$$

$$\underline{x} \geq \underline{0}$$



$$\min z = -x_1 - 2x_2$$

$$x_1 + x_2 - x_3 = 1$$

$$x_1 + 2x_2 + x_4 = 4$$

$$\underline{x} \geq \underline{0}$$

Problema del Big-M



$P(M)$

$$\min z = -x_1 - 2x_2 + Mx_5^a$$

$$x_1 + x_2 - x_3 + x_5^a = 1$$

$$x_1 + 2x_2 + x_4 = 4$$

$$\underline{x} \geq \underline{0}, x_5^a \geq 0$$


Metodo Del Big-M

$$P(M) \quad \min z = -x_1 - 2x_2 + Mx_5^a$$

$$x_1 + x_2 - x_3 + x_5^a = 1$$

$$x_1 + 2x_2 + x_4 = 4$$

$$\underline{x} \geq \underline{0}, x_5^a \geq 0$$

$$A = \begin{array}{ccccc} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5^a \\ \left[\begin{array}{ccccc} 1 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right] \end{array}$$


$$B = \{5, 4\}$$

$$N = \{1, 2, 3\}$$

Matrice Identità
(Base Iniziale)

Metodo Del Big-M

$$A_B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\min z = -x_1 - 2x_2 + Mx_5^a$$

$$x_1 + x_2 - x_3 + x_5^a = 1$$

$$x_1 + 2x_2 + x_4 = 4$$

$$\underline{x} \geq \underline{0}, x_5^a \geq 0$$

$$\begin{bmatrix} x_5^a \\ x_4 \end{bmatrix} = A_B^{-1} \underline{b} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Test di Ottimalità: calcolo di $z_j - c_j$ per $j \in N = \{1, 2, 3\}$

$$z_1 - c_1 = [M \ 0] I \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} - (-1) = M + 1$$

$$z_2 - c_2 = [M \ 0] I \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} - (-2) = M + 2$$

Entra in base x_2

$$z_3 - c_3 = [M \ 0] I \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} - 0 = -M$$

Metodo Del Big-M

x_2 entra in base Quale variabile esce dalla base?

Test dei minimi rapporti:

$$\begin{bmatrix} x_5^a \\ x_4 \end{bmatrix} = \bar{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} \qquad \underline{y}_2 = A_B^{-1} \underline{a}_2 = I \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$x_1 = \min_{1 \leq i \leq m} \left\{ \frac{\bar{b}_i}{y_{ik}} : y_{ik} > 0 \right\} = \min_{1 \leq i \leq m} \left\{ \frac{1}{1}, \frac{4}{2} \right\} = 1 = \frac{\bar{b}_1}{y_{1k}}$$

x_5^a esce dalla base; x_2 entra in base con valore 1

Nuova base: $B = \{2, 4\}$ $N = \{1, 3, 5\}$

Metodo Del Big-M

$$A_B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad A_B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\min z = -x_1 - 2x_2 + Mx_5^a$$

$$x_1 + x_2 - x_3 + x_5^a = 1$$

$$x_1 + 2x_2 + x_4 = 4$$

$$\underline{x} \geq \underline{0}, x_5^a \geq 0$$

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ x_4 \end{bmatrix} = A_B^{-1} \underline{b} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Test di Ottimalità: calcolo di $z_j - c_j$ per $j \in N = \{1, 3, 5\}$

$$z_1 - c_1 = [-2 \ 0] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} - (-1) = -1$$

$$z_3 - c_3 = [-2 \ 0] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} - 0 = 2 \quad \text{x}_3 \text{ entra in base}$$

$$z_5 - c_5 = [-2 \ 0] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} - M = -M - 2$$

Metodo Del Big-M

x_3 entra in base Quale variabile esce dalla base?

Test dei minimi rapporti:

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \qquad \underline{y}_3 = A_B^{-1} \underline{a}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$x_3 = \min_{1 \leq i \leq m} \left\{ \frac{\bar{b}_i}{y_{ik}} : y_{ik} > 0 \right\} = \min_{1 \leq i \leq m} \left\{ \frac{2}{2} \right\} = 1 = \frac{\bar{b}_2}{y_{2k}}$$

x_4 esce dalla base; x_3 entra in base con valore 1

Nuova base: $B = \{2,3\}$ $N = \{1,4,5\}$

Metodo Del Big-M

$$A_B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \quad A_B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1/2 \\ -1 & 1/2 \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} \min z &= -x_1 - 2x_2 + Mx_5^a \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_5^a &= 1 \\ x_1 + 2x_2 + x_4 &= 4 \\ \underline{x} &\geq \underline{0}, x_5^a \geq 0 \end{aligned}$$
$$\begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = A_B^{-1} \underline{b} = \begin{bmatrix} 0 & 1/2 \\ -1 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Test di Ottimalità: calcolo di $z_j - c_j$ per $j \in N = \{1,4,5\}$

$$z_1 - c_1 = [-2 \ 0] \begin{bmatrix} 0 & 1/2 \\ -1 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} - (-1) = -1 + 1 = 0$$

$$z_4 - c_4 = [-2 \ 0] \begin{bmatrix} 0 & 1/2 \\ -1 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} - 0 = -1$$

$$z_5 - c_5 = [-2 \ 0] \begin{bmatrix} 0 & 1/2 \\ -1 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} - M = -M$$

Soluzione ottima

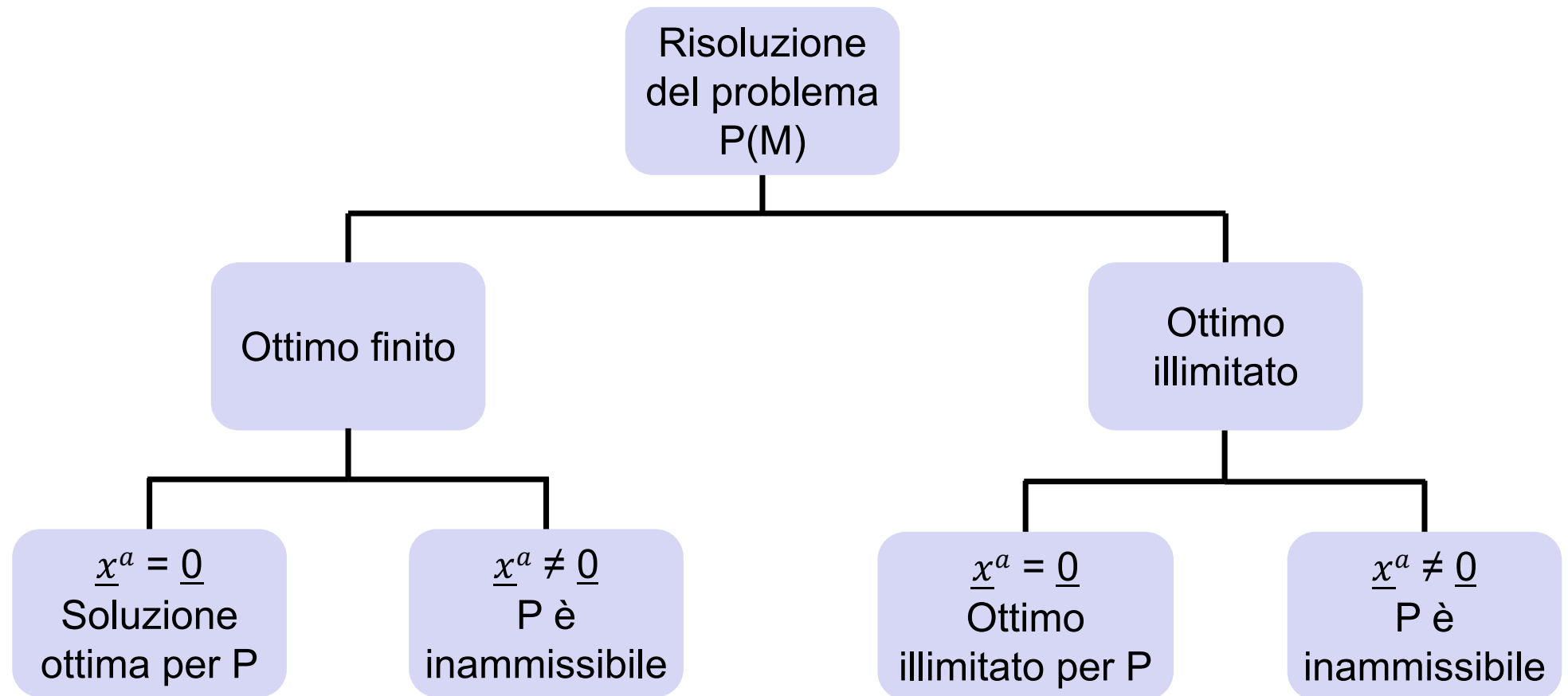
Metodo Del Big-M: valore per M

➤ *Quanto deve essere grande il valore della M affinché il metodo del Big-M lavori correttamente?*

Il valore della M deve essere abbastanza grande da garantire che il valore della funzione obiettivo $\underline{c}^T \underline{x}$, in una qualsiasi soluzione di base ammissibile del problema P , sia sempre minore del valore della funzione obiettivo del Big-M in una qualsiasi soluzione di base ammissibile del problema $P(M)$ avente almeno una variabile artificiale maggiore di zero.

Perché il valore della M è sempre finito anche quando la regione ammissibile di P è illimitata?

Metodo Del Big-M: possibili soluzioni



Metodo Del Big-M: problematiche

1. Non è facile calcolare il valore della M ;
2. L'utilizzo di un valore molto grande, nella computazione dell'algoritmo, può rendere più complessi i calcoli da effettuare;
3. Se il valore di M è troppo grande, si possono verificare errori di rounding-off, durante la computazione, che possono alterare la corretta selezione delle variabili che devono entrare in base.

I solver in commercio implementano l'algoritmo delle due fasi.

Esercizi

Risolvere i seguenti problemi di PL utilizzando sia il metodo delle due fasi sia il metodo del Big-M.

$$\min z = -4x_1 - x_2$$

$$2x_1 + x_2 \geq 4$$

$$x_1 + 2x_2 \geq 4$$

$$\underline{x} \geq \underline{0}$$

$$\min z = -4x_1 - x_2$$

$$2x_1 + x_2 \leq 1$$

$$x_1 + 2x_2 \geq 4$$

$$\underline{x} \geq \underline{0}$$