

Nome e Cognome, email:

Matricola:

Firma:

Spazio riservato alla correzione: non scrivere in questa tabella.

1	2	3	4	5	6	Tot.	7
							SI NO

Leggere le tracce con attenzione!

La domanda n.7 non concorre al raggiungimento della sufficienza, ma solo alla determinazione del voto finale.

È vietato copiare, collaborare o comunicare con altri studenti. È vietato l'utilizzo di libri, appunti o lucidi.

I risultati della prova scritta e le informazioni per la conclusione dell'esame saranno pubblicati sulla piattaforma e-learning. Gli studenti ammessi saranno convocati nei giorni 19, 20, 21 e 24 febbraio.

1. (15 punti)

- Definire formalmente l'operazione di concatenazione di due linguaggi L, M .
- Fornire il risultato dell'operazione di concatenazione applicata ai linguaggi $L = \{ab\}^*$ ed $M = \{\epsilon, b\}$.
- Provare che la classe dei linguaggi regolari è chiusa rispetto all'operazione di concatenazione.

2. (15 punti)

Definire un automa deterministico \mathcal{A} che riconosca il linguaggio rappresentato dall'espressione regolare $E = (a \cup bc^*b)^*$, cioè tale che $L(\mathcal{A}) = L(E)$. Lo stato pozzo può essere omesso.

3. (15 punti)

Fornire la definizione di funzione calcolabile. Definire una macchina di Turing deterministica M che calcoli la funzione $f(x) = x + 2$, con x intero positivo. Si assuma che l'input sia la rappresentazione unaria di x e si definisca M in modo che $f(x)$ sia ugualmente rappresentato in unario. Per esempio se $x = 4$, l'input sarà 1111 ed $f(x)$ sarà rappresentato da 111111. Non ci sono vincoli sulla posizione della testina all'arresto.

4. (15 punti)

(2 punti) Definire il linguaggio E_{TM} .

(3 punti) Fornire la definizione di riducibilità mediante funzione di un linguaggio A a un linguaggio B .

(10 punti) Provare che il linguaggio $\{ab, ba\}$ è riducibile mediante funzione ad E_{TM} , cioè che $\{ab, ba\} \leq_m E_{TM}$. La valutazione della risposta dipenderà dal grado di precisione della prova.

5. (15 punti)

- Definire la classe NP
- Definire la classe $co-NP$.
- Fornire la definizione di riducibilità polinomiale di un linguaggio A a un linguaggio B .

6. (15 punti)

Siano L_1, L_2, L_3 tre linguaggi su un alfabeto Σ tali che

- $L_1, L_2, L_3 \in NP$
- $L_1 \cap L_2 = L_2 \cap L_3 = L_1 \cap L_3 = \emptyset$
- $L_1 \cup L_2 \cup L_3 = \Sigma^*$

Provare che L_1, L_2 ed L_3 sono in *co-NP*. Occorre enunciare con precisione eventuali risultati intermedi utilizzati.

7. Enunciare il Pumping Lemma. Utilizzarlo per dimostrare formalmente e con precisione che il linguaggio

$L = \{xcy \mid x, y \in \{a, b\}^* \text{ e il numero di occorrenze di } a \text{ in } x \text{ è maggiore del numero di occorrenze di } b \text{ in } y\}$
non è regolare.