Architettura degli Elaboratori

Esercitazione

Barbara Masucci
UNIVERSITA DEGLI STUDI DI SALERNO
DIPARTIMENTO DI INFORMATICA
DIPARTIMENTO DI ECCELLENZA

Su cosa ci esercitiamo oggi?

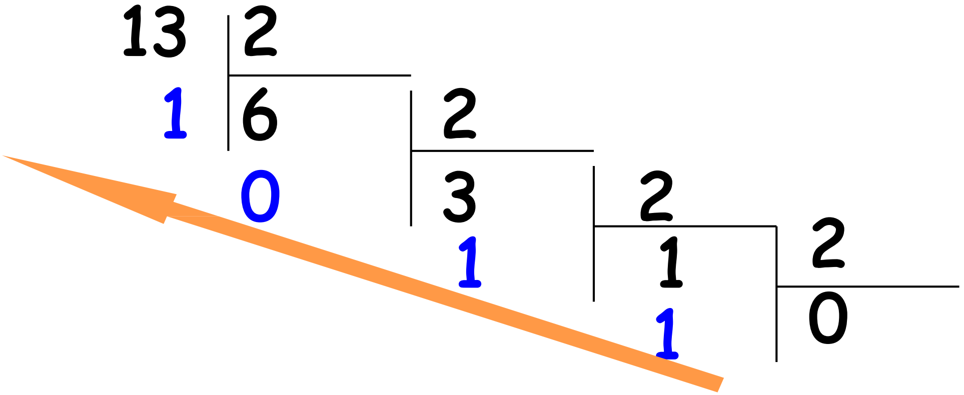
- Notazione in modulo e segno
- Notazione in complemento a 2
  - Rappresentazione dei numeri positivi e negativi
  - Calcolo dell'opposto
  - Addizione e sottrazione

Esercizio 1

a) Scrivere in modulo e segno su 7 bit il numero 13_{10}
b) Scrivere in modulo e segno su 7 bit il numero -13_{10}
c) Scrivere in modulo e segno su 8 bit il numero 25_{10}
d) Scrivere in modulo e segno su 8 bit il numero -25_{10}
e) Scrivere in modulo e segno su 7 bit il numero -12_{10}
f) Scrivere in modulo e segno su 5 bit il numero 20_{10}

Esercizio 1.a: Soluzione

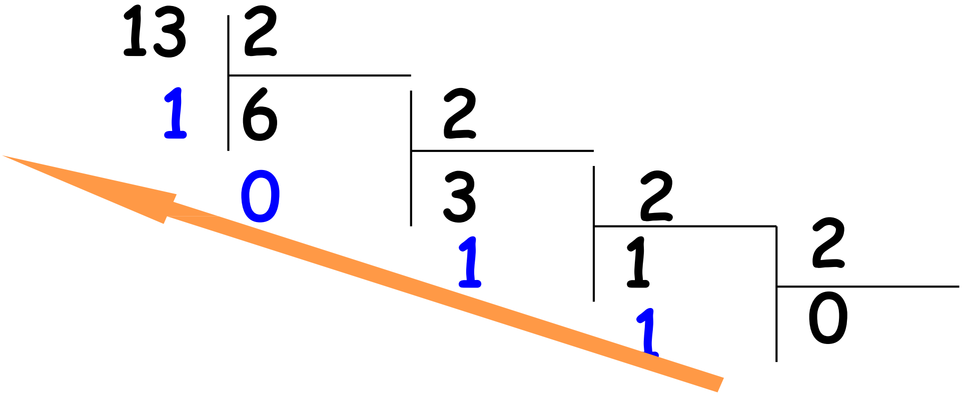
- Scrivere in modulo e segno su 7 bit il numero 13_{10}
  - Si può fare! Intervallo di rappresentabilità: $[-63_{10},+63_{10}]$


13 | 2
1 | 6 | 2
0 | 3 | 2
1 | 1 | 2
1 | 0

$13_{10} = 1101_2 = 0001101_{ms}$

Esercizio 1.b: Soluzione

- Scrivere in modulo e segno su 7 bit il numero -13_{10}
  - Si può fare! Intervallo di rappresentabilità: $[-63_{10},+63_{10}]$

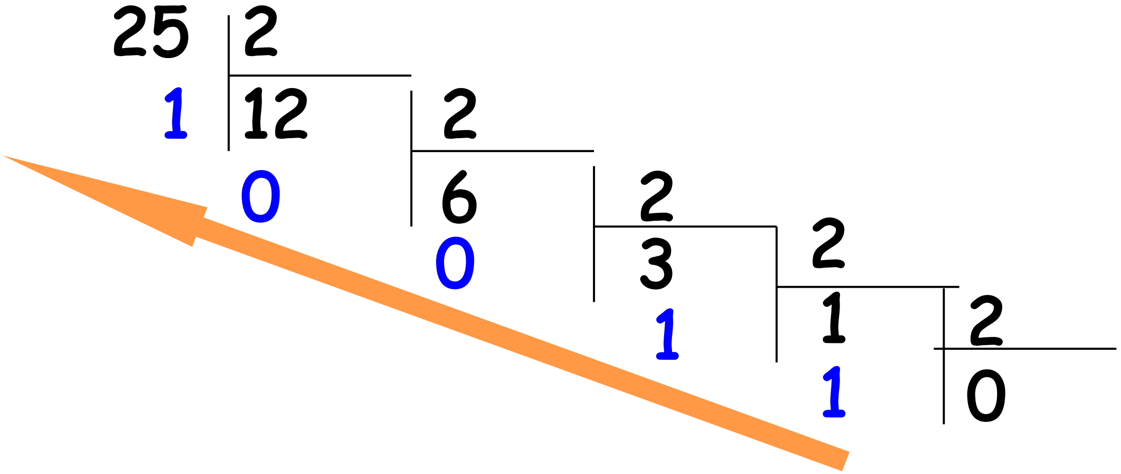


$13_{10} = 0001101_{ms}$

$-13_{10} = 1001101_{ms}$

Esercizio 1.c: Soluzione

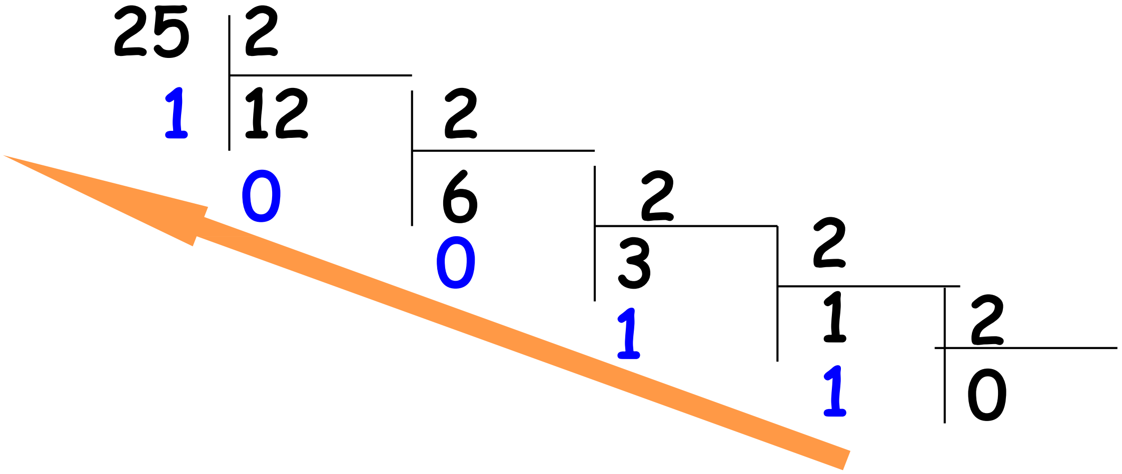
- Scrivere in modulo e segno su 8 bit il numero 25_{10}
  - Si può fare! Intervallo di rappresentabilità: $[-127_{10},+127_{10}]$



$25_{10} = 11001_2 = 00011001_{ms}$

Esercizio 1.d: Soluzione

- Scrivere in modulo e segno su 8 bit il numero -25_{10}
  - Si può fare! Intervallo di rappresentabilità: $[-127_{10},+127_{10}]$

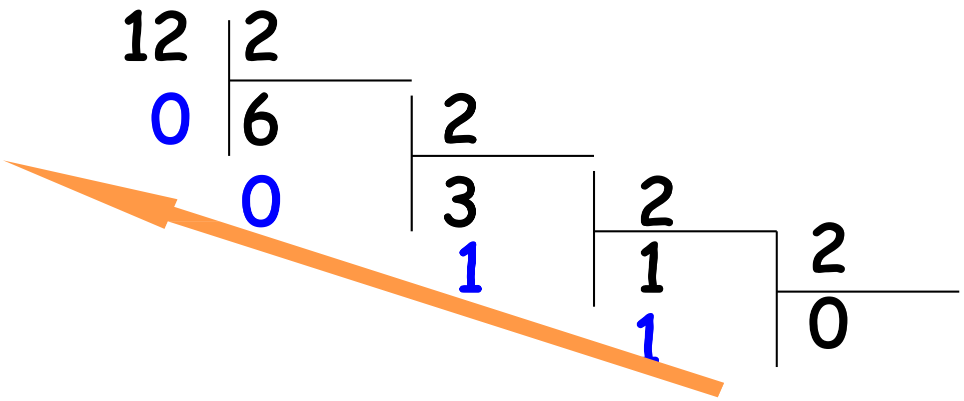


$25_{10} = 00011001_{ms}$

$-25_{10} = 10011001_{ms}$

Esercizio 1.e: Soluzione

- Scrivere in modulo e segno su 7 bit il numero -12_{10}
  - Si può fare! Intervallo di rappresentabilità: $[-63_{10},+63_{10}]$

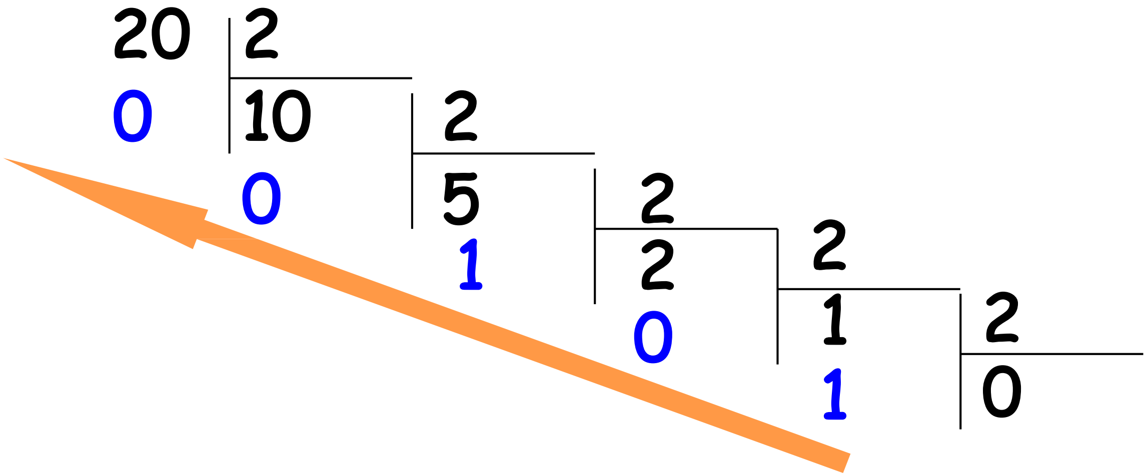


$$12_{10} = 1100_2 = 0001100_{ms}$$

$$-12_{10} = 1001100_{ms}$$

Esercizio 1.f: Soluzione

- Scrivere in modulo e segno su 5 bit il numero 20_{10}
  - Non è possibile!
    - Intervallo di rappresentabilità: $[-15_{10},+15_{10}]$
    - Avrei bisogno di almeno 6 bit: 010100_{ms}



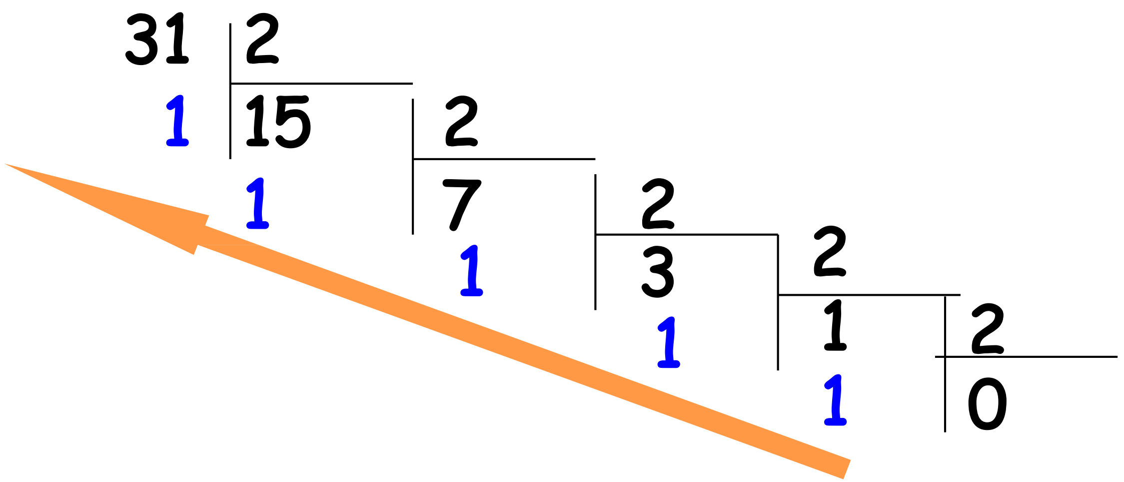
$20_{10} = 10100_2 = 010100_{ms}$

Esercizio 2

- Scrivere, se possibile, in modulo e segno e complemento a 2
  a) Su 6 bit 31_{10}
  b) Su 5 bit 26_{10}
  c) Su 9 bit -129_{10}
  d) Su 9 bit -200_{10}
  e) Su 7 bit -64_{10}
  f) Su 7 bit -63_{10}
  g) Su 7 bit 64_{10}

Esercizio 2.a: Soluzione

- Scrivere, se possibile, in modulo e segno e complemento a 2, su 6 bit, il numero 31_{10}
  - Intervallo di rappresentabilità in modulo e segno: $[-31_{10},+31_{10}]$
  - Intervallo di rappresentabilità in complemento a 2: $[-32_{10},+31_{10}]$

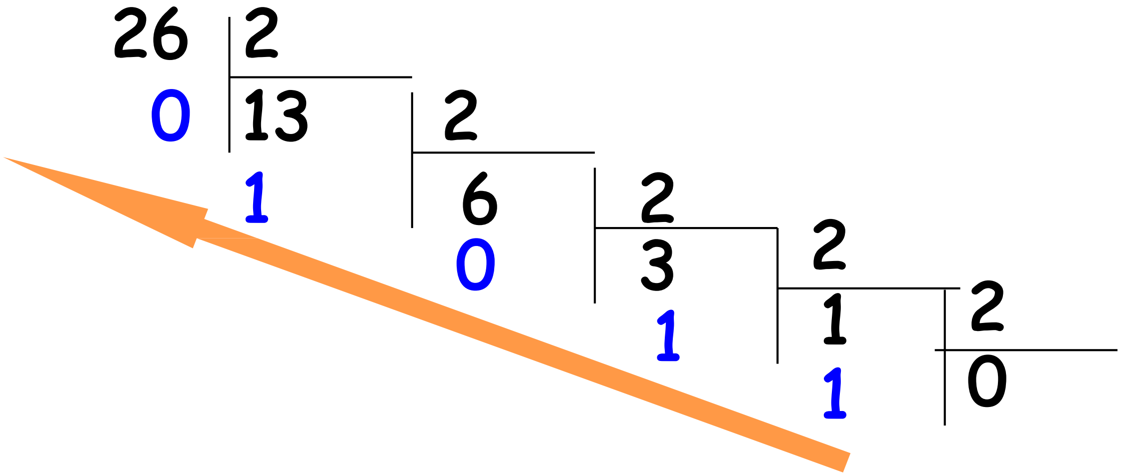


$$31_{10} = 11111_2 = 011111_{ms}$$

$$= 011111_{C2}$$

Esercizio 2.b: Soluzione

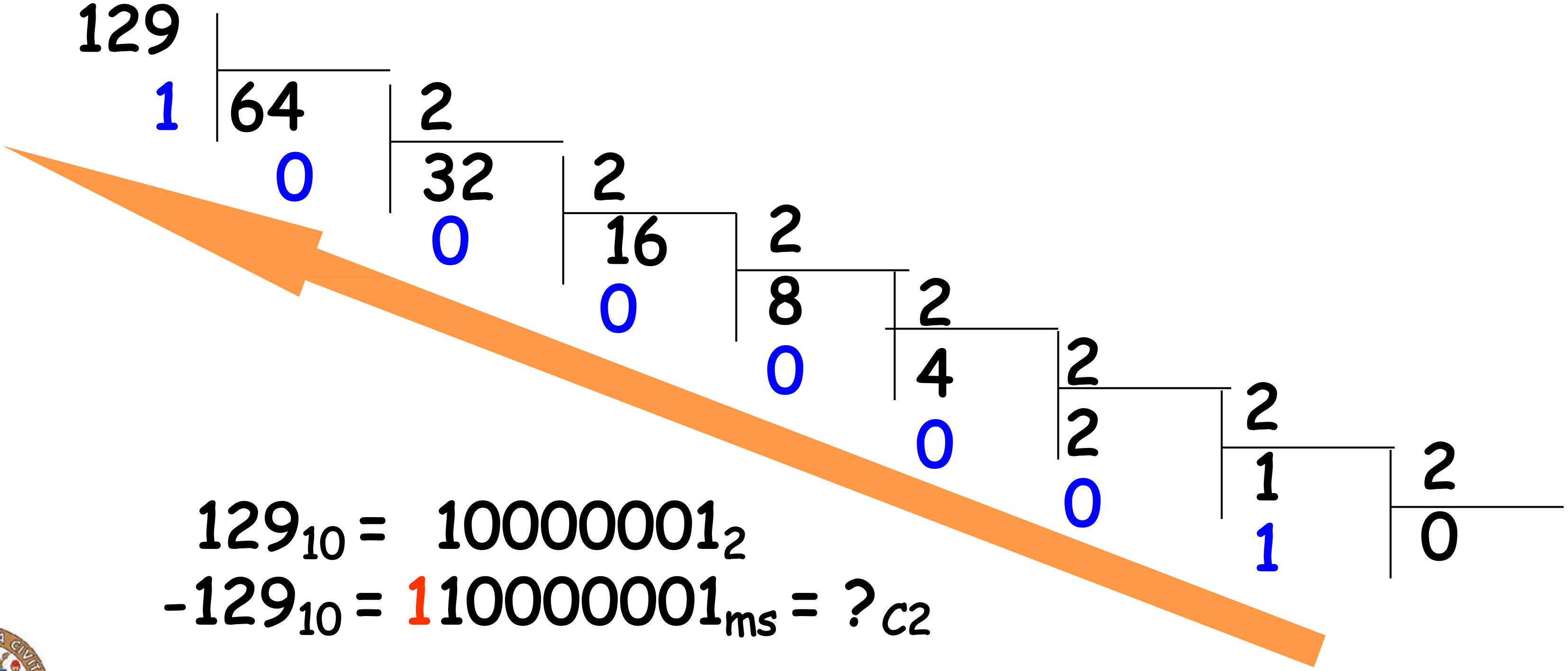
- Scrivere, se possibile, in modulo e segno e complemento a 2, su 5 bit, il numero 26_{10}
  - Intervallo di rappresentabilità in modulo e segno: $[-15_{10},+15_{10}]$
  - Intervallo di rappresentabilità in complemento a 2: $[-16_{10},+15_{10}]$



- Non è possibile in nessuna delle due rappresentazioni!
- Avrei bisogno di almeno 6 bit

Esercizio 2.c: Soluzione

- Scrivere, se possibile, in modulo e segno e complemento a 2, su 9 bit, il numero -129_{10}
  - Intervallo di rappresentabilità in modulo e segno: $[-255_{10}, +255_{10}]$
  - Intervallo di rappresentabilità in complemento a 2: $[-256_{10}, +255_{10}]$

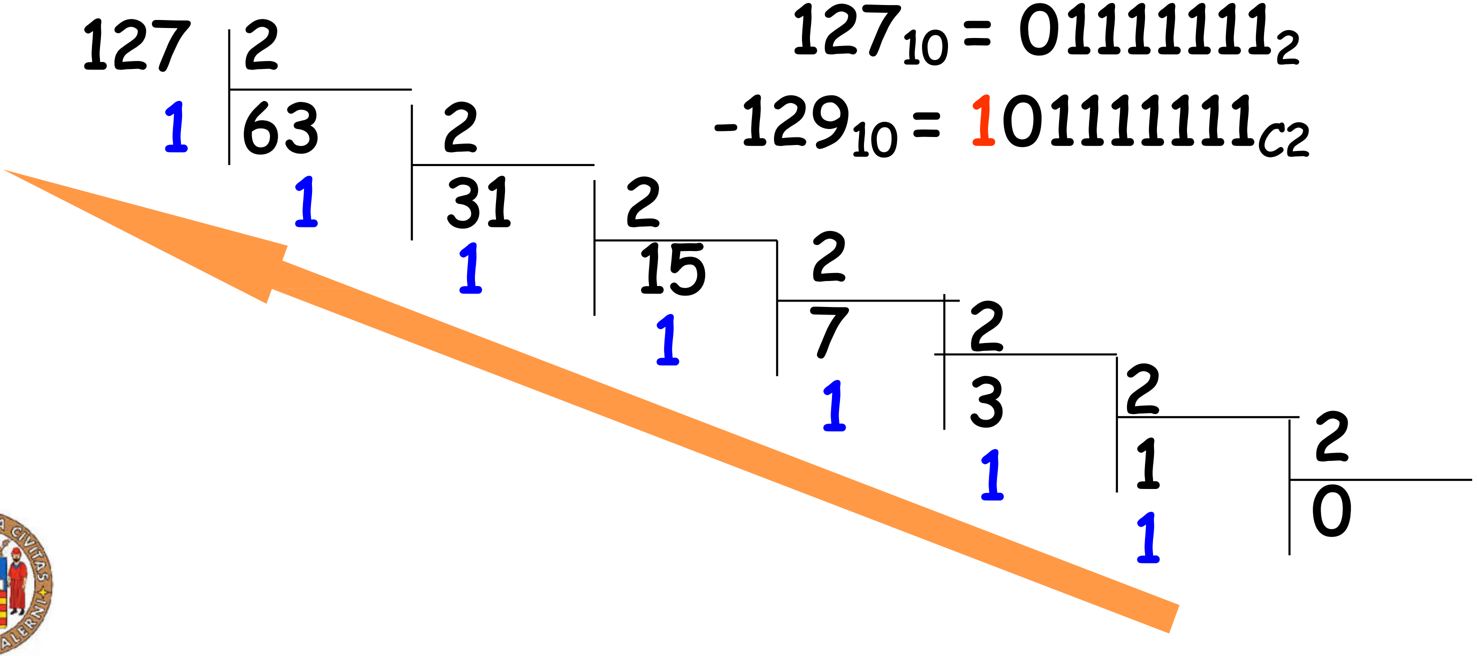


$129_{10} = 10000001_2$

$-129_{10} = 110000001_{ms} = ?_{C2}$

Esercizio 2.c: Soluzione

- Per ottenere la rappresentazione B= $(b_{n-1}\ b_{n-2}\ldots b_0)_{C2}$ (su n=9 bit) di -129_{10}:
  - Dalla definizione si ha che il valore di $b_{n-2}\ldots b_0$ è uguale a $2^{n-1} - |B| = 2^8 - 129 = 256 - 129 = 127_{10}$
  - Rappresentiamo 127_{10} in binario con 8 bit (si può fare) e aggiungiamo il bit 1 nella posizione più significativa



$127_{10} = 01111111_2$

$-129_{10} = 101111111_{C2}$

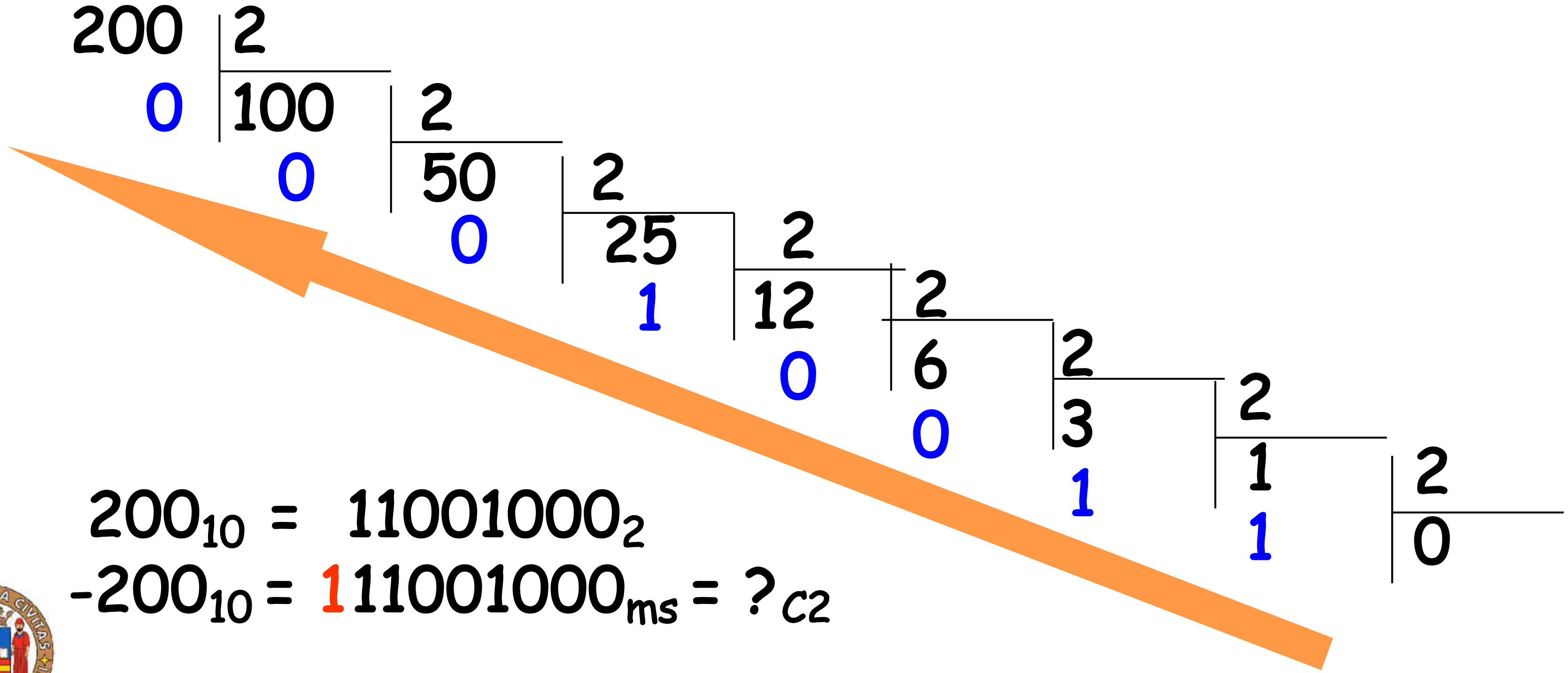
Esercizio 2.c: Soluzione

- Metodo alternativo per ottenere la rappresentazione in complemento a 2 (su n=9 bit) di -129_{10}:
  - Calcoliamo la rappresentazione in complemento a 2, su 9 bit, di 129_{10} (intervallo di rappresentabilità: [-256_{10}, +255_{10}])
    - Nota: ci basta calcolare la rappresentazione binaria su 8 bit di 129_{10} (si può fare) e aggiungere uno 0 nella posizione più significativa
    - $129_{10} = 10000001_2 = 010000001_{C2}$
  - Poi calcoliamo l'opposto di 129_{10} in complemento a 2:
    - Complementiamo bit a bit: **101111110+**
    - Sommiamo 1: **1=**
    - Risultato **101111111**

$$-129_{10} = 101111111_{C2}$$

Esercizio 2.d: Soluzione

- Scrivere, se possibile, in modulo e segno e complemento a 2, su 9 bit il numero -200_{10}
  - Intervallo di rappresentabilità in modulo e segno: $[-255_{10},+255_{10}]$
  - Intervallo di rappresentabilità in complemento a 2: $[-256_{10},+255_{10}]$

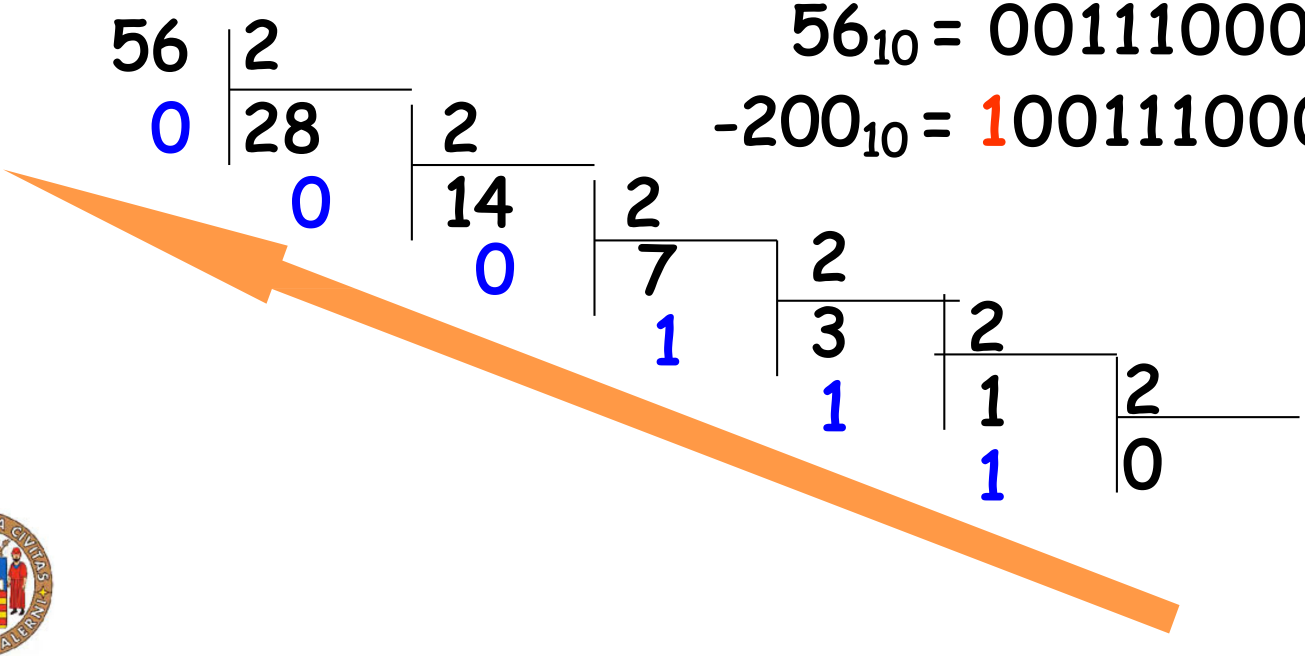


$200_{10} = 11001000_2$

$-200_{10} = 111001000_{ms} = ?_{C2}$

Esercizio 2.d: Soluzione

- Per ottenere la rappresentazione B= $(b_{n-1}\ b_{n-2} \ldots b_0)_{C2}$ (su n=9 bit) di -200_{10}:
  - Dalla definizione si ha che il valore di $b_{n-2} \ldots b_0$ è uguale a $2^{n-1} - |B| = 2^8 - 200 = 256 - 200 = 56_{10}$
  - Rappresentiamo 56_{10} in binario con 8 bit e aggiungiamo il bit 1 nella posizione più significativa



$56_{10} = 00111000_2$

$-200_{10} = 100111000_{C2}$

Esercizio 2.d: Soluzione

- Metodo alternativo per ottenere la rappresentazione in complemento a 2 (su n=9 bit) di -200_{10}
  - Calcoliamo la rappresentazione in complemento a 2, su 9 bit, di 200_{10} (intervallo di rappresentabilità: $[-256_{10}, +255_{10}]$)
    - Nota: ci basta calcolare la rappresentazione binaria su 8 bit di 200_{10} (si può fare) e aggiungere uno 0 nella posizione più significativa
    - $200_{10} = 11001000_2 = = 011001000_{C2}$
  - Poi calcoliamo l'opposto di 200 in complemento a 2:
    - Complementiamo bit a bit: **100110111+**
    - Sommiamo 1: **1=**
    - Risultato **100111000**

$$-200_{10} = 100111000_{C2}$$

Esercizio 2.e: Soluzione

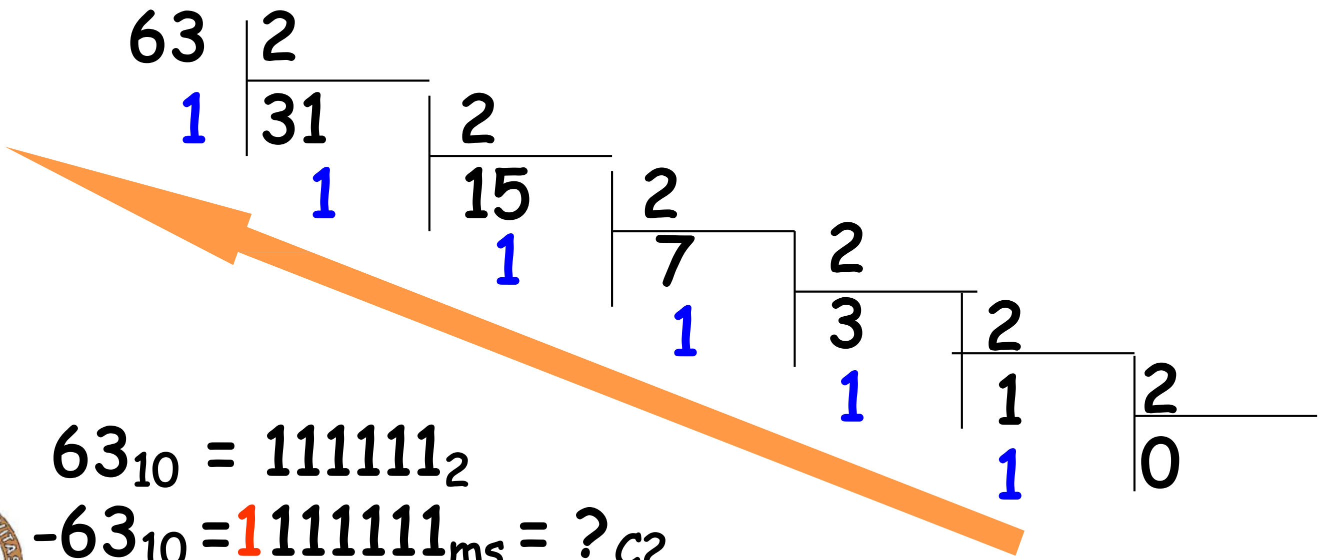
- Scrivere, se possibile, in modulo e segno e complemento a 2, su 7 bit il numero -64_{10}
  - Intervallo di rappresentabilità in modulo e segno: $[-63_{10}, +63_{10}]$
    - Bit insufficienti!
  - Intervallo di rappresentabilità in complemento a 2: $[-64_{10}, +63_{10}]$
    - Per ottenere la rappresentazione $B = (b_{n-1}\ b_{n-2} \ldots b_0)_{C2}$ di -64_{10}:
    - Dalla definizione si ha che il valore di $b_{n-2} \ldots b_0$ è uguale $2^{n-1} - |B| = 2^6 - 64 = 64 - 64 = 0_{10}$
    - Rappresentiamo 0_{10} in binario con 6 bit e aggiungiamo il bit 1 nella posizione più significativa :

$$-64_{10} = 1000000_{C2}$$

    - Nota: Il metodo alternativo NON FUNZIONA!
    - Non possiamo calcolare la rappresentazione in complemento a 2 di 64_{10} perché è fuori dall'intervallo $[-64_{10}, +63_{10}]$

Esercizio 2.f: Soluzione

- Scrivere, se possibile, in modulo e segno e complemento a 2, su 7 bit il numero -63_{10}
  - Intervallo di rappresentabilità in modulo e segno: $[-63_{10},+63_{10}]$
  - Intervallo di rappresentabilità in complemento a 2: $[-64_{10},+63_{10}]$



$63_{10} = 111111_2$

$-63_{10} = 1111111_{ms} = ?_{C2}$

Esercizio 2.f: Soluzione

- Per ottenere la rappresentazione B= $(b_{n-1}\ b_{n-2}...b_0)_{C2}$ (su n=7 bit) di -63_{10}:
  - Dalla definizione si ha che il valore di $b_{n-2}...b_0$ è uguale a: $2^{n-1} - |B| = 2^6 - 63 = 64 - 63 = 1_{10}$
  - Rappresentiamo 1_{10} in binario con 6 bit (si può fare) e aggiungiamo il bit 1 nella posizione più significativa

$$1_{10} = 000001_2$$

$$-63_{10} = 1000001_{C2}$$

Esercizio 2.f: Soluzione

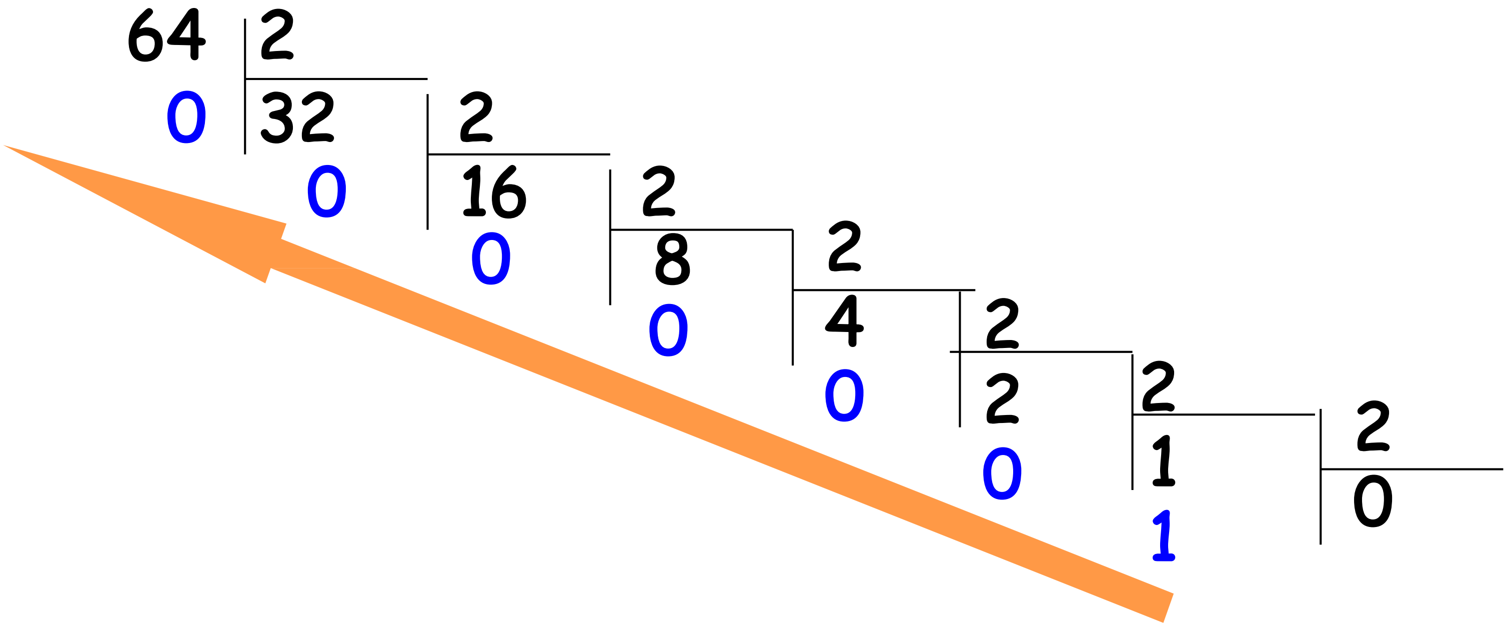
- Metodo alternativo per ottenere la rappresentazione in complemento a 2 (su n=7 bit) di -63_{10}:
  - Calcoliamo la rappresentazione in complemento a 2, su 7 bit, di 63_{10} (intervallo di rappresentabilità: [-64_{10}, +63_{10}])
    - Nota: ci basta calcolare la rappresentazione binaria su 6 bit di 63_{10} (si può fare) e aggiungere uno 0 nella posizione più significativa
    - $63_{10} = 111111_2 = 0111111_{C2}$
  - Poi calcoliamo l'opposto di 63_{10} in complemento a 2:
    - Complementiamo bit a bit: **1000000+**
    - Sommiamo 1: **1=**
    - Risultato **1000001**

$-63_{10} = 1000001_{C2}$

Esercizio 2.g: Soluzione

Scrivere, se possibile, in modulo e segno e complemento a 2, su 7 bit, il numero 64_{10}

- Intervallo di rappresentabilità in modulo e segno: $[-63_{10},+63_{10}]$
- Intervallo di rappresentabilità in complemento a 2: $[-64_{10},+63_{10}]$



Non è possibile in nessuna delle due rappresentazioni!

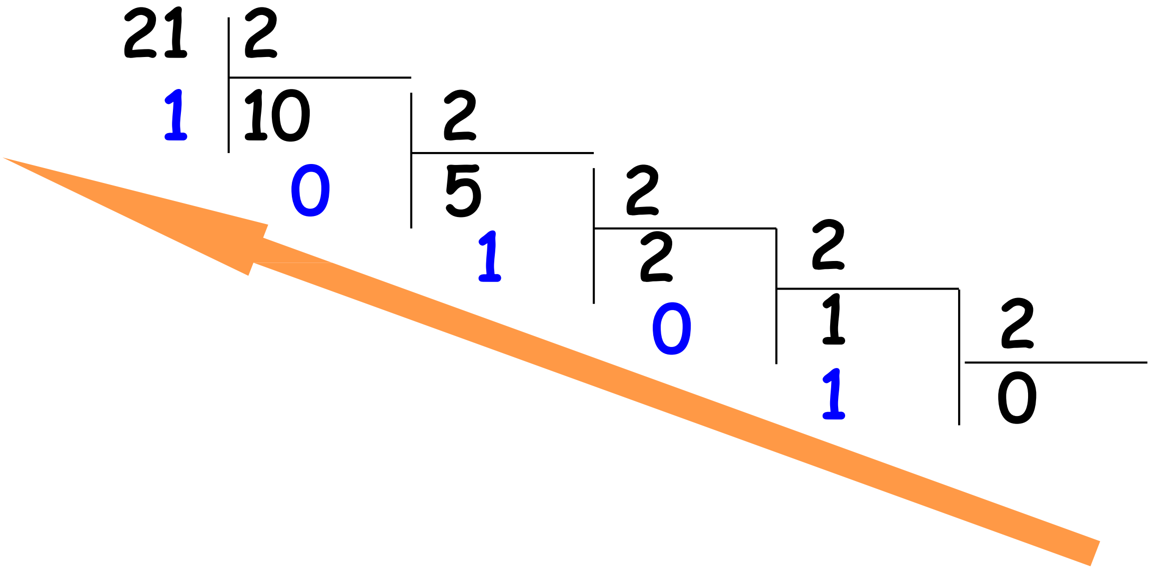
Ho bisogno di 7 bit solo per il modulo: $64_{10} = 1000000_2$

Esercizio 3

- Eseguire l'operazione 21_{10} + 27_{10} in complemento a due su 6 bit, evidenziando se il risultato è corretto o se si ha un *overflow* (risultato al di fuori dell'intervallo di rappresentabilità)

Esercizio 3: Soluzione

- Eseguire l'operazione $21_{10} + 27_{10}$ in complemento a due su 6 bit, evidenziando se il risultato è corretto o se si ha un *overflow*
  - Innanzitutto calcoliamo la rappresentazione in complemento a 2, su 6 bit, di 21_{10} (intervallo di rappresentabilità: $[-32_{10}, +31_{10}]$)

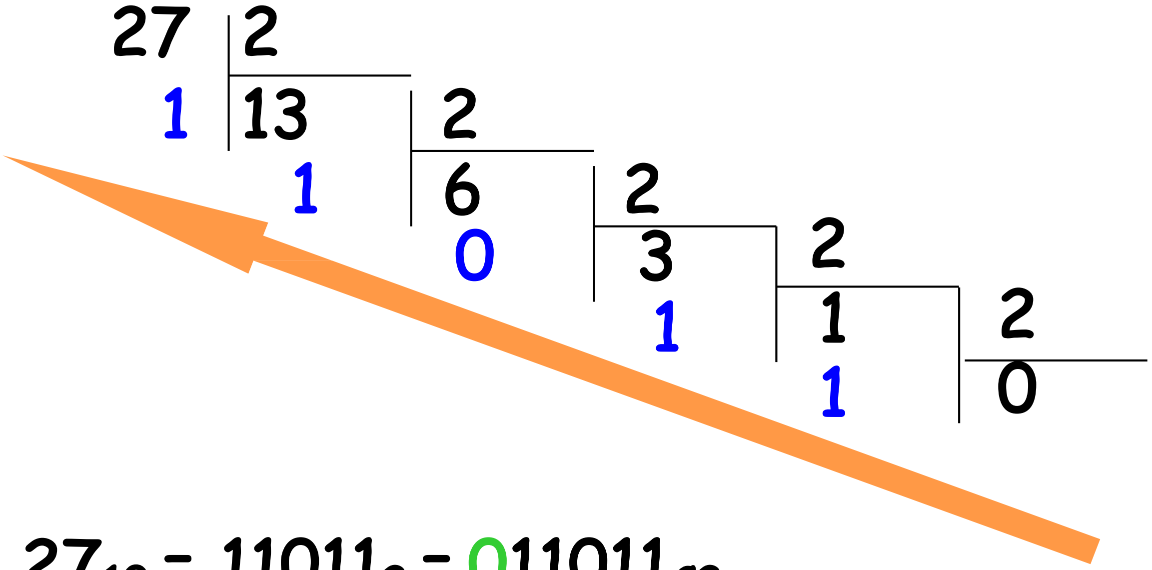


21 | 2
1 | 10 | 2
0 | 5 | 2
1 | 2 | 2
0 | 1 | 2
1 | 0

$21_{10} = 10101_2 = 010101_{C2}$

Esercizio 3: Soluzione

- Poi calcoliamo la rappresentazione in complemento a 2, su 6 bit, di 27_{10} (intervallo di rappresentabilità: [-32_{10}, $+31_{10}$])



$27_{10} = 11011_2 = 011011_{C2}$

Esercizio 3: Soluzione

Ora sommiamo 010101_{C2} e 011011_{C2}

```
011111
 010101  +
 011011  =
 ---------
 110000
```

Overflow!

$110000_{C2} = -2^5+2^4 = -16$

21+27=48 non rappresentabile con 6 bit

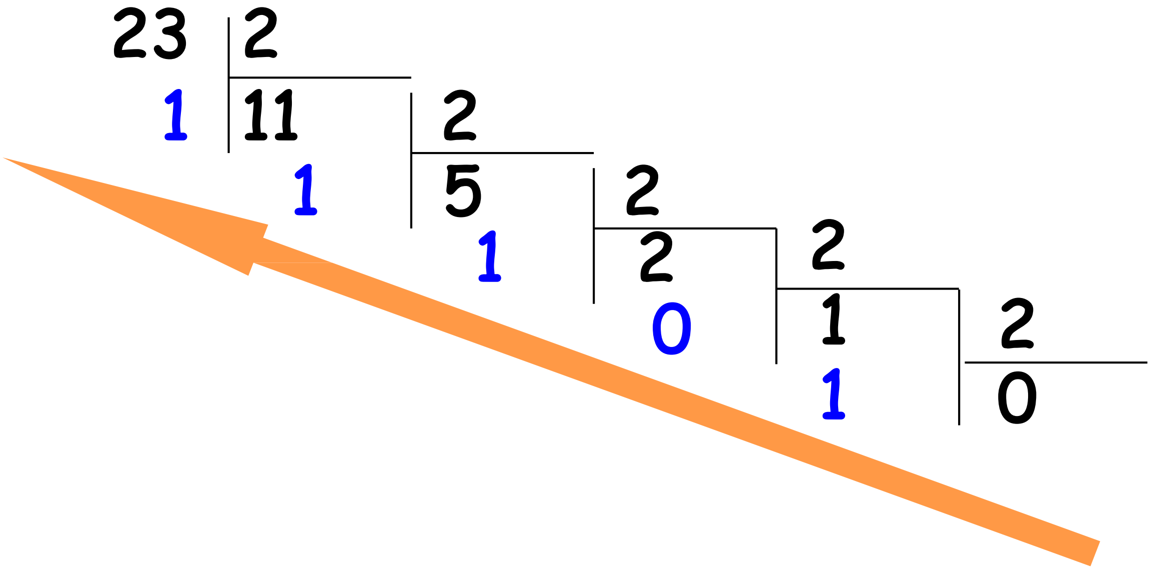
(intervallo di rappresentabilità: $[-32_{10}, +31_{10}]$)

Esercizio 4

- Eseguire l'operazione $23_{10} - 20_{10}$ in complemento a due su 6 bit, evidenziando se il risultato è corretto o se si ha un *overflow* (risultato al di fuori dell'intervallo di rappresentabilità)

Esercizio 4: Soluzione

- Eseguire l'operazione 23_{10} – 20_{10} in complemento a due su 6 bit, evidenziando se il risultato è corretto o se si ha un *overflow*
  - Innanzitutto calcoliamo la rappresentazione in complemento a 2, su 6 bit, di 23_{10} (intervallo di rappresentabilità: [-32_{10}, $+31_{10}$])

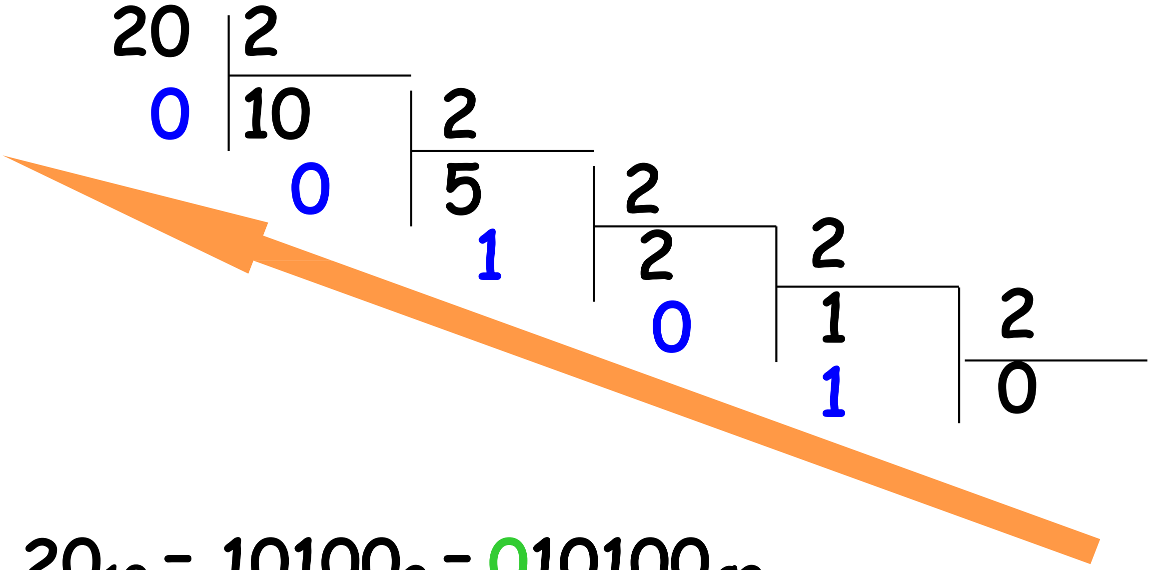


23 | 2
1 | 11 | 2
1 | 5 | 2
1 | 2 | 2
0 | 1 | 2
1 | 0

$23_{10} = 10111_2 = 010111_{C2}$

Esercizio 4: Soluzione

- Poi calcoliamo la rappresentazione in complemento a 2, su 6 bit, di 20_{10} (intervallo di rappresentabilità: $[-32_{10}, +31_{10}]$)



$20_{10} = 10100_2 = 010100_{C2}$

Esercizio 4: Soluzione

- Calcoliamo l'opposto di 20_{10} = 010100_{C2}
  - Complementiamo bit a bit:
  - Sommiamo 1:
  - Risultato
  - Quindi -20_{10} = 101100_{C2}

$$\begin{array}{r} 101011+ \\ 1= \\ \hline 101100 \end{array}$$

- Ora sommiamo 010111_{C2} e 101100_{C2}

$$\begin{array}{r} 111100 \\ 010111\ + \\ 101100\ = \\ \hline 000011 \end{array}$$

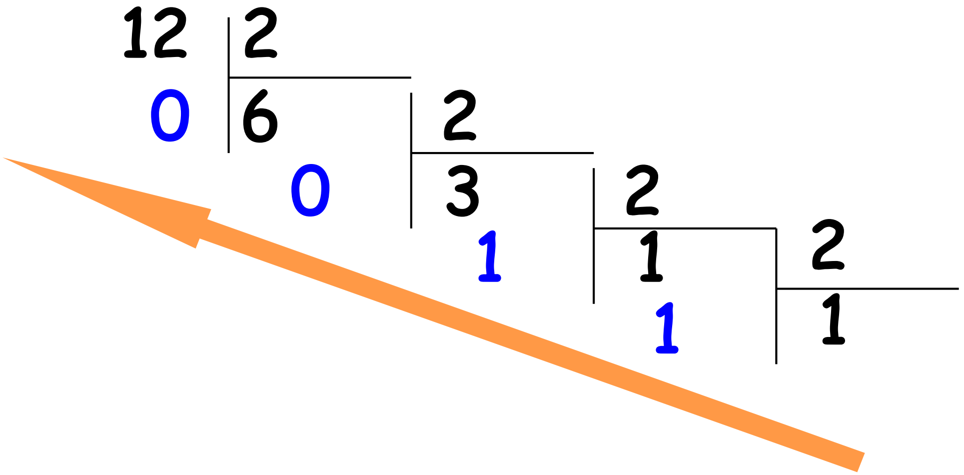
Corretto!
000011_{c2}= 1+ 2=3
23-20=3

Esercizio 5

- Eseguire l'operazione $-116_{10} - 37_{10}$ in complemento a due su 8 bit, evidenziando se il risultato è corretto o se si ha un *overflow* (risultato al di fuori dell'intervallo di rappresentabilità)

Esercizio 5: Soluzione

- Innanzitutto calcoliamo la rappresentazione B= $(b_{n-1}\ b_{n-2}\ldots b_0)_{C2}$, su 8 bit, di -116_{10} (intervallo di rappresentabilità: $[-128_{10}, +127_{10}]$)
  - Dalla definizione si ha che il valore di $b_{n-2}\ldots b_0$ è uguale a: $2^{n-1} - |B| = 2^7 - 116 = 12_{10}$
  - Rappresentiamo 12_{10} in binario con 7 bit (si può fare) e aggiungiamo il bit 1 nella posizione più significativa

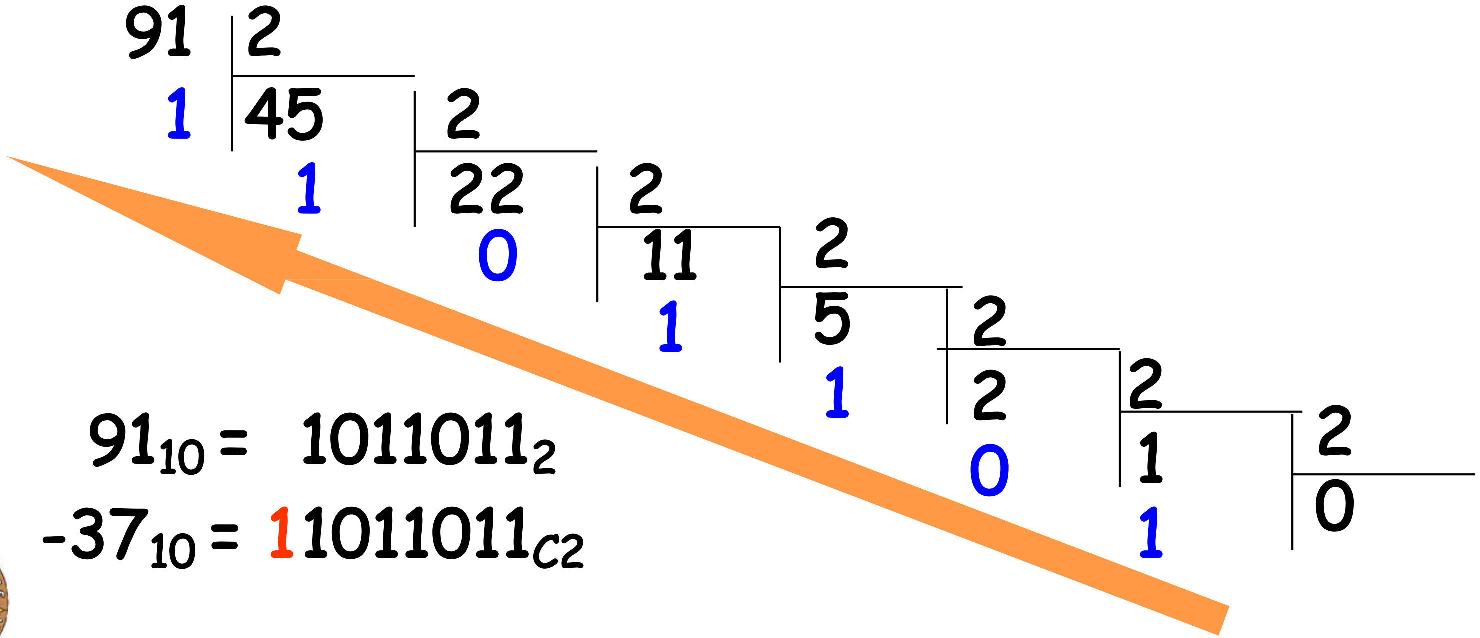


$12_{10} = 1100_2 = 0001100_2$

$-116_{10} = 10001100_{C2}$

Esercizio 5: Soluzione

- Poi calcoliamo la rappresentazione B= $(b_{n-1}\ b_{n-2}\ldots b_0)_{C2}$, su 8 bit, di -37_{10} (intervallo di rappresentabilità: $[-128_{10}, +127_{10}]$)
  - Dalla definizione si ha che il valore di $b_{n-2}\ldots b_0$ è uguale a: $2^{n-1} - |B| = 2^7 - 37 = 128 - 37 = 91_{10}$
  - Rappresentiamo 91_{10} in binario con 7 bit (si può fare) e aggiungiamo il bit 1 nella posizione più significativa



$91_{10} = 1011011_2$

$-37_{10} = 11011011_{C2}$

Esercizio 5: Soluzione

Ora sommiamo 10001100_{C2} e 11011011_{C2}

```
10011000
 10001100  +
 11011011  =
 01100111
```

Overflow!

$01100111_{C2} = 2^6+2^5+2^2+2^2+2^1+2^0 = 103_{10}$

-116-37=-153 non rappresentabile con 8 bit

(intervallo di rappresentabilità: $[-128_{10}, +127_{10}]$)