

Esercitazione 1 Insiemi, applicazioni, relazioni

Serafina Lapenta

- (1) Siano $A = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ e $B = \{a, h, e\}$.
 (a) Determinare $\mathcal{P}(B)$, $|A|$ e $|B|$.
 (b) Determinare $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$.
 (c) Definiamo l' *unione disgiunta* $A \dot{\cup} B := (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$. Determinare $A \dot{\cup} B$.

- (2) Sia $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -6 \leq x \leq 6\}$. Descrivere, elencandone gli elementi, i seguenti insiemi:

$$(2\mathbb{Z} \cup 3\mathbb{Z}) \cap A \quad (2\mathbb{Z} \cap 3\mathbb{Z}) \cap A \quad (2\mathbb{Z} \setminus 3\mathbb{Z}) \cap A \quad (2\mathbb{Z} \dot{\cup} 3\mathbb{Z}) \cap A$$

- (3) Dimostrare che per ogni coppia di insiemi A, B , $A \dot{\cup} B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$.

- (4) Si stabilisca se le seguenti affermazioni sono vere o false:

$$\begin{array}{ll} -4 \in \mathbb{N} \cup 4\mathbb{N} & -15 \in \mathbb{N} \cup 4\mathbb{Z} \\ 8 \in \mathbb{N} \setminus 4\mathbb{Z} & 15 \in \mathbb{N} \cap 4\mathbb{Z} \\ -4 \in \mathbb{N} \dot{\cup} 4\mathbb{Z} & 8 \in \mathbb{N} \cup 4\mathbb{Z}. \end{array}$$

- (5) Si stabilisca se le seguenti affermazioni sono vere o false:

$$\begin{array}{ll} (\emptyset, 3) \in \mathcal{P}(\mathbb{Z}) \times \mathbb{N}_0 & (\{-4\}, 3) \in \mathcal{P}(\mathbb{Z}) \times \mathbb{N}_0 \\ (\{\emptyset\}, 3) \in \mathcal{P}(\mathbb{Z}) \times \mathbb{N}_0 & (\emptyset, \{3\}) \in \mathcal{P}(\mathbb{Z}) \times \mathbb{N}_0 \\ (\{1, -1\}, 3\mathbb{N}) \in \mathcal{P}(\mathbb{Z}) \times \mathcal{P}(\mathbb{N}_0) & (3\mathbb{N}, \{1, -1\}) \in \mathcal{P}(\mathbb{Z}) \times \mathcal{P}(\mathbb{N}_0) \\ (\mathbb{N}, 3) \in \mathcal{P}(\mathbb{Z}) \times \mathbb{Q} & (\mathbb{Z}, \emptyset) \in \mathcal{P}(\mathbb{R}) \times \mathcal{P}(\mathbb{Z}). \end{array}$$

- (6) Sia $R \subseteq \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ definita da

$$xRy \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = y^2 + 7y + 12$$

Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

$$\begin{array}{ccccc} 3R-3 & 2R5 & 4R2 & 1R1 & 8R2 \\ -4R2 & -1R0 & 4R3 & 5R-1 & 0R0 \end{array}$$

- (7) Siano $S = \{l, m, n\}$ e $T = \{1, 7\}$. Stabilire quali tra queste relazioni tra S e T sono applicazioni:

$$R_1 = \{(l, 1), (m, 1), (n, 7)\} \quad R_2 = \{(l, 1), (m, 1), (n, 1)\} \quad R_3 = \{(l, 7), (m, 1)\}$$

e quali delle seguenti relazioni di S in S sono applicazioni:

$$R_4 = \{(l, m), (n, m)\} \quad R_5 = \{(l, m), (m, n), (n, l)\} \quad R_6 = \{(l, l), (m, n), (l, n)\}$$

- (8) Considerate in $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ le seguenti relazioni, si precisi se sono applicazioni di \mathbb{N} in \mathbb{N} :

$$\begin{array}{ll} xR_1y & \Leftrightarrow x + y = 3 \\ xR_2y & \Leftrightarrow x + 4 = y \\ xR_3y & \Leftrightarrow x + y > 3 \end{array}$$