

# **Estudio sobre la eficiencia de un calentador eléctrico**

## **Pregunta de investigación**

¿Hasta qué punto es más eficiente mantener un calentador encendido, antes de apagar-lo?

Física

INS Jaume Vicens Vives

Curso: 2n Bachillerato

19 de abril 2021

# 1. Introducción

En este trabajo se intenta responder a la pregunta de investigación: ¿Hasta qué punto es más eficiente mantener un calentador encendido, antes de apagar-lo? Antes de realizar el experimento se realizará una exploración teórica para realizar una hipótesis previa. Al realizar el experimento se comparará con la teoría para ver cómo se acerca la teoría al experimento.

## 1.1. Objetivos

En este trabajo se quiere alcanzar los objetivos siguientes:

- Entender cómo funciona un calentador eléctrico para poder replicar-lo a menor escala
- Obtener un marco teórico sobre el cual respaldar el experimento
- Hacer una simulación teórica de los datos a partir de los datos obtenidos durante el experimento
- Ver como se ajustan los datos experimentales a la teoría
- Hacer un análisis sobre la eficiencia del aparato construido

## 1.2. Motivación personal

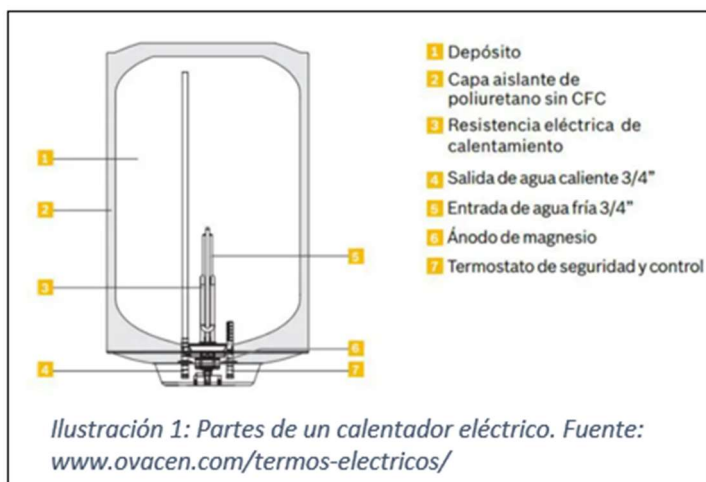
Desde que puedo recordar, en mi familia se ha intentado ahorrar la máxima cantidad de energía posible. Esto viene dado por motivos ecológicos y económicos. Entonces, casi siempre estaban las luces cerradas en casa si no eran necesarias., los instrumentos electrónicos cuando no se usaban estaban desenchufados ... No obstante, nuestro calentador eléctrico siempre ha sido sujeto de discusión. Mi familia siempre ha estado dividida en si dejar el calentador encendido o apagado al salir de casa. La discusión de si era más eficiente mantener el agua a una temperatura elevado o dejar enfriar esta agua y calentarla toda de golpe.

Entonces, con este trabajo quiero poner fin a esta discusión, obteniendo una conclusión clara y concisa con la cual apoyar uno de los dos argumentos.

## 2. Marco Teórico

### 2.1 Calentador eléctrico

Los calentadores eléctricos son tanques que calientan y acumulan agua y la mantienen a determinada temperatura a través de una resistencia eléctrica. Generalmente se utiliza más el término termo eléctrico para referirse a este



tipo de aparatos. En su forma más básica un termo eléctrico funciona

Ilustración 1: Partes de un calentador eléctrico, fuente: [www.ovacen.com/termos-electricos/](http://www.ovacen.com/termos-electricos/)

calentando agua fría en su interior a través de una resistencia eléctrica. A veces tienen un sensor de temperatura que usan para apagar y encender la resistencia, y mantener el agua a una temperatura constante.<sup>1</sup> El tipo de resistencia usada normalmente es una resistencia calentadora, que convierte energía eléctrica en calor. La mayoría de estas resistencias son una aleación de níquel (80%) y cromo (20%), llamada nicromo.<sup>2</sup> También pueden ser una resistencia blindada (en contacto directo con el agua) o envainada (protegida por una vaina).

### 2.2 Ciclo de Trabajo

En electrónica, el ciclo de trabajo, ciclo útil o régimen de trabajo es la relación que existe entre el tiempo en que la señal se encuentra en estado activo y el periodo de la misma. Su valor se encuentra comprendido entre 0 y 1, y viene dado por la siguiente expresión:

$$D = \frac{\tau}{P}$$

<sup>1</sup> I. Arnabat, Calentador de agua eléctrico: [www.caloryfrio.com/calefaccion/agua-caliente/calentador-de-agua-electrico-claves-elegir-mejor-infografia.html](http://www.caloryfrio.com/calefaccion/agua-caliente/calentador-de-agua-electrico-claves-elegir-mejor-infografia.html), última data de consulta [01, 07, 2021]

<sup>2</sup> Résistencia Calentadora: [https://es.wikipedia.org/wiki/Resistencia\\_calentadora](https://es.wikipedia.org/wiki/Resistencia_calentadora), última data de consulta [01, 07, 2021]

Donde  $D$  es el ciclo de trabajo,  $\tau$  es la duración del trabajo y  $P$  es el periodo de la señal. Esta mediada se utiliza en instrumentos que hacen su función de forma intermitente, como es la resistencia eléctrica de un calentador (cuando baja la temperatura se activa y cuando llega a la temperatura desasada se para)

## 2.3 Ley del enfriamiento de Newton<sup>3</sup>

La ley enfriamiento de Newton establece que cuando la diferencia de temperaturas entre el cuerpo y su medio ambiente no es demasiado grande, la tasa de pérdida de calor de un cuerpo es proporcional a la diferencia de temperatura entre el cuerpo y su entorno:

$$\frac{dQ}{dt} = \alpha S(T - T_a)$$

Donde  $\alpha$  es el coeficiente de intercambio de calor y  $S$  el área del cuerpo que transfiere el calor. Después de un seguido de cálculos con integrales (Mostrados en el Anexo (6.5)), se obtienen las fórmulas siguientes para el enfriamiento y el calentamiento de un líquido:

### Enfriamiento

$$T(t) = T_a + (T_0 - T_a)e^{-kt}$$

### Calentamiento

$$T(t) = T_a + \frac{P}{\alpha S}(1 - e^{-kt})$$

$k$  se obtiene experimentalmente y tiene unidades  $s^{-1}$ . Entonces, se deducen las otras unidades a partir de esto:

$$s^{-1} = \frac{\alpha \cdot m^2}{\frac{J}{^\circ C \cdot kg} \cdot kg} = \frac{\alpha \cdot m^2}{\frac{J}{^\circ C}} \Rightarrow s^{-1} = \frac{\alpha \cdot m^2 \cdot ^\circ C}{W \cdot s} \Rightarrow \alpha = \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$$

## 2.3. Materiales

Los materiales que se utilizan son los siguientes (Foto 1):

- Sensor de temperatura
- Multiherramienta DREMEL 300
- Balanza
- Tubo de cristal
- Lamina de plástico
- Un cronómetro

<sup>3</sup> Universidad del País Vasco, Ley de enfriamiento de Newton:

[www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/estadistica/otros/enfriamiento/enfriamiento.htm](http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/estadistica/otros/enfriamiento/enfriamiento.htm), última data de consulta [01, 07, 2021]

- Pinzas de cocodrilo
- Hilo de nicrom
- 2 multímetros
- Tubo de cristal
- Cables de conexión
- Un termo de bebidas
- Un inversor
- Consola Vernier

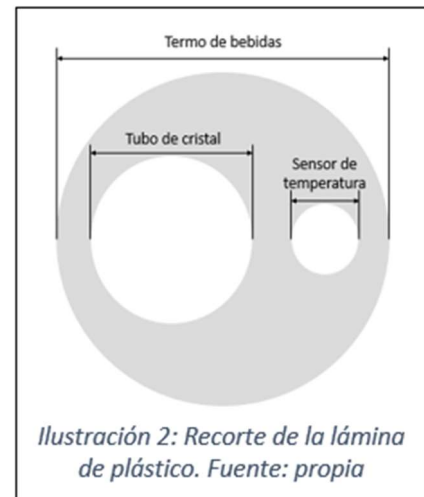


*Foto 1: Materiales usados. Fuente: Propia*

### 3. Procedimiento:

Para realizar el experimento se sigue el siguiente procedimiento:

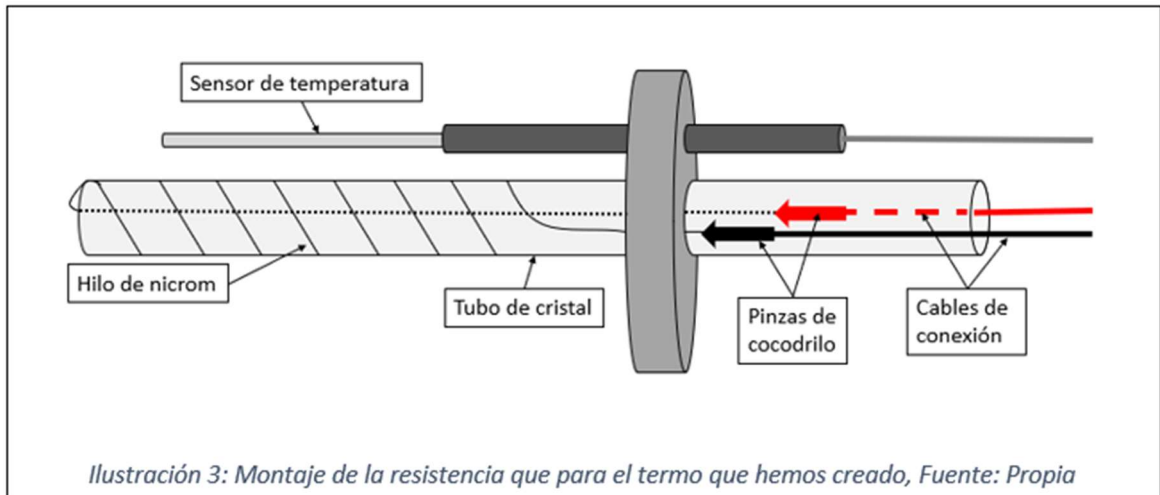
1. En un principio, se usa usando la multiherramienta DREMEL 300 para recortar un círculo en la lámina de plástico de las mismas dimensiones del termo. A este recorte, se le hacen dos agujeros circulares, uno de las mismas dimensiones que el tubo de cristal y el otro del sensor de temperatura. De la misma manera que se observa en la Ilustración 2.



*Ilustración 2: Recorte de la lámina de plástico. Fuente: propia*

2. Después, se inserta el tubo de cristal en el agujero de sus dimensiones. Seguidamente se hace pasar el hilo de nicromo por el interior del tubo. El extremo que se ha hecho pasar se pinza con las pinzas de cocodrilo. El otro extremo del hilo se enrolla alrededor del tubo en forma de espiral. Al llegar a la altura de la lámina de plástico se hace pasar el hilo cerca del

tubo y se coge con otra pinza de cocodrilo. Finalmente, se inserta el sensor de temperatura en el otro agujero de la lámina de plástico. El producto



final se puede ver en la Ilustración 3.

3. A continuación, se pesa una cantidad de agua y se llena el termo con esta cantidad y se coloca el montaje del apartado 2 de manera que el sensor de temperatura este en contacto con el agua. Se conectan los dos multímetros a los cables de conexión, uno midiendo intensidad (en serie) y el otro midiendo la diferencia de potencial (en paralelo). Después, se conecta el circuito al inversor. Seguidamente, se enchufa el inversor a una fuente de corriente alterna.
4. Finalmente, se conecta el sensor de temperatura a la consola Vernier y se empieza a tomar datos de la temperatura ( $^{\circ}\text{C}$ ) en función del tiempo (min) (con la consola Vernier), la diferencia de potencial (V) e intensidad (A) con los multímetros.
5. Primero medimos el calentamiento del agua con la consola Vernier, i una vez llegado al límite de temperatura (parece que la resistencia no puede calentar más), desenchufamos el inversor y empezamos el cronómetro, observamos la temperatura del agua, y cuando empiece a bajar,



apuntamos el tiempo transcurrido desde que se ha desenchufado y empezamos a medir el enfriamiento del agua con la consola Vernier. En ambos, después de 3-4 horas empezamos a medir la temperatura con menos frecuencia, ya que el cambio de temperatura será casi inexistente. El montaje final del experimento se puede observar en la Foto 2.

### 3.1 Variables

Dependiente: Tiempo:  $t \rightarrow$  tiempo transcurrido durante la variación de temperatura en el termo eléctrico, se mide en minutos (*min*).

Independiente: Temperatura:  $T \rightarrow$  Temperatura del agua en el termo eléctrico, se mide en grados Celsius ( $^{\circ}\text{C}$ ).

Controladas: Durante el experimento se han controlado diferentes variables que pudieran haber perturbado los resultados: la presión ambiental ( $998.7 \pm 0.1$ ) hPa, la humedad (30%), el termo eléctrico con el que se hacen las medidas y se han usado los mismos instrumentos de medida durante todo el procedimiento para reducir la posibilidad de errores aleatorios.

## 4. Análisis

Siguiendo el procedimiento se obtienen estos valores:

$$m = (1.0 \pm 0.1) \text{ kg}; \quad \Delta V = (13.5 \pm 0.1) \text{ V}; \quad I = (2.50 \pm 0.10) \text{ A}$$

$$\text{Valores teóricos: } c = 4186 \frac{\text{J}}{^{\circ}\text{C} \cdot \text{kg}}$$

El tiempo transcurrido entre que se ha desenchufado el inversor del y el enfriamiento es de unos  $(14.0 \pm 1.0) \text{ min}$  (no es una medida exacta ya que es difícil ver el instante en que la temperatura empieza a descender), esto es debido a que el agua está aislada y el aparato presenta inercia.

Notemos que, el voltaje es constante, y la intensidad también debido a que el hilo está hecho de nicrom, un material óhmico, por lo tanto, la resistencia no varía con la temperatura y como consecuencia la intensidad tampoco.

En un principio se calcula la potencia de la corriente usada junto con su incertidumbre:

$$P = \Delta V \cdot I = 13.5 \cdot 2.50 = 33.8; \quad \Delta P = \left( \frac{0.1}{13.5} + \frac{0.10}{2.50} \right) 33.8 = 1.6;$$

$$P = (33.8 \pm 1.6) \text{ W}$$

En la primera parte del procedimiento se obtienen los datos del calentamiento del agua ((Anexo 6.1) En la Tabla 1 podemos observar una muestra de los datos). Se considera que el tiempo no tiene incertidumbre ya que la consola vernier tiene una precisión del tiempo casi perfecta.

Notemos lo siguiente:

$$T_{\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} \left( T_a + \frac{P}{\alpha S} (1 - e^{-k}) \right) = T_a + \frac{P}{\alpha S};$$

De esta manera se puede calcular  $\alpha S$ , a partir del cual se puede obtener  $k$ . En nuestro caso, el valor  $T_{\infty}$  se aproxima a  $77.4^{\circ}\text{C}$ .

$$T_{\infty} = 77.4 = 24.3 + \frac{33.8}{\alpha S} \Rightarrow \alpha S = \left( \frac{77.4 - 24.3}{13.5 \cdot 2.50} \right)^{-1} = 0.640 \text{ W}/^{\circ}\text{C}$$

$$\Delta(\alpha S) = \left( \frac{\Delta P}{P} + \frac{\Delta T_{\infty} + \Delta T_a}{T_{\infty} - T_a} \right) \alpha S = \left( \frac{1.6}{33.8} + \frac{0.1 + 0.1}{77.4 - 24.3} \right) 0.640 = 0.042 \text{ W}/^{\circ}\text{C}$$

$$\alpha S = (0.640 \pm 0.042) \text{ W}/^{\circ}\text{C}$$

$$k = \frac{\alpha S}{4186} = \frac{0.640}{4186} = 1.50 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1};$$

$$\Delta k = \left( \frac{\Delta \alpha S}{\alpha S} + \frac{\Delta c}{c} \right) \cdot k = \left( \frac{0.042}{0.640} + \frac{0}{4186} \right) \cdot 1.50 \times 10^{-4} = 0.10 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

$$k = (1.50 \pm 0.10) \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

Podemos observar que el calor específico del agua no tiene incertidumbre, debido a que es un valor teórico conocido con mucha exactitud (obtenido en Internet). Ya que nuestras medidas de tiempo eran muy grandes, en vez de usar segundos, hemos medido en minutos, por lo tanto,  $k$  debe tener las unidades  $\text{min}^{-1}$ :

$$k = 1.50 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1} \cdot \frac{1 \text{ min}^{-1}}{60^{-1} \text{ s}^{-1}} = 9.00 \times 10^{-3} \text{ min}^{-1}; \Delta k = \pm 6.0 \times 10^{-4} \text{ min}^{-1}$$

Con estos dos valores, podemos obtener la función teórica del calentamiento del agua:

$$T(t) = T_a + \frac{P}{\alpha S} (1 - e^{-kt}) \Rightarrow T(t) = 24.3 + \frac{33.8}{0.640} (1 - e^{-9.00 \times 10^{-3} t})$$

Usando una gráfica podemos comparar los datos obtenidos durante el procedimiento con la teoría (Anexo 6.2). No se marcan las incertidumbres de los valores, ya que son negligibles de lo pequeñas que son en comparación de la gran cantidad de datos.



En la segunda parte del procedimiento se obtienen los datos del calentamiento del agua ((Anexo 6.3) En la Tabla 2 podemos observar una muestra de los datos). Usaremos la misma constante  $k$  ya que se aproxima mucho al valor real, como hemos podido observar en la gráfica anterior. Como podemos observar obtenemos:

$$T(t) = T_a + (T_0 - T_a)e^{-kt} \Rightarrow T(t) = 24.3 + (70.4 - 24.3)e^{-9.00 \times 10^{-3}t}$$

Y otra vez, se usa una gráfica podemos comparar el valor teórico con nuestros datos (Anexo 6.4). No se marcan las incertidumbres de los valores, ya que son negligibles de lo pequeñas que son en comparación de la gran cantidad de datos. ‘ Para nuestro análisis de rendimiento, aproximaremos nuestros valores prácticos a las dos ecuaciones obtenidas. Esto nos facilita los cálculos y lo podemos hacer ya que el margen de error es muy pequeño entre las ecuaciones obtenidas y los datos. En resumen, tenemos dos ecuaciones que nos indican la temperatura del agua en función del tiempo, y también tenemos la potencia utilizada para calentar el agua y el tiempo que transcurre entre cada una de las ecuaciones. Normalmente, un calentador mantiene el agua a una temperatura entre 50 °C y 65°C , entonces, nosotros queremos ver la energía necesaria para poder mantener esta temperatura y comparar la con la energía consumida al dejar enfriar el termo y calentarlo a la temperatura deseada. Notemos que la energía consumida por el termo en función del tiempo en que este encendido es dada por la fórmula:

$$E(t) = P \cdot t \Rightarrow E(t) = 33.8t \text{ J}$$

En resumen, tenemos las siguientes funciones, que describen el enfriamiento y el calentamiento del agua en el termo:

$$T_{\text{enf}}(t) = 24.3 + 46.1 \cdot e^{-9.00 \times 10^{-3}t}; \quad T_{\text{cal}}(t) = 24.3 + 52.8(1 - e^{-9.00 \times 10^{-3}t})$$

### ***INCERTIDUMBRES:***

$$T_a = (24.3 \pm 0.1)^\circ\text{C}$$

$$\frac{P}{\alpha S} = (52.8 \pm 6.0)^\circ\text{C}$$

$$(T_0 - T_a) = (46.1 \pm 0.2)^\circ\text{C}$$

$$k = (9.00 \pm 0.60) \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$$

Cualquier valor que no se le haya calculado la incertidumbre en la investigación es un cálculo simple de suma de incertidumbres relativas si los valores se están multiplicando o dividiendo y absolutas si están sumando o restando.

Usando la función  $T_{cal}(t)$ , se calcula el tiempo necesario para calentar el agua hasta unos 65°C.

$$65.0 = 24.3 + 52.8(1 - e^{-9.00 \times 10^{-3} t_{\uparrow 65}})$$

$$\ln(e^{-9.00 \times 10^{-3} t_{\uparrow 65}}) = \ln\left(\frac{24.3 - 65.0}{52.8} + 1\right) \Rightarrow t_{\uparrow 65} = \frac{\ln(0.229)}{-9.00 \times 10^{-3}} = 163 \text{ min};$$

A la hora de calcular la incertidumbre de  $t_{\uparrow 65}$ , es necesario calcular la incertidumbre de un logaritmo, para estos aplica la siguiente fórmula de propagación de incertidumbre:

$$x \pm \Delta x; \quad y = f(x); \quad \Delta y = \left| \frac{df(x)}{dx} \right| \Delta x; \quad \Rightarrow \quad \Delta \ln(x) = \frac{\Delta x}{|x|}$$

$$x = 0.229; \quad \Delta x = \left( \frac{0.1 + 0.0}{|24.3 - 65.0|} + \frac{6.0}{52.8} \right) 0.229 + 0 = 0.027;$$

$$\ln(x) = -1.47; \quad \Delta \ln(x) = \frac{0.027}{|0.229|} = 0.12;$$

Seguidamente se suman las incertidumbres relativas, ya que los valores se están dividiendo.

$$\Delta t_{\uparrow 65} = \left( \frac{0.12}{|-1.47|} + \frac{0.60 \times 10^{-3}}{|-9.00 \times 10^{-3}|} \right) 162 = 25 \text{ min};$$

$$t_{\uparrow 65} = (162 \pm 25) \text{ min};$$

Ahora se calcula el tiempo que tarda en enfriarse desde 65.0°C hasta 50.0°C ( $t_{65 \rightarrow 50}$ ). El cálculo de la incertidumbre de  $t_{65 \rightarrow 50}$ , se hace sumando las incertidumbres absolutas de  $t_{\downarrow 65}$  y  $t_{\downarrow 50}$ . Estas incertidumbres se calculan siguiendo el procedimiento anterior donde se usa  $k \pm \Delta k$  para evaluar  $\Delta t_{\downarrow 65}$  y  $\Delta t_{\downarrow 50}$  (aunque no se enseñen en los cálculos).

$$65.0 = 24.3 + 46.1 \cdot e^{-9.00 \times 10^{-3} t_{\downarrow 65}} \Rightarrow t_{\downarrow 65} = 13.8 \text{ min};$$

$$50.0 = 24.3 + 46.1 \cdot e^{-9.00 \times 10^{-3} t_{\downarrow 50}} \Rightarrow t_{\downarrow 50} = 64.9 \text{ min};$$

$$t_{65 \rightarrow 50} = t_{\downarrow 50} - t_{\downarrow 65} = 64.9 - 13.8 = 51.1 \text{ min};$$

$$\Delta t_{65 \rightarrow 50} = \Delta t_{\downarrow 50} + \Delta t_{\downarrow 65} = 6.2 + 2.2 = 8.4 \text{ min};$$

$$t_{65 \rightarrow 50} = (51.1 \pm 8.4) \text{ min};$$

Finalmente, se calcula el tiempo necesario para subir la temperatura del agua de 50.0°C a 65.0°C ( $t_{50 \rightarrow 65}$ ), se sigue el mismo procedimiento con las incertidumbres:

$$50 = 24.3 + 52.8(1 - e^{-9.00 \times 10^{-3}t}) \Rightarrow t_{\uparrow 50} = 74.1 \text{ min}; \quad \Delta t_{\uparrow 50} = 18.1 \text{ min};$$

$$t_{50 \rightarrow 65} = t_{\uparrow 65} - t_{\uparrow 50} = 162 - 74.1 = 87.9 \text{ min};$$

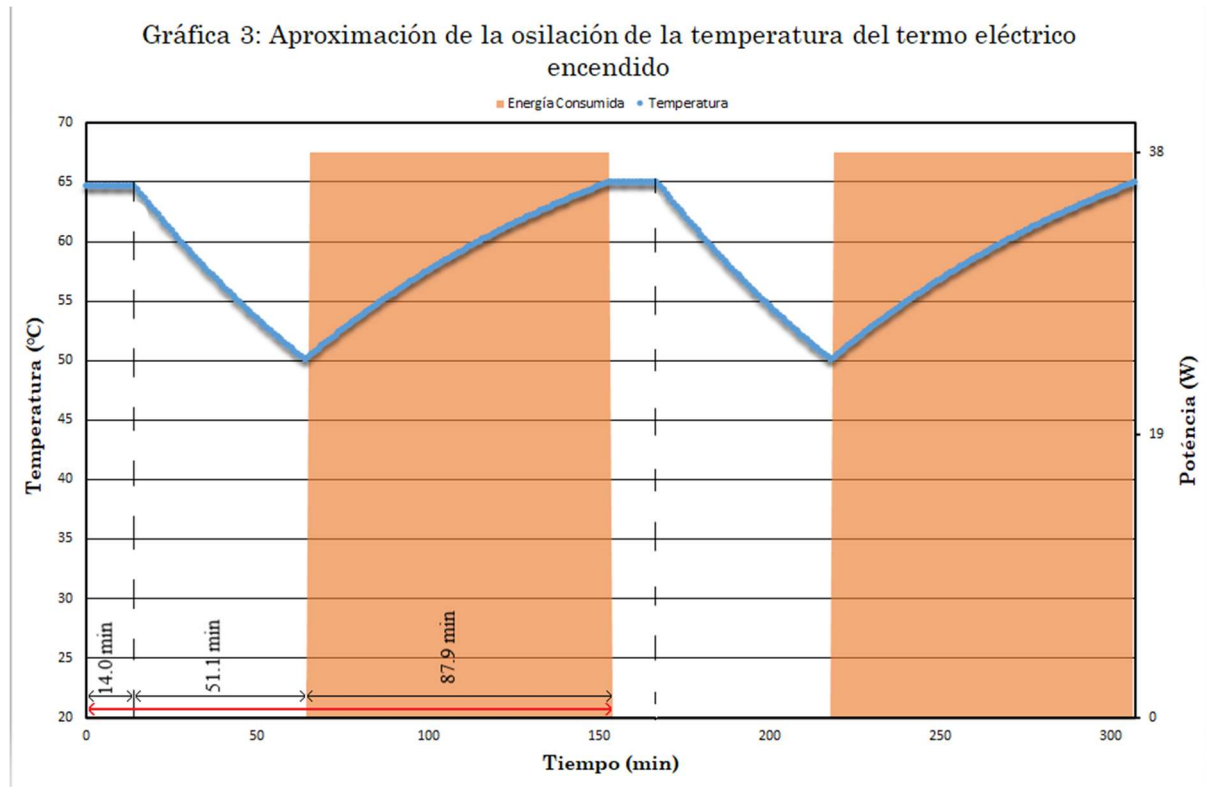
$$\Delta t_{50 \rightarrow 65} = \Delta t_{\uparrow 65} + \Delta t_{\uparrow 50} = 25 + 18.1 = 43.1 \text{ min};$$

Se puede presenciar el resumen en la Tabla 3:

Temperaturas (°C):	Tiempo (min)
$T_{\text{cal}}(t) \rightarrow T_{\text{enf}}(t)$	$(14.0 \pm 1.0) \text{ min}$
$T_a \rightarrow 65^\circ\text{C}$	$(162 \pm 25) \text{ min}$
$65^\circ\text{C} \rightarrow 50^\circ\text{C}$	$(51.1 \pm 6.8) \text{ min}$
$50^\circ\text{C} \rightarrow 65^\circ\text{C}$	$(87.9 \pm 43.1) \text{ min}$

Tabla 3: variación de temperatura, energía y tiempo usado por el termo

Con esta información podemos calcular el ciclo de trabajo del calentador eléctrico, esto lo hacemos con la ayuda del gráfico siguiente (Gráfico 3):



$$P = 14.0 + 51.1 + 87.9 = 153.0 \text{ min}; \quad \Delta T = 1.0 + 6.8 + 43.1 = 50.9 \text{ min};$$

$$\tau = 87.9 \text{ min}; \quad \Delta \tau = 43.1 \text{ min};$$

$$D = \frac{\tau}{P} = \frac{87.9}{153.0} = 0.576; \quad \Delta D = \left( \frac{50.9}{153.0} + \frac{43.1}{87.9} \right) 0.576 = 0.474;$$

$$D = 0.576 \pm 0.474$$

Con esta información sabemos que el termo está funcionando el 57.6% del tiempo en el que se está manteniendo el agua a la temperatura deseada. Ahora podemos comparar este tiempo con el que tarda en calentar el agua de una temperatura ambiente hasta la temperatura deseada de unos 65°C.

$$T_{a \rightarrow 65^{\circ}\text{C}} = (162 \pm 25) \text{ min}$$

$$t \cdot 0.576 = 162 \Rightarrow t = \frac{162}{0.576} = 281 \text{ min}; \Delta t = \left( \frac{25}{162} + \frac{0.474}{0.576} \right) 281 = 275 \text{ min};$$

$$\mathbf{t = (281 \pm 275) \text{ min}}$$

Así pues, si el tiempo transcurrido entre el uso de nuestro calentador eléctrico es mayor a 281 minutos, es más eficiente apagar el termo.

## 5. Conclusión:

Este trabajo ha sido satisfactorio, ya que he cumplido con todos mis objetivos. He entendido cómo funciona un calentador eléctrico para poder replicar-lo a una menor escala, también he podido respaldar los datos obtenidos con un fundamento teórico que se adecuaba muy bien al experimento y gracias a esto he podido ver como los datos experimentales, se parecían con los teóricos. No obstante, mi objetivo principal de obtener una conclusión clara y concisa con la cual apoyar uno de los dos argumentos, no se ha logrado del todo, porque en un principio el resultado obtenido solo funciona para el termo construido, cuesta mucho extrapolarlo a una cosa más general. Esto es debido a que el termo tenía una resistencia muy pequeña y se calentaba muy poca agua, además el termo no estaba perfectamente aislado y como consecuencia la resistencia ha de estar encendida más tiempo para compensar el calor perdido, esto hace que el ciclo de trabajo sea mayor de lo acostumbrado en un calentador eléctrico (3 – 5 horas por día, que implica un ciclo de trabajo 12.5 – 20.83 %). No obstante, el mismo experimento se puede repetir con un calentador eléctrico real y de esta manera se podría obtener una conclusión válida. El problema principal con usar un calentador eléctrico es que el estudio supondría un gran coste energético y una gran cantidad de tiempo.

También, el resultado tiene una incerteza relativa muy alta debido a que, en un momento del procedimiento, se ha restado dos valores, pero las incertidumbres

absolutas se suman y esto creaba una incertidumbre relativa muy alta, que se ha ido propagando durante el análisis y por esta razón nuestro resultado no es preciso, cosa que contribuye a la dificultad de extraer una buena conclusión.

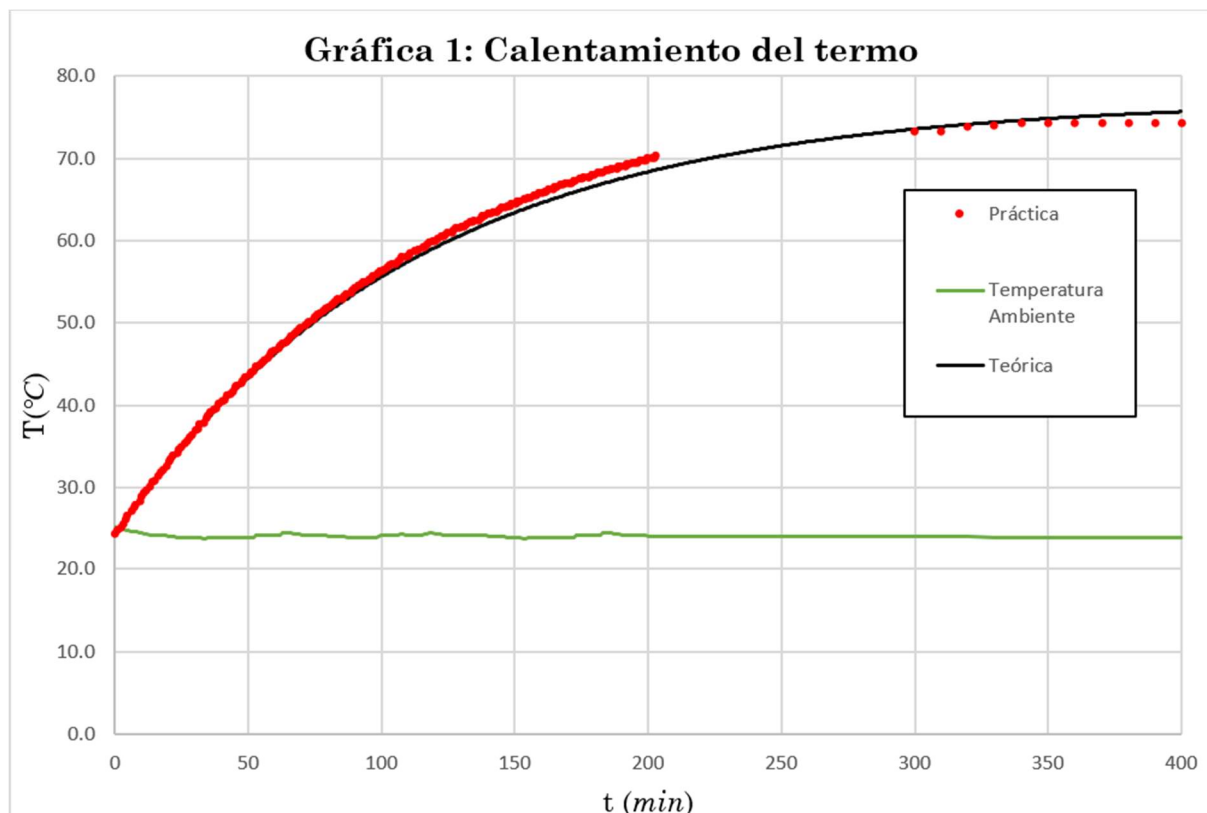
No obstante, estoy muy satisfecho del trabajo hecho, ya que el procedimiento ha sido rediseñado varias veces para que el resultado sea el mejor, y me he encontrado con varios problemas que he superado para llegar al procedimiento expuesto. Por lo que hace a la motivación personal, debido que la mayoría de las discusiones ocurrían cuando nos íbamos de casa los fines de semana, aunque no sea del todo preciso, podemos afirmar que siempre es mejor apagar el calentador.

## 6. Anexo:

### 6.1 Tabla 1: calentamiento del agua

$(T \pm 0.1) ^\circ\text{C}$	$t(\text{min})$	$(T \pm 0.1) ^\circ\text{C}$	$t(\text{min})$	$(T \pm 0.1) ^\circ\text{C}$	$t(\text{min})$
24.5	0	30.5	14	68.9	190
24.7	1	31.0	15	69.0	191
25.2	2	31.4	16	69.1	192
25.7	3	31.8	17	69.2	193
26.2	4	32.3	18	69.3	194
26.6	5	32.7	19	69.4	195
27.1	6	...	...	69.5	196
27.5	7	69.3	183	69.6	197
28.0	8	69.5	184	...	...
28.4	9	69.6	185	77.4	350
28.9	10	69.7	186	77.4	360
29.3	11	69.7	187	77.4	370
29.7	12	69.8	188	77.4	380
30.2	13	68.9	189	77.4	400

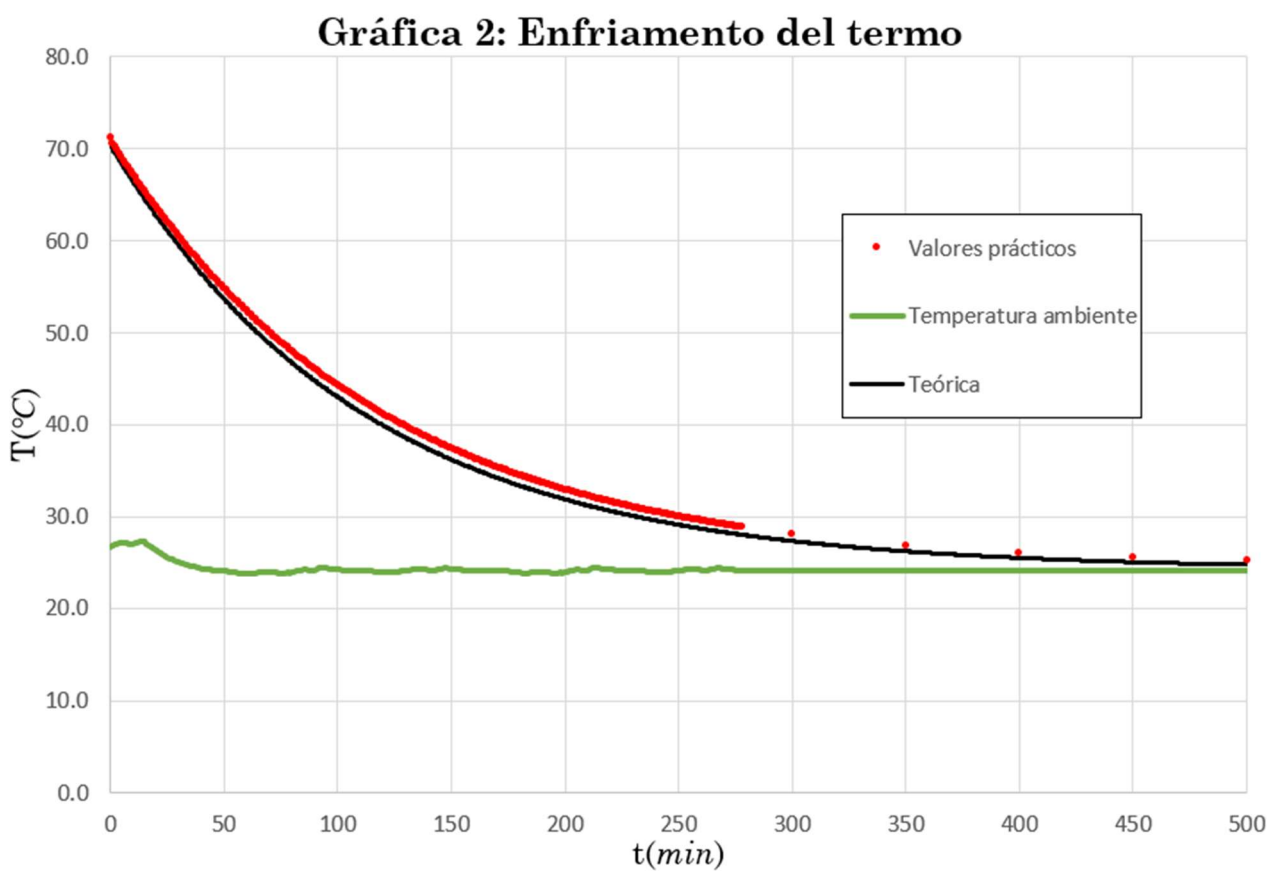
### 6.2 Gráfica 1: Calentamiento del termo



6.3 Tabla 2: Enfriamiento del agua

$(T \pm 0.1) \text{ }^{\circ}\text{C}$	$t(\text{min})$	$(T \pm 0.1) \text{ }^{\circ}\text{C}$	$t(\text{min})$	$(T \pm 0.1) \text{ }^{\circ}\text{C}$	$t(\text{min})$
71.3	0	65.8	14	29.4	265
70.7	1	65.5	15	29.4	266
70.3	2	65.1	16	29.4	267
69.9	3	64.8	17	29.3	268
69.5	4	64.4	18	29.3	269
69.1	5	64.1	19	29.2	270
68.7	6	63.8	20	29.2	271
68.4	7	...	...	29.2	272
68.0	8	29.7	259	...	...
67.6	9	29.7	260	27.8	300
67.3	10	29.6	261	26.6	350
66.9	11	29.6	262	25.8	400
66.5	12	29.5	263	25.3	450
66.2	13	29.5	264	24.9	500

6.4 Gráfica 2: Enfriamiento del agua



## 6.5 Demostración de las leyes de calentamiento y enfriamiento de Newton

Considerando la fórmula:

$$\frac{dQ}{dt} = \alpha S(T - T_a)$$

Donde  $\alpha$  es el coeficiente de intercambio de calor y  $S$  el área del cuerpo que transfiere el calor. Si  $T > T_a$  entonces el cuerpo pierde la cantidad de calor  $dQ$  en el intervalo correspondiente a  $t + dt$ , disminuyendo la temperatura del cuerpo  $T$  una cantidad  $dT$ . Teniendo en cuenta que la energía calorífica se puede determinar mediante la fórmula:

$$dQ = -m \cdot c \cdot dT$$

Donde  $m$  es la masa del cuerpo y  $c$  su calor específico (el signo menos indica una pérdida de energía calorífica) combinando las dos ecuaciones y resolviendo la ecuación diferencial, se obtiene una expresión para la variación de temperatura en función del tiempo:

$$\begin{aligned} \frac{-m \cdot c \cdot dT}{dt} &= \alpha S(T - T_a) \Rightarrow \frac{dT}{dt} = -k(T - T_a) \rightarrow k = \frac{\alpha \cdot S}{m \cdot c} \\ \frac{dT}{dt} &= -k(T - T_a) \Rightarrow \int_{T_0}^T \frac{dT}{(T - T_a)} = \int_0^t -k dt \Rightarrow \int_{T_0}^T \frac{dT}{(T - T_a)} = -k \int_0^t dt = -kt \Rightarrow \\ &\Rightarrow \ln(T - T_a) = -kt + \ln(T_0 - T_a) \end{aligned}$$

Despejando  $T$  obtenemos:

$$T = T_a + (T_0 - T_a)e^{-kt}$$

Para el calentamiento de un objeto, se puede usar la ley de enfriamiento de Newton para calcular las pérdidas de calor. Notemos la fórmula del efecto Joule:<sup>4</sup>

$$\frac{Q}{t} = P \Rightarrow \frac{dQ}{dt} = P$$

Substituyendo  $dQ/dt$ , usando la ley de enfriamiento de Newton y resolviendo la ecuación diferencial se obtiene:

$$P = \frac{dQ}{dt} = mc \frac{dT}{dt} + \alpha S(T - T_a) \Rightarrow \frac{dT}{dt} = \frac{P}{mc} - \frac{\alpha S}{mc} (T - T_a) \Rightarrow \frac{dT}{\frac{P}{mc} - \frac{\alpha S}{mc} (T - T_a)} = dt \Rightarrow$$

---

<sup>4</sup> Universidad del País Vasco, Calentamiento de un líquido:

[www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/estadistica/otros/latente1/latente1.htm](http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/estadistica/otros/latente1/latente1.htm), última data de consulta [01, 07, 2021]



$$\Rightarrow \int_{T_a}^T \frac{dT}{\frac{P}{mc} - \frac{\alpha S}{mc}(T - T_a)} = \int_0^t dt \Rightarrow -\frac{mc}{\alpha S} \ln \left( \frac{P}{mc} - \frac{\alpha S}{mc}(T - T_a) \right) + \frac{mc}{\alpha S} \ln \left( \frac{P}{mc} \right) = t$$

Despejando T obtenemos:

$$\mathbf{T = T_a + \frac{P}{\alpha S} (1 - e^{-kt}) \text{ donde } k = \frac{\alpha S}{mC}}$$