# Estudio sobre la eficiencia de un calentador eléctrico

Evaluación Interna Física NS

Convocatoria mayo 2022

Código: jsx364

# 1. Introducción

En este trabajo se intenta responder a la pregunta de investigación: ¿Hasta qué punto es más eficiente mantener un calentador encendido, antes de apagarlo? Antes de realizar el experimento se realizará una exploración teórica para realizar una hipótesis previa. Al hacer el experimento se comparará con la teoría para ver cómo se acerca la teoría al experimento.

## 1.1. Objetivos

En este trabajo se quiere alcanzar los objetivos siguientes:

- Entender cómo funciona un calentador eléctrico para poder replicarlo a menor escala
- Obtener un marco teórico sobre el cual respaldar el experimento
- Hacer una simulación teórica de los datos a partir de los datos obtenidos durante el experimento
- Ver como se ajustan los datos experimentales a la teoría
- Hacer un análisis sobre la eficiencia del aparato construido

## 1.2. Motivación personal

Desde que puedo recordar, en mi familia se ha intentado ahorrar la máxima cantidad de energía posible. Esto viene dado por motivos ecológicos y económicos. Entonces, casi siempre estaban las luces cerradas en casa si no eran necesarias., los instrumentos electrónicos cuando no se usaban estaban desenchufados … No obstante, nuestro calentador eléctrico siempre ha sido sujeto de discusión. Mi familia siempre ha estado dividida en sí dejar el calentador encendido o apagado al salir de casa. La discusión de si era más eficiente mantener el agua a una temperatura elevada o dejar enfriar esta agua y calentarla toda de golpe.

Entonces, con este trabajo quiero poner fin a esta discusión, obteniendo una conclusión clara y concisa con la cual apoyar uno de los dos argumentos.

# 2. Marco Teórico

## 2.1 Calentador eléctrico

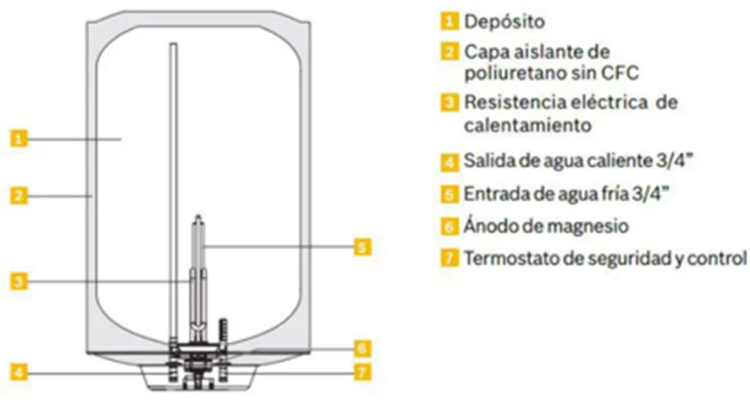



*Ilustración 1: Partes de un calentador eléctrico. Fuente: www.ovacen.com/termos-electricos/*

Los calentadores eléctricos son tanques que calientan y acumulan agua y la mantienen a determinada temperatura a través de una resistencia eléctrica. Generalmente, se utiliza más el término termo eléctrico para referirse a este tipo de aparatos. En su forma más básica un termo eléctrico funciona calentando agua fría en su interior a través de una resistencia eléctrica. A veces tienen un sensor de temperatura que usan para apagar y encender la resistencia, y mantener el agua a una temperatura constante [1]. El tipo de resistencia usada normalmente es una resistencia calentadora, que convierte energía eléctrica en calor. La mayoría de estas resistencias son una aleación de níquel (80%) y cromo (20%), llamada nicromo [2]. También pueden ser una resistencia blindada (en contacto directo con el agua) o envainada (protegida por una vaina).

## 2.2 Ciclo de Trabajo

En electrónica, el ciclo de trabajo, ciclo útil o régimen de trabajo es la relación que existe entre el tiempo en que la señal se encuentra en estado activo y el periodo de la misma. Su valor se encuentra comprendido entre 0 y 1, y viene dado por la siguiente expresión:

$$D = \frac{\tau}{P}$$

Donde $D$ es el ciclo de trabajo, $\tau$ es la duración del trabajo y $P$ es el periodo de la señal. Esta medida se utiliza en instrumentos que hacen su función de forma intermitente, como es la resistencia eléctrica de un calentador (cuando baja la temperatura se activa y cuando llega a la temperatura desasada se para).

## 2.3 Ley del enfriamiento de Newton [3]

La ley enfriamiento de Newton establece que cuando la diferencia de temperaturas entre el cuerpo y su medio ambiente no es demasiado grande, la tasa de pérdida de calor de un cuerpo es proporcional a la diferencia de temperatura entre el cuerpo y su entorno:

$$\frac{dQ}{dt} = \alpha S(T - T_a)$$

Donde α es el coeficiente de intercambio de calor y $S$ el área del cuerpo que transfiere el calor. Después de un seguido de cálculos con integrales (mostrados en el Anexo (7.5)), se obtienen las fórmulas siguientes para el enfriamiento y el calentamiento de un líquido:

**Enfriamiento**

$$T(t) = T_a + (T_0 - T_a)e^{-kt}$$

**Calentamiento**

$$T(t) = T_a + \frac{P}{\alpha S}(1 - e^{-kt})$$

Donde $k = \alpha S/mc_e$ y se obtiene experimentalmente y tiene unidades $s^{-1}$. Entonces, se deducen las otras unidades a partir de esto:

$$s^{-1} = \frac{\alpha \cdot m^2}{\frac{J}{°C \cdot kg} \cdot kg} = \frac{\alpha \cdot m^2}{\frac{J}{°C}} \Rightarrow s^{-1} = \frac{\alpha \cdot m^2 \cdot °C}{W \cdot s} \Rightarrow \alpha = \frac{W}{m^2 \cdot °C}$$

## 2.3. Materiales

Los materiales que se utilizan son los siguientes (Foto 1):

- Sensor de temperatura
- Multiherramienta DREMEL 300
- Balanza
- Pinzas de cocodrilo
- Hilo de nicromo
- Tubo de cristal
- Lámina de plástico
- Un cronómetro
- Cables de conexión
- Un termo de bebidas

- 2 multímetros
- Tubo de cristal
- Un inversor
- Consola Vernier

Foto 1: Materiales usados. Fuente: Propia

# 3. Procedimiento:

Para realizar el experimento se sigue el siguiente procedimiento:

1. En un principio, se usa usando la multiherramienta DREMEL 300 para recortar un círculo en la lámina de plástico de las mismas dimensiones del termo. A este recorte, se le hacen dos agujeros circulares, uno de las mismas dimensiones que el tubo de cristal y el otro del sensor de temperatura. De la misma manera que se observa en la Ilustración 2.

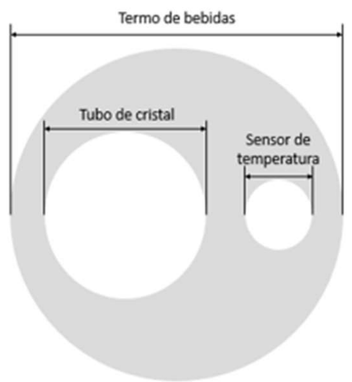



Ilustración 2: Recorte de la lámina de plástico. Fuente: propia

2. Después, se inserta el tubo de cristal en el agujero de sus dimensiones. Seguidamente, se hace pasar el hilo de nicromo por el interior del tubo. El extremo que se ha hecho pasar se pinza con las pinzas de cocodrilo. El otro extremo del hilo se enrolla alrededor del tubo en forma de espiral. Al llegar a la altura de la lámina de plástico se hace pasar el hilo cerca del tubo y se coge con otra pinza de cocodrilo. Finalmente, se inserta el sensor

de temperatura en el otro agujero de la lámina de plástico El producto final se puede ver en la Ilustración 3.

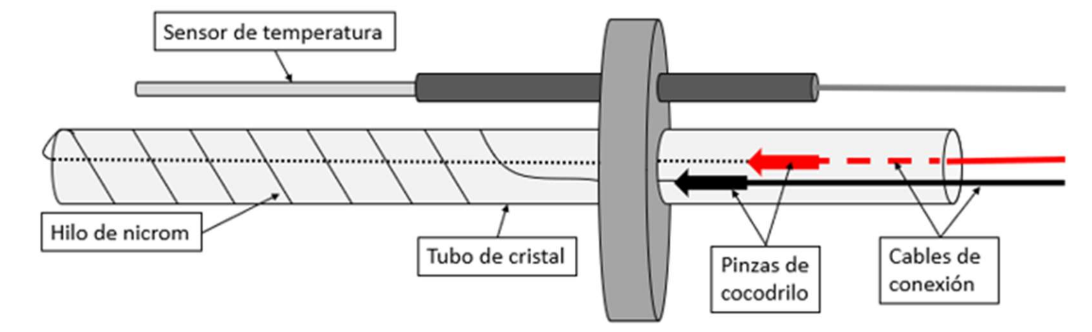



*Ilustración 3: Montaje de la resistencia que para el termo que hemos creado, Fuente: Propia*

3. A continuación, se pesa una cantidad de agua y se llena el termo con esta cantidad y se coloca el montaje del apartado 2 de manera que el sensor de temperatura este en contacto con el agua. Se conectan los dos multímetros a los cables de conexión, una midiendo intensidad (en serie) y el otro midiendo la diferencia de potencial (en paralelo). Después, se conecta el circuito al inversor. Seguidamente, se enchufa el inversor a una fuente de corriente alterna.
4. Finalmente, se conecta el sensor de temperatura a la consola Vernier y se empieza a tomar datos de la temperatura (°C) en función del tiempo (min) (con la consola Vernier), la diferencia de potencial (V) e intensidad (A) con los multímetros.
5. Primero medimos el calentamiento del agua con la consola Vernier, y una vez llegado al límite de temperatura (parece que la resistencia no puede calentar más), desenchufamos el inversor y empezamos el cronómetro. Observamos la temperatura del agua, y cuando empiece a bajar, apuntamos el tiempo transcurrido

*Foto 2: Montaje del experimento. Fuente: Propia*

desde que se ha desenchufado. Empezamos a medir el enfriamiento del agua con la consola Vernier. En ambos, después de 3-4 horas empezamos a medir la temperatura con menos frecuencia, ya que el cambio de temperatura será casi inexistente.

El montaje final del experimento se puede observar en la Foto 2.

## 3.1 Variables

Dependiente: Tiempo: $t$ → tiempo transcurrido durante la variación de temperatura en el termo eléctrico, se mide en minutos ($min$).

Independiente: Temperatura: $T$ → Temperatura del agua en el termo eléctrico, se mide en grados Celsius (°C).

Controladas: Durante el experimento se han controlado diferentes variables que pudieran haber perturbado los resultados: la presión ambiental $(998.7 \pm 0.1)hPa$, la humedad $(30\%)$, el termo eléctrico con el que se hacen las medidas y se han usado los mismos instrumentos de medida durante todo el procedimiento para reducir la posibilidad de errores aleatorios.

# 4. Análisis

Siguiendo el procedimiento se obtienen estos valores:

$$m = (1.0 \pm 0.1)\ kg; \quad \Delta V = (13.5 \pm 0.1)V; \quad I = (2.50 \pm 0.10)A$$

$$\text{Valores teóricos: } c_{\mathrm{e}} = 4186 \frac{J}{{}^{\circ}\mathrm{C} \cdot kg}$$

El tiempo transcurrido entre que se ha desenchufado el inversor del y el enfriamiento es de unos $(14.0 \pm 1.0)\ min$. Se le ha atribuido 1 min de incertidumbre debido a que no es una medida exacta porque es difícil ver el instante en que la temperatura empieza a descender, esto es debido a que el agua está aislada y el aparato presenta inercia.

Notemos que, el voltaje es constante, y la intensidad también debido a que el hilo está hecho de nicromo, un material óhmico, por lo tanto, la resistencia no varía con a la temperatura y como consecuencia la intensidad tampoco.

En un principio se calcula la potencia de la corriente usada junto con su incertidumbre:

$$P = \Delta V \cdot I = 13.5 \cdot 2.50 = 33.8\,; \quad \Delta P = \left(\frac{0.1}{13.5} + \frac{0.10}{2.50}\right) 33.8 = 1.6;$$

$$P = (33.8 \pm 1.6)\, W$$

En la primera parte del procedimiento se obtienen los datos del calentamiento del agua ((Anexo 7.1) En la Tabla 1 podemos observar una muestra de los datos). Se considera que el tiempo no tiene incertidumbre por que la consola vernier tiene una precisión del tiempo casi perfecta.

Notemos lo siguiente:

$$T_\infty = \lim_{t \to \infty} \left( T_a + \frac{P}{\alpha S}(1 - e^{-kt}) \right) = T_a + \frac{P}{\alpha S};$$

De esta manera se puede calcular $\alpha S$, a partir del cual se puede obtiene $k$. En nuestro caso, el valor $T_\infty$ se aproxima a 77.4 ℃.

$$T_\infty = 77.4 = 24.3 + \frac{33.8}{\alpha S} \Rightarrow \alpha S = \left(\frac{77.4 - 24.3}{33.8}\right)^{-1} = 0.640\, {}^{W}\!/_{^\circ C}$$

$$\Delta(\alpha S) = \left(\frac{\Delta P}{P} + \frac{\Delta T_\infty + \Delta T_a}{T_\infty - T_a}\right) \alpha S = \left(\frac{1.6}{33.8} + \frac{0.1 + 0.1}{77.4 - 24.3}\right) 0.640 = 0.042\, {}^{W}\!/_{^\circ C}$$

$$\boldsymbol{\alpha S} = (\mathbf{0.640 \pm 0.042})\, {}^{\boldsymbol{W}}\!/_{^\circ C}$$

$$k = \frac{\alpha S}{4186} = \frac{0.640}{4186} = 1.50 \times 10^{-4}\, s^{-1};$$

$$\Delta k = \left(\frac{\Delta \alpha S}{\alpha S} + \frac{\Delta c}{c}\right) \cdot k = \left(\frac{0.042}{0.640} + \frac{0}{4186}\right) \cdot 1.50 \times 10^{-4} = 0.10 \times 10^{-4}\, s^{-1}$$

$$\boldsymbol{k} = (\mathbf{1.50 \pm 0.10}) \times \mathbf{10^{-4}} \boldsymbol{s^{-1}}$$

Podemos observar que el calor específico del agua no tiene incertidumbre, debido a que es un valor teórico conocido con mucha exactitud (obtenido en Internet). Ya que nuestras medidas de tiempo eran muy grandes, en vez de usar segundos, hemos medido en minutos, por lo tanto, k debe tener las unidades $min^{-1}$:

$$k = 1.50 \times 10^{-4} s^{-1} \cdot \frac{1\, min^{-1}}{60^{-1}\, s^{-1}} = 9.00 \times 10^{-3}\, min^{-1};\ \Delta k = \pm 6.0 \times 10^{-4}\, min^{-1}$$

Con estos dos valores, podemos obtener la función teórica del calentamiento del agua:

$$T(t) = T_a + \frac{P}{\alpha S}(1 - e^{-kt}) \Rightarrow \boldsymbol{T(t)} = \mathbf{24.3} + \frac{\mathbf{33.8}}{\mathbf{0.640}}\left(\mathbf{1} - \boldsymbol{e^{-9.00 \times 10^{-3} t}}\right)$$

Usando una gráfica podemos comparar los datos obtenidos durante el procedimiento con la teoría (Anexo 7.2). No se marcan las incertidumbres de los valores, ya que son negligibles de lo pequeñas que son en comparación de la gran cantidad de datos.

En la segunda parte del procedimiento se obtienen los datos del calentamiento del agua ((Anexo 7.3) En la Tabla 2 podemos observar una muestra de los datos).

Usaremos la misma constante $k$ puesto que se aproxima mucho al valor real, como hemos podido observar en la gráfica anterior. Como podemos observar obtenemos:

$$T(t) = T_a + (T_0 - T_a)e^{-kt} \Rightarrow \boldsymbol{T(t) = 24.3 + (70.4 - 24.3)e^{-9.00\times10^{-3}t}}$$

Y otra vez, se usa una gráfica podemos comparar el valor teórico con nuestros datos (Anexo 7.4). No se marcan las incertidumbres de los valores en el gráfico, ya que son negligibles de lo pequeñas que son en comparación de la gran cantidad de datos.

Para nuestro análisis de rendimiento, aproximaremos nuestros valores prácticos a las dos ecuaciones obtenidas. Esto nos facilita los cálculos y lo podemos hacer por el hecho de que el margen de error es muy pequeño entre las ecuaciones y los datos obtenidos. Así pues, tenemos dos ecuaciones que nos indican la temperatura del agua en función del tiempo, la potencia utilizada para calentar el agua y el tiempo que transcurre entre cada una de las ecuaciones. Normalmente, un calentador mantiene el agua a una temperatura entre 50 ℃ y 65℃ , entonces, nosotros queremos ver la energía necesaria para poder mantener esta temperatura y compararla con la energía consumida al dejar enfriar el termo y calentarlo a la temperatura deseada.

En resumen, tenemos las siguientes funciones, que describen el enfriamiento y el calentamiento del agua en el termo:

$$\boldsymbol{T_{enf}(t) = 24.3 + 46.1 \cdot e^{-9.00\times10^{-3}t}}; \qquad \boldsymbol{T_{cal}(t) = 24.3 + 52.8\left(1 - e^{-9.00\times10^{-3}t}\right)}$$

Fijémonos que a cada uno de los valores en las ecuaciones se le corresponde una incertidumbre que se usara para calcular la incertidumbre del tiempo necesario para llegar a una temperatura deseada.

***INCERTIDUMBRES***:

$$T_a = (24.3 \pm 0.1)℃ \qquad \frac{P}{\alpha S} = (52.8 \pm 6.0)℃$$

$$(T_0 - T_a) = (46.1 \pm 0.2)℃ \qquad k = (9.00 \pm 0.60) \times 10^{-3}s^{-1}$$

Cualquier valor que no se le haya calculado la incertidumbre en la investigación es un cálculo simple de suma de incertidumbres relativas si los valores se están multiplicando o dividiendo y absolutas si están sumando o restando.
Se usa la siguiente notación para referirnos al tiempo:

| | | |
|---|---|---|
| Función: | $T_{enf}(t)$ | $T_{cal}(t)$ |
| Tiempo correspondiente para llegar a una temperatura T: | $t_{\downarrow T}$ | $t_{\uparrow \mathrm{T}}$ |

Usando la función $T_{cal}(t)$, se calcula el tiempo necesario para calentar el agua hasta unos 65℃.

$$65.0 = 24.3 + 52.8\left(1 - e^{-9.00\times10^{-3}t_{\uparrow65}}\right)$$

$$ln\left(e^{-9.00\times10^{-3}t_{\uparrow65}}\right) = ln\left(\frac{24.3-65.0}{52.8}+1\right) \Rightarrow t_{\uparrow65} = \frac{ln(0.229)}{-9.00\times10^{-3}} = 163\ min;$$

A la hora de calcular la incertidumbre de $t_{\uparrow65}$, es necesario calcular la incertidumbre de un logaritmo, para estos aplica la siguiente fórmula de propagación de incertidumbre [4]:

$$\mathrm{x} \pm \Delta\mathrm{x}; \quad \mathrm{y} = \mathrm{f(x)}; \quad \Delta\mathrm{y} = \left|\frac{\mathrm{df(x)}}{\mathrm{dx}}\right|\Delta\mathrm{x}; \quad \Rightarrow \quad \Delta\, ln(x) = \frac{\Delta x}{|x|}$$

$$x = 0.229; \quad \Delta x = \left(\frac{0.1+0.0}{|24.3-65.0|}+\frac{6.0}{52.8}\right)0.229 + 0 = 0.027;$$

$$ln(x) = -1.47; \ \Delta\, ln(x) = \frac{0.027}{|0.229|} = 0.12;$$

Seguidamente se suman las incertidumbres relativas, ya que los valores se están dividiendo.

$$\Delta t_{\uparrow65} = \left(\frac{0.12}{|-1.47|} + \frac{0.60\times10^{-3}}{|-9.00\times10^{-3}|}\right)162 = 25\ min;$$

$$t_{\uparrow65} = (162 \pm 25)\ min;$$

Ahora se calcula el tiempo que tarda en enfriarse desde 65.0℃ hasta 50.0℃ ($t_{65\rightarrow50}$). El cálculo de la incertidumbre de $t_{65\rightarrow50}$, se hace sumando las incertidumbres absolutas de $t_{\downarrow65}$ y $t_{\downarrow50}$. Estas incertidumbres se calculan siguiendo el procedimiento anterior donde se usa $k \pm \Delta k$ para evaluar $\Delta t_{\downarrow65}$ y $\Delta t_{\downarrow50}$ (aunque no se enseñen en los cálculos).

$$65.0 = 24.3 + 46.1 \cdot e^{-9.00\times10^{-3}t_{\downarrow65}} \Rightarrow t_{\downarrow65} = 13.8\ min;$$

$$50.0 = 24.3 + 46.1 \cdot e^{-9.00\times10^{-3}t_{\downarrow50}} \Rightarrow t_{\downarrow50} = 64.9\ min;$$

$$t_{65\rightarrow50} = t_{\downarrow50} - t_{\downarrow65} = 64.9 - 13.8 = 51.1\ min;$$

$$\Delta t_{65\to 50} = \Delta t_{\downarrow 50} + \Delta t_{\downarrow 65} = 6.2 + 2.2 = 8.4\, min;$$

$$t_{65\to 50} = (51.1 \pm 8.4)\, min;$$

Finalmente, se calcula el tiempo necesario para subir la temperatura del agua de 50.0°C a 65.0°C ($t_{50\to 65}$), se sigue el mismo procedimiento con las incertidumbres:

$$50 = 24.3 + 52.8\left(1 - e^{-9.00\times 10^{-3}t}\right) \Rightarrow t_{\uparrow 50} = 74.1\, min; \quad \Delta t_{\uparrow 50} = 18.0\, min;$$

$$t_{50\to 65} = t_{\uparrow 65} - t_{\uparrow 50} = 162 - 74.1 = 88\, min;$$

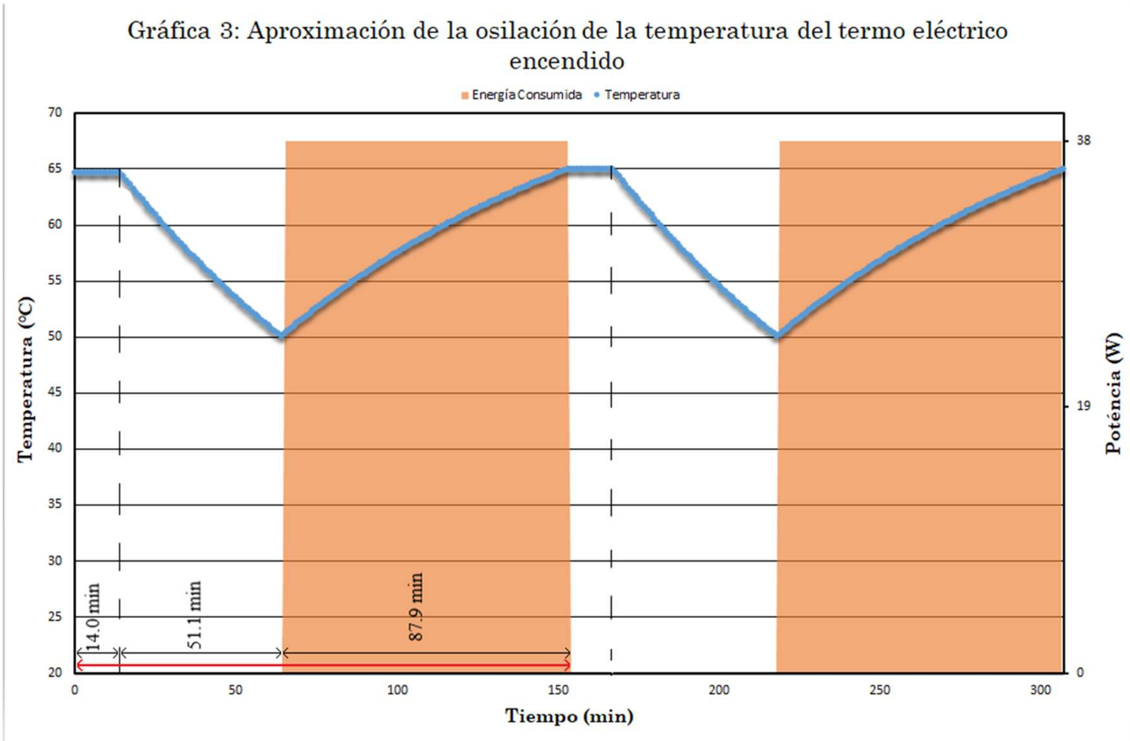
$$\Delta t_{50\to 65} = \Delta t_{\uparrow 65} + \Delta t_{\uparrow 50} = 25 + 18.0 = 43\, min;$$

Se pude presenciar el resumen en la Tabla 3:

| **Temperaturas (°C):** | **Tiempo (min)** |
|---|---|
| $T_{cal}(t) \to T_{enf}(t)$ | $(14.0 \pm 1.0) min$ |
| $T_a \to 65°C$ | $(162 \pm 25) min$ |
| $65°C \to 50°C$ | $(51.1 \pm 6.8)\, min$ |
| $50°C \to 65°C$ | $(88 \pm 43) min$ |

Tabla 3: variación de temperatura, energía y tiempo usado por el termo

Con esta información podemos calcular el ciclo de trabajo del calentador eléctrico, esto lo hacemos con la ayuda del gráfico siguiente (Gráfico 3):




$$P = 14.0 + 51.1 + 87.9 = 153.0\, min;\ \Delta T = 1.0 + 6.8 + 43.1 = 50.9\, min;$$

$$\tau = 87.9\, min; \Delta\tau = 43.1\, min;$$

$$D = \frac{\tau}{P} = \frac{87.9}{153.0} = 0.576; \qquad \Delta D = \left(\frac{50.9}{153.0} + \frac{43.1}{87.9}\right) 0.576 = 0.474;$$

$$D = 0.576 \pm 0.474$$

Con esta información sabemos que el termo está funcionando el 57.6% del tiempo en el que se está manteniendo el agua a la temperatura deseada. Ahora podemos comparar este tiempo con el que tarda en calentar el agua de una temperatura ambiente hasta la temperatura deseada de unos 65℃.

$$T_{a \to 65^{\circ}C} = (162 \pm 25)\ min$$

$$t \cdot 0.576 = 162 \Rightarrow t = \frac{162}{0.576} = 281\ min; \Delta t = \left(\frac{25}{162} + \frac{0.474}{0.576}\right) 281 = 275\ min;$$

$$\boldsymbol{t = (281 \pm 275)\ min}$$

Así pues, si el tiempo transcurrido entre usos de nuestro calentador eléctrico es mayor a 281 minutos, es más eficiente apagar el termo.

# 5. Conclusión:

Este trabajo ha sido satisfactorio, ya que he cumplido con todos mis objetivos. He entendido cómo funciona un calentador eléctrico para poder replicarlo a una menor escala, también he podido respaldar los datos obtenidos con un fundamento teórico que se adecuaba muy bien al experimento y gracias a esto he podido ver como los datos experimentales, se parecían con los teóricos. No obstante, mi objetivo principal de obtener una conclusión clara y concisa con la cual apoyar uno de los dos argumentos, no se ha logrado del todo, porque en un principio el resultado obtenido solo funciona para el termo construido y cuesta mucho extrapolarlo a una cosa más general. Esto es debido a que el termo tenía una resistencia muy pequeña y se calentaba muy poca agua. Además, el termo no estaba perfectamente aislado y como consecuencia la resistencia ha de estar encendida más tiempo para compensar el calor perdido, esto hace que el ciclo de trabajo sea mayor de lo acostumbrado en un calentador eléctrico ($3 - 5$ horas por día, que implica un ciclo de trabajo $12.5 - 20.83\ \%$). No obstante, el mismo experimento se puede repetir con un calentador eléctrico real y de esta manera se podría obtener una conclusión más útil. El problema principal con usar un calentador eléctrico es que el estudio supondría un gran coste energético y una gran cantidad de tiempo. Esto no quiere decir que no podamos sacar una conclusión de nuestro resultado, ya que se puede ver una clara tenencia a favorecer a apagar el calentador. Esto es consecuencia a que la diferencia de energía necesaria para calentar el agua desde una temperatura ambiente y desde una temperatura de unos 50 grados no puede ser muy grande.

También, el resultado tiene una incertidumbre relativa muy alta debido a que, en un momento del procedimiento, se ha producido lo que es conocido como una "*Catastrophic cancellation*". Este fenómeno da explicación a que restar buenas aproximaciones a dos números cercanos puede dar una muy mala aproximación a la diferencia de los números originales. De esta manera se ha obtenido una incertidumbre relativa muy alta, que se ha ido propagando durante el análisis y por esta razón nuestro resultado es poco preciso.

No obstante, estoy muy satisfecho del trabajo hecho, ya que el procedimiento ha sido rediseñado varias veces para que el resultado sea el mejor, y me he encontrado con varios problemas que he superado para llegar al procedimiento expuesto. Por lo que hace a la motivación personal, debido a que la mayoría de las discusiones ocurrían cuando nos íbamos de casa los findes de semana, aunque no sea del todo preciso, podemos afirmar que siempre es mejor apagar el calentador.

# 6. Bibliografía

[1] I. Arnabat, Calentador de agua eléctrico, última data de consulta [01, 07, 2021]:

WEB: www.caloryfrio.com/calefaccion/agua-caliente/calentador-de-agua-electrico-claves-elegir-mejor-infografia.html

[2] Wikipedia, Resistencia Calentadora, última data de consulta [01, 07, 2021]:

WEB: https://es.wikipedia.org/wiki/Resistencia_calentadora

[3] Universidad del País Vasco, Ley de enfriamiento de Newton, última data de consulta [01, 07, 2021]:

WEBwww.sc.ehu.es/sbweb/fisica/estadistica/otros/enfriamiento/enfriamiento.htm

[4] Universidad de Sevilla, Incertidumbre de una magnitud función de otra(s), última consulta [21, 01, 2022]:

WEB: www.laplace.us.es/wiki/index.php/Incertidumbrede_una_magnitudfunción_de_otra(s)

[5] Wikipedia, *Catastrophic cancellation*, última consulta [21, 01, 2022]:

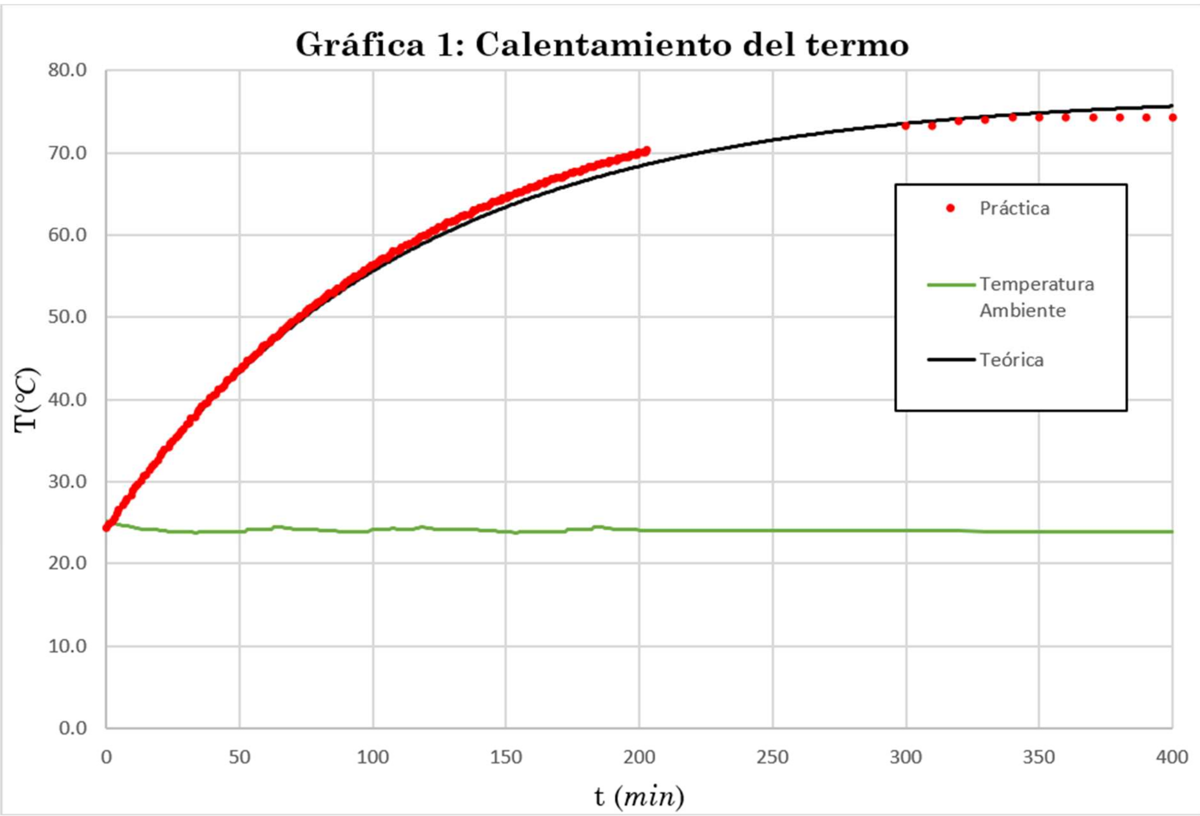
WEB: https://en.wikipedia.org/wiki/Catastrophic_cancellation

# 7. Anexo:

## 7.1 Tabla 1: calentamiento del agua

| $(T \pm 0.1)$ °C | t $(min)$ | $(T \pm 0.1)$°C | t(min) | $(T \pm 0.1)$°C | t(min) |
|---|---|---|---|---|---|
| 24.5 | 0 | 30.5 | 14 | 68.9 | 190 |
| 24.7 | 1 | 31.0 | 15 | 69.0 | 191 |
| 25.2 | 2 | 31.4 | 16 | 69.1 | 192 |
| 25.7 | 3 | 31.8 | 17 | 69.2 | 193 |
| 26.2 | 4 | 32.3 | 18 | 69.3 | 194 |
| 26.6 | 5 | 32.7 | 19 | 69.4 | 195 |
| 27.1 | 6 | ⋯ | ⋯ | 69.5 | 196 |
| 27.5 | 7 | 69.3 | 183 | 69.6 | 197 |
| 28.0 | 8 | 69.5 | 184 | ⋯ | ⋯ |
| 28.4 | 9 | 69.6 | 185 | 77.4 | 350 |
| 28.9 | 10 | 69.7 | 186 | 77.4 | 360 |
| 29.3 | 11 | 69.7 | 187 | 77.4 | 370 |
| 29.7 | 12 | 69.8 | 188 | 77.4 | 380 |
| 30.2 | 13 | 68.9 | 189 | 77.4 | 400 |

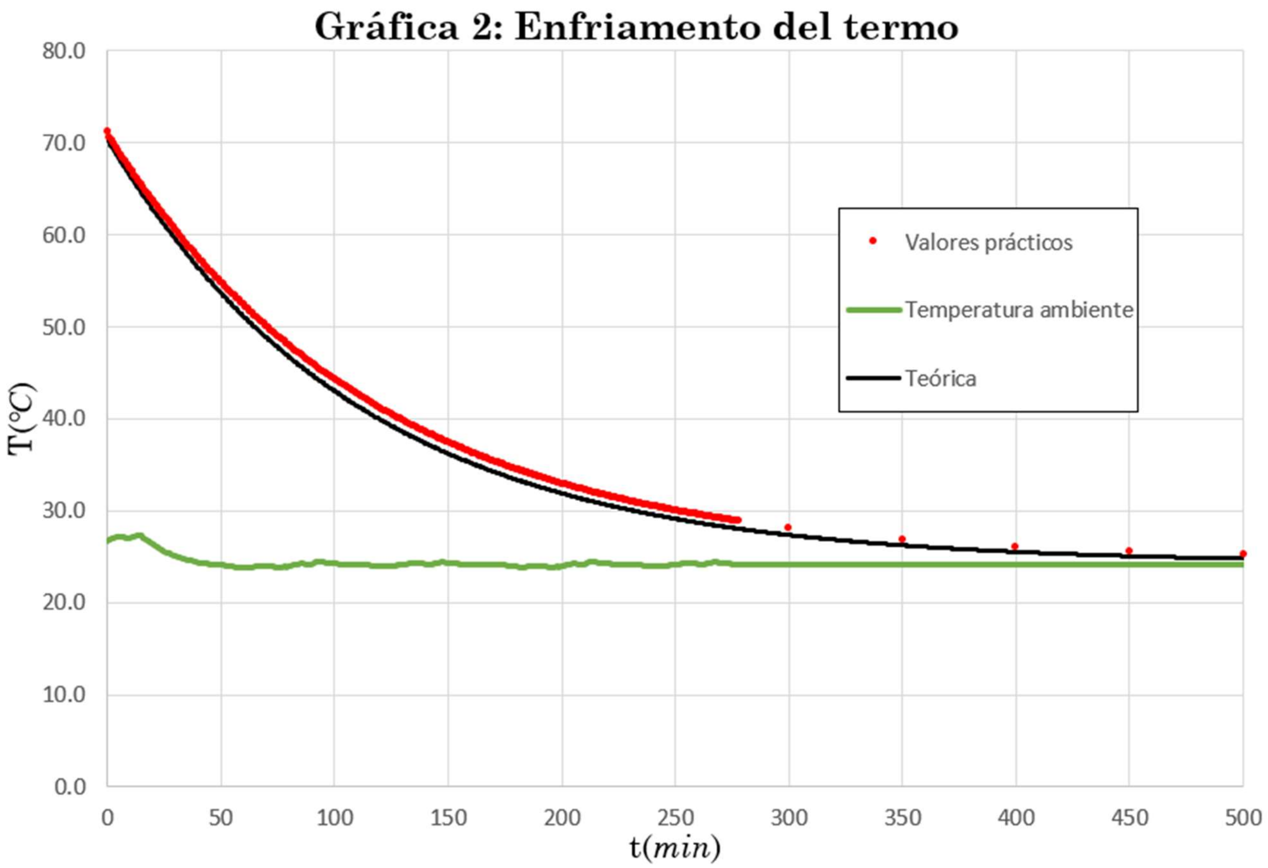
## 7.2 Gráfica 1: Calentamiento del termo



## 7.3 Tabla 2: Enfriamiento del agua

| $(T \pm 0.1)$ ℃ | t$(min)$ | $(T \pm 0.1)$ ℃ | t(min) | $(T \pm 0.1)$ ℃ | t(min) |
|---|---|---|---|---|---|
| 71.3 | 0 | 65.8 | 14 | 29.4 | 265 |
| 70.7 | 1 | 65.5 | 15 | 29.4 | 266 |
| 70.3 | 2 | 65.1 | 16 | 29.4 | 267 |
| 69.9 | 3 | 64.8 | 17 | 29.3 | 268 |
| 69.5 | 4 | 64.4 | 18 | 29.3 | 269 |
| 69.1 | 5 | 64.1 | 19 | 29.2 | 270 |
| 68.7 | 6 | 63.8 | 20 | 29.2 | 271 |
| 68.4 | 7 | ⋯ | ⋯ | 29.2 | 272 |
| 68.0 | 8 | 29.7 | 259 | ⋯ | ⋯ |
| 67.6 | 9 | 29.7 | 260 | 27.8 | 300 |
| 67.3 | 10 | 29.6 | 261 | 26.6 | 350 |
| 66.9 | 11 | 29.6 | 262 | 25.8 | 400 |
| 66.5 | 12 | 29.5 | 263 | 25.3 | 450 |
| 66.2 | 13 | 29.5 | 264 | 24.9 | 500 |

## 7.4 Gráfica 2: Enfriamiento del agua



## 7.5 Demostración de las leyes de calentamiento y enfriamiento de Newton

Considerando la fórmula:

$$\frac{dQ}{dt} = \alpha S(T - T_a)$$

Donde $\alpha$ es el coeficiente de intercambio de calor y S el área del cuerpo que transfiere el calor. Si $T > T_a$ entonces el cuerpo pierde la cantad de calor dQ en el intervalo correspondiente a $t + dt$, disminuyendo la temperatura del cuerpo T una cantidad dT. Teniendo en cuenta que la energía calorífica se puede determinar mediante la fórmula:

$$dQ = -m \cdot c \cdot dT$$

Donde m es la masa del cuerpo y c su calor específico (el signo menos indica una pérdida de energía calorífica) combinando las dos ecuaciones y resolviendo la ecuación diferencial, se obtiene una expresión para la variación de temperatura en función del tiempo:

$$\frac{-m \cdot c \cdot dT}{dt} = \alpha S(T - T_a) \Rightarrow \frac{dT}{dt} = -k(T - T_a) \rightarrow \ k = \frac{\alpha \cdot S}{m \cdot c}$$

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_a) \Rightarrow \int_{T_0}^{T} \frac{dT}{(T - T_a)} = \int_{0}^{t} -k\, dt \Rightarrow \int_{T_0}^{T} \frac{dT}{(T - T_a)} = -k \int_{0}^{t} dt = -kt \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ln(T - T_a) = -kt + \ln(T_0 - T_a)$$

Despejando T obtenemos:

$$\mathbf{T = T_a + (T_0 - T_a)e^{-kt}}$$

Para el calentamiento de un objeto, se puede usar la ley de enfriamiento de Newton para calcular las pérdidas de calor. Notemos la fórmula del efecto Joule:[1]

$$\frac{Q}{t} = P \Rightarrow \frac{dQ}{dt} = P$$

Substituyendo dQ/dt, usando la ley de enfriamiento de Newton y resolviendo la ecuación diferencial se obtiene:

$$P = \frac{dQ}{dt} = mc\frac{dT}{dt} + \alpha S(T - T_a) \Rightarrow \frac{dT}{dt} = \frac{P}{mc} - \frac{\alpha S}{mc}(T - T_a) \Rightarrow \frac{dT}{\frac{P}{mc} - \frac{\alpha S}{mc}(T - T_a)} = dt \Rightarrow$$

[1] Universidad del País Vasco, Calentamiento de un líquido: www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/estadistica/otros/latente1/latente1.htm, última data de consulta [01, 07, 2021]

$$\Rightarrow \int_{T_a}^{T} \frac{dT}{\frac{P}{mc} - \frac{\alpha S}{mc}(T - T_a)} = \int_0^t dt \Rightarrow -\frac{mc}{\alpha S}\ln\left(\frac{P}{mc} - \frac{\alpha S}{mc}(T - T_a)\right) + \frac{mc}{\alpha S}\ln\left(\frac{P}{mc}\right) = t$$

Despejando T obtenemos:

$$\mathbf{T = T_a + \frac{P}{\alpha S}\left(1 - e^{-kt}\right) \text{ donde } k = \frac{\alpha S}{mC}}$$