

實習十六 頻率解調之MATLAB專題實作

大綱

- 目的
 - 原理
 - 實驗步驟
 - 調變訊號分析
 - 非同步頻率解調(微分法)
 - 同步頻率解調(相位差分法)
 - 實驗項目
- 參考文獻

目的

- 了解頻率調變之運作原理。
- 利用真實的頻率調變訊號來測試接收機之設計。
- 可以利用MATLAB進行聲音播放。

大綱

- 目的
 - 原理
 - 實驗步驟
 - 調變訊號分析
 - 非同步頻率解調(微分法)
 - 同步頻率解調(相位差分法)
 - 實驗項目
- 參考文獻

原理：頻率調變(FM)

- 頻率調變具有高頻帶寬與高抗雜訊能力等優點，其應用非常廣泛，例如高傳真的FM廣播、電視影音廣播、微波載波調變與點對點通訊系統。
- 頻率調變的特色是音質清晰，但是要佔用較大的頻寬。目前在 VHF 以上頻段的話務通訊幾乎都適用頻率調變。

原理：頻率調變(FM)

- 首先先看到連續的調頻訊號，其定義如下，其中常數 k_f 為調變器的頻率敏感度。

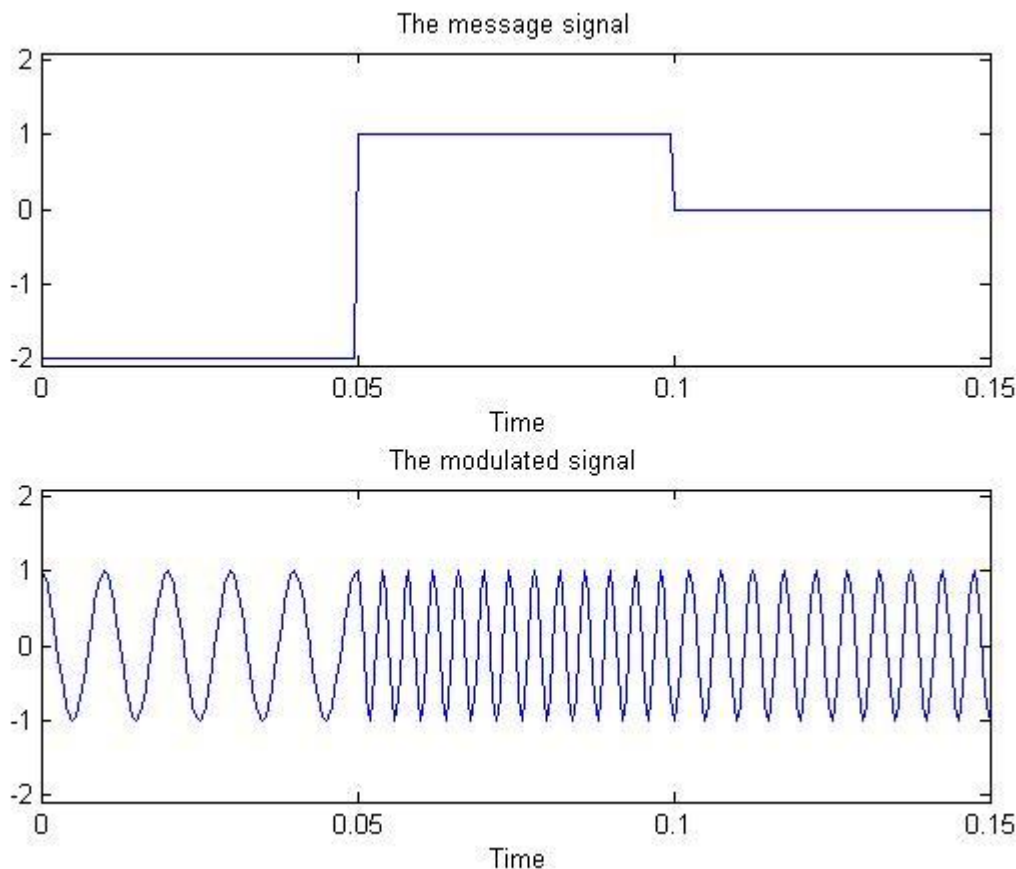
$$s(t) = A \cos(2\pi f_c t + \phi(t))$$

$$\phi(t) = 2\pi k_f \int_0^t m(t) dt$$

- 我們由上式可以看出，調頻訊號的波形振幅是固定的，但是其頻率則隨著基頻訊號的振幅大小而改變。

原理：頻率調變(FM)

- 如下圖所示，當時間在0到0.05秒時，振幅較小，所以相對的其調變訊號頻率偏離中心頻率越少；同理，振幅越大，其頻率偏離中心頻率越多。



原理：頻率調變(FM)

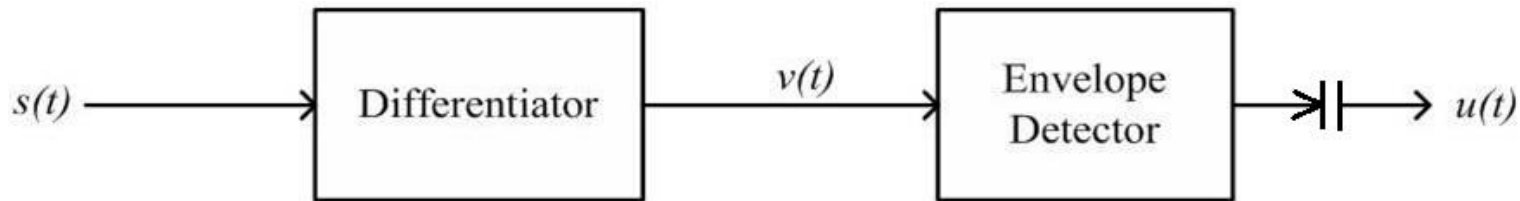
- 如果我們將連續調頻訊號取樣，就可以得到下列離散調頻訊號

$$s[n] = A \cos(2\pi f_c nT_s + \phi[n])$$

$$\phi[n] = 2\pi k_f \int_0^{nT_s} m(\tau) d\tau$$

原理：FM解調(微分法)

- FM的解調可利用微分器後接一包跡檢測器。



- 原始FM訊號

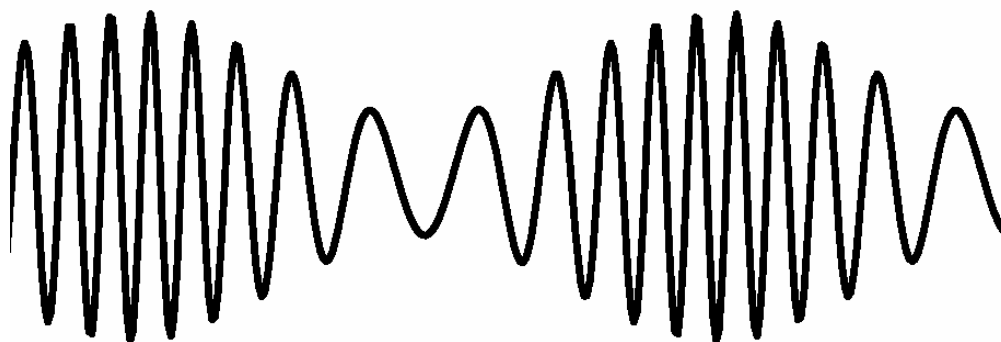
$$s(t) = A \cos \left(2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_0^t m(t) dt \right)$$

- 將FM訊號微分

$$v(t) = -A[2\pi f_c + 2\pi k_f m(t)] \sin[2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_{-\infty}^t m(t) dt]$$

原理：FM解調(微分法)

- 訊號 $v(t)$ 有以下特性：
 - $v(t)$ 的包跡為 $A_c[2\pi f_c + 2\pi k_f m(t)]$ ，闡明於下面圖形中的正弦信息訊號。
 - $v(t)$ 其載波部分的頻率仍然根據 $m(t)$ 來調制。
 - 包跡檢波器的輸出和 $v(t)$ 的載波瞬間頻率沒有關聯，只和訊號 $v(t)$ 的包跡有關。
 - 因此，包跡檢波器的輸出包含一個與載波頻率成比例的直流項，和與原始信息訊號成比例的時變項。
 - 使用電容來獲得所要的解調訊號，可以濾出直流項。



通過差分器後的FM訊號

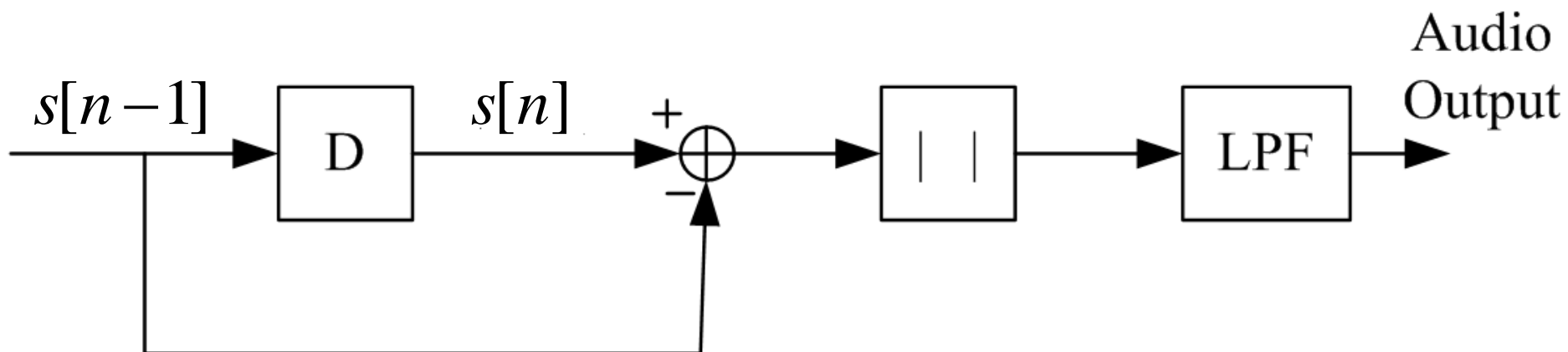
原理：利用MATLAB進行解調(微分法)

- MATLAB只能處理離散的訊號，因此我們可以做一個數位的微分器
- 數位微分器-前後兩個訊號相減

$$v[n] = s[n] - s[n-1]$$

原理：利用MATLAB進行解調(微分法)

- 因此頻率解調的部份，如下圖所示。



原理：利用MATLAB進行解調(微分法)

- 而 $v[n]$ 猶如一AM的調幅訊號，因此我們在其後，再通過一個包跡檢波器，即可將原始訊號還原。
- 此類型的調頻解調器通常稱之為斜率檢測器，也就是先將調頻訊號轉成調幅訊號，再以包跡檢波器對此AM解調，最後隔絕直流取出基頻訊號 $m[n]$ 。

原理：利用MATLAB進行解調(相位差分法)

- 在非同步解調中，經由斜率檢測器，我們可將調頻訊號還原。此外，進一步我們也可以使用平衡式鑑頻器的調頻解調器。
- 在下一個實驗，我們將探討另一種類型的同步解調器。

原理：利用MATLAB進行解調(相位差分法)

- FM訊號

$$s(t) = A \cos(2\pi f_c t + \phi(t))$$

- 將FM訊號分別乘上 $\cos(2\pi f_c t)$ 及 $\sin(2\pi f_c t)$ ，並經由低通濾波器得

$$x_R(t) = LPF[s(t) \cos(2\pi f_c t)] = A \cos(\phi(t))$$

$$x_I(t) = LPF[s(t) \sin(2\pi f_c t)] = -A \sin(\phi(t))$$

- 將上述訊號表示成複數

$$x(t) = x_R(t) + jx_I(t) = A \exp(-j\phi(t))$$

- 由以上關係得

$$\phi(t) = -\tan^{-1} \left(\frac{x_I(t)}{x_R(t)} \right)$$

原理：利用MATLAB進行解調(相位差分法)

- FM訊號

$$s[n] = A \cos(2\pi f_c n T_s + \phi[n])$$

- 將FM訊號分別乘上 $\cos(2\pi f_c n T_s)$ 及 $\sin(2\pi f_c n T_s)$ 並經由低通濾波器得

$$x_R[n] = LPF[s[n] \cos(2\pi f_c n T_s)] = A \cos(\phi[n])$$

$$x_I[n] = LPF[s[n] \sin(2\pi f_c n T_s)] = -A \sin(\phi[n])$$

- 將上述訊號表示成複數

$$x[n] = x_R[n] + jx_I[n] = A \exp(-j\phi[n])$$

- 由以上關係得

$$\phi[n] = -\tan^{-1} \left(\frac{x_I[n]}{x_R[n]} \right)$$

原理：利用MATLAB進行解調(相位差分法)

- 我們的訊息訊號藏在 $\phi[n]$ ，其關係式如下

$$\phi[n] = 2\pi k_f \sum_{k=0}^n m[k]$$

- 由上式我們得到

$$m[n] = \frac{1}{2\pi k_f} (\phi[n] - \phi[n-1])$$

- 現在我們將接收訊號的前一點乘上後一點的共軛得

$$\begin{aligned} y[n] &= x[n-1]x^*[n] = A^2 \exp(j(\phi[n] - \phi[n-1])) \\ &= A^2 \exp(j2\pi k_f m[n]) \end{aligned}$$

- 因此訊息訊號 $m[n]$ 就藏在 $y[n]$ 的相位中。

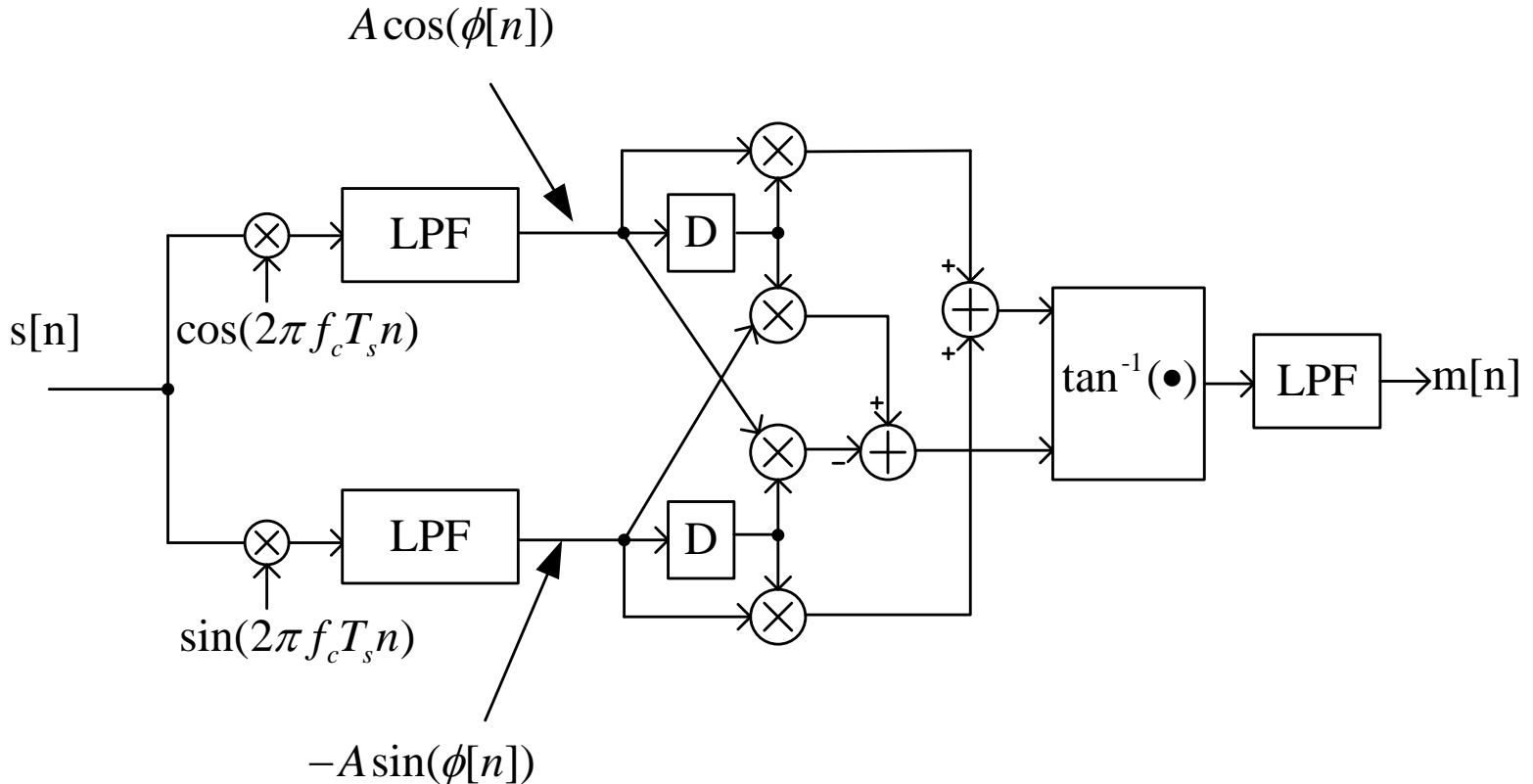
原理：利用MATLAB進行解調(相位差分法)

- 最後一個步驟是將訊息訊號由 $y[n]$ 取出得

$$m[n] = \frac{1}{2\pi k_f} \tan^{-1} \left(\frac{y_I[n]}{y_R[n]} \right)$$

原理：利用MATLAB進行解調(相位差分法)

- 由以上分析得到解調器如下



大綱

- 目的
 - 原理
 - 實驗步驟
 - 調變訊號分析
 - 非同步頻率解調(微分法)
 - 同步頻率解調(相位差分法)
 - 實驗項目
- 參考文獻

步驟零：利用MATLAB產生頻率調變訊號

- 在頻率調變中，訊息訊號 $m(t)$ 會先經過積分器，而得到 $\phi[n]$

$$\phi[n] = 2\pi k_f \int_0^{nT_s} m(\tau) d\tau$$

- 積分器可利用累加器來進行實作

- 首先將訊息訊號取樣

$$m[n] = m(nT_s)$$

- 再將取樣訊號通過累加器

$$\phi'[n] = \phi'[n-1] + m[n]$$

- 進行調變

$$s[n] = \cos(2\pi f_c nT_s + 2\pi k_f \phi'[n])$$

步驟零：如何利用MATLAB產生頻率調變訊號

● 藉由以下步驟，可以得到調頻訊號

1. 讀取sample3.wav檔
2. 設定Fs=8k, FSC=64k, fc=16k
3. 將聲音做超取樣八倍為64k, 並設定時間index t
4. 把聲音去除直流成分 hint: $z = z - \text{sum}(z) / \text{length}(z);$
5. 事先宣告一個零矩陣，增進程式效能 hint: $q = \text{zeros}(\text{length}(z), 1);$
6. 積分m(t) hint: 利用累加器來進行
 ex:
 for
 $q(i) = q(i-1) + z(i)$
 end
7. 積分出來的向量/最大元素的絕對值 hint: $a = a / \max(\text{abs}(a));$
8. 寫出FM調變公式
9. 儲存FM訊號

步驟一：調變前後訊號分析

- 接續步驟一，由以下程式可得到訊息訊號及調頻訊號的圖形。

```
%%%畫出波形
load rxFM;           %載入FM訊號
figure(1);
clf;
offset = 100000;
subplot(2,1,1);
plot(z(offset+1:offset+100)); %畫出訊息訊號
xlabel('Samples');
ylabel('Amplitude');

subplot(2,1,2);
plot(rxFM(offset+1:offset+100)); %畫出FM訊號
xlabel('Samples');
ylabel('Amplitude');
```

步驟二：利用MATLAB進行解調(微分法)

● 以下是解調過程的Matlab程式

1. 載入FM訊號
2. 設定
 - A. 低通路波器長度 (這裡設定300)
 - B. 低通濾波器截止頻率 (設定5k)
 - C. 訊號取樣頻率 (64k)
3. 建立低通濾波器
4. 設定微分器脈波響應 **hint: $B=[1,-1];$**
5. 進行微分 **hint: FM訊號與B做 convolution**
6. 全波整流 **hint: $\text{abs}(y);$**
7. 經過低通濾波器
8. 將聲音播放出來

預期結果

- 我們可以從喇叭聆聽訊號解調後的音訊檔案，不過聲音明顯有失真的現象。

步驟三：利用MATLAB進行FM解調(相位差分法)

1. 載入FM訊號
2. 設定
 - A. 低通路波器長度 (這裡設定300)
 - B. 訊號取樣頻率 (64k)
3. 建立低通濾波器1&2 第一低通濾波截止頻率20K，第二低通濾波截止頻率5K
4. 設定時間index t
5. 將FM訊號分別乘上 $\cos(2\pi \cdot f_c \cdot t / \text{取樣頻率})$ 及 $\sin(2\pi \cdot f_c \cdot t / \text{取樣頻率})$ ，PS.注意向量維度。
6. 分別經過低通濾波器1
7. 設一複數 將實部項與虛部項相加 hint: $y = x1 + j \cdot x2$;
8. 複數訊號的前一點(n)乘上後一點(n-1)的共軛
hint: 1. $z = y(1:\text{length}(y)-1) .* \text{conj}(y(2:\text{length}(y)))$)
2. 注意維度

步驟三：利用MATLAB進行FM解調(相位差分法)

● 接續上頁

9. 把聲音從複數相位中取出 hint: `angle()`;
10. 把取出的訊號經過低通濾波器2
11. 播放聲音

預期結果

- 我們可以從喇叭聆聽訊號解調後的音訊檔案，比起微分法所解調出的聲音，此法的聲音更為宏量且清晰，失真的情形大幅減少。

實驗項目

- 請將以上兩種FM接收機利用MATLAB進行實作，並將聲音播放出來，並附上code。
- 將調變前後的訊號進行分析。(畫出調變前原始訊號以及調變後FM訊號)
- 比較兩種接收器的性能，你認為哪一種比較好？(請寫在結報心得當中)

```
[y,FS,NBITS]=WAVREAD('sample3.wav',[1, 20*8e3]);  
Fs = 8e3;  
Fsc = 8*8e3;  
fc = 16e3;  
z = resample(y,8,1);  
t = 1:length(z);  
z = z-sum(z)/length(z);  
q = zeros(length(z),1);  
q(1) = z(1);  
for i = 2: length(z)  
    q(i) = q(i-1) + z(i);  
end  
q = q/max(abs(q));  
rxFM = cos(2*pi*fc*t'/Fsc + q(t));  
save rxFM;
```