

Relatório 3º projecto ASA 2024/2025

Grupo: AL030

Aluno(s): Francisco Pestana ist1109625

Descrição do Problema e da Solução

- **Variável do problema:**

Uma variável binária $x[k, i]$ onde k representa o índice de cada criança e i o índice do presente desejado ($x = 1$ se o seu pedido foi satisfeito, $x = 0$ caso contrário)

São definidos dicionários para as crianças, fabricas e países do seguinte modo, respetivamente:

- Kids[index] = [country, toys]
- Factories[index] = [country, maxf]
- Countries[index] = [pmax, pmin]

- **Programa:**

Para solucionar este problema foi utilizada a biblioteca **pulp** de Python, na qual foi definido o problema como um de maximização (`prob = pulp.LpProblem("Toy_Distribution", pulp.LpMaximize)`) e a variável do problema da seguinte forma: `x = pulp.LpVariable.dicts("x", ((k, i) for k in kids for i in kids[k][1]), cat=pulp.LpBinary)`

- **Objetivo:** Maximizar a quantidade de crianças com os seus pedidos satisfeitos:

```
prob += pulp.lpSum(x[k, i] for k in kids for i in kids[k][1]),  
"Maximize_Distribution"
```

- **Restrições:**

- **Capacidade das Fábricas:** Cada fábrica não pode produzir mais do que a sua capacidade máxima:

```
prob += pulp.lpSum(x[k, i] for k in kids for i in kids[k][1] if factory == i) <= fmax
```

- **Distribuição de Brinquedos:** Cada criança recebe no máximo um brinquedo:

```
prob += pulp.lpSum(x[kid, i] for i in kids[kid][1]) <= 1
```

- **Mínimo de Brinquedos por País:** Em cada país deve-se distribuir pelo menos pmin brinquedos:

```
prob += pulp.lpSum(x[k, i] for k in kids_in_country for i in kids[k][1]) >= pmin
```

- **Exportações por País:** O número de brinquedos exportados por cada país deve ser no máximo pmax:

```
prob += pulp.lpSum(x[k, i] for k in kids for i in kids[k][1] if i in factories_in_country and kids[k][0] != country) <= pmax
```

Análise Teórica

- **Processamento do input:**

- Crianças: $O(t * b)$ onde t é o número de crianças e b o número de presentes pedidos por cada criança
- Fábricas: $O(n)$ onde n é o número de fabricas
- Países: $O(m)$ onde m é o número de países

Total: $O(n + m + t * b)$

- **Definição da variável e do objetivo:**

- Combinação de cada criança para cada brinquedo desejado: $O(t * b)$

- Soma da combinação de cada criança para cada brinquedo possível: $O(t * b)$

Total: $O(t * b)$

- **Restrições do problema:**

- Um presente por cada criança: $O(t * b)$

- Limite de stock de cada fábrica: $O(n * t * b)$ (restrição aplicada a cada fábrica)

- Limite de exportação do país: $O(n * m * t * b)$ (restrição aplicada a cada país, e é verificada cada fábrica)

- Importação mínima de cada país: $O(m * t * b)$

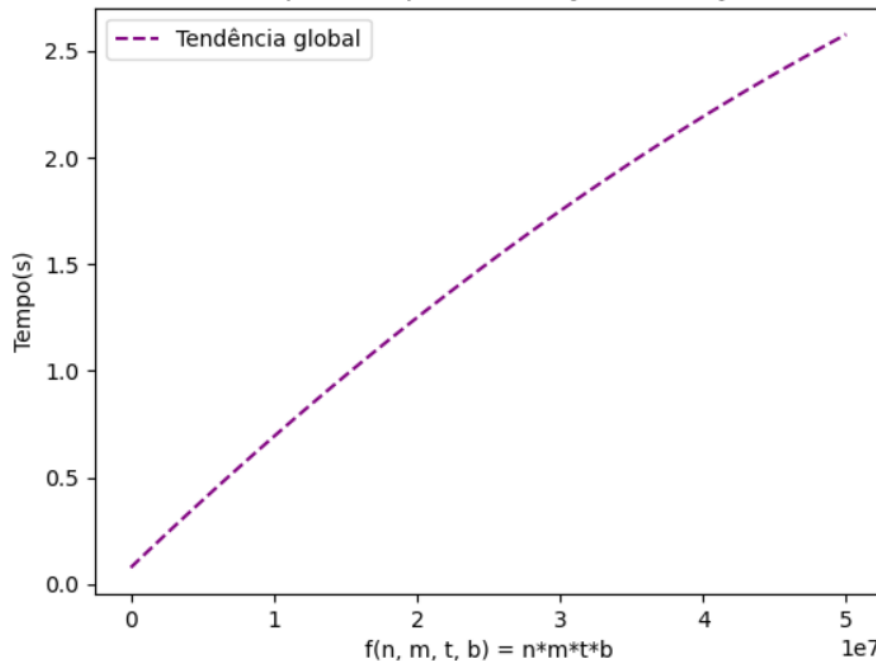
Total: $O(n * m * t * b)$

- **Complexidade total:** $O(n * m * t * b)$

Avaliação Experimental dos Resultados

Foram aplicados 100 testes diferentes com crescentes números de fábricas ($5 \leq n \leq 500$, com acréscimos de 5), países ($1 \leq m \leq 100$, com acréscimos de 1) e crianças ($10 \leq t \leq 1000$ com acréscimos de 10)

Curva de tendência para tempo de execução em função de $f(n, m, t, b)$



A curva de tendência demonstra que o tempo de execução do programa é proporcional à função em ordem a n, m, t e b , validando a análise teórica de complexidade. Apesar de mostrar uma tendência linear global, existem pequenas variações que alteram a tendência da função, razões que podem estar associadas a diversos fatores, como a eficiência do solver escolhido, ou existência de problemas que levam a um número elevado de computações (por exemplo, o caso de todas as crianças desejarem os mesmos brinquedos, ou muitos brinquedos semelhantes)