Identificación con restricciones de largo plazo

Rodrigo Chang

Introducción

El método tradicional

- La idea original de las restricciones de largo plazo proviene del trabajo de Blanchard y Quah (1989).
- En este trabajo, los autores atribuyen variaciones en el PIB real y el desempleo a un choque de oferta agregada w_t^{AS} y a un choque de demanda agregada w_t^{AD}.
- La identificación de choques estructurales se obtiene al imponer restricciones para que el choque de demanda agregada no tenga efectos de largo plazo en el *nivel* del PIB real.

Blanchard y Quah (1989)

Blanchard y Quah (1989) utilizan:

$$z_t = \begin{pmatrix} \Delta gdp_t \\ ur_t \end{pmatrix} \sim I\left(0\right)$$

$$ur_t \sim I\left(0\right), gdp_t \sim I\left(1\right)$$

VAR reducido

- El VAR en forma reducida es:

$$A\left(L\right)z_t = u_t$$

  donde $A\left(L\right) = I_2 - A_1 L - \ldots A_p L^p$. Notar que $A\left(1\right) = I_2 - A_1 - \cdots - A_p$.

- Los errores de pronóstico son $u_t \sim \left(0, \Sigma_u\right)$.

VAR estructural

- La forma estructural está dada por:

$$B\left(L\right)z_t = w_t\,,$$

  donde $B\left(L\right) = B_0 - B_1L - \ldots B_pL^p$, y por lo tanto, $B\left(1\right) = B_0 - B_1 - \cdots - B_p = B_0A\left(1\right)$.

- Se impone la normalización

$$w_t = \left(w_t^{AS}, w_t^{AD}\right)' \sim \left(0, I_2\right).$$

Dado que $w_t = B_0 u_t$, se tiene que $u_t = B_0^{-1} w_t$ y por lo tanto, $\Sigma_u = B_0^{-1} B_0^{-1\prime}$.

Efecto de choques estructurales

El efecto de los choques estructurales se obtiene a través de la representación MA:

$$z_t = B(L)^{-1} w_t = \Theta\left(L\right) w_t.$$

Como z_t es $I\left(0\right)$, el efecto de cualquier choque estructural sobre z_t se aproxima a cero conforme el horizonte aumenta.

- En otras palabras, Δgdp_t y ur_t, por construcción, retornarán a su estado estacionario eventualmente.
- Sin embargo, esto no significa que el nivel del PIB real regresará necesariamente a su valor inicial. El efecto sobre gdp_t es la suma acumulada de los efectos sobre Δgdp_t.

Efectos acumulados

Los efectos acumulados de largo plazo están dados por la matriz:

$$\Theta\left(1\right) = \sum_{i=0}^{\infty} \Theta_i = B(1)^{-1}.$$

Al requerir que gdp_t regrese a su nivel inicial en el largo plazo en respuesta a un choque de demanda agregada impone una restricción de exclusión sobre la matriz $\Theta\left(1\right)$ tal que:

$$\Theta(1) = \begin{pmatrix} \theta_{11}(1) & 0 \\ \theta_{21}(1) & \theta_{22}(1) \end{pmatrix}$$

En contraste, $\theta_{11}(1)$ permanece irrestricto, porque los choques de oferta agregada pueden afectar el nivel del PIB real en el largo plazo. Además, no hay restricciones en la segunda fila de $\Theta(1)$ porque las respuestas acumuladas de una variable estacionaria como ur_t podrían ser diferentes de cero en general.

Este ejemplo ilustra que si un choque está sujeto a una restricción de largo plazo y el otro no, es posible distinguir entre ellos.

Restricciones de largo plazo

Usando la relación

$$\Theta\left(1\right) = B(1)^{-1} = A(1)^{-1}B_0^{-1}$$

se observa que una restricción sobre $\Theta\left(1\right)$ es efectivamente una restricción implícita sobre B_0 porque los parámetros de la forma reducida $A\left(L\right)$ están dados por el DGP.

- Las restricciones de largo plazo proveen una fuente de restricciones de identificación para modelos VAR estructurales.

Procedimiento

Se describe el procedimiento para identificar el modelo VAR(2) por Blanchard y Quah:

Estimación de la forma reducida

Primero, estimar el modelo VAR en forma reducida y obtener Σ_u.

$$\begin{aligned} \Sigma_u &= B_0^{-1} B_0^{-1\prime} \\ A(1)^{-1} \Sigma_u \left[A(1)^{-1} \right]^\prime &= A(1)^{-1} B_0^{-1} B_0^{-1\prime} \left[A(1)^{-1} \right]^\prime \\ &= \Theta\left(1\right) \Theta(1)^\prime \end{aligned}$$

Descomposición de Cholesky

- Después, computamos $A(1)^{-1}\Sigma_u\left[A(1)^{-1}\right]'$.
- Luego, como la estructura de $\Theta\left(1\right)$ es triangular, se puede aplicar una descomposición de Cholesky para obtener $\Theta\left(1\right)$.
- Finalmente, se puede recuperar $B_0^{-1}=A\left(1\right)\Theta\left(1\right)$, con la que se puede proceder con el resto de objetos de análisis del VAR.
- Este procedimiento lo realiza R automáticamente con la función `BQ`.