Econometría IV
Programa de Estudios Superiores
Banco de Guatemala

Notas de Clases 3
Econometría IV

Vectores Autorregresivos (VAR)

Identificación

- El modelo de Vectores Autoregresivos (VAR) en su forma estándar no es posible estimarlo utilizando el sistema el sistema de ecuaciones

$$y_t = b_{10} - b_{12} z_t + \gamma_{11} y_{t-1} + \gamma_{12} z_{t-1} + \varepsilon_{yt} \qquad (1)$$
$$z_t = b_{20} - b_{21} y_t + \gamma_{21} y_{t-1} + \gamma_{22} z_{t-1} + \varepsilon_{zt} \qquad (2)$$

- Esto es debido a que z_t esta correlacionado con ε_{yt}, además, y_t esta correlacionad con ε_{zt}. Es por ello, que se estima el VAR en su forma reducida.

Vectores Autorregresivos (VAR)

Identificación

$$y_t = a_{10} + a_{11}y_{t-1} + a_{12}z_{t-1} + e_{1t} \qquad (3)$$

$$z_t = a_{20} + a_{21}y_{t-1} + a_{22}z_{t-1} + e_{2t} \qquad (4)$$

- Notamos que el número de parámetros a estimar en el VAR en forma primitiva es mayor que aquellos en el VAR en forma reducida.

- El VAR en forma primitiva tiene 10 parámetros a estimar $b_{10}, b_{12}, \gamma_{11}, \gamma_{12}, b_{20}, b_{21}, \gamma_{21}, \gamma_{22}, \sigma_y^2, \sigma_z^2$

- El VAR en forma primitiva tiene 9 parámetros a estimar, es decir, 1 parámetro menos

$a_{10}, a_{11}, a_{12}, a_{20}, a_{21}, a_{22}, var(e_{1t}), var(e_{2t}), \text{cov}(e_{1t}, e_{2t})$

Vectores Autorregresivos (VAR)

Identificación

- Entonces, es necesario imponer una restricción a uno de los parámetros, para poder identificar el sistema primitivo.

- Existen varias formas de hacerlo, acá vamos a utilizar el sistema recursivo de Sims (1980), utilizando la descomposición de Cholesky.

- En general, el número de restricciones a imponer para identificar un modelo VAR se calcula como:

$$\# \; \boldsymbol{de\ restricciones} = \frac{\boldsymbol{n}^2 - \boldsymbol{n}}{2}$$

Vectores Autorregresivos (VAR)

Identificación

- Donde se tiene que n = número de variables del modelo VAR, que en este caso es igual a 2. Así, el número de restricciones sería en este caso

$$\# \boldsymbol{de\ restricciones} = \frac{\mathbf{2^2-2}}{\mathbf{2}} = \mathbf{1}$$

- Es decir, para poder identificar el modelo VAR, es necesario imponer 1 restricción.

- En este caso, se impone la restricción en la matriz B. La descomposición de Cholesky nos da una matriz triangular superior, donde la restricción se impone en la posición (1,2) de la matriz B como se muestra a continuación:

Vectores Autorregresivos (VAR)

Identificación

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \boldsymbol{b}_{12} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \quad \textbf{(5)}$$

- **Luego, se resuelve el sistema matricial siguiente,**

$$\begin{bmatrix} \mathbf{1} & \boldsymbol{b}_{12} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{y}_t \\ \boldsymbol{z}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{b}_{10} \\ \boldsymbol{b}_{20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\gamma}_{11} & \boldsymbol{\gamma}_{12} \\ \boldsymbol{\gamma}_{21} & \boldsymbol{\gamma}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{y}_{t-1} \\ \boldsymbol{z}_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{yt} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{zt} \end{bmatrix} \quad \textbf{(6)}$$

- **Luego, la matriz inversa de (5) estaría dada por:**

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \textbf{(7)}$$

Vectores Autorregresivos (VAR)

Identificación

- **Luego, premultiplicando $\boldsymbol{B^{-1}}$ en (9) se tiene que**

$$\begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} b_{10} \\ b_{20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} y_{t-1} \\ z_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \varepsilon_{yt} \\ \varepsilon_{zt} \end{bmatrix} \qquad \textbf{(8)}$$

- **Del primer producto de matrices del lado derecho de (8) se tiene que:**

$$\begin{bmatrix} a_{10} \\ a_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} b_{10} \\ b_{20} \end{bmatrix}$$

De donde se recuperan dos parámetros

$$a_{10} = b_{10} - b_{12}\, b_{20}$$

$$a_{20} = b_{20}$$

Vectores Autorregresivos (VAR)

Identificación

- **Del segundo producto de matrices del lado derecho de (8) se tiene que:**

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{a_{11}} & \boldsymbol{a_{12}} \\ \boldsymbol{a_{21}} & \boldsymbol{a_{22}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & -\boldsymbol{b_{12}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\gamma_{11}} & \boldsymbol{\gamma_{12}} \\ \boldsymbol{\gamma_{21}} & \boldsymbol{\gamma_{22}} \end{bmatrix}$$

- **De donde se recuperan cuatro parámetros**

$$\boldsymbol{a_{11}} = \boldsymbol{\gamma_{11}} - \boldsymbol{b_{12}\gamma_{21}}$$

$$\boldsymbol{a_{12}} = \boldsymbol{\gamma_{12}} - \boldsymbol{b_{12}\gamma_{22}}$$

$$\boldsymbol{a_{21}} = \boldsymbol{\gamma_{21}}$$

$$\boldsymbol{a_{22}} = \boldsymbol{\gamma_{22}}$$

Vectores Autorregresivos (VAR)

Identificación

- **Del tercer producto de matrices del lado derecho de (8) se tiene que**

$$\begin{bmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{yt} \\ \varepsilon_{zt} \end{bmatrix}$$

- **De donde se recuperan los valores de las perturbaciones del VAR estructural como sigue**

$$e_{1t} = \varepsilon_{yt} - b_{12}\varepsilon_{zt} \qquad (9)$$

$$e_{2t} = \varepsilon_{zt} \qquad (10)$$

Vectores Autorregresivos (VAR)

Identificación

- **Para calcular el valor esperado de (9) y (10), aplicamos la función valor esperado**

$$\boldsymbol{E_t e_{1t} = E_t \varepsilon_{yt} - \ b_{12E_t} \varepsilon_{zt} = 0} \qquad \textbf{(11)}$$

$$\boldsymbol{E_t e_{2t} = E_t \varepsilon_{zt} = 0} \qquad \textbf{(12)}$$

- **La media de los errores del VAR en forma reducida son iguales a cero debido al supuesto de que tanto $\boldsymbol{\varepsilon_{yt}}$ como $\boldsymbol{\varepsilon_{zt}}$ son ruido blanco.**

Vectores Autorregresivos (VAR)

Identificación

- **Iniciando con la varianza del primer error**

$$Var(e_{1t}) = var\left(\varepsilon_{yt} - \; b_{12}\varepsilon_{zt}\right)$$

$$Var(e_{1t}) = E_t\left[\left(\varepsilon_{yt} - \; b_{12}\varepsilon_{zt} - 0\right)^2\right]$$

$$Var(e_{1t}) = E_t\left[\varepsilon_{yt}^2 - 2\varepsilon_{yt}b_{12}\varepsilon_{zt}\right] \qquad \textbf{(13)}$$

Vectores Autorregresivos (VAR)

Identificación

- **Luego, la varianza del segundo error sería**

$$\boldsymbol{var(e_{2t}) = var(\varepsilon_{zt})}$$

$$\boldsymbol{var(e_{2t}) = \sigma_{zt}^2} \qquad \textbf{(14)}$$

- **Finalmente, se puede calcular el valor de la covarianza entre los errores**

Vectores Autorregresivos (VAR)

Identificación

- **La covarianza entre los errores sería**

$$cov(e_{1t}, e_{2t}) = E_t[(\varepsilon_{yt} - b_{12}\varepsilon_{zt}), \varepsilon_{zt}]$$

$$cov(e_{1t}, e_{2t}) = E_t[\varepsilon_{yt}\varepsilon_{zt} - b_{12}\varepsilon_{zt}^2]$$

$$cov(e_{1t}, e_{2t}) = E_t[\varepsilon_{yt}\varepsilon_{zt}] - b_{12}E_t[\varepsilon_{zt}^2]$$

$$cov(e_{1t}, e_{2t}) = -b_{12}\sigma_{zt}^2 \qquad (15)$$

Vectores Autorregresivos (VAR)

La función de impulso respuesta

- Las funciones de impulso respuesta en un modelo VAR nos permiten analizar la respuesta de una variable ante un shock temporal o permanente de otra.
- En los modelos VAR, el análisis de los coeficientes de cada una de las ecuaciones del sistema no son tan importantes como en el caso de los modelos univariados de series de tiempo o los modelos uni-ecuacionales de datos de panel.
- Lo más relevante son las funciones de impulso respuesta, puesto que se puede utilizar para el análisis de política monetaria.

Vectores Autorregresivos (VAR)

La función de impulso respuesta

- Iniciando con la solución del modelo VAR en forma matricial encontrada anteriormente se tiene que:

$$x_t = \mu + \sum_{i=0}^{n} A_1^i e_{t-i} \qquad \textbf{(16)}$$

- Reescribiendo (16) se tiene que:

$$\begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y} \\ \bar{z} \end{bmatrix} + \sum_{i=0}^{\infty} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^i \begin{bmatrix} e_{1t-i} \\ e_{2t-i} \end{bmatrix} \qquad \textbf{(17)}$$

Vectores Autorregresivos (VAR)

La función de impulso respuesta

- Recordando que e_{1t} & e_{2t} en función de ε_{yt} & ε_{zt} se expresa como:

$$e_t = \begin{bmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \end{bmatrix} = \frac{1}{1 - b_{12}b_{21}} \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ -b_{21} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon_{yt}} \\ \boldsymbol{\varepsilon_{zt}} \end{bmatrix} \qquad \textbf{(18)}$$

- Utilizando (18) en (17) se tiene que:

$$\begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y} \\ \bar{z} \end{bmatrix} + \frac{1}{1 - b_{12}b_{21}} \sum_{i=0}^{\infty} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^i \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ -b_{21} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon_{yt-i}} \\ \boldsymbol{\varepsilon_{zt-i}} \end{bmatrix} \qquad \textbf{(19)}$$

Vectores Autorregresivos (VAR)

La función de impulso respuesta

- Para simplificar la notación, definimos una matriz 2x2, ϕ, con los elementos $\phi_{jk}(i)$

$$\phi_i = \frac{A_1^i}{1-b_{12}b_{21}} \pi r^2 \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ -b_{21} & 1 \end{bmatrix} \quad \textbf{(20)}$$

- Utilizando (20) en (19) se tiene que:

$$\begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y} \\ \bar{z} \end{bmatrix} + \sum_{i=0}^{\infty} \begin{bmatrix} \emptyset_{11}(i) & \emptyset_{12}(i) \\ \emptyset_{21}(i) & \emptyset_{22}(i) \end{bmatrix}^i \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon_{yt-i}} \\ \boldsymbol{\varepsilon_{zt-i}} \end{bmatrix} \quad \textbf{(21)}$$

Vectores Autorregresivos (VAR)

La función de impulso respuesta

- Se puede reescribir

$$x_t = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} \phi_i \varepsilon_{t-i} \qquad \textbf{(22)}$$

- Entonces, los coeficientes $\emptyset_i$ representan el impacto de los shocks estructurales ε_{t-i} en un período de tiempo sobre las secuencias $\{y_t\}$ y $\{z_t\}$.
- Por ejemplo, $\emptyset_{12}(0)$ representa el impacto de un punto porcentual del shock ε_{zt} sobre y_t.
- Otro ejemplo, $\emptyset_{21}(0)$ representa el impacto de un punto porcentual del shock ε_{yt} sobre z_t.

Vectores Autorregresivos (VAR)

La función de impulso respuesta

- También, se puede obtener el efecto acumulado de los shocks estructurales ε_{yt} & ε_{zt} sobre sobre las variables y_t & z_t, a través de la suma de los coeficientes de las funciones impulso respuesta hasta un el periodo
- Entonces después de n periodos de tiempo, el efecto de z_t sobre la secuencia $\{y_t\}$ estaría dada por la suma de:

$$\sum_{i=0}^{n} \emptyset_{12}(i)$$

Vectores Autorregresivos (VAR)

La función de impulso respuesta

- Dado que $\{y_t\}$ & $\{z_t\}$ se asumen estacionarias, entonces para todo j & k, los valores de $\emptyset_{jk}(i)$ tienen que converger a cero a medida que i se crece. Por lo cual, se tiene:

$$\sum_{i=0}^{n} \emptyset_{jk}(i) \qquad \text{Es finito.}$$

- Con el esquema de identificación de cholesky que se utilizó, entonces tendríamos que (18) se reescribiría como

$$e_t = \begin{bmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \end{bmatrix} = \frac{1}{1 - b_{12}b_{21}} \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon_{yt}} \\ \boldsymbol{\varepsilon_{zt}} \end{bmatrix} \qquad \textbf{(23)}$$

Vectores Autorregresivos (VAR)

La función de impulso respuesta

- De (23) notamos que el orden de variables en el VAR es importante, puesto que el error e_{1t} es explicado por ambos shocks, ε_{yt} & ε_{zt}, mientras que en el caso del error e_{2t} solo es explicado por el shock ε_{zt}.
- De igual forma podemos reescribir (21) utilizando cholesksy como sigue:

$$\begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y} \\ \bar{z} \end{bmatrix} + \frac{1}{1 - b_{12}b_{21}} \sum_{i=0}^{\infty} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^i \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon_{yt-i}} \\ \boldsymbol{\varepsilon_{zt-i}} \end{bmatrix} \quad \textbf{(24)}$$

Vectores Autorregresivos (VAR)

La función de impulso respuesta

- Podemos apreciar de (24) que la variable y_t es afectada por ambos shocks mientras que la variable z_t es afectada solo por su propio shocks.

- Lo anterior implica que, por construcción, estamos diciendo que en el ordenamiento del VAR, estamos imponiendo que la variable z_t sea exógena mientras que la variable y_t es endógena.

- En general, en un sistema de tres o más variables, el ordenamiento se hace de la variable mas endógena hasta la más exógena, a través del esquema de identificación de Cholesky.

Vectores Autorregresivos (VAR)

Error de pronostico del modelo VAR

- El análisis de la descomposición de la varianza, puede darnos una idea preliminar si existe una interrelación entre las variables del VAR.
- Para ello, vamos a encontrar el error de pronostico de un modelo VAR.

$$x_t = A_0 + A_1 x_{t-1} + e_t \qquad \textbf{(25)}$$

- Luego adelantamos un periodo de tiempo (25) como sigue:

$$x_{t+1} = A_0 + A_1 x_t + e_{t+1} \qquad \textbf{(26)}$$

Vectores Autorregresivos (VAR)

Error de pronostico del modelo VAR

- El error pronóstico de un periodo hacia adelante estaría dado por

$$\boldsymbol{e_t(1) = x_{t+1} - E_t x_{t+1}} \qquad \textbf{(27)}$$

- Luego, aplicando la función valor esperado a (26) se tiene que:

$$E_t x_{t+1} = A_0 + A_1 E_t x_t + E_t e_{t+1}$$

- Dado que $E_t e_{t+1} = 0$, se tiene que:

$$E_t x_{t+1} = A_0 + A_1 x_t \qquad \textbf{(28)}$$

Vectores Autorregresivos (VAR)

Error de pronostico del modelo VAR

- Sustituyendo (26) y (28) en 27, se tiene que

$$e_t(1) = x_{t+1} - E_t x_{t+1}$$

$$e_t(1) = A_0 + A_1 x_t + e_{t+1} - (A_0 + A_1 x_t)$$

$$e_t(1) = e_{t+1} \quad \textbf{(29)}$$

- De igual forma, adelantando un período (26) se tiene que:

$$x_{t+2} = A_0 + A_1 x_{t+1} + e_{t+2} \quad \textbf{(30)}$$

Vectores Autorregresivos (VAR)

Error de pronostico del modelo VAR

- Sustituyendo (26) en (30), y reordenando términos, se tiene que:

$$x_{t+2} = A_0 + A_1[A_0 + A_1 x_t + e_{t+1}] + e_{t+2}$$

$$x_{t+2} = [I + A_1]A_0 + A_1^2 x_t + A_1 e_{t+1} + e_{t+2} \qquad \textbf{(31)}$$

Vectores Autorregresivos (VAR)

Error de pronostico del modelo VAR

- Luego, aplicando la función de valor esperado a (31) se tiene que

$$E_t x_{t+2} = [I + A_1]A_0 + A_1^2 E_t x_t + A_1 E_t e_{t+1} + E_t e_{t+2} \quad \textbf{(32)}$$

- Dado que $E_t e_{t+1} = 0$ & $E_t e_{t+2} = 0$, se tiene que:

$$E_t x_{t+2} = [I + A_1]A_0 + A_1^2 E_t x_t \quad \textbf{(33)}$$

Vectores Autorregresivos (VAR)

Error de pronostico del modelo VAR

- Entonces, el error de pronóstico dos periodos

$$\mathrm{e_t}(2) = \mathrm{x_{t+2}} - \mathrm{E_t x_{t+2}} \qquad \textbf{(34)}$$

- Sustituyendo (31) y (32) en (33) se tiene que:

$$\mathrm{e_t}(2) = [I + A_1]A_0 + A_1^2 x_t + A_1 e_{t+1} + e_{t+2} - \left[[I + A_1]A_0 + A_1^2 E_t x_t\right]$$

$$\mathrm{e_t}(2) = A_1 e_{t+1} + e_{t+2} \qquad \textbf{(35)}$$

Vectores Autorregresivos (VAR)

Error de pronostico del modelo VAR

- Una ultima vez, adelantando un período (30) se tiene que:

$$x_{t+3} = A_0 + A_1\left[[I + A_1]A_0 + A_1^2 x_t + A_1 e_{t+1} + e_{t+2}\right] + e_{t+3} \quad \textbf{(36)}$$

$$x_{t+3} = A_0 + A_1 A_0 + A_1^2 A_0 + A_1^3 x_t + A_1^2 e_{t+1} + A_1 e_{t+2} + e_{t+3}$$

$$x_{t+3} = [I + A_1 + A_1^2]A_0 + A_1^3 x_t + A_1^2 e_{t+1} + A_1 e_{t+2} + e_{t+3} \quad \textbf{(37)}$$

- Aplicando la función de valor esperado a (37) se obtiene:

$$E_t x_{t+3} = [I + A_1 + A_1^2]A_0 + A_1^3 x_t \quad \textbf{(38)}$$

Vectores Autorregresivos (VAR)

Error de pronostico del modelo VAR

- Entonces, el error de pronóstico tres periodos

$$\mathrm{e_t}(3) = \mathrm{x_{t+3}} - \mathrm{E_t x_{t+3}} \tag{39}$$

- Sustituyendo (37) y (38) en (39) se tiene que:

$$\mathrm{e_t}(2) = [I + A_1 + A_1^2]A_0 + A_1^3 x_t + A_1^2 e_{t+1} + A_1 e_{t+2} + e_{t+3} - \left[[I + A_1 + A_1^2]A_0 + A_1^3 x_t\right]$$

$$\mathrm{e_t}(3) = A_1^2 e_{t+1} + A_1 e_{t+2} + e_{t+3} \tag{40}$$

Vectores Autorregresivos (VAR)

Error de pronostico del modelo VAR

- En general, se puede ver que la secuencia del error de pronóstico para n periodos hacia adelante se puede escribir como:

$$\mathrm{e_t(n)} = e_{t+n} + A_1 e_{t+n-1} + A_1^2 e_{t+n-2} + A_1^3 e_{t+n-3} + \cdots A_1^{n-1} e_{t+1} \qquad \textbf{(41)}$$

Vectores Autorregresivos (VAR)

Descomposición de la varianza

- También, se puede realizar el análisis sobre el error de pronóstico, utilizando la representación del promedio móvil de (22) adelantando n periodos

$$x_t = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} \phi_i \varepsilon_{t-i} \qquad \textbf{(42)}$$

- Adelantando n periodos en el tiempo (42) se tiene que:

$$x_{t+n} = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} \phi_i \varepsilon_{t+n-i} \qquad \textbf{(43)}$$

Vectores Autorregresivos (VAR)

Descomposición de la varianza

- Entonces, el error de pronóstico n periodos hacia adelante seria

$$x_{t+n} - E_t x_{t+n} = \mu + \sum_{i=0}^{n-1} \phi_i \varepsilon_{t+n-i} - E_t\left[\mu + \sum_{i=0}^{n-1} \phi_i \varepsilon_{t+n-i}\right]$$

$$x_{t+n} - E_t x_{t+n} = \sum_{i=0}^{n-1} \phi_i \varepsilon_{t+n-i} \quad \textbf{(44)}$$

Vectores Autorregresivos (VAR)

Descomposición de la varianza

- Si nos enfocamos en una de las variables del vector x_t, en este caso en la variable y_t utilizando

$$\begin{aligned} y_{t+n} - E_t y_{t+n} = &\emptyset_{11}(0)\varepsilon_{yt+n} + \emptyset_{11}(1)\varepsilon_{yt+n-1} + \cdots + \emptyset_{11}(n-1)\varepsilon_{yt+1} + \\ &\emptyset_{12}(0)\varepsilon_{zt+n} + \emptyset_{12}(1)\varepsilon_{zt+n-1} + \cdots + \emptyset_{12}(n-1)\varepsilon_{zt+1} \end{aligned} \tag{45}$$

- El valor esperado del error de pronostico, se obtiene aplicando la función valor esperado a (45)

$$E_t(y_{t+n} - E_t y_{t+n}) = 0$$

- La varianza del error de pronostico seria:

$$\begin{aligned} \sigma_y(n)^2 = &\sigma_y^2[\emptyset_{11}(0)^2 + \emptyset_{11}(1)^2 + \cdots + \emptyset_{11}(n-1)^2] + \\ &\sigma_z^2[\emptyset_{12}(0)^2 + \emptyset_{12}(1)^2 + \cdots + \emptyset_{12}(n-1)^2] \end{aligned} \tag{46}$$

Vectores Autorregresivos (VAR)

Descomposición de la varianza

- Debido a que los valores de $\emptyset_{jk}(i)^2$ son no negativos, la varianza del error de pronóstico se incremente a medida que el horizonte de pronostico "n" se incrementa.
- Dividiendo a ambos lados de (46) por $\sigma_y(n)^2$, se puede obtener la proporción de la varianza que es explicada por los shocks $\{\varepsilon_{yt}\}$ & $\{\varepsilon_{zt}\}$ como sigue:

$$\frac{\sigma_y^2[\emptyset_{11}(0)^2 + \emptyset_{11}(1)^2 + \cdots + \emptyset_{11}(n-1)^2]}{\sigma_y(n)^2} \quad \textbf{(47)}$$

$$\frac{\sigma_z^2[\emptyset_{12}(0)^2 + \emptyset_{12}(1)^2 + \cdots + \emptyset_{12}(n-1)^2]}{\sigma_z(n)^2} \quad \textbf{(48)}$$

Vectores Autorregresivos (VAR)

Descomposición de la varianza

- Debido a que los valores de $\emptyset_{jk}(i)^2$ son no negativos, la varianza del error de pronóstico se incremente a medida que el horizonte de pronostico "n" se incrementa.
- La descomposición de varianza del error de pronóstico es útil para determinar la proporción que es explicada en una variable debido a su propio shock conta los shocks de otras variables.
- Por ejemplo, si el shock ε_{zt} no explica nada de la varianza del error de pronóstico de la variable $\{y_t\}$, entonces la variable $\{y_t\}$ puesto que solo es explicada por ella misma y no por otras variables.
- Por otro lado, si el shock ε_{zt} explica toda la varianza del error de pronóstico de la variable $\{y_t\}$, entonces la variable $\{y_t\}$ es endógena, es decir, es explicada totalmente por las otras variables.

Vectores Autorregresivos (VAR)

Descomposición de la varianza

- Debido a que los valores de $\emptyset_{jk}(i)^2$ son no negativos, la varianza del error de pronóstico se incremente a medida que el horizonte de pronostico “n” se incrementa.
- Al igual que en el caso de las funciones impulso respuesta, es necesario utilizar un esquema de identificación para poder llevar a cabo la descomposición de la varianza.
- Tanto las funciones de impulso respuesta como la descomposición de la varianza son útiles para poder analizar las interrelaciones entre las variables económicas.