Integral e Derivada Fracionárias Riemann-Liouville

Altamir Wesley Gonçalves Pereira 1 * e Natan Brunetti da Rocha 2 †
Alunos de Graduação do Curso de Eng. Civil - UFPR
altamirwgp@hotmail.com e natan.brunetti@hotmail.com

Prof. Manuel Jesus Cruz Barreda (Orientador)
Departamento de Matemática - UFPR
barreda@ufpr.br

Palavras-chave: derivada fracionária, integral fracionária, Riemann-Liouville.

Resumo:
Em muitas situações práticas, a modelagem matemática de determinados fenômenos, nas diversas áreas do conhecimento, pode ser natural ou conveniente se for formulada no ambiente do cálculo fracionário, podemos citar, o fenômeno de condução de calor em materiais com estrutura complexa, tais como os polímeros, ou materiais compósitos, entre outros. Isto ocorre principalmente porque os modelos tradicionais não levam em consideração a memória do processo em questão. Portanto, o presente trabalho, num primeiro estágio, tem como objetivo principal o estudo básico da teoria que forma a base do denominado Cálculo Fracionário, como é usualmente é referido na literatura científica. Para este fim, previamente foram estudados principais resultados da Análise Real e Complexa, e a transformada de Laplace. Historicamente foram propostas diversas formas de introduzir os conceitos de derivada e integral de ordem arbitrária. No presente trabalho, por exemplo, por ser de longe o formalismo mais popular associado à descrição de fenômenos complexos, optaremos pela forma dada por Riemann-Liouville. A partir daí, tomando como referência o cálculo convencional, serão induzidas as definições de derivada e integral de ordens fracionárias (arbitrárias). Em seguida, realizaremos um estudo paralelo ao cálculo usual de alguns resultados importantes decorrentes dessas definições, tendo em mente o seu uso para tratamento da solução de problemas práticos que aparecem na forma de equações diferenciais ordinárias ou parciais de ordem fracionária. Propomos induzir o conceito de integral fracionária e, a partir dele, em seguida definir a derivada fracionária. Será evidenciado que estes conceitos representam uma generalização do proposto, independentemente, por Newton e Leibniz. Ilustraremos o uso desta teoria mediante a solução de um problema específico de Mecânica dos Fluídos.

*Bolsista/PICME: Iniciação Científica-PICME.
†Bolsista/PICME: Iniciação Científica-PICME

Referências:

Diethelm, K.; The Analysis of Fractional Equations: An Application-Oriented Exposition Using Differential Operators of Caputo Type. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2010

Miller, K. S.; Ross,B. An Introduction to the Fractional Calculus and Fractional Deifferential Equations. New York: Wiley, 1993

Oldham, K. B.; Spanier. The Fractional Calculus. New York: Academic Press, 1974

Podlubny, I. Tractiona Differential Equations. New York: Academic Press, 1999