

# Sistemas Dinâmicos em Superfícies

Marla Rodrigues de OLiveira  
Licenciatura em Matemática  
*rodriguesdeoliveira95@gmail.com*

Prof. Eduardo Outeiral Correa Hoefel (Orientador)  
Departamento de Matemática - UFPR  
*eduardo.hoefel@gmail.com*

**Palavras-chave:** Dinâmica, Periodicidade, Convergência e topologia.

**Resumo:** Neste trabalho se fez o uso de uma espécie de jogo da vida em duas dimensões baseado no jogo da vida de John Conway, de 1970. O jogo da Vida é composto de um grande tabuleiro infinito, inteiramente quadriculado onde cada um dos quadradinhos, que podem ser chamadas de casas ou caselas, representa uma célula que poderá estar viva ou morta. Neste trabalho analisa-se o comportamento das casas, conforme influência da topologia da superfície no comportamento do sistema dinâmico, em dois casos: uma em faixa retangular e outra em faixa circular. A configuração inicial, que é o vetor que analisamos, também é chamada de fase 0 ou fase inicial. As regras estabelecidas para as configurações nas faixas retangular e circular são morte por superpopulação, morte por isolamento e nascimento à direita de par vivo, que serão definidas de forma matemática. A órbita é um conjunto de todos os valores que uma função assume em um determinado período de tempo. O sistema dinâmico se destina a analisar o comportamento de uma dinâmica  $f : X \rightarrow X$ , como por exemplo, verificar o que acontece ao iterar uma dinâmica  $n$  vezes, isto é analisar a órbita de certo numero que esta compreendido nessa dinâmica. As propriedades das órbitas podem ser estudadas em termos de periodicidade, densidade e convergência. Tais propriedades foram estudadas para sistemas dinâmicos de configurações no intervalo e círculo. Uma configuração é definida como uma função  $f : [n] \rightarrow \{0, 1\}$  que representa a configuração dada por um vetor de tamanho  $n \in \mathbb{N}$ . Para qualquer configuração  $\sigma : [n] \rightarrow \{0, 1\}$  dada por  $[n] = \{1, 2, 3, \dots, n\}$  na configuração retangular, sua órbita converge para uma órbita estacionária de período  $(p = 1)$ ,  $p \in \mathbb{N}$ . Dado um vetor de configuração inicial e fixando uma configuração inicial. Temos que se o vetor de configuração inicial tiver tamanho  $n = 2k$  (par), essa configuração convergirá para uma órbita periódica de período no máximo  $n$ ; e caso o vetor de configuração inicial tenha tamanho  $n = 2k + 1$  (ímpar), a configuração convergirá para uma órbita periódica de período no máximo  $2n$ .