

Números de Bernoulli e Aplicações

Bruno Furquim de Souza
Licenciatura em Matemática - UFPR
brunofurquimsouza@ufpr.br

Prof. Dr. José Carlos Correa Eidam
Departamento de Matemática - UFPR
eidam@ufpr.br

Palavras-chave: Números de Bernoulli, Séries, Integrais.

Resumo: O teste da integral para convergência de séries relaciona a convergência de uma série com termos decrescentes com a convergência de uma integral correspondente. Por exemplo, na figura abaixo, relacionamos uma série $\sum_{k=1}^{\infty} a_n$ com uma integral $\int_1^{\infty} f(x)dx$, de forma que cada termo a_n da série seja igual a $f(n)$:

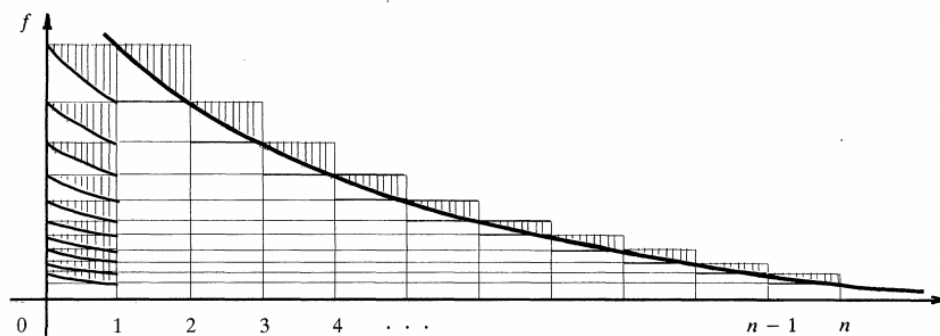


Figura 1: Representação geométrica da diferença entre a soma e a integral de $f(x)$

Entretanto, este teste não oferece nenhuma estimativa precisa para a diferença entre as somas parciais da série e os valores parciais da integral. Para obter tal estimativa, podemos utilizar a Fórmula da Soma de Euler, desenvolvida para estimar séries através de integrais, ou também para estudar integrais através de séries. Esta fórmula é uma ferramenta matemática muito importante no estudo de várias séries numéricas clássicas e utilizada também em estimativas de números reais. O desenvolvimento desta fórmula introduz de maneira simples e natural os Números e Funções de Bernoulli, as quais permitem a obtenção de aproximações muito apuradas para séries. Neste trabalho apresentaremos o desenvolvimento da Fórmula da Soma de Euler, e em seguida exemplos de aplicações da Fórmula da Soma de Euler e dos Números de Bernoulli em diversas funções clássicas, obtendo estimativas interessantes.

Referências:

- APOSTOL, Tom M. An Elementary View of Euler's Summation Formula. The American Mathematical Monthly, Vol. 106, nº 55, pg. 409-418, maio de 1999.
- KNOPP, Konrad. Theory and Application of Infinite Series. Glasgow: Blackie & Son LTD. 1954.