

# Processamento Digital de Imagens Utilizando Decomposição em Valores Singulares

Letícia do Rocio Oliveira \*  
Bacharelado em Matemática Industrial - UFPR  
*leticiaroc.oliveira@gmail.com*

Prof. Ademir Alves Ribeiro (Orientador)  
Departamento de Matemática - UFPR  
*ademir.aribeiro@gmail.com*

**Palavras-chave:** Valores Singulares, Processamento de Imagens, Análise Numérica.

## Resumo:

Uma fotografia pode ser representada por uma matriz  $A_{m \times n}$ , onde cada elemento da matriz corresponde ao nível de cinza do pixel correspondente na fotografia.

O nível de cinza de um pixel, em geral, tem valor muito próximo aos níveis das células vizinhas, logo, é possível reduzir a quantidade de armazenamento necessário da fotografia utilizando a Decomposição em Valores Singulares (SVD).

A decomposição em valores singulares  $A = U\Sigma V^T$  pode ser representada pela expansão do produto exterior:

$$A = \sigma_1 \mathbf{u}_1 \mathbf{v}_1^T + \sigma_2 \mathbf{u}_2 \mathbf{v}_2^T + \dots + \sigma_n \mathbf{u}_n \mathbf{v}_n^T$$

Os valores singulares da matriz  $A$ , em geral, são pequenos, o que permite que  $A$  possa ser aproximada por uma matriz de posto menor. Esta aproximação da matriz  $A$  é realizada truncando esta expansão após os  $k$  primeiros termos.

$$A_k = \sigma_1 \mathbf{u}_1 \mathbf{v}_1^T + \sigma_2 \mathbf{u}_2 \mathbf{v}_2^T + \dots + \sigma_k \mathbf{u}_k \mathbf{v}_k^T$$

O valor de  $k$  é escolhido de forma que a imagem correspondente a  $A_k$  seja muito próxima à imagem original e  $k$  seja significativamente menor que  $n$ .

Neste trabalho, foi realizado um estudo das propriedades matemáticas da Decomposição em Valores Singulares, assim como a análise do menor posto das matrizes  $A_k$ , de modo que a imagem correspondente tenha praticamente a mesma qualidade da imagem original.

Segue exemplo de uma imagem com dimensões 1600X1059 pixels e as imagens com postos  $k$  relativamente menores que  $n$ .

---

\*Bolsista/PET-Matemática



Figura 1: Imagem Original



Figura 2: Posto 400



Figura 3: Posto 100



Figura 4: Posto 25

## Referências

- [1] Leon, Steven J. *Álgebra Linear com Aplicações*, Rio de Janeiro: LTC, 2014.;