

Condições de Qualificação e Propriedades do Conjunto de Multiplicadores

Everton Jose da Silva
Licenciatura em Matemática - UFPR
evertonsilva@ufpr.br

Prof^a. Lucelina Batista dos Santos (Orientadora)
Departamento de Matemática - UFPR
lucelina@ufpr.br

Palavras-chave: Programação não linear, Condições de qualificação, Conjunto de multiplicadores.

Resumo:

Neste trabalho estudaremos um problema de programação não linear, que consiste de minimizar uma certa função objetivo f em um conjunto com restrições de igualdade e desigualdade. Consideraremos o seguinte problema:

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar } f(x) \\ &\text{Sujeito a: } h(x) = 0, \\ &\quad g(x) \leq 0. \end{aligned} \tag{P}$$

onde $f, g, h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, são funções de classe \mathcal{C}^2 .

Este tipo de problema tem sido extensivamente estudado na literatura especializada, tanto do ponto de vista teórico quanto aplicado. Veja [1] e [5], por exemplo. É sabido que sob certas condições impostas às restrições do problema - denominadas “condições de qualificação” ou “qualificação de restrição” - as condições de Karush-Kuhn-Tucker (abreviadamente, KKT) são necessárias para otimalidade. Estas condições, são expressas em termos de uma regra de multiplicadores. Talvez, as mais conhecidas sejam as condições de Mangasarian-Fromovitz (MFCQ), de Independência Linear (LICQ), de Guignard (GCQ) e de Abadie (ACQ). Um dos objetivos deste estudo é estabelecer as relações existentes entre estas condições de qualificação, as quais foram amplamente discutidas em [3]. Além disso, também desejamos estudar a estrutura do conjunto dos multiplicadores. Veremos que, sob condições de qualificação adequadas, se pode garantir que o conjunto dos multiplicadores é limitado, fechado, ou ainda compacto. Veja [4] e [6]. Veremos ainda que (LICQ) é uma condição necessária e suficiente para que o conjunto de multiplicadores seja um conjunto unitário (*singleton*, em inglês). Exemplos e contraexemplos também foram estudados.

Referências:

- [1] BAZARAA, M. S.; SHETTY, C.M. *Nonlinear programming - Teory and Algorithms*. 2^a ed, New York: 1943.
- [2] BECKER, L. C. *Introducción a la Optimización con Restricciones*. Universidad de Chile. Santiago, 1984.
- [3] EUSTÁQUIO, R. G. *Condições de otimalidade e de qualificação para problemas de programação não linear*. 136 f. Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia da Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2007.

- [4] GAUVIN, J. *A necessary and sufficient regularity condition to have bounded multipliers in nonconvex programming.* Mathematical Programming, 12(1):136-138, 1977.
- [5] RIBEIRO, A. A.; KARAS, E. W. *Otimização Contínua: aspectos teóricos e computacionais.* São Paulo: Cengage Learning, 2013.
- [6] WACHSMUTH, G. *On LICQ and the uniqueness of Lagrange multipliers.* Operations Research Letters, 41(1):78–80, 2013.