

# Arte e Matemática no uso do Espírografo

Flávia do Nascimento Borges<sup>1</sup>, Isabella Menotti Sanchez<sup>2</sup>, João Victor Bezerra Batista<sup>3</sup> e Vinícius Murilo Fratucci<sup>4</sup>

Licenciatura em Matemática – UEM

[flavia.n.borges@hotmail.com](mailto:flavia.n.borges@hotmail.com), [belinha\\_menotti@hotmail.com](mailto:belinha_menotti@hotmail.com), [ra103684@uem.br](mailto:ra103684@uem.br) e  
[murilofratucci@hotmail.com](mailto:murilofratucci@hotmail.com)

Prof. Eduardo de Amorim Neves (Orientador)

Departamento de Matemática – UEM

[eaneves@uem.br](mailto:eaneves@uem.br)

Prof. Mariana Moran Barroso

Departamento de Matemática – UEM

[mmbarroso@uem.br](mailto:mmbarroso@uem.br)

Prof. Thiago Fanelli Ferraiol

Departamento de Matemática – UEM

[tferraiol@uem.br](mailto:tferraiol@uem.br)

**Palavras-chave:** Espírografo, GeoGebra, Funções trigonométricas.

## Resumo:

Este trabalho apresenta uma descrição de uma prática realizada durante o projeto de extensão Teoria e Investigação em Matemática Elementar (TIME) do Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Maringá, aplicada no ano letivo de 2018, com aproximadamente 15 pessoas, dentre elas alunos de licenciatura em Matemática e professores de Matemática da Educação Básica, que participaram da oficina ministrada no evento II Ágora de Campo Mourão - Paraná.

Tal prática realizou-se em forma de oficina com o objetivo de estudar o conteúdo de "parametrização de curvas" por meio do uso do espirógrafo ou também conhecido como régua mágica. A régua mágica é um famoso brinquedo que esteve presente na vida de muitos jovens há algumas décadas. Esse brinquedo é bem simples, no entanto nos permite traçar algumas curvas intrigantes somente girando uma pequena engrenagem com o rabiscar de um lápis.

É curioso que a maioria das pessoas que se deparam com essas curvas acham os desenhos belos, mas não sabem exatamente o porquê. Talvez seja por causa das simetrias ou pelos padrões criados, ou quem sabe por causa da simplicidade de traçá-las. Mais ainda, percebemos que mesmo com simples ações, como fazer um

<sup>1</sup> Discente do curso de Licenciatura em Matemática, Universidade Estadual de Maringá (UEM); bolsistas do Programa Institucional de Extensão Universitária - TIME-PIBEX-UEM. e-mail: [flavia.n.borges@hotmail.com](mailto:flavia.n.borges@hotmail.com).

<sup>2</sup> Discente do curso de Licenciatura em Matemática, Universidade Estadual de Maringá (UEM); ex-bolsistas do Programa Institucional de Extensão Universitária -TIME-PIBIS-UEM. e-mail: [belinha\\_menotti@hotmail.com](mailto:belinha_menotti@hotmail.com)

<sup>3</sup> Discente do curso de Licenciatura em Matemática, Universidade Estadual de Maringá (UEM); bolsistas do Programa Institucional de Extensão Universitária -TIME-PIBIS-UEM. e-mail: [ra103684@uem.br](mailto:ra103684@uem.br).

<sup>4</sup> Discente do curso de Licenciatura em Matemática, Universidade Estadual de Maringá (UEM); bolsistas do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação Científica -PIBIC-UEM. e-mail: [murilofratucci@hotmail.com](mailto:murilofratucci@hotmail.com).

bonito desenho, existe a pura matemática envolvida que quando abordada de maneira adequada pode proporcionar um grande aprendizado.

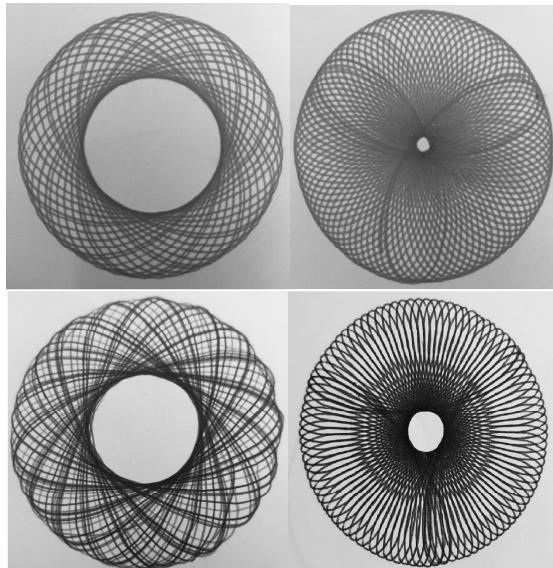


Figura 1: Curvas desenhadas com a régua mágica.  
Fonte: Autores

Ademais o trabalho com os espirógrafos possibilita fazer uma reflexão acerca dos padrões, das generalizações, de criações de curvas, o conhecimento de lugares geométricos e aplicações da trigonometria, aguçando e despertando a curiosidade pela matemática, entre outras coisas. Portanto iremos trabalhar com a régua mágica ou espirógrafo, que foi idealizado por Bruno Abdank Abakanowicz, mas foi inventado pelo engenheiro britânico Denys Fisher, que o exibiu em 1965 na Feira Internacional de Brinquedos de Nuremberg, produzido por sua empresa. Os direitos do espirógrafo são da empresa Hasbro, que fabricou vários modelos do século XX até os dias atuais.

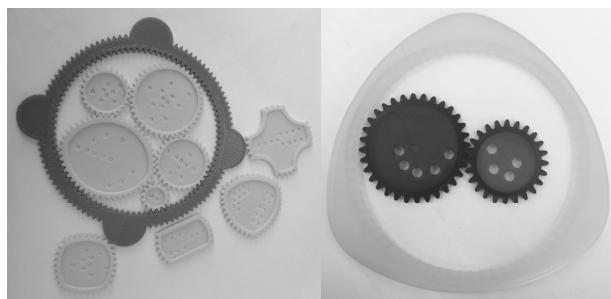


Figura 2: Espirógrafos.  
Fonte: Autores

O espirógrafo possui o formato de círculo simples ou de uma régua larga e consiste em um conjunto de peças plásticas menores, de formas diferentes, como anéis, triângulos, linhas retas ou barras, e todas as arestas possuem dentes às quais se encaixam qualquer outra peça móvel. Cada roda dentada possui vários furos, servindo como suporte para a entrada da ponta de um lápis ou caneta construindo algumas curvas.

Para entender um pouco da matemática presente no espirógrafo, buscamos compreender e visualizar determinados elementos da sua estrutura. Esses elementos são: o anel externo (fixo), a engrenagem interna (móvel) e o ponto dentro

da engrenagem (móvel). Os aspectos envolvidos na construção dos vários tipos de curvas feitas com muita precisão, fez com que despertasse a curiosidade dos conceitos geométricos e da matemática que descreve essas curvas. Diante destas características, a proposta da oficina em questão é modelar essas curvas através de suas equações paramétricas e traçá-las no programa Geogebra.

Sendo assim, esta oficina foi realizada num ambiente de Laboratório de Informática contando, além da régua mágica, com o *software* GeoGebra instalado em seus computadores, com isso obtemos maior agilidade e praticidade tanto para traçar curvas bastante variadas fazendo bonitos desenhos, como para explorar outros conceitos matemáticos envolvidos.

Embora a oficina já tenha sido realizada, como forma de investigação aplicamos algumas questões a respeito do que os participantes da oficina sabem sobre curiosidades e conteúdos matemáticos possíveis de serem explorados com o uso da régua mágica antes de discutirmos as questões referentes a parametrização dessas curvas. Também investigaremos quais as dificuldades obtidas pelos participantes durante a oficina em geral, mais especificamente as dificuldades para algebrizar as curvas obtidas durante os desenhos, como também analisaremos a opinião dos participantes a respeito da viabilidade de aplicação dessa oficina em sala de aula com alunos da Educação Básica.

Os dados coletados nessa investigação ainda não foram analisados, no entanto seus resultados serão apresentados no momento do evento J3M. Com base em outras práticas já realizadas por nós sobre esse mesmo assunto, acreditamos que os participantes, embora visualizem a beleza presente nas curvas obtidas por meio do espirógrafo, tenham dificuldades em identificar possíveis assuntos a serem trabalhados, exceto o conteúdo estruturante Geometria. As possíveis dificuldades poderão estar presentes no uso de parâmetros com funções trigonométricas, por isso a importância de ministrarmos esse assunto que permite aliar a simplicidade da beleza com a elegância e sofisticação matemática.

## **Referências:**

ANDRADE, N. L. **Um brinquedo chamado espirógrafo.** Disponível em: <http://www.mat.ufpb.br/lenimar/textos/espirografo.pdf>. Acesso dia 18 de maio de 2018.

FERRAIOL, T. F. **Régua Mágica, espirógrafos, epiciclos e outras curvas parametrizadas.** Disponível em:  
[https://drive.google.com/file/d/1w8iiKQLOXMzJg\\_wpwSMKxKpGV\\_fPkv0\\_/view](https://drive.google.com/file/d/1w8iiKQLOXMzJg_wpwSMKxKpGV_fPkv0_/view).  
Acesso dia 18 de maio de 2018.

GURGEL, B. Trabalho 02 - **Espirógrafo.** Disponível em:  
<http://mamismd.blogspot.com/2014/11/trabalho-02-espirografo-de-funcoes.html>.  
Acesso dia 19 de junho de 2018.

VERTUAN, E. R. **Modelagem matemática com desenhos construídos pela régua mágica.** Disponível em: <http://www.utfpr.edu.br/toledo/estrutura-universitaria/diretorias/dirppg/encontro-de-iniciacao-cientifica-do-campus-toledo/GuilhermedeMartiniartigocompleto.pdf>. Acesso dia 18 de maio de 2018.