

Método híbrido para minimizar a distância entre um ponto e uma spline

Marcel Thadeu de Abreu e Souza *
Bacharelado em Matemática - UFPR
marcel.abreu@ufpr.br

Profa. Dra. Mael Sachine (Orientadora)
Departamento de Matemática - UFPR
mael@ufpr.br

Palavras-chave: Otimização, Spline cúbica, Método de Newton.

Resumo:

Obter a distância mínima entre objetos é uma das mais importantes operações geométricas em simuladores e na robótica. Neste trabalho analisaremos um método que combina os métodos de Newton e de minimização quadrática [3] de forma a minimizar a distância entre um ponto qualquer e uma spline.

Consideremos uma curva na forma

$$(x(s), y(s), z(s)), 0 \leq s \leq L,$$

onde s é o comprimento do arco, L é o comprimento total do arco e $x(s)$, $y(s)$, $z(s)$ são splines cúbicas onde os nós $\{s_0, s_1, \dots, s_n\}$ com $s_0 = 0$ e $s_n = L$ estão igualmente espaçados.

O quadrado da distância entre um ponto $p_0 = (x_0, y_0, z_0)$ e a posição $(x(s), y(s), z(s))$ em uma curva é

$$D(s) = (x(s) - x_0)^2 + (y(s) - y_0)^2 + (z(s) - z_0)^2.$$

O valor s^* que minimiza $D(s)$ determina $p_1 = (x(s^*), y(s^*), z(s^*))$, o ponto que está na spline cúbica mais próximo de p_0 .

A partir destes dados, implementamos no software MatLab, um método híbrido que consiste em obter uma boa estimativa inicial pelo método da minimização quadrática para posteriormente ser utilizada no Método de Newton.

*Bolsista do Programa de Educação Tutorial (PET-Matemática)

Referências:

[1] ATKINSON K. Modeling a Road Using Spline Interpolation. **Reports on Computational Mathematics 145**, Department of Mathematics, The University of Iowa, 2002.

[2] GOMES RUGGIERO, M. A.; ROCHA LOPES, V. L. **Cálculo numérico: aspectos teóricos e computacionais**. 2a ed. São Paulo: Pearson Makron Books, 1996.

[3] WANG H.; KEARNEY J.; ATKINSON K. Robust and Efficient Computation of the Closest Point on a Spline Curve. **Curve and Surface Design: Saint-Malo 2002**, T. Lyche, M.-L. Mazure, L.L Schumaker; Nashboro Press, Brentwood, p. 397–405, 2003.