

# Curvas de Bézier e Polinômios de Bernstein

Gustavo Henrique Silva Sarturi  
Bacharelado em Matemática Industrial - UFPR  
*gustavo.sarturi@ufpr.br*

Prof. Dr. Qiang Li  
Henan Polytechnic University  
*qianglinan@126.com*

**Palavras-chave:** Polinômios de Bernstein, Curvas de Bézier, Curvas Paramétricas

## Resumo:

Um problema recorrente na computação gráfica é como aproximar uma curva dada, isto é, obter uma curva que aproxime a curva original e que o computador possa interpretar. No caso linear o problema é relativamente fácil, mas, em geral, pode ser uma tarefa difícil. A ideia então é construir uma curva paramétrica que seja manipulável, que tenha uma expressão simples de interpretar e que nos dê mais liberdade de controle. Através de um modo intuitivo e algorítmico é que desenvolvemos as chamadas "Curvas de Bézier".

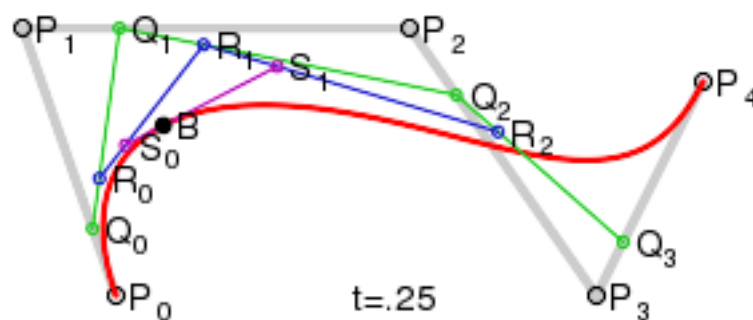


Figura 1: Exemplo de Curva de Bézier

As Curvas de Bézier foram desenvolvidas independentemente na década de 60 por Paul de Casteljau e Pierre Bézier, ambos trabalhavam na indústria automobilística e buscavam soluções para desenvolver modelos de automóveis com uma melhor aerodinâmica e com um design refinado para carros. Apesar da importante contribuição de Casteljau, as curvas levam o nome de Bézier pois ele publicou os resultados primeiro.

O Algoritmo de Casteljau é um método recursivo para se gerar uma Curva de Bézier. Esse algoritmo nos permite também subdividir a curva de Bézier em partes recebendo um parâmetro qualquer. Apesar de simples e aparentar ser um algoritmo lento, mostra-se numericamente estável e é amplamente utilizado com algumas

modificações robustas. A expressão algébrica de uma curva de Bézier pode ser calculada à partir de Polinômios da Base de Bernstein. Os Polinômios de Bernstein surgiram como uma alternativa de demonstração do Teorema de Stone-Weierstrass. Foge do escopo deste trabalho a demonstração deste Teorema. Utilizaremos os polinômios de Bernstein para visualizar certas propriedades das Curvas de Bézier, em especial a sua construção.

Sendo assim, a principal vantagem de se implementar uma Curva de Bézier ao invés de uma outra técnica de interpolação ou aproximação em CAD (Computer Aid Design) é que sua descrição matemática é simples, intuitiva, e também, por poder ser utilizada para representar qualquer forma. Atualmente, tais curvas são amplamente utilizadas na área de Design para o desenvolvimento de fontes, carros, produtos e em particular, na indústria de animação 2D e 3D.

O objetivo deste trabalho é apresentar historicamente como surgiram as curvas de Bézier e analisar de modo geral a sua construção, aplicação e suas relações com os Polinômios de Bernstein.

## Referências

- [1] BIEZUNER, R. J. **Curvas de Bézier**. Notas de seminário de Iniciação Científica. UFMG, Belo Horizonte, 2014.
- [2] GREINER, G. **Lectures on Geometric Modelling**. 125 f. Charles University, Prague, Czech Republic, 2010.
- [3] USTAOGU, C. **Generalized Bernstein Polynomials**. 45 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Eastern Mediterranean University, Gazimağusa, Northern Cyprus, 2014.
- [4] SIMONI, R. **Teoria Local das Curvas**. 86 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Matemática) – UFSC, Santa Catarina, 2005.