

Uma aplicação da Função Maior Inteiro

Ghabriel Alcantara Paulo da Silva *
Licenciatura em Matemática - UTFPR
ghabriel_paulo@hotmail.com

Prof. Neusa Nogas Tocha (Orientadora)
Departamento Acadêmico de Matemática - UTFPR
neusatocha@utfpr.edu.br

Palavras-chave: divisão, maior-inteiro, fatorial.

Resumo

O presente trabalho tem como principal objetivo apresentar uma aplicação da função Maior Inteiro para o cálculo da maior potência de um certo primo p que divide o número $n!$. Para isso, além das propriedades peculiares à função Maior Inteiro, utilizaremos resultados provenientes do Algoritmo da Divisão de Euclides, o que nos leva a motivação para a escolha do tema: é possível relacionarmos diferentes tópicos da teoria de números e assim obtermos resultados de interesse à matemática; no caso, a função Maior Inteiro e o Algoritmo da Divisão de Euclides.

Num primeiro momento, serão expostas algumas definições de carácter fundamental ao desenvolvimento das demonstrações presentes no trabalho; são as definições de divisor (múltiplo), número primo, fatorial e da função maior inteiro. Logo após, o Algoritmo da Divisão de Euclides é trazido como um Lema e a proposição a seguir antecede o principal resultado do trabalho.

Proposição Sejam a e b números inteiros, com $b > 0$. Então, quociente da divisão de a por b é dado por $\left\lfloor \frac{a}{b} \right\rfloor$.

Postas essas informações, enunciamos e demonstramos o Teorema a seguir.

Teorema Sejam n e p naturais tais que $n \geq 2$ e p é primo. Então, o expoente N da maior potência de p que divide $n!$ é dado por:

$$N = \begin{cases} 0 & \text{se } p > n \\ \left\lfloor \frac{n}{p} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{n}{p^2} \right\rfloor + \dots + \left\lfloor \frac{n}{p^\alpha} \right\rfloor & \text{se } p \leq n \end{cases},$$

*Bolsista do Programa de Iniciação Científica - PICME

em que α é o número maior natural tal que $p^\alpha \leq n$.

Podemos utilizar o resultado para resolver questões do tipo: 1) Determinar com quantos zeros termina a representação decimal de $1000!$; 2) Qual a decomposição em fatores primos do número $18!$?

Conclusão

Assim, podemos notar que a articulação de diferentes tópicos da matemática pode gerar alguns resultados interessantes. Nessa perspectiva, esperamos continuar os estudos (em especial da Teoria de Números) para poder utilizar cada vez mais a articulação de tópicos com vistas a outros resultados de interesse matemático.

Referências:

SANTOS, J. P. O. **Introdução à Teoria de Números**. 3.ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2014.