

Introdução à álgebra cluster

Yasmim Adara Amorim *

Licenciatura e Bacharelado em Matemática - UFPR

yasaamorim15@gmail.com

Professora Heily Wagner (Orientadora)

Departamento de Matemática - UFPR

heilywagner@ufpr.br

Palavras-chave: álgebra cluster, quiver, matriz.

Resumo:

As álgebras cluster foram introduzidas por Fomin e Zelevinsky no ano de 2002. Uma álgebra cluster é construída da seguinte forma: através de um conjunto inicial de variáveis algebricamente independentes $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, que geram um corpo $F = \mathbb{Q}(x_1, x_2, \dots, x_n)$, obtemos uma nova variável x'_k que deve ser algebricamente independente das variáveis $X \setminus \{x_k\}$ e o novo conjunto de variáveis $X \setminus \{x_k\} \cup \{x'_k\}$ ainda deve gerar o mesmo corpo F . Esse processo de obtenção de novas variáveis é chamado de *mutação de variável na direção k* . Para isso os autores utilizam uma matriz antissimetrizável $B = (b_{ij})_n$ com entradas em \mathbb{Z} e uma determinada regra.

Podemos também *mutar* a matriz inicial B através de um processo algorítmico e repetir a construção de novas variáveis. As variáveis assim obtidas são chamadas *variáveis cluster* e estas geram uma \mathbb{Z} -subálgebra de F que é a chamada *álgebra cluster*.

Neste trabalho, além de detalhar o processo citado acima, mostraremos que em um caso particular, podemos trocar a matriz antissimetrizável por um quiver (grafo orientado) e, neste caso, traduzir a regra da mutação de variável para esse contexto.

O processo de obtenção de novas variáveis cluster pode não ser finito, discutiremos exemplos em que o tal processo termina: as chamadas *álgebras cluster de tipo finito*.

Gostaríamos de destacar também que atualmente estamos estudando se algo pode ser feito ao mudarmos o tipo de matriz inicial. Por exemplo, considerar uma matriz com entradas em um anel \mathbb{Z}_n .

Referências:

- FOMIN, S., ZELEVINSKY, A. Cluster algebras I: Foundations, **J. Amer. Math. Soc.**, v.15, p 497-529, 2002.

*Bolsista do Programa PET-Matemática.

- NGUEFACK, B. Introduction aux algèbres amassés: définitions et exemples. Université de Sherbrooke, Canadá, 2006. Notas de seminário.
- ZELEVINSKY, A. What is a cluster algebra?, **Notices of the AMS**, v.54, n.11, p.1494-1495, 2007.