O Conjunto de Cantor

Murilo Dingueleski Kava* Engenharia Elétrica-UTFPR-PB

murilodkava@hotmail.com

Prof. Dr Moisés Aparecido do Nascimento(Orientador)

Departamento de Matemática - UTFPR Campus Pato Branco-PR

mnascimento@utfpr.edu.br

16/11/2016 a 18/11/2016

Palavras-chave: Conjunto, Cantor, Compacidade, Não-Enumerável.

Resumo: Neste trabalho, usaremos alguns resultados sobre a teoria dos conjuntos finitos e infinitos, conjuntos enumeravéis, topologia no conjunto dos números reais, tais como, a noção de conjunto denso, compacidade e conexidade, como pré-requisitos para a construção do conjunto Cantor. Conjuntos de Cantor desempenham papel fundamental em áreas da matemática, entre elas podemos mencionar as áreas de análise, topologia, teoria dos números, teoria da medida e sistemas dinâmicos. Primeiramente, construiremos o conjunto de Cantor a partir do intervalo fechado $\left[0,1\right]$ retirando-se seu terço central $\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$, obtendo dessa forma os fechados $\left[0,\frac{1}{3}\right]$, $\left[\frac{2}{3},1\right]$, novamente retira-se os tercos centrais dos fechados anteriores e assim sucessivamente. Demonstra-se algumas propriedades do conjunto de Cantor tais como, compacidade, não-enumerabilidade, veremos também que tal conjunto é totalmente desconexo e perfeito, no sentido de que todos os seus pontos são pontos de acumulação. Veremos também, uma forma equivalente de se definir o conjunto de Cantor via representação na base 3 utilizando-se apenas os algarismos 0 e 2, como consequência, mostra-se que os números $\frac{1}{3},\frac{1}{4},\frac{1}{9},\frac{1}{10}$ pertencem ao conjunto de Cantor. Por fim, mostraremos que os extremos dos intervalos removidos no processo de construção, formam um subconjunto enumerável denso no conjunto de Cantor.

Referências:

Lima, E.L. Análise Real, (6ª edição). Rio de Janeiro: IMPA, 2002. Vol 1. Halmos, P.R. Teoria Ingênua dos Conjuntos. São Paulo: Ed.USP, 1970. Moreira, C.G. Conjuntos de Cantor, Dinâmica e Aritmética. Rio de Janeiro:IMPA,2010.

^{*}Bolsista do Programa PICME