Dinâmica Estrutural: um estudo do oscilador viscoelástico e das técnicas de controle de vibrações

Autor: Raquel Ayumi Aita *

Engenharia Civil - UFPR

rq.aita@gmail.com

Prof. Ana Gabriela Martínez

Departamento de Matemática - UFPR

ag.anagabriela@gmail.com

Palavras-chave: Equações diferenciais ordinárias, sistemas de controle, dinâmica das estruturas.

Resumo:

Diferentes tipos de ações dinâmicas sobre uma estrutura produzem mudanças na sua configuração em torno de uma posição de equilíbrio estável. Em algumas situações, estas mudanças podem atingir grandes amplitudes, mesmo quando a força de excitação é pequena, o que pode levar ao colapso da estrutura. É fundamental uma análise das vibrações do sistema, afim de identificar as amplitudes predominantes na vibração, determinar suas causas e proceder à correção do problema quando estas vibrações são indesejadas.

Neste trabalho, foi estudado num primeiro momento o modelo matemático clássico para as vibrações mecânicas: o sistema massa-mola. Quando considerado um grau de liberdade, a equação de movimento para este sistema resulta na e.d.o.

$$m\, x''(t) + c\, x'(t) + k\, x(t) = f(t),$$

onde $m, c,$ e k correspondem à massa, amortecimento e rigidez do sistema e f à força de excitação externa. Para um sistema de n graus de liberdade, as equações de movimento são descritas matricialmente como

$$[M]u''(t) + [C]u'(t) + [K]u(t) = F(t),$$

sendo $u(t)$ o vetor dos deslocamentos e $F(t)$ o vetor das forças externas. As matrizes M, K e C correspondem às matrizes de massa, rigidez e amortecimento, respectivamente.

*Bolsista do PICME

No presente trabalho estudam-se as vibrações livres e forçadas para sistemas de um e n graus de liberdade. O fenômeno da ressonância, para o caso de oscilações forçadas, mostra o papel fundamental que desempenha na resposta a frequência natural do sistema. Qualquer sistema de controle de vibrações, seja ele passivo ou ativo, deve garantir uma faixa de frequências livre dos efeitos indesejáveis da ressonância. Em sistemas oscilatórios de n graus de liberdade, a partir da equação homogênea não amortecida e através da resolução de um problema de autovalor generalizado, é determinada a matriz modal do sistema. As novas coordenadas determinadas pelos autovetores, ou coordenadas modais, desacoplam as n equações e transformam o problema em n sistemas de um grau de liberdade. Esta resposta apresenta máximos locais nos autovalores associados a estes autovetores, que correspondem precisamente às frequências naturais ou modos de vibração destes sistemas de um grau de liberdade:

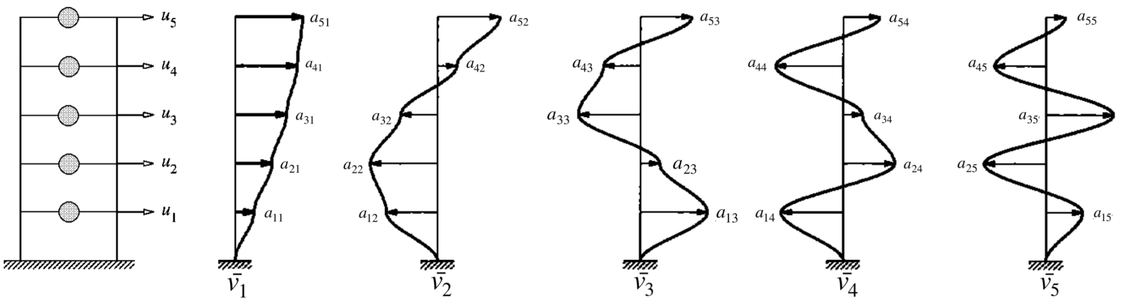

Figura 1: Modos naturais de vibração - Fonte: Modificada de CHOPRA (1995)

Por último, a superposição modal também é aplicada para o caso de amortecimento proporcional à massa e à rigidez.

Referências:

BOYCE, W. E.; DIPRIMA, R. C. **Equações diferenciais elementares e problemas de valor de contorno**. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012.

CHOPRA, A. K. **Dynamics of Structures: theory and applications to earthquake engineering**. New Jersey: Prentice-Hall, 1995.

INMAN, D. J. **Engineering Vibrations**. 3rd ed. Prentice hall, 2007.

RICCIARDELI, F.; PIZZIMENTI, D.; MATTEL, M. **Passive and active mass damper control of the response of tall building to wind gustiness**. Engineering Structures, 2003.

THOMSON, W. T. **Theory of Vibration with Applications**. 3rd ed. Prentice Hall, 1988.

ZILL, D. G.; CULLEN, M. R. **Equações Diferenciais, vol. 1 e 2**. 3. ed. Makron Books, 2001.