Modelo matemático para gripe aviária

Thiago Luiz Benevides
Licenciatura em Matemática - UTFPR
benevides.thiago@live.com

Profa. Dra. Nara Bobko (Orientadora)
Departamento de Matemática - UTFPR
narabobko@utfpr.edu.br

Palavras-chave: Gripe aviária, modelagem matemática, estabilidade global.

Resumo: A gripe aviária é um patógeno com capacidade de alta contaminação, infectando não somente aves como também suínos e seres humanos. Em 2009, tivemos um grande surto da doença no mundo inteiro, gerando uma elevada taxa de mortalidade da população mundial [1]. Tal fato desencadeou a mobilização de pesquisadores de diversas áreas, com o intuito de melhor compreender a propagação do vírus e criar estratégias capazes de evitar novos surtos da doença.

Nosso interesse é abordar este problema utilizando ferramentas matemáticas. Mais precisamente, estamos estudando a dinâmica da propagação desta doença com base no modelo compartimentado abaixo, proposto por Derouich e Boutayeb: [2]

$$
\begin{aligned}
\frac{ds_h}{d\tau} &= 1 - s_h - i_a s_h + r_h \\
\frac{di_h}{d\tau} &= \frac{\delta_h}{\mu_h} i_a s_h - \left(1 - \frac{\gamma_h}{\mu_h} + \frac{\alpha}{\mu}\right) \\
\frac{dr_h}{d\tau} &= \frac{\gamma_h}{\mu_h} i_h - \left(1 - \frac{\delta_h}{\mu_h}\right) r_h \\
\frac{di_a}{d\tau} &= \frac{\beta_a}{\mu} i_a \left(1 - \frac{\mu_a}{\beta_a} - i_a \frac{\mu_h}{\beta_h}\right)
\end{aligned}
$$

onde $\mathbf{s_h}$, $\mathbf{i_h}$ e $\mathbf{r_h}$ denotam a densidade de humanos **suscetíveis**, **infectados** e **removidos**, respectivamente, enquanto $\mathbf{i_a}$ denota a densidade de aves **infectadas** (o significado das constantes presentes no sistema estão detalhados na Tabela (1)).

Esse sistema possui dois pontos de equilíbrio: um deles livre da doença, $E_1 = (1, 0, 0, 0)$, e outro endêmico, $E_2 = (\overline{s_h}, \overline{r_h}, \overline{i_h}, \overline{i_a})$. Os valores das componentes do ponto de equilíbrio endêmico estão detalhados na Tabela (2). A estabilidade destes pontos dependerá do valor da constante $\frac{\beta_a}{\mu_a}$, isto é, se $\frac{\beta_a}{\mu_a} < 1$ o ponto de equilíbrio E_1, será assintoticamente estável enquanto que se $\frac{\beta_a}{\mu_a} > 1$, E_2 será assintoticamente estável.

Os gráficos abaixo mostram o que ocorre nos dois casos

δ_h	taxa de morte humana relatada pela doença
μ_h	taxa de morte natural humana constante
γ_h	taxa de recuperação humana
β_a	contato efetivo entre aves
μ_a	taxa de morte natural das aves constantes
β_h	contato efetivo entre humano e ave

Tabela 1: Tabela de parâmetros

$\overline{s_h}$	$\left[1+\frac{\beta_h}{\mu_h}\left(1-\overline{A}\right)\right]^{-1}$
$\overline{r_h}$	$\overline{A}\frac{\beta_h}{\mu_h}\left(1-\frac{\mu_a}{\beta_a}\right)\overline{s_h}$
$\overline{i_h}$	$\frac{\delta_h\mu_a}{\mu_h\mu_a+\gamma_h+\alpha}\frac{\beta_h}{\mu_h}\left(1-\frac{\mu_a}{\beta_a}\right)$
$\overline{i_a}$	$\frac{\beta_h}{\mu_h}\left(1-\frac{\mu_a}{\beta_a}\right)$
$\overline{A}$	$\frac{\gamma_h}{\mu_h+\delta_h}\frac{\delta_h}{\mu_h+\gamma_h+\alpha_h}$

Tabela 2: Parâmetros do ponto de equilíbrio endêmico

Direções Futuras

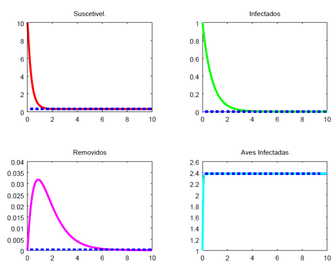
Nosso intuito é prosseguir estudando este modelo, bem como outro semelhante proposto por Sanhong Lui, Shigui Ruan, Xinan Zhang no artigo [3].

Referências

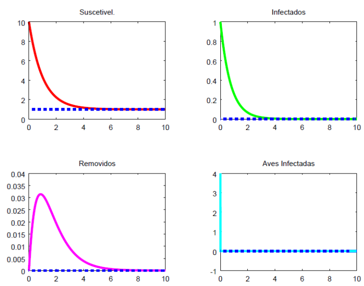
[1] Meirelles, Gustavo de Souza Portes. Influenza: o velho inimigo está de volta-e renovado. *Radiologia Brasileira*,42(6):V–VI,2009.

[2] Mohamed Derouich and Abdesslam Boutayeb. An avian influenza mathematical model. *Applied mathematical sciences*, 2(36):1749–1760, 2008.

[3] Sanhong Liu, Shigui Ruan, and Xinan Zhang. Nonlinear dynamics of avian influenza epidemic models. *Mathematical biosciences*, 283:118–135, 2017.



(a) $\dfrac{\beta_a}{\mu_a} > 1$



(b) $\dfrac{\beta_a}{\mu_a} < 1$

Figura 1: Comportamento das soluções do Sistema de Equações.