

# Uma breve introdução à Quantização geométrica

Gabriel J. G. Cardoso \*  
Bacharelado em Física - UFPR  
*gabrielcardoso@ufpr.br*

Prof. David S. Berman (Orientador)  
School of Physics and Astronomy - QMUL  
*d.s.berman@qmul.ac.uk*

**Palavras-chave:** quantização geométrica, geometria simplética, mecânica quântica.

## Resumo:

Em escala atômica ou subatômica, a Física clássica (i.e., a mecânica de Newton, o eletromagnetismo de Maxwell, etc.) não é uma boa descrição da natureza. Chama-se genericamente de Física quântica um novo conjunto de modelos que substitui com sucesso os da Física clássica nesse domínio. Tomam-se, então, as “versões quânticas” como fundamentais, considerando os correspondentes modelos clássicos como aproximações válidas somente em grandes escalas. Por outro lado, a situação clássica é normalmente mais intuitiva, o que torna interessante encontrar uma forma de construir a versão quântica a partir da versão clássica de um dado modelo físico. A esse processo dá-se o nome de quantização.

Apresentaremos o método de quantização geométrica, que usa a interpretação da Física clássica em termos de geometria simplética para construir a quantização geometricamente. De forma simplificada, isso consiste em atribuir uma geometria ao conjunto de todos os estados físicos do sistema clássico, cujo estudo permite uma definição dos estados quânticos através de funções de onda. Os detalhes da construção garantem automaticamente alguns dos critérios físicos que uma quantização deve satisfazer.

Primeiramente, comentaremos de forma breve sobre algumas das motivações físicas por trás das construções envolvidas no método de quantização geométrica, passando então para os detalhes geométricos de sua aplicação. Em particular, explicitaremos algumas conexões elementares com geometria complexa. Investigaremos o caso de um espaço vetorial simplético, em que o procedimento resulta no Espaço de Fock. Em particular, mostraremos que esse caso inclui as quantizações do oscilador harmônico simples e de alguns campos relativísticos elementares como casos particulares.

---

\* Bolsista de graduação sanduíche no exterior do CNPq.

## Referências

- [1] WOODHOUSE, N. M. J. **Geometric quantization**. New York: Clarendon, 1992.
- [2] GUILLEMIN, V.; STERNBERG, S. **Geometric Asymptotics**. Providence: American Mathematical Society, 1990.
- [3] KOSTANT, B. Quantization and Unitary Representations. **Lecture Notes in Mathematics**, Berlin, v. 170, p. 87-207, 1970.
- [4] GUILLEMIN, V.; STERNBERG, S. **Symplectic techniques in physics**. Cambridge: University Press, 1990.
- [5] SOURIAU, J. M. **Structure of Dynamical Systems**. Basel: Birkhauser, 1997.
- [6] MARSDEN, J. E.; RATIU, T. **Introduction to Mechanics and Symmetry**. New York: Springer-Verlag, 1999.