Teorema da decomposição cíclica

Amanda Cristina Foetsch *
Licenciatura em Matemática - UFPR
amandafoetsch@gmail.com

Prof. Dr. Matheus Batagini Brito (Orientador)
Departamento de Matemática - UFPR
mbrito@ufpr.br

Palavras-chave: decomposição cíclica, forma canônica racional, espaço T-cíclico.

Resumo:

Quando estudamos operadores lineares em um espaço vetorial de dimensão finita V buscamos uma base de V em relação a qual a matriz do operador seja a mais simples possível. No caso em que V é um espaço T-cíclico é possível obter tal base por meio de um vetor v e múltiplas aplicações de T em v. No caso mais geral, ainda que lidemos com um espaço vetorial que não pode ser gerado de forma cíclica, podemos decompô-lo em soma direta de subespaços cíclicos.

O objetivo do trabalho é demonstrar o Teorema da Decomposição Cíclica, o qual garante que, dado um espaço de dimensão finita V e um operador linear T, existem vetores $v_1, ..., v_k$ em V, não nulos, tais que V pode ser decomposto em uma soma direta de subespaços cíclicos da forma $\mathscr{C}_i = \{f(T)(v_i) | f \in \mathbb{K}[x]\}$, em que $i = 1, ..., k$, ou seja

$$V = \mathscr{C}_1 \oplus \mathscr{C}_2 \oplus ... \oplus \mathscr{C}_k,$$

de forma que os polinômios minimais das restrições de T a $\mathscr{C}_j$ satisfazem certas condições de divisibilidade. A matriz de T obtida através dessa decomposição é conhecida como a *Forma Canônica Racional* de T. Uma das vantagens de se decompor o subespaço desta forma é que quando buscamos classificar operadores lineares mediante relação de equivalência a decomposição cíclica independe do corpo no qual estamos trabalhando, ou seja, o corpo não necessariamente deve ser algebricamente fechado.

Referências

[1] BROWN, William C.. **A Second Course in Linear Algebra**. Published in United States simultaneously in Canada: Wiley Interscience, 1943.

*Bolsista do Programa de Iniciação Científica e Mestrado - PICME.