

Diferenças finitas na modelagem de águas subterrâneas

Amanda Cassab Basso
Bacharel em Engenharia Ambiental-UNESP
cassab.amanda@gmail.com

Prof.^a Dr.^a Patricia Hilario Tacuri Córdova
Departamento de Matemática e Computação – UNESP
ptacuri@fct.unesp.br

Palavras-chave: Diferenças finitas, Águas subterrâneas, Modelos matemáticos.

Resumo:

Muitas vezes, descrever um sistema de águas subterrâneas exige uma análise experimental e a utilização de técnica de modelagem matemática, devido à complexidade apresentada por esses sistemas.

Os modelos matemáticos tem o propósito de aproximar uma característica de um sistema de águas subterrâneas perante a realidade de forma simples. Nesse contexto, um estudo de algumas técnicas de modelagem matemática será realizado, com intuito de descrever de um modo mais próximo da realidade os sistemas de águas subterrâneas.

As equações diferenciais servirão de alicerce para o desenvolvimento dos modelos matemáticos, que terão a finalidade de analisar e descrever o comportamento dos sistemas de águas subterrâneas. A priori, para encontrar as soluções desses modelos baseados em equações diferenciais será utilizado um método conhecido, denominado, método de diferenças finitas.

Segundo o autor Richard Bronson (1977, p.1) “*Uma equação diferencial é uma equação que envolve uma função incógnita e suas derivadas*”. Através de equações com essa característica, será analisado e descrito o comportamento de sistemas de águas subterrâneas.

O método de diferenças finitas auxiliará na obtenção das soluções das equações diferenciais. Esse método consiste, segundo José Augusto M. Ferreira (2004, p.3):

O domínio é substituído por um conjunto estruturado de pontos e as derivadas parciais são aproximadas por cocientes de diferenças. Obtemos

deste modo um processo que permite construir uma aproximação para a solução apenas no conjunto discreto de pontos.

Essa técnica permite encontrar uma solução aproximada para as equações diferenciais que representa o sistema de água subterrânea de interesse. Os cálculos serão efetuados com o auxílio do software Matlab.

As Equações Diferenciais são muito utilizadas na descrição tanto de sistemas simples quanto, de sistemas complexo, tornando-as uma ferramenta muito vantajosa para esses fins. No entanto, muitas dessas equações não apresentam solução analítica, de modo que, é necessário recorrer aos métodos numéricos para podermos encontrar uma solução que se aproxima de um valor real. O método de diferenças finitas será fundamental na análise desses modelos matemáticos. Esse método permite encontrar de forma aproximada as soluções desejadas das equações diferenciais de interesse. Devido à complexidade dos cálculos propostos nesse contexto, esses modelos são criados utilizando de uma ferramenta computacional que permite encontrar soluções plausíveis e de interesse desejado. O modelo em si, de águas subterrâneas terá como base os princípios da Lei de Darcy (relação do fluxo da água em meios porosos), resultando na seguinte fórmula:

$$V = KA \cdot dh/dl$$

Onde:

V = vazão de infiltração;

K = condutividade hidráulica;

A = área de secção analisada;

h = altura/carga piezométrica;

L = distância entre os pontos medidos.

Teremos como base também os Polinômios e Séries de Taylor que auxiliará para o processo de soluções de equação por aproximações sucessivas. As equações de Euler também serão primordiais para o estudo dos modelos numéricos.

Com base na técnica de equações diferenciais e o método de diferença finita para a solução dessas equações, um modelo matemático será proposto com o intuito de descrever os sistemas de águas subterrâneas visando auxiliar em uma situação real.

Nesse contexto, o interesse desse trabalho é analisar a teoria básica das equações diferenciais em busca das vantagens que elas podem promover na

modelagem de problemas relacionados a sistemas de águas subterrâneas e que futuramente, esses modelos possam ser aplicados em análises de campo.

Referências:

Ferreira.J.A, *Métodos Numéricos para Equações com Derivadas Parciais*, Departamento de Matemática Faculdade de Ciências e Tecnologia Universidade de Coimbra, 2004

Bronson.R, *Moderna Introdução Às Equações Diferenciais - Coleção Schaum*, Ed. McGraw Hill, 1977