

Classificação das representações irredutíveis em $sl(2)$

Eduardo Magalhães de Castro¹

Bacharelado em Matemática – UFPR

eduardomdecastro@gmail.com

Prof. Dr. Matheus Batagini Brito (Orientador)

Departamento de Matemática – UFPR

mbrito@ufpr.br

Palavras-chave: álgebras de Lie, representações, álgebras semissimples, módulos

Resumo:

A teoria de álgebras de Lie é inerentemente atrativa, combinando uma certa profundidade de conhecimento e um contemplamento satisfatório em seus resultados básicos. Atualmente, a teoria de Lie continua muito presente em diversas áreas de pesquisa matemática, como geometria de Poisson, grupos quânticos, representações de álgebras, etc. Um resultado clássico nesta teoria é a classificação das álgebras de Lie semissimples de dimensão finita em termos de diagramas de Dynkin e suas representações irredutíveis de dimensão finita. A ferramenta fundamental deste resultado se baseia no estudo de representações irredutíveis da álgebra de Lie $sl(2)$ (matrizes 2×2 de traço nulo) dado que esta é sempre isomorfa a uma subálgebra de qualquer álgebra de Lie simples.

Em geral, a teoria de álgebras de Lie demanda considerável nível de abstração como muitos temas da área, mas a investigação de $sl(2)$ é um exercício suficientemente palpável e não exige muito além do que uma boa base de álgebra linear para um entendimento razoável do assunto. Por outro lado, a álgebra em questão apresenta uma grande relevância para a teoria geral e o domínio do conteúdo que será apresentado neste trabalho se mostra essencial para diversos estudos relacionados, como a classificação de álgebras semissimples.

Definição: Uma **álgebra de Lie** sobre um corpo K é um espaço vetorial L sobre K munido com uma operação $[\cdot, \cdot]$, chamada colchete de Lie, bilinear, anti-simétrica e satisfazendo a igualdade de Jacobi: para $x, y, z \in L$,

¹ Bolsista do Programa PET-Matemática

$$[x, [y, z]] + [y, [z, x]] + [z, [x, y]] = 0.$$

Uma representação de álgebras de Lie é um homomorfismo que mapeia uma álgebra L qualquer a um espaço de endomorfismos de V , espaço vetorial sobre K , denotado por $gl(n)$. Neste trabalho, introduziremos brevemente os conceitos básicos de álgebras de Lie - como simplicidade, semissimplicidade, solubilidade, representação adjunta, módulos, etc. - e suas representações e classificaremos as representações irredutíveis de dimensão finita de $sl(2)$.

[1] HUMPHREYS, J. **Introduction to Lie algebras and representation theory**. Springer, 1972.

[2] SAN MARTIN, L. **Álgebras de Lie**. Second edition, Editora Unicamp, 2010.