Problema de Estoque e Roteirização

Thaiza Rafaele dos Santos Rievrs
Matemática Industrial - UFPR
thaizarievrs@hotmail.com

Prof. Abel Soares Siqueira
Departamento de Matemática - UFPR
abel.s.siqueira@gmail.com

Palavras-chave: Problema de estoque e roteirização, estoque gerenciado pelo fornecedor, pesquisa operacional.

Resumo: O Problema de Estoque e Roteirização ou *Inventory Routing Problem* (IRP) consiste nas decisões de gerenciamento de estoque, roteirização de veículos e programação de entrega feitas pelo fornecedor para os seus clientes. O *Vendor Managed Inventory* (VMI) é uma das técnicas propostas pelo Movimento *Efficient Consumer Response* (ECR) ou Resposta Eficiente ao Consumidor e desenvolve metodologias para solução deste problema com base em políticas específicas de estoque e da cadeia de suprimentos. Essa técnica beneficia ambos os lados, o fornecedor reduz os custos totais de estoque e transporte e os clientes aumentam o nível de serviço e investem menos recursos no controle do nível de estoque e pedidos.

As decisões que o fornecedor tem que tomar simultaneamente são:

- Quando reabastecer cada cliente,
- Quanto entregar a cada cliente quando ele é reabastecido,
- Qual o roteiro de abastecimento,

com o objetivo de minimizar os custos de estoque e transporte, de modo que as demandas de todos os clientes sejam atendidas.

Muitas versões do IRP foram descritas ao longo dos anos desde Bell et al. (1983), não existe uma versão padrão do problema. Veremos aqui uma versão básica que é classificada com sete critérios: horizonte de planejamento, estrutura, roteiro, políticas de estoque, decisões de estoque, tamanho e composição da frota de veículos.

Cada critério é definido de acordo com as suas opções, para esta versão básica o horizonte de planejamento é finito. A estrutura do problema será com um fornecedor e vários clientes e conhecemos as demandas dos clientes no início do horizonte de planejamento, ou seja, determinística. No roteiro teremos vários clientes na mesma rota. A política de estoque que define a regra para reabastecer os clientes será a política *Order-up-to Level* (OU), ou seja, sempre que um cliente é visitado a quantidade a ser

entregue será para preencher a capacidade de estoque deste cliente. As decisões de estoque determinam como o gerenciamento do estoque é modelado, para isso vamos restringir o estoque como não negativo. Teremos uma frota de veículos composta por mais de um veículo. Já o critério para a composição da frota de veículos será homogêneo, então todos os veículos vão ter a mesma capacidade.

O modelo estudado é uma extensão do artigo de Archetti et al. (2007) proposta por outros dois artigos, Coelho and Laporte (2013) e Adulyasak et al. (2013). Ele foi desenvolvido assumindo que a matriz de custo de roteamento ($c_{ij}, i, j \in \mathcal{V}$) é simétrica, então o IRP básico é definido em um grafo não direcionado $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$ onde $\mathcal{V} = \{0, \cdots, n\}$ é o conjunto de vértices e $\mathcal{E} = \{(i,j) : i, j \in \mathcal{V}, i < j\}$ é o conjunto de arcos. O vértice 0 representa o fornecedor, e os vértices de $\mathcal{V}' = \mathcal{V} \backslash \{0\}$ representam clientes. Tanto o fornecedor quanto os clientes possuem custo unitário de manutenção de estoque h_i, $i \in \mathcal{V}$, e cada cliente tem uma capacidade máxima de estoque C_i, $i \in \mathcal{V}'$. A duração do horizonte de planejamento é p, onde cada período de tempo $t \in \mathcal{T} = \{1, \cdots, p\}$. A quantidade de produto disponível no estoque do fornecedor é r^t. Assumimos que o fornecedor tem estoque suficiente para atender todas as demandas durante o horizonte de planejamento. As variáveis I_0^t e I_i^t, $i \in \mathcal{V}'$, são definidas como os níveis de estoque no final do período t. O nível de estoque de cada cliente nunca poderá exceder a sua capacidade máxima.

No início do horizonte de planejamento, conhecemos o nível de estoque atual do fornecedor e de todos os clientes (I_0^0 e I_i^0 para $i \in \mathcal{V}'$), a demanda d_i^t de cada cliente i para cada período de tempo t e o conjunto $\mathcal{K} = \{1, \cdots, K\}$ de veículos com capacidade $\mathcal{Q}_k$, que não podem ser excedidas. Cada veículo pode realizar no máximo uma rota por período de tempo, para entregar produtos do fornecedor a um subconjunto de clientes. Definimos a variável x_{ij}^{kt} como o número de vezes que a borda (i,j) é usada na rota do veículo k no período t. Note que x_{ij}^{kt} pode assumir os valor 0, 1 ou 2, onde 2 significa que ela é usada na ida do fornecedor para um determinado cliente e na volta deste cliente para o fornecedor, o que faz sentido porque garantimos que não haverá *loop*. A variável y_i^{kt} é uma variável de decisão e será igual a 1 se, e somente se, o cliente i é visitado pelo veículo k no período t, e a variável q_i^{kt} é a quantidade de produto entregue ao cliente i pelo veículo k no período t.

O problema pode então ser formulado como:

$$
\begin{aligned}
\min \quad & \sum_{i \in \mathcal{V}} \sum_{t \in \mathcal{T}} h_i I_i^t + \sum_{i \in \mathcal{V}} \sum_{j \in \mathcal{V}, i<j} \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t \in \mathcal{T}} c_{ij} x_{ij}^{kt} \\
\text{s. a} \quad & I_0^t = I_0^{t-1} + r^t - \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{i \in \mathcal{V}'} q_i^{kt}, \\
& I_i^t = I_i^{t-1} + \sum_{k \in \mathcal{K}} q_i^{kt} - d_i^t, \ i \in \mathcal{V}', \\
& I_i^t \geq 0, \ i \in \mathcal{V}, \quad I_i^t \leq C_i, \ i \in \mathcal{V}', \\
& \sum_{k \in \mathcal{K}} q_i^{kt} \leq C_i - I_i^{t-1}, \ i \in \mathcal{V}', \\
& C_i y_i^{kt} - I_i^{t-1} \leq q_i^{kt} \leq C_i y_i^{kt}, \ i \in \mathcal{V}', \\
& \sum_{i \in \mathcal{V}'} q_i^{kt} \leq Q_k y_0^{kt}, \\
& \sum_{j \in \mathcal{V}, i<j} x_{ij}^{kt} + \sum_{j \in \mathcal{V}, i>j} x_{ji}^{kt} = 2 y_i^{kt}, \ i \in \mathcal{V},
\end{aligned}
$$

$$\sum_{i \in \mathcal{S}} \sum_{j \in \mathcal{S}, i<j} x_{ij}^{kt} \leq \sum_{i \in \mathcal{S}} y_i^{kt} - y_m^{kt},\ \mathcal{S} \subseteq \mathcal{V}',\ m \in \mathcal{S},$$
$$q_i^{kt} \geq 0, \quad x_{i0}^{kt} \in \{0,\ 1,\ 2\}, \quad x_{ij}^{kt} \in \{0,\ 1\},\ \forall\, i, j \in \mathcal{V}',$$
$$y_i^{kt} \in \{0,\ 1\},\ i \in \mathcal{V}, \forall\, k \in \mathcal{K},\ \forall\, t \in \mathcal{T}.$$

Implementamos esse algoritmo na linguagem de programação Julia (Bezanson et al. (2017)), através do pacote JuMP (Dunning et al. (2017)) que é específico para modelagem de problemas de otimização, e usamos o solver Gurobi testando com as instâncias citadas no artigo do Archetti et al. (2007), para problemas de baixo e alto custo com horizonte de planejamento igual a 3 e 6. Este algoritmo foi estudado a partir do artigo do Coelho et al. (2014).

Referências

Y. Adulyasak, J. F. Cordeau, and R. Jans. Formulations and branch-and-cut algorithms for multivehicle production and inventory routing problems. `http://dx.doi.org/10.1287/ijoc.2013.0550`, 2013. INFORMS J, Comput., ePub ahead of print June 14.

C. Archetti, L. Bertazzi, G. Paletta, and M. Speranza. A branch-and-cut algorithm for a vendor-managed invertory-routing problem. *Transportation Sci*, 41(3):382–391, 2007.

W. J. Bell, L. M. Dalberto, M. L. Fisher, A. J. Greenfield, R. Jaikumar, P. Kedia, R. Mack, and P. Prutzman. Improving the distribution of industrial gases with an on-line computerized routing and scheduling optimizer. *Interfaces*, 13(6):4–23, 1983.

J. Bezanson, A. Edelman, S. Karpinski, and V. B. Shah. Julia: A fresh approach to numerical computing, 2017.

L. C. Coelho and G. Laporte. The exact solution of several classes of inventory-routing problems. *Comput. Oper. Res.*, 40(2):558–565, 2013.

L. C. Coelho, J. F. Cordeau, and G. Laporte. Thirty years of inventory routing. *Transportation Sci*, 40(1):1–19, 2014.

I. Dunning, J. Huchette, and M. Lubin. Jump: A modeling language for mathematical optimization. *SIAM Review*, 59(2):295–320, 2017.