Métodos numéricos para determinar zeros de funções

Carolina Akemy Bavastri *
Bacharelado em Matemática Industrial - UFPR
carolakemy@hotmail.com

Profa. Mael Sachine (Orientadora)
Departamento de Matemática - UFPR
mael@ufpr.br

Palavras-chave: métodos numéricos, equações não lineares, método de Newton.

Resumo:

Neste trabalho, tomou-se como objetivo inicial encontrar raízes reais de uma função real de uma variável. Para tanto, foram estudados alguns métodos, tais como o Método da Bissecção, o Método da Posição Falsa, o Método do Ponto Fixo, o Método de Newton-Raphson e o Método da Secante.

Falaremos agora um pouco sobre cada método. O Método da Bissecção foi considerado um dos mais simples já que, tomando uma função contínua em um intervalo fechado $[a, b]$ com $f(a) \cdot f(b) < 0$ (garantindo assim a existência de pelo menos uma raiz real dentro desse intervalo), a convergência do método está garantida. O objetivo desse método é diminuir o tamanho do intervalo até uma precisão épsilon escolhida arbitrariamente, usando para isso quantas divisões $[a, b]/2$ forem necessárias. O segundo método, o Método da Posição Falsa, é bastante semelhante ao primeiro, porém a diferença consiste no cálculo realizado para encontrar o novo iterando. Em vez de tomar a média aritmética entre os extremos do intervalo a e b, este método efetua uma média aritmética ponderada entre a e b com pesos $|f(a)|$ e $|f(b)|$. Já o terceiro método, o Método do Ponto Fixo, transforma uma equação $f(x) = 0$ dada em outra equação $x = \varphi(x)$ equivalente, gerando uma sequência a partir de uma aproximação inicial. Dessa forma, o problema que inicialmente era encontrar uma raiz da função se torna um problema de encontrar um ponto fixo da função de iteração obtida. O quarto método, conhecido como Método de Newton-Raphson, tenta acelerar o Método do Ponto Fixo escolhendo para função de iteração uma função que envolve a derivada $f'(x)$. Apesar de acelerar o processo, a desvantagem desse método é a necessidade de se obter a derivada da função original e calcular seu valor a cada iteração. Por fim, temos o último método estudado, o Método da Secante. Este método tenta solucionar o problema de encontrar as derivadas do método anterior, aproximando-as por um quociente de diferenças.

*Bolsista do Programa PET-Matemática.

Ao compararmos os métodos entre si, levamos em conta certos critérios de comparação tais como garantia de convergência, rapidez de convergência e esforço computacional. Para que a análise fosse junta utilizamos o mesmo épsilon (valor de precisão) em todos os casos. Após realizarmos a análise, consideramos que o método ideal seria aquele em que a convergência estivesse garantida, a ordem de convergência fosse alta e os cálculos em cada iteração fossem relativamente simples. Assim, chegamos à conclusão que o Método de Newton é o melhor entre esses métodos sempre que as condições de convergência forem verificadas e que os cálculos das derivadas não sejam muito elaborados.

Referências:

GOMES-RUGGIERO, M. A. e LOPES, V. L R. **Cálculo numérico: aspectos teóricos e computacionais.** 2ª ed. São Paulo: Pearson Makron Books, 1996.