Otimização Irrestrita: Métodos, Análises e MMQ

Gustavo Cordeiro Libel*
Engenharia de Computação - UTFPR
gustavolibel@alunos.utfpr.edu.br

Profa. Dra. Diane Rizzotto Rossetto (Orientadora)
Departamento Acadêmico de Matemática - UTFPR
dianerossetto@utfpr.edu.br

Palavras-chave: Otimização, Método dos Mínimos Quadrados, Métodos Otimização.

Resumo:

A otimização se refere aos problemas matemáticos relacionados a encontrar os valores que maximizam ou minimizam funções satisfazendo determinadas restrições. Abordaremos os problemas de otimização definidos como

$$\begin{array}{rl} minimizar & f(x) \\ sujeito\ a & x \in \Omega \end{array}$$

onde a função objetivo $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ é contínua e diferenciável em $\mathbb{R}^n$, $x \in \mathbb{R}^n$ são as variáveis de decisão e $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ é um conjunto de restrições. Para $\Omega = \mathbb{R}^n$, temos um problema irrestrito.

Diferentes métodos iterativos podem ser utilizados para encontrar um x^* que minimize a função f. Estes métodos iterativos têm por objetivo criar uma sequência de pontos $\{x^k\}$ que converge para solução x^*. Entre os métodos estudados podemos citar:

- Método de Cauchy ou do Gradiente;
- Método de Newton;
- Método do Gradiente Conjugado;
- Método Quase-Newton (BFGS e DFG).

*Bolsista do Programa PICME.

A Figura 1 ilustra 4 iterações do Método de Cauchy em uma função quadrática.

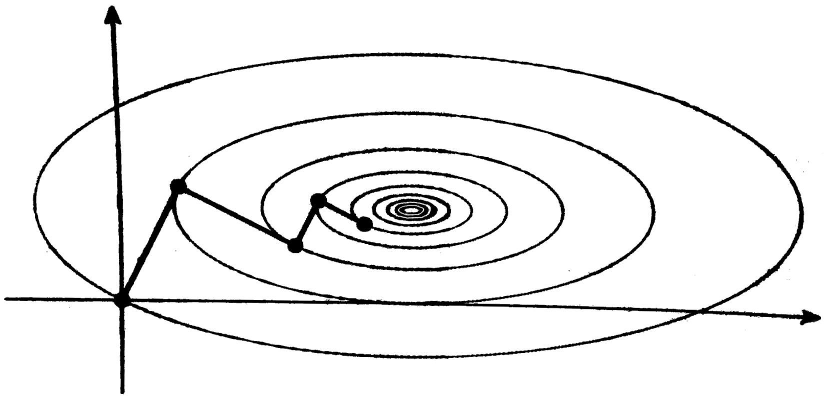

Figura 1: Método de Cauchy em uma Função Quadrática [1]

Neste trabalho discutiremos a convergência dos métodos e alguns fatores que devem ser considerados na análise de um método para resolver um problema. Queremos encontrar algoritmos que resolvam o máximo possível de problemas com o mínimo de recursos utilizados, ou seja, métodos robustos e eficientes.

O problema de estimação de parâmetros consiste em encontrar os parâmetros x de uma função objetivo ϕ não-linear que melhor se ajuste a um conjunto de dados (t, y). Esse problema pode ser modelado via otimização irrestrita usando a técnica de Mínimos Quadrados Não Linear (MMQ). Para isso, definimos uma função f a ser minimizada como a somatória do erro ao quadrado da nossa aproximação.

$$\begin{aligned} \min_x f(x) &= \sum_{j=1}^{m} (r_j(x))^2 \\ r_j(x) &= \phi(x, t_j) - y_j \end{aligned}$$

Também abordaremos em nosso trabalho o Método de Gauss-Newton, algoritmo muito utilizado na resolução de problemas MMQ, sendo tal uma adaptação do Método de Newton.

Referências:

1. RIBEIRO, A. A.; KARAS, E. W. **Otimização Contínua - Aspectos Teóricos e Computacionais**. Cengage Learning, 2013.

2. CROEZE, A.; PITTMAN, L.; REYNOLDS, W. **Solving Nonlinear Least-Squares Problems With the Gauss-Newton and Levenberg-Marquardt Methods**. Baton Rouge and Oxford, 2012.

3. FRIEDLANDER, A. **Elementos de Programação Não-Linear**. Unicamp, 1994.