

Análise da energia de soluções de equações da onda

José Mauricio Finco Mendonça ¹

Engenharia Civil – UFPR

jose-mauricio-finco@hotmail.com

Prof. Raul Prado Raya

Departamento de Matemática – UFPR

raulprado@ufpr.br

Palavras-chave: Equação da onda, Série de Fourier, Energia do sistema.

Resumo:

Estudamos a equação de ondas com coeficientes constantes:

$$u_{tt} - c^2 u_{xx} = 0$$

e a equação de onda com um termo dissipativo provocada pelo atrito, representado por u_t :

$$u_{tt} - c^2 u_{xx} + u_t = 0.$$

Ambos modelos unidimensionais com condições de contorno de Dirichlet.

O método de resolução desses problemas é chamado de método de Fourier, que consiste em duas etapas. Primeiramente utiliza-se o método de separação de variáveis para obter problemas de autovalor para equações diferenciais ordinárias, que estão relacionadas com as equações diferenciais parciais em estudo. Nessa parte, obtém-se um conjunto de soluções da equação diferencial parcial que satisfaz uma parcela das condições de contorno. Na segunda parte, utilizamos essas soluções para compor a solução geral do problema, de maneira em que os termos são produtos dessas soluções por coeficientes devidamente escolhidos, parte esta chamada de Análise de Fourier.

Nossa ênfase é a análise da energia das soluções destas equações. Mostramos que a energia da solução da equação da onda é constante e que quando a equação da onda possui um termo dissipativo, essa energia decai exponencialmente no tempo.

Referências:

[1] GILBERT STRANG. **Calculus**. Wellesley Cambridge Press. Massachusetts Institute of Technology, 1991. Calculus Online Textbook. Ebook. Disponível em: <<https://ocw.mit.edu/ans7870/resources/Strang/Edited/Calculus/Calculus.pdf>>. Acesso em 13 dez. 2018.

¹ Bolsista do PICME

[2] ENRIQUE ZUAZUA. **Métodos Numéricos de resolución de Ecuaciones en Derivadas Parciales**. Basque Center for Applied Mathematics (BCAM), Bilbao, Spain, 2009. Ebook. Disponível em:
<http://paginaspersonales.deusto.es/enrique.zuazua/documentos_public/archivos/personal/comites/notas-05_065-complete.pdf>. Acesso em: 13 dez. 2018.

[3] WILLIAM E. BOYCE; RICHARD C. DIPRIMA. **Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno**, 1965.