

Grafos, Topologia e a Fórmula de Mason

Daniel José Schulmeister *

Bacharelado em Matemática Aplicada - UEPG

danielschul18@gmail.com

Prof. Marcos Calçada (Orientador)

Departamento de Matemática e Estatística - UEPG

mcalcada@uepg.br

Palavras-chave: Fórmula de Ganho de Mason, Grafo de Fluxo de Sinal, Matrizes Topológicas.

Resumo:

A fórmula de ganho de Mason é utilizada por engenheiros para obter a função de transferência de um grafo de fluxo de sinal. Tal fórmula possui diversas aplicações em Engenharia e Teoria de Controle.

Como qualquer conjunto de equações lineares pode ser descrito em termos de um grafo de fluxo de sinal, é possível resolver sistemas lineares e calcular determinantes por meio de métodos topológicos. Em essência, trata-se de contar com pesos caminhos e loops em um grafo.

O principal objetivo deste trabalho é introduzir os conceitos e as definições pertinentes que nos permitam entender e provar a fórmula de Mason. Em particular, estudamos a matriz de incidência de um grafo e suas variantes de entrada e saída e a matriz de transmissão, que carrega informação não apenas topológica, mas também dos pesos das arestas. Também procuramos entender a correspondência entre propriedades algébricas dessas matrizes e propriedades topológicas do grafo. Por exemplo, a relação entre submatrizes não-singulares das matrizes anteriores e loops do grafo que não se interceptam.

Outro objetivo é mostrar a aplicação da fórmula de Mason na resolução de problemas envolvendo cadeias de Markov. De fato, cadeias de Markov podem ser vistas como exemplos de sistemas lineares invariantes no tempo, de modo que as técnicas anteriores se aplicam. Em particular, é possível calcular e entender de forma gráfica sistemas estocásticos markovianos.

Referências:

ASH, R.B. Topology and the Solution of Linear Systems. **Journal of Franklin Institute**. Vol. 268, Issue 6, 1959.

*Bolsista PICME.

BRUALDI, R.A. & CVETKOVIC, D. **A Combinatorial Approach to Matrix Theory and its Applications.** CRC Press, 2009.

GREENMAN, J. V. **Graphs and Determinants.** Math. Gazette, 60(1976), 241–246.

GREENMAN, J. V. **Graphs and Markov Chains.** Math. Gazette 60(1976), 49–54.

HOWARD, R.A. **Dynamic Probabilistic Systems. Vol. 1 and 2.** New York: John Wiley & Sons, 1971.