Álgebras string

Inara Darck Marinho de Abreu
Licenciatura em Matemática - UFPR
inara_darck@hotmail.com

Prof. Heily Wagner (Orientadora)
Departamento de Matemática - UFPR
heilywagner@ufpr.br

Palavras-chave: quiver, álgebra de caminhos, representações, álgebra string.

Resumo:

A Teoria de representações estuda estruturas algébricas abstratas representando seus elementos por objetos concretos da álgebra linear, como espaços vetoriais e transformações lineares.

Podemos estudar uma álgebra através do estudo de sua categoria de módulos. Para álgebras de caminhos com relações isso é equivalente ao estudo das representações do quiver associado a esta álgebra.

Um quiver Q é um grafo orientado como por exemplo:

$$\begin{tikzcd}
1 \arrow[dr, "\alpha"] & & \\
& 2 \arrow[r, "\delta"] & 3 \\
4 \arrow[ur, "\beta"] & &
\end{tikzcd}$$

A partir de todos os caminhos (concatenação de flechas) de um quiver podemos definir uma k-álgebra kQ, a chamada álgebra de caminhos. Por exemplo, na álgebra associada ao quiver acima, a base como k-espaço vetorial é $\{e_1, e_2, e_3, e_4, \alpha, \beta, \delta, \beta\delta, \alpha\delta\}$, onde e_i é um caminho estacionário referente ao vértice i.

O Teorema de Gabriel nos garante que se A é uma k-álgebra básica, indecomponível e de dimensão finita sobre um corpo algebricamente fechado k, então existe um quiver finito Q_A e um ideal admissível I de kQ tal que A é isomorfa a álgebra de caminhos $A \cong \frac{kQ}{I}$. Portanto o nosso estudo se restringe a este tipo de álgebra.

Uma álgebra string é um tipo específico de álgebra de caminhos com relações, para a qual podemos construir todos os módulos indecomponíveis. Uma k-álgebra A é chamada de álgebra string se $A \cong \frac{kQ}{I}$ e satisfaz:

(i) Para todo vértice a em Q, existem no máximo duas flechas que começam em a e duas flechas que terminam em a;

(ii) Para cada flecha β em Q, existe no máximo uma flecha α em Q tal que $\alpha\beta \notin I$ e no máximo uma flecha $\gamma \in Q$, tal que $\beta\gamma \notin I$;

(iii) O ideal admissível I é nulo ou gerado apenas por relações monomiais.

Abaixo segue um exemplo de álgebra string.

$$\begin{tikzcd} 1 \arrow[r, "\alpha"] & 2 \arrow[loop above, "\beta"] \end{tikzcd}$$

$$I =< \beta^2 >$$

Neste trabalho mostraremos como é feita a contrução dos chamados módulos string de uma álgebra string.

Referências:

i) ASSEM, Ibrahim. **Algèbres et Modules**. Les Presses de l'Universitè d'Ottawa, Ottawa, 2007.

ii) ASSEM, Ibrahim; SIMSON,Daniel; SKOWRÓNSKI,Andrzej.**Elements of the Representation Theory of Associative Algebras**. Vol.1 volume 65 of London Mathematical Society Student Texts. Cambridge University Press, Cambridge, 2006;

iii) COELHO, Flavio Ulhoa. **Uma Introdução à Teoria de Representações de Álgebras**.Apostila (mini-curso Escola de Álgebra) - Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1992;

iv) COTA, Ana Paula da Silva. **Álgebras Bisserias Espaciais**. Dissertação (M. Sc. em Matemática), Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2012.

v) MONSALVE, Germán Alonso Benitez. **Um Estudo sobre a Categoria Derivada de Álgebras String.** Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada), Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2012.