

# Caos

## Uma Introdução aos sistemas dinâmicos

Guilherme Alexandre Leachenski  
Engenharia civil – UEPG  
*guileachenski@gmail.com*

Prof. Thiago Gilberto do Prado  
Departamento de Matemática – UTFPR  
*thiagoprado@utfpr.edu.br*

**Palavras-chave:** Caos, orbita, Lyapunov.

### Resumo:

Na tentativa de resolver o problema de interação gravitacional de três corpos Henri Poincaré observou um novo comportamento irregular destas equações. Esse comportamento hoje é conhecido como Caos. A deste momento uma ampla pesquisa sobre o comportamento de equações como: a equação do pêndulo amortecido forçado, o mapa de Hénon, o mapa de Ikeda e de muitas outras foi feita. Começando o estudo em equações unidimensionais como a equação do mapa logístico e partindo para casos mais complexos como a equação de Duffing. Para se começar o estudo nas equações é necessário determinar um ponto de partida, denominado valor inicial. Outro ponto importante no estudo do caos é o estudo de pontos fixos, onde estes podem ser classificados em: fontes (repelem valores na sua vizinhança), atratores (atraem valores na sua vizinhança) e selas (atraem valores em uma direção e repelem em sua outra direção). Outro elemento importante para a quantificação do caos é a determinação de seus períodos, isto é, localizar em qual iteração volta a se repetir seus valores, ou seja, se  $f^k(p)=p$  então temos uma orbita periódica de período  $k$ . Uma orbita caótica apresenta comportamento instável e sofre com irregularidades a cada nova iteração. Essa irregularidade é quantificada por números e expoentes de Lyapunov. Assim o número de Lyapunov é definido como a taxa média de divergência dos pontos ao longo de sua órbita, e o expoente de Lyapunov é o seu logaritmo natural. Definimos então que o caos ocorre quando o seu expoente de Lyapunov é maior do que zero. O objetivo deste trabalho é o estudo inicial da teoria do Caos. Para

isto estaremos estudando um oscilador de Duffing com objetivo principal de compreender os conceitos básicos da teoria do Caos.

**Referências:**

ALLIGOOD, K.T; SAUER, T.D; YORKE, J.A. Chaos - an introduction to dynamical systems. New York: 1996.