Teorema do Homomorfismo: uma versão geral

Vitor Emanuel Gulisz *
Bacharelado em Matemática - UFPR
vitorgulisz@gmail.com

Professora Heily Wagner (Orientadora)
Departamento de Matemática - UFPR
heilywagner@ufpr.br

Palavras-chave: álgebra universal, teorema do homomorfismo, estrutura algébrica.

Resumo:

O Teorema do Homomorfismo possui muitas versões, cada uma delas adaptadas a um contexto diferente. Por exemplo, existem suas versões nas Teorias de Grupos, Anéis e Módulos. Este é um dos teoremas mais importantes e fundamentais para o desenvolvimento de teorias de estruturas algébricas. Essencialmente, o teorema enuncia que a imagem de um homomorfismo é isomorfa ao domínio deste homomorfismo quocientado pelo seu núcleo. Neste trabalho apresentaremos o Teorema do Homomorfismo e sua demonstração em uma versão geral, que independe de qual estrutura algébrica estamos considerando. Faremos isso no contexto da Álgebra Universal.

Com o início em 1933-1935, marcado pela publicação de artigos de Garrett Birkhoff, a Álgebra Universal é o campo da Matemática que estuda propriedades comuns a estruturas algébricas, e que busca dar generalizações a estas.

Assim, neste contexto, define-se o que é uma álgebra (ou estrutura algébrica) em um sentido mais amplo: é um conjunto A munido de algumas funções (operações) que levam elementos de $A \times \cdots \times A$ em elementos de A. Um homomorfismo é, portanto, uma função entre duas álgebras que preserva suas respectivas operações. Para a definição de álgebra quociente e do núcleo de um homomorfismo (que estão presentes no Teorema do Homomorfismo), é preciso recorrer ao conceito de congruências, que são relações de equivalência compatíveis com as operações da álgebra. Com isso, temos os requisitos para enunciar e provar uma versão geral do Teorema do Homomorfismo.

Referências:

---

*Bolsista do Programa PET-Matemática

[1] BIRKHOFF, G. On the combination of subalgebras. **Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society**. V. 29, n. 4, p. 441-464. 1933.

[2] BIRKHOFF, G. On the structure of abstract algebras. **Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society**. V.31, n. 4, p. 433-454. 1935.

[3] BURRIS, S.; SANKAPPANAVAR, H. P. **A Course in Universal Algebra**. New York: Springer-Verlag, 1981.

[4] MCKENZIE, R. N.; MCNULTY, G. F.; TAYLOR, W. F. **Algebras, Lattices, Varieties:** volume 1. Monterey: Wadsworth and Brooks/Cole, 1987.