

Teorema Fundamental dos Grupos Abelianos Finitos

Arthur Rezende Alves Neto*
Bacharelado em Matemática - UFPR
arthurntcwb@yahoo.com.br

Prof. Marcelo Muniz Alves (Orientador)
Departamento de Matemática - UFPR
marcelomsa@ufpr.br

Palavras-chave: grupo abeliano finito, caractere, isomorfismo.

Resumo:

Um grande problema da Matemática foi por muito tempo, encontrar uma forma de calcular as raízes de um polinômio em função de seus coeficientes. P. Ruffini, por volta de 1800 afirmou que não havia uma fórmula para calcular os zeros de um polinômio de grau 5, apesar de seu resultado estar correto, sua prova tinha um problema. Mas a chave para finalmente resolver este problema, residia na Teoria de Grupos, uma abstração ainda por nascer.

Inicialmente pensados por Evariste Galois como um instrumento para estudar equações polinomiais, os Grupos tornaram-se uma parte fundamental da Matemática. Um Grupo é um conjunto não vazio dotado de uma operação associativa, com um elemento neutro e com todos os elementos invertíveis para essa operação. Se você pensou nas bijeções de um conjunto, está no caminho certo. Aqueles que são comutativos, nós chamamos de abelianos. Um exemplo simples dessa estrutura é o conjunto $\mathbb{U}_4 = \{1, i, -1, -i\}$ com a operação do produto em \mathbb{C} . Os grupos mais simples são os Cíclicos. Esses são gerados por apenas um elemento, por exemplo, \mathbb{U}_4 que é na realidade as potências de i .

Nosso objetivo será mostrar que de alguma maneira, podemos "quebrar" aqueles que são abelianos, em partes mais fáceis de compreender. Esse, é o chamado *teorema fundamental dos grupos abelianos finitos* e para alcançar tal resultado, utilizaremos os Caracteres, que são funções que saem de um grupo G e chegam em \mathbb{C} , preservando sua estrutura.

Iniciaremos com o estudo de Caracteres em Grupos Cíclicos. Veremos como as raízes complexas da unidade, se relacionam com este caso específico. Depois de alguns resultados, iremos para o caso não cíclico, porém não avançaremos até o caso não abeliano.

*Bolsista do Programa de PET-Matemática

Referências:

ROTMAN, Joseph J. **Advanced Modern Algebra**. 1.ed. Prentice Hall, 2003

KEITH, C. Characters of Finite Abelian Groups.