

Álgebras string

Inara Darck Marinho de Abreu
Licenciatura em Matemática - UFPR
inara.darck@hotmail.com

Prof. Heily Wagner (Orientadora)
Departamento de Matemática - UFPR
heilywagner@ufpr.br

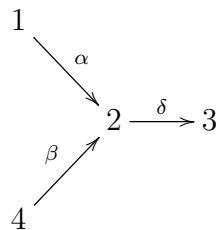
Palavras-chave: quiver, álgebra de caminhos, representações, álgebra string.

Resumo:

A Teoria de representações estuda estruturas algébricas abstratas representando seus elementos por objetos concretos da álgebra linear, como espaços vetoriais e transformações lineares.

Podemos estudar uma álgebra através do estudo de sua categoria de módulos. Para álgebras de caminhos com relações isso é equivalente ao estudo das representações do quiver associado a esta álgebra.

Um quiver Q é um grafo orientado como por exemplo:



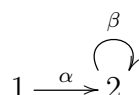
A partir de todos os caminhos (concatenação de flechas) de um quiver podemos definir uma k -álgebra kQ , a chamada álgebra de caminhos. Por exemplo, na álgebra associada ao quiver acima, a base como k -espaço vetorial é $\{e_1, e_2, e_3, e_4, \alpha, \beta, \delta, \beta\delta, \alpha\delta\}$, onde e_i é um caminho estacionário referente ao vértice i .

O Teorema de Gabriel nos garante que se A é uma k -álgebra básica, indecomponível e de dimensão finita sobre um corpo algebricamente fechado k , então existe um quiver finito Q_A e um ideal admissível I de kQ tal que A é isomorfa a álgebra de caminhos $A \cong \frac{kQ}{I}$. Portanto o nosso estudo se restringe a este tipo de álgebra.

Uma álgebra string é um tipo específico de álgebra de caminhos com relações, para a qual podemos construir todos os módulos indecomponíveis. Uma k -álgebra A é chamada de álgebra string se $A \cong \frac{kQ}{I}$ e satisfaz:

- (i) Para todo vértice a em Q , existem no máximo duas flechas que começam em a e duas flechas que terminam em a ;
- (ii) Para cada flecha β em Q , existe no máximo uma flecha α em Q tal que $\alpha\beta \notin I$ e no máximo uma flecha $\gamma \in Q$, tal que $\beta\gamma \notin I$;
- (iii) O ideal admissível I é nulo ou gerado apenas por relações monomiais.

Abaixo segue um exemplo de álgebra string.



$$I = \langle \beta^2 \rangle$$

Neste trabalho mostraremos como é feita a construção dos chamados módulos string de uma álgebra string.

Referências:

- i) ASSEM, Ibrahim. **Algèbres et Modules**. Les Presses de l'Université d'Ottawa, Ottawa, 2007.
- ii) ASSEM, Ibrahim; SIMSON, Daniel; SKOWRÓŃSKI, Andrzej. **Elements of the Representation Theory of Associative Algebras**. Vol.1 volume 65 of London Mathematical Society Student Texts. Cambridge University Press, Cambridge, 2006;
- iii) COELHO, Flavio Ulhoa. **Uma Introdução à Teoria de Representações de Álgebras**. Apostila (mini-curso Escola de Álgebra) - Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1992;
- iv) COTA, Ana Paula da Silva. **Álgebras Bissérias Espaciais**. Dissertação (M. Sc. em Matemática), Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2012.
- v) MONSALVE, Germán Alonso Benitez. **Um Estudo sobre a Categoria Derivada de Álgebras String**. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada), Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2012.