

Aproximações por frações contínuas

Letícia Ferreira Gomes *

Licenciatura em Matemática - UFPR

letiferreiragomes@gmail.com

Prof. Dr. José Carlos Corrêa Eidam (Orientador)

Departamento de Matemática - UFPR

eidam@ufpr.br

Palavras-chave: Frações Contínuas, Aproximações, Números Irracionais.

Resumo:

Uma maneira bastante útil e prática para aproximar números irracionais é utilizar números racionais. Entretanto, esta aproximação pode ser relativamente complicada, dado que frações com denominadores muito grandes podem ser mais trabalhosas para manipularmos.

Do ponto de vista histórico, as aproximações racionais mais conhecidas são aquelas dadas em termos de frações contínuas. Estas frações são números da forma:

$$a_1 + \frac{b_1}{a_2 + \frac{b_2}{a_3 + \frac{b_3}{\ddots + \frac{b_{n-1}}{a_n}}}}$$

onde $a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_{n-1}$ são números reais. Estas expressões foram estudadas por grandes matemáticos dos séculos XVII e XVIII, tais como Joseph Louis Lagrange e Leonhard Euler. Neste trabalho iremos nos concentrar num caso particular, onde os b_n 's são 1, para $n \geq 1$, os a_n 's são inteiros positivos para $n \geq 2$, e a_1 é um inteiro qualquer. Frações contínuas que obedecem tais propriedades são denominadas frações contínuas simples. Isto é, são frações da forma:

$$a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{a_3 + \frac{1}{\ddots + \frac{1}{a_n}}}}$$

Assim, após introduzirmos os conceitos básicos a respeito das frações contínuas, apresentaremos a definição de convergentes e mencionaremos algumas de suas propriedades essenciais. Mostraremos que as frações contínuas fornecem, de certa

*Bolsista do Programa PET-Matemática

forma, as melhores aproximações racionais de um número.

Referências:

[1] OLDS, C.D. **Continued fractions**. New York: Handom House The L. W. Singer Company, 1963. (New Mathematical Library Series).

[2] KARAGUEZIAN, Dikran. **Infinite continued fractions**. PDF disponível em: <<http://people.math.binghamton.edu/dikran/478/Ch7.pdf>>. Acesso em: 15 set. 2017.

[3] KHINCHIN, A. Ya. **Continued fractions**. University of Chicago Press. 1964.