

O Teorema de Gabriel

Luiz Henrique Lara dos Santos*
Bacharelado em Matemática - UFPR
luiz.lara1@outlook.com

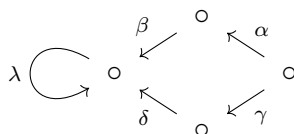
Prof^a. Dr^a Heily Wagner (Orientadora)
Departamento de Matemática - UFPR
heilywagner@ufpr.br

Palavras-chave: quivers, álgebra de caminhos, representações de álgebras.

Resumo:

A teoria de representações de álgebras visa estudar as propriedades de uma álgebra através do estudo da categoria de módulos sobre ela. Para cada álgebra, seus módulos apresentam propriedades que não necessariamente valem para qualquer módulo sobre qualquer álgebra, o que torna tal estudo algo particular para cada álgebra. Ao longo do século passado foram desenvolvidas técnicas para facilitar este estudo, mais precisamente, técnicas para estudar álgebras de maneira mais geral. Na segunda metade do século XX, P. Gabriel mostrou uma forte relação entre álgebras de dimensão finita sobre corpos algebricamente fechados e as chamadas álgebras de caminhos, que são obtidas a partir de grafos orientados chamados de quivers. Tal relação faz do estudo das álgebras de caminhos algo suficientemente geral do ponto de vista da teoria de representações de álgebras.

Um quiver, como dito acima, é nada mais que um grafo orientado. Como por exemplo:



Dado um quiver Q , definimos como um caminho de comprimento $n \geq 1$ em Q uma concatenação $\alpha_1\alpha_2\cdots\alpha_n$ de flechas em Q (no exemplo acima, alguns caminhos possíveis são $\alpha\beta\lambda$, $\gamma\delta,\lambda^3$). Para cada vértice a de Q , associamos um caminho de comprimento $n = 0$, denotado por ε_a , chamado de caminho estacionário em a . O K -espaço vetorial cuja base é o conjunto de todos os caminhos em Q , munido com a multiplicação induzida pela concatenação de caminhos em Q possui uma estrutura de K -álgebra associativa. Tal K -álgebra é chamada de álgebra de caminhos de Q e é denotada por KQ . E como dito antes, existe uma forte relação entre as álgebras de

*Bolsista do Programa PET-Matemática

caminhos e álgebras de dimensão finita sobre corpos algebricamente fechados.

O objetivo principal deste trabalho é apresentar as ferramentas necessárias para entender como se dá tal relação, bem como apresentar algumas propriedades das álgebras de caminhos. A relação comentada acima é apresentada como o seguinte teorema:

Teorema de Gabriel: Se A é uma álgebra básica, conexa, associativa e de dimensão finita sobre um corpo algebricamente fechado, então existe um quiver Q e um ideal admissível I da álgebra de caminhos KQ de Q de modo que $A \cong KQ/I$

Referências:

ASSEM, I.; SKOWRONSKI A.; SIMSON D. **Elements of the Representation Theory of Assosiative Algebras:** Techiques of Representation Theory. New York: Cambridge University Press, 2006

ASSEM, I. **Algèbres et Modules:** Cours et exercices. Ottawa: Les Presses de l'Université d'Ottawa, 1997

COELHO, F.U. **Uma Introdução à Teoria de Representações de Álgebras.** Apostila (mini-curso Escola de Álgebra) - Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1992.