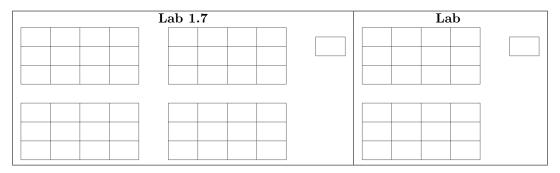


1ER PARCIAL DE ÁLGEBRA Y MATEMÁTICA DISCRETA

Grupo Nombre:

> DNI: Turno:





Instrucciones

- 1. Rellena los datos del encabezado, incluyendo la posición en la que estás sentado durante el examen.
- 2. El examen consta de 5 preguntas.
- 3. La primera pregunta está en este papel y hay que resolverla a mano sobre este papel. Su valor será de 1 punto.
- 4. Las otras preguntas apareceran en la tarea creada.
- 5. Copia ese archivo a cualquier directorio en el que quieras trabajar y cámbiale el nombre con tus: apellidos,nombre.tex
- 6. Este archivo se editará tal y como se ha hecho en las clases de prácticas y se contestarán las preguntas en dicho fichero. Con dicho fichero se generará un pdf utilizando los comandos

pdflatex apellidos, nombre.tex sage apellidos, nombre. sagetex. sage pdflatex apellidos, nombre.tex

Si no se ha producido ningún error, se generará un archivo llamado apellidos, nombre.pdf.

7. Al finalizar el examen, hay que entregar ambos archivos a través de la tarea creada.

EXAMEN

Ejercicio 1 (1pt). Sea f la aplicación lineal dada por la matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ sobre el cuerpo \mathbb{Z}_5 Determinar si el vector $v = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ está en $\mathrm{Im}(f)$ v, si es así encontrar una antiimagen del vector v, (es decir encontrar un vector v tal que v).

Todas las operaciones deben hacerse a mano y escribirse en este papel.

Solución.-

Sabemos que Im(f) = C(M(f)) = C(A). Por tanto, el vector $v \in Im(f) = C(M(f)) = C(A)$ si v es combinación lineal de las columnas de A, es decir si el sistema $A \cdot x = v$ es un sistema compatible.

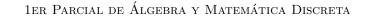
A= matrix(Zmod(5),[[-1,2,1],[2,1,1],[1,0,1]]) v = matrix(Zmod(5), [2, 4, 2])AI=block_matrix(1,2,[A,v.T]) R=AI.echelon_form()

Reducimos por filas la matriz ampliada de dicho sistema, obteniendo la matriz

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right)$$

El sistema es compatible (y determinado) y por tanto $v \in Im(f)$.





Grupo Nombre:

DNI: Turno:



Una antiimagen de v es el vector $u=\left(\begin{array}{c}1\\1\\1\end{array}\right)$. En efecto

$$f(u) = A \cdot u = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}.$$