Facultad de Informática	1ER PARCIAL DE ÁLGEBRA Y MATEMÁTICA DISCRETA	
	Grupo **Nombre:**	
	DNI: **Turno:**	

Lab 1.7	**Lab**

INSTRUCCIONES

1. Rellena los datos del encabezado, incluyendo la posición en la que estás sentado durante el examen.
2. El examen consta de 5 preguntas.
3. La primera pregunta está en este papel y hay que resolverla a mano sobre este papel. Su valor será de 1 punto.
4. Las otras preguntas apareceran en la tarea creada.
5. Copia ese archivo a cualquier directorio en el que quieras trabajar y cámbiale el nombre con tus: **apellidos,nombre.tex**
6. Este archivo se editará tal y como se ha hecho en las clases de prácticas y se contestarán las preguntas en dicho fichero. Con dicho fichero se generará un pdf utilizando los comandos

```
pdflatex apellidos,nombre.tex
sage apellidos,nombre.sagetex.sage
pdflatex apellidos,nombre.tex
```

   Si no se ha producido ningún error, se generará un archivo llamado **apellidos,nombre.pdf**.
7. Al finalizar el examen, hay que entregar ambos archivos a través de la tarea creada.

EXAMEN

Ejercicio 1 (1pt). *Sea f la aplicación lineal dada por la matriz* $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ *sobre el cuerpo* $\mathbb{Z}_5$ *Determinar si el vector* $v = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ *está en* $\mathrm{Im}(f)$ *y, si es así encontrar una antiimagen del vector v, (es decir encontrar un vector u tal que $f(u) = v$).*

`Todas las operaciones deben hacerse a mano y escribirse en este papel.`

Solución.-

Sabemos que $Im(f) = C(M(f)) = C(A)$. Por tanto, el vector $v \in Im(f) = C(M(f)) = C(A)$ si v es combinación lineal de las columnas de A, es decir si el sistema $A \cdot x = v$ es un sistema compatible.

```
A= matrix(Zmod(5),[[-1,2,1],[2,1,1],[1,0,1]])
v=matrix(Zmod(5),[2,4,2])
AI=block_matrix(1,2,[A,v.T])
R=AI.echelon_form()
```

Reducimos por filas la matriz ampliada de dicho sistema, obteniendo la matriz

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right)$$

El sistema es compatible (y determinado) y por tanto $v \in Im(f)$.

Una antiimagen de v es el vector $u = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. En efecto

$$f(u) = A \cdot u = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}.$$