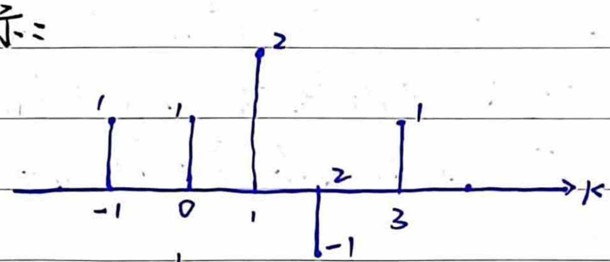
No.
DATE / /

数字信号处理

1.1 离散信号的时域分析

1. 离散信号表示：

① 图形：



② 向量：$x[k]=\{1,\underset{\uparrow}{1},2,-1,1\}$ （箭头位置表示0）

$x[k]=\{1,1,2,-1,1;\ k=-1,0,1,2,3\}$

③ 表达式：$x[k]=2^k u[k]$

2. 离散信号：时间上（自变量）为离散的信号

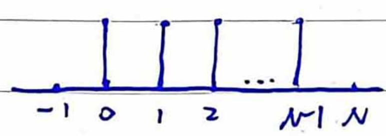
数字信号：幅度上（函数值）量化的离散信号

3. 基本离散信号：

①单位脉冲序列 ②单位阶跃序列 （同信号与系统）

③矩形序列（方波信号）：

$$R_N[k]=\begin{cases}1 & 0\le k\le N-1\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$$



④ 实指数序列：

$x[k]=a^k \quad k\in Z$

$a^k u[k]$：右边指数序列有界条件：$|a|\le 1$

$a^k u[-k]$：左边指数序列有界条件：$|a|\ge 1$

a^k ：双边指数序列有界条件：$|a|=1$

有界序列定义：
若 $\forall k\in Z$，存在 $|x[k]|\le M_x$，
M_x 是与 k 无关的常数

⑤ 虚指数序列和正弦序列

$x[k]=e^{j\Omega_0 k}$ $\quad x[k]=A\cos(\Omega_0 k+\phi)$

利用Euler公式可以将二者联系起来

$$e^{j\Omega_0 k}=\cos(\Omega_0 k)+j\sin(\Omega_0 k)$$

$$\cos(\Omega_0 k)=\frac{1}{2}\left(e^{j\Omega_0 k}+e^{-j\Omega_0 k}\right) \quad \sin(\Omega_0 k)=\frac{1}{2j}\left(e^{j\Omega_0 k}-e^{-j\Omega_0 k}\right)$$

1-2 离散系统的时域分析

1. 离散系统的定义：$x[k] \longrightarrow \boxed{离散系统} \longrightarrow y[k]$

2. 离散系统的分类：

<1> 线性系统

具有$\boxed{线性特性}$的系统

均匀特性 叠加特性.

可表示为：$T\{a x_1[k] + b x_2[k]\} = a T\{x_1[k]\} + b T\{x_2[k]\}$

<2> 非时变系统

系统的零状态响应与输入激励的关系不随输入激励作用于系统的起点而改变.

可表示为 若 $x[k] \rightarrow y_{zs}[k]$，则 $x[k-n] \rightarrow y_{zs}[k-n]$

<3> 因果系统：

系统的输出响应不超前于系统的输入信号

<4> 稳定系统：

系统对任意的有界输入其输出也有界，称为BIBO稳定系统

BIBO: Bounded Input, Bounded Output

3. 单位脉冲响应 $h[k]$ 是离散LTI系统的时域描述

$h[k]$ 是单位脉冲序列 $\delta[k]$ 激励系统所产生的零状态响应

4. 离散LTI系统是因果系统的充要条件：$h[k]=0 \quad k<0$

离散LTI系统是稳定系统的充要条件：$\sum_{k=-\infty}^{\infty} |h[k]| = S < \infty$

1-3 离散信号的频域分析

1. 离散周期信号的DFS表示 Discrete Fourier Series

$$\tilde{x}[k] = \frac{1}{N}\sum_{m=0}^{N-1} \tilde{X}[m] e^{j\Omega_0 mk} \quad k=0,1,\cdots,N-1 \quad —— \text{IDFS}$$

$$\tilde{X}[m] = \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{x}[k] e^{-j\Omega_0 mk} \quad m=0,1,\cdots,N-1 \quad —— \text{DFS}$$

$\tilde{X}[m]$ 称为离散周期信号 $\tilde{x}[k]$ 的频谱，$\tilde{X}[m]$ 是离散谱，是周期为N的周期序列 $\quad \Omega_0 = \frac{2\pi}{N}$

2. 计算技巧：转换为矩阵，计算出一个周期的 $e^{-j\Omega_0 mk}$，然后按规则写出系数矩阵，以周期为4的序列 $\tilde{x}[k] = \{\cdots, \overset{\downarrow}{1}, 2, 3, 4, \cdots\}$