

Paweł Grabiński
Rok 3, Fizyka teoretyczna

Praca wyjścia

1 Wyniki

Praca wyjścia uzyskana metodą Richardsona to $W = 4.95 \pm 0.22 \text{ eV}$.

Praca wyjścia uzyskana metodą Davissona to $W = 1.65 \pm 0.47 \text{ eV}$.

2 Tabela pomiarowa

2.1 Metoda Davissona

$I_z [\text{mA}]$	$R [\text{k}\Omega]$	$I_a [\text{mA}]$	$\Delta I_z [\text{mA}]$
24.98	11	5.358	2.339
23.97	10.6	5.142	2.258
23.01	10.3	4.819	2.099
21.96	9.9	4.431	1.945
20.97	9.5	4.006	1.754
19.87	9.1	3.503	1.525
19.02	8.6	2.958	1.226
18.06	8.34	2.348	0.991
17.05	7.91	1.703	0.680
16.01	7.46	1.035	0.515
14.99	7.02	0.497	0.263
13.96	6.43	0.144	0.394
13.02	6.05	-	-
12.06	5.55	-	-
11.04	5.04	-	-
10.02	4.55	-	-
9.01	4.12	-	-
7.99	3.8	-	-
7.03	3.55	-	-
6.09	3.37	-	-
5.03	3.21	-	-
4.01	3.1	-	-
2.94	3.01	-	-
2.02	3.01	-	-
1.05	3.01	-	-

2.2 Methoda Richardsona

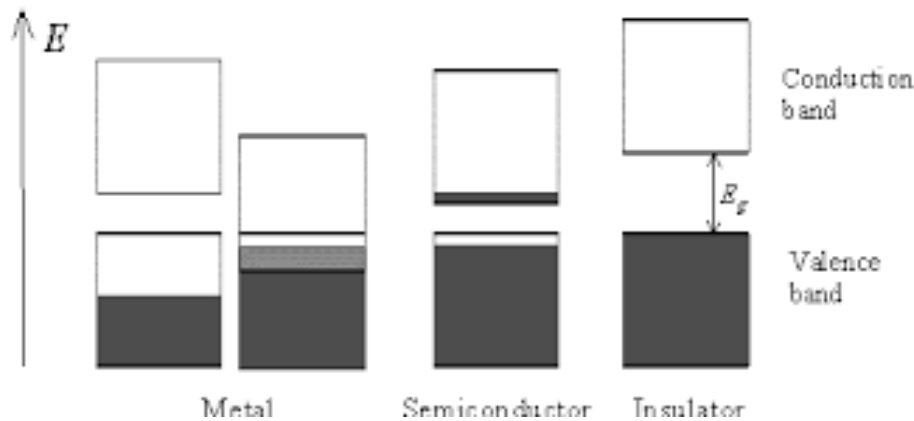
I_z [mA]	1199	1249	1299	1350	1403	1452	1503	1549	1600	1649
I_a [mA]	1.3	2.7	5.3	10.5	20.4	37.0	66.6	108.8	187.6	300
T_f [°C]	1020	1040	1060	1100	1100	1120	1140	1160	1180	1200
T_f [°C]	1040	1060	1060	1100	1120	1120	1140	1160	1180	1220

3 Opis teoretyczny

3.1 Teoria ciała stałego

3.1.1 Model pasmowy

Pasmowy model ciała stałego jest to teoria opierająca wyjaśnienie własności ciał stałych (metali, półprzewodników i dielektryków) na założeniu, że energie elektronów wchodzących w ich skład nie są dowolne, lecz należą do ściśle określonych zakresów, zwanych dozwolonymi pasmami energetycznymi. Pasma te są rozdzielone wzbronionymi pasmami energetycznymi, tzn. zakresami wartości energii, których nie może mieć żaden elektron znajdujący się w ciele stałym. Model prawie swobodnych elektronów w periodycznym polu potencjału umożliwia zrozumienie przewodnictwa elektrycznego w ciałach stałych. W wyniku powstawania cząstek oraz kryształów, poziomy energetyczne pojedynczego atomu zmieniają się wskutek nakładania się rozkładów elektronowych na siebie. Rozważymy dla przykładu układ N atomów wodoru. Jeżeli zbliżymy je do siebie, poziomy energetyczne ulegają rozszczepieniu zgodnie z zakazem Pauliego - każdy z poziomów musi ulec degeneracji na N stanów.



Rysunek 1: Model obsadzenia elektronami dozwolonych pasm energetycznych w izolatorze, metalu, i dwóch półprzewodnikach. Pionowe rozmiary prostokątów przedstawiają dozwolone obszary energii, pola zacieniowane oznaczają obszary wypełnione elektronami.

W ciałach krystalicznych możemy przyjąć ze względu na bardzo dużą liczbę atomów w kryształach, że stopień degeneracji dąży do nieskończoności. Dzięki temu powstają pasma o praktycznie ciągłych zakresach energii. Elektrony mogą przyjmować jedną z wielu zbliżonych do siebie energii tworzących pasmo energetyczne. Elektrony zaczną przenikać do sąsiednich atomów w wyniku tunelowania przez obszary, w których energia potencjalna elektronu jest wyższa niż energia całkowita. Dzięki

tunelowaniu elektrony zyskują swobodę poruszania się po całym kryształ - tworzą gaz elektronowy.

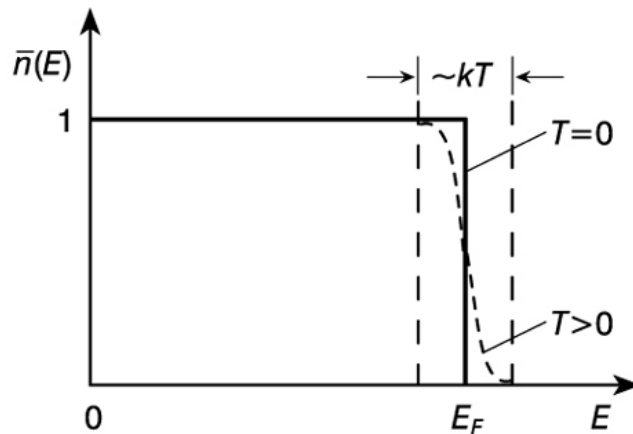
Pasma energetyczne pomiędzy pasmami dozwolonymi nazywamy przerwami energetycznymi. Jeżeli dozwolone pasma energetyczne są całkowicie wypełnione albo puste, to wówczas elektrony nie mogą poruszać się w polu elektrycznym i kryształ zachowuje się jak izolator. Jeżeli jedno lub więcej pasm jest częściowo zajęte, to kryształ zachowuje się jak metal. Jeżeli wszystkie pasma są całkowicie zajęte z wyjątkiem jednego lub dwóch pasm, które są tylko nieznacznie zajęte lub prawie puste, to wówczas kryształ jest półprzewodnikiem.

3.2 Rozkład Fermiego-Diraca

Rozkład Fermiego-Diraca opisuje stany obsadzone przez fermiony w układzie. Jak wiemy elektrony są fermionami. Rozkład ten daje nam prawdopodobieństwo obsadzenia kolejnych stanów energetycznych przy danej temperaturze.

$$f(\epsilon, T) = \frac{1}{\exp\left(\frac{\epsilon - \epsilon_F}{k_b T}\right) + 1}$$

W temperaturze 0K obsadzone są tylko stany poniżej stanu Fermiego.

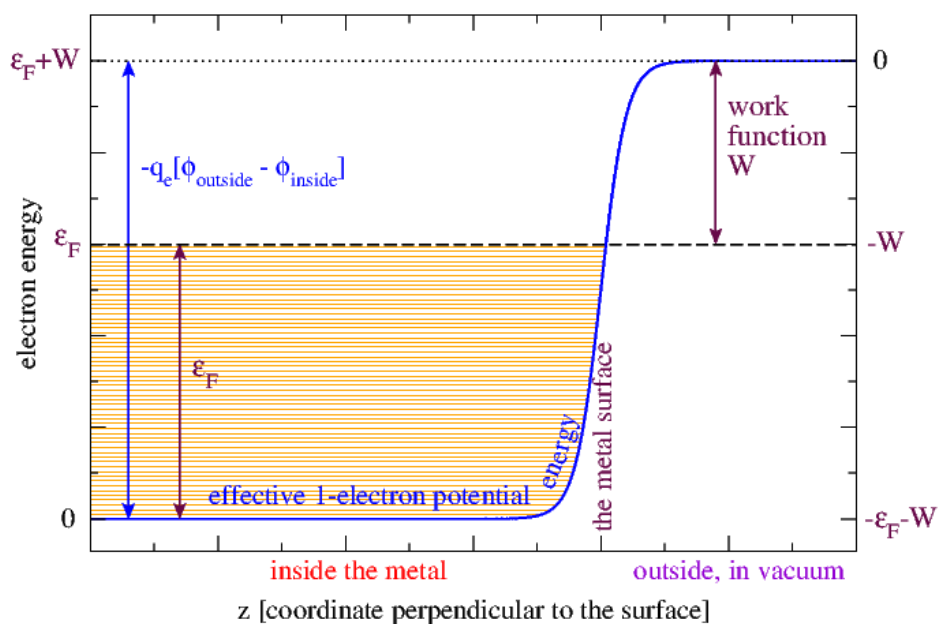


3.2.1 Praca wyjścia

Elektrony w metalach są łatwo separowalne od atomów, które stają się w jony dodatnie. Tworzą one regularną sieć krystaliczną metalu. Oddziaływania ze strony jonów sieci krystalicznej na elektrony znoszą się wzajemnie. Uzyskujemy obraz swobodnych elektronów. Mówimy o gazie elektronowym w metalu. Pomimo swobody pomiędzy jonami sieci krystalicznej metalu, elektrony nie mogą go opuścić. Na powierzchni metalu oddziaływanie te nie znoszą się. Możemy obserwować siłę obrazową działającą na elektron znajdujący się poza objętością metalu. By pokonać te oddziaływania elektron musi wykonać pewną pracę - pracę wyjścia. Oddziaływania te możemy opisać jako barierę potencjału.

Jeżeli elektronom dostarczymy dodatkowej energii, to zajmą one wyższe poziomy energetyczne niż poziom Fermiego. Niektóre z nich mogą opuścić metal. Energia realizowana w trakcie opuszczania metalu przez elektron nazywana jest pracą wyjścia i wyraża się jak:

$$W = e\phi = e(\phi_{outside} - \phi_{inside})$$



Rysunek 2: Energia potencjalna elektronu w pobliżu powierzchni metalu. Po lewej mamy zaznaczone, zgodnie z ideą energii Fermiego, poziomy energetyczne elektronów przewodnictwa w temperaturze zerowej - mamy obsadzone wszystkie poziomy energetyczny poniżej energii Fermiego.

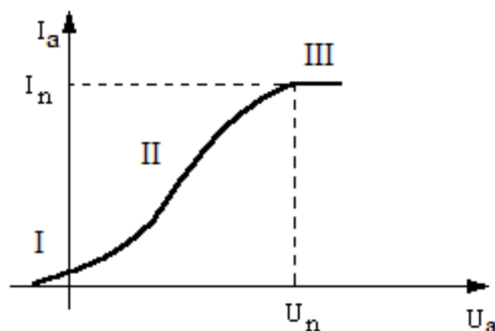
Gdzie ϕ nazywamy potencjałem wyjścia. Wartość pracy wyjścia zależy od rodzaju materiału i dla czystych metali zawiera się w granicach od ok. 1.5 do kilku elektronowoltów. Zależy ona również do stanu powierzchni metalu. Zanieczyszczenie powierzchni przez inne substancje lub gazy absorbowane mogą bądź zmniejszyć bądź zwiększyć pracę wyjścia. Substancje o małej pracy wyjścia mają właściwości obniżania bariery potencjału, a więc zmniejszają pracę wyjścia z elektronów metalu stanowiącego ich podłoże. Dzięki tym właściwościom substancje te są używane w lampach elektronowych do wyrobu tzw. katod aktywowanych.

3.2.2 Potencjał kontaktowy

Każdy metal możemy opisać pewnym ustalonym poziomem Fermiego. Jeśli zetkniemy powierzchnie dwóch metali, to obserwujemy kontaktową różnicę potencjałów, który wynika z różnicy poziomów Fermiego. Elektrony z metalu o wyższej energii Fermiego (mniejszej pracy wyjścia), mogą tunelować przez barierę potencjału między powierzchniami metali do metalu o niższej energii Fermiego (większej pracy wyjścia). Układ będzie dążyć do minimalizacji energii. Dojdzie do wyrównania poziomów Fermiego. Pomiędzy powierzchniami wytworzy się pole elektryczne spowodowane przesunięciem ładunku z jednego metalu do drugiego. Pole to będzie stanowiło barierę energetyczną dla kolejnych elektronów. Otrzymamy układ w równowadze termodynamicznej.

3.3 Teoria diody

Emisję elektronową wykorzystują lampy elektronowe zwane potocznie diodą. Dioda składa się z katody stanowiącej źródło elektronów i anodę, do której pod wpływem przyłączonego napięcia docierają emitowane elektrony. Ruch elektronów w lampie powoduje w obwodzie anodowym przepływ prądu anodowego. Natężenie tego prądu jest zależne od napięcia anody. Charakterystykę tę możemy podzielić na trzy obszary w zależności od zachodzących w nich zjawisk.



Rysunek 3: Charakterystyka diody próżniowej w stałej temperaturze.

3.3.1 Zakres I - prądu początkowego

Obejmuje ujemne napięcia anody. Prąd początkowy powstaje wskutek docierania do anody tylko najbardziej energetycznych elektronów, które są w stanie pokonać potencjał. Prąd anody jest zwykle niewielki, szybko malejący w miarę zmniejszania napięcia anody.

3.3.2 Zakres II - ładunku przestrzennego

Obejmuje dodatnie napięcia mniejsze od napięcia nasycenia. Występuje tu hamowanie elektronów w polu innych elektronów, w ten sposób powstaje chmura ładunku pomiędzy katodą i anodą.

3.3.3 Zakres III - nasycenia

Napięcie powyżej napięcia nasycenia. Jeżeli do anody przyłożymy odpowiednio duże napięcie, spowodujemy przepływ elektronów otaczających katodę do anody, co powoduje zmniejszenie potencjału hamującego i w rezultacie wzrost prądu anody. Jeżeli przyłożymy wystarczająco duże napięcie zwane napięciem nasycenia, prąd anody osiągnie wartość równą prądowi emisyjnemu katody. Napięcie większe od napięcia nasycenia nie może spowodować wzrostu prądu anody, bowiem już przy napięciu nasycenia wszystkie elektrony emitowane przez katodę brały udział w przepływie prądu.

3.3.4 Katody tlenkowe

Katody tlenkowe mają postać rdzenia metalowego (najczęściej niklowego), pokrytego warstwą tlenków metali ziem alkalicznych (baru, strontu, wapnia). Powoduje to zmniejszenie pracy wyjścia elektronu z katody, a co za tym idzie wzrost natężenia prądu anody. W lampach elektronowych z katodą tlenkową nie osiąga się prądu nasycenia. Przy podwyższaniu napięcia anody natężenie prądu szybko wzrasta i przy pewnej krytycznej wartości I katoda ulega zniszczeniu. Katody te odznaczają się bardzo dobrymi właściwościami i dlatego są stosowane w znacznej większości lamp elektronowych.

3.4 Układ Davissona

Pracę wyjścia elektronu z metalu można wyznaczyć między innymi metodą Davissona. Metoda ta polega na kompensacji ochładzania katody. W zjawisku emisji termoelektronowej wykonanie pracy wyjścia i nadanie prędkości początkowej emitowanym elektronom odbywa się kosztem energii

cieplnej katody. Gdy elektrony nie są odprowadzane z przestrzeni w pobliżu katody, wówczas tworzy się tam ładunek przestrzenny, powodujący ustalenie się równowagi dynamicznej pomiędzy elektronami wychodzącymi z katody i powracającymi do niej. Wytwarzając odpowiednie pole elektryczne można wszystkie elektrony wylatujące z rozżarzonej katody oddalić od niej. W takim razie temperatura katody obniży się (wskutek straty energii na emisję). Chcąc ją podwyższyć do wartości poprzedniej, należy zwiększyć moc żarzenia o dP . Moc żarzenia możemy przedstawić jako iloczyn oporu włókna katody oraz kwadratu prądu żarzenia:

$$P = I_z^2 R$$

Zwiększając moc o dP :

$$P + dP = (I_z + dI_z)^2 R = R(I_z^2 + 2I_z dI_z + dI_z^2)$$

Czyli przyrost mocy możemy, przy założeniu $dI_z \approx 0$, wyrazić jako:

$$dP = P + dP - P = R(I_z^2 + 2I_z dI_z + dI_z^2) - I_z^2 R = R(2I_z dI_z + dI_z^2) \approx 2I_z dI_z R$$

Z rozważań statystycznych wiemy, że średnią energię kinetyczną elektronu możemy wyrazić jako $2k_b T$. Biorąc pod uwagę, że elektrony są wypromieniowywane z ciała o temperaturze T , a powracają przez układ o temperaturze T_0 , to możemy wyrazić pracę emisji jako:

$$W_{emi} = W + 2k_b(T - T_0)$$

Gdzie W to szukana przez nas praca wyjścia. Całkowity przyrost mocy jest proporcjonalny do liczby emitowanych elektronów które możemy wyrazić jako $N = \frac{I_a}{e}$. W takim razie:

$$dP = \frac{I_a}{e} W_{emi} = \frac{I_a}{e} (W + 2k_b(T - T_0))$$

Zestawiając to z poprzednim wynikiem na dP , przekształcamy do postaci wyrażenia na pracę wyjścia W :

$$2I_z dI_z R = \frac{I_a}{e} (W + 2k_b(T - T_0))$$

$$W = \frac{2eI_z dI_z R}{I_a} - 2k_b(T - T_0)$$

Doświadczalnie możemy wyznaczyć wszystkie potrzebne parametry.

3.5 Pirometr

Pirometr jest urządzeniem służącym do pomiaru temperatury ciał o wysokich energiach. Zbudowany jest z układu optycznego obiektyw-filtr-okular, a pomiędzy obiektywem i filtrem umieszczone jest żarzące się włókno wolframowe. Pomiar polega na porównywaniu natężenia promieniowania włókna i obserwowanego obiektu. By pomiar ten był możliwy należy wcześniej wyskoalować przyrząd na wzorcowym ciele doskonale czarnym.

3.6 Metoda Richardsona

Korzystając z prawa Richardsona, możemy dojść równania zawierającego mierzone przez nas wielkości:

$$\begin{aligned} J_N &= aT^2 \exp\left(-\frac{W}{k_b T}\right) && \| \cdot T^{-2} \\ \frac{J_N}{T^{-2}} &= a \exp\left(-\frac{W}{k_b T}\right) && \| \ln(\#) \\ \ln\left(\frac{J_N}{T^{-2}}\right) &= \ln a - \frac{W}{k_b T} \end{aligned}$$

Sporządzając wykres $\ln\left(\frac{J_N}{T^{-2}}\right) = f\left(\frac{1}{k_b T}\right)$ otrzymamy linię prostą, której współczynnik kierunkowy będzie równy pracy wyjścia W .

4 Analiza pomiarów

4.1 Metoda Richardsona

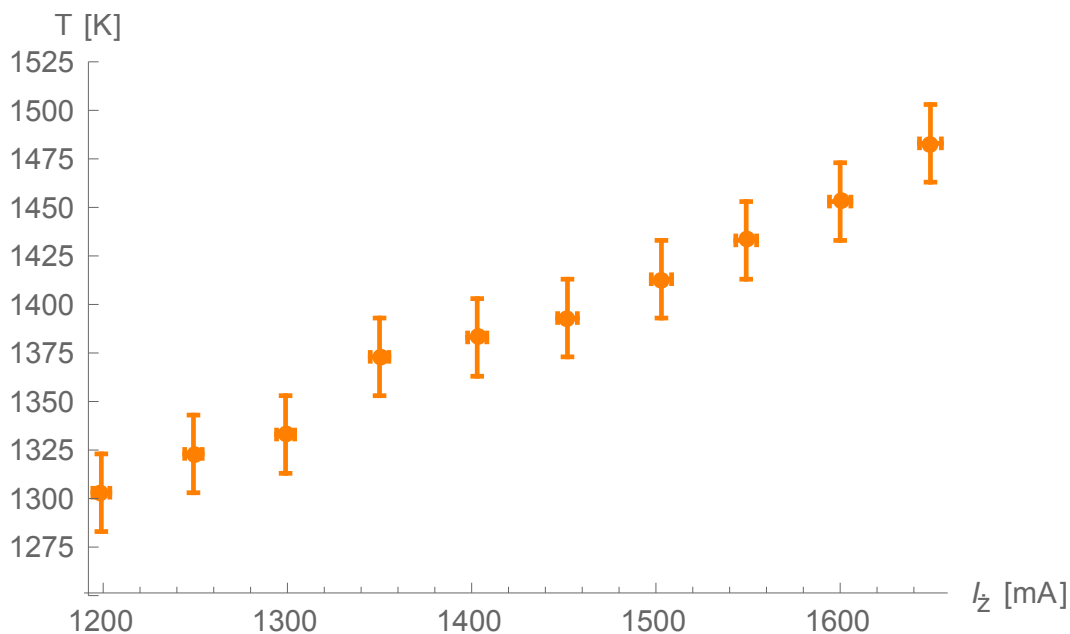
4.1.1 Opis pomiarów

W metodzie tej układ pomiarowy składa się z diody i pirometru. Do katody doprowadzamy prąd o zadanym natężeniu żarzenia, na anodzie mierzy natężenie prądu anodowego. Za pomocą pirometru mierzymy temperaturę katody.

W naszych pomiarach dokonywaliśmy pomiaru temperatury katody oraz natężenia prądu katodowego w zależności od natężenia prądu żarzenia w zakresie od 1650 – 1200 mA.

Pomiarów temperatury dokonywaliśmy dwa razy. Raz zwiększając natężenie włókna w pirometrze, a raz je zmniejszając.

4.1.2 Temperatura, a prąd żarzenia



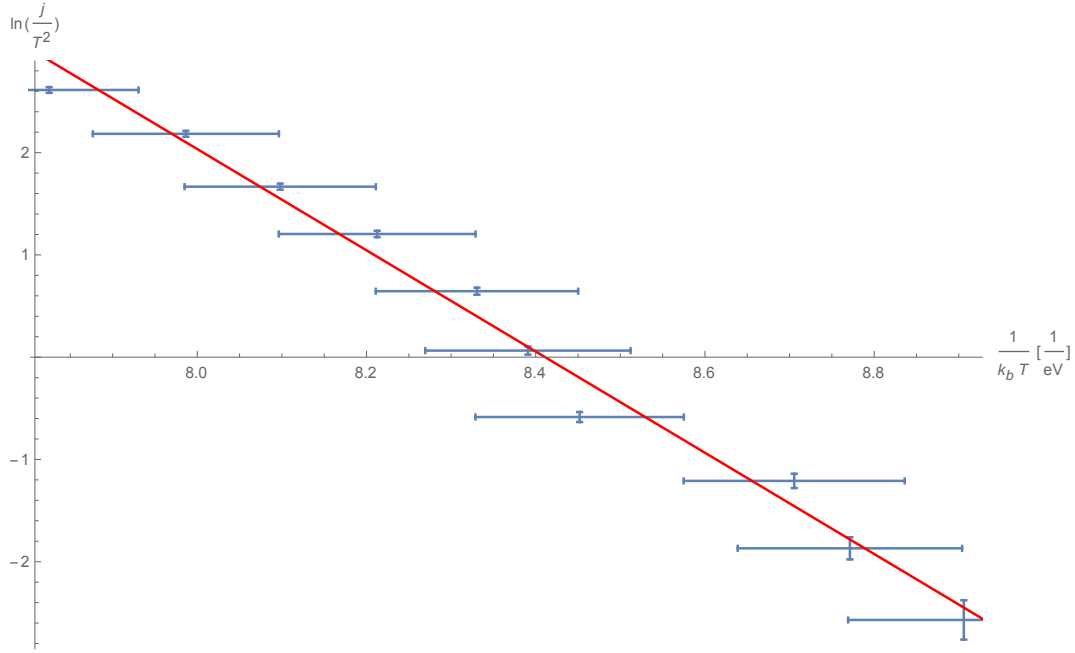
Rysunek 4: Zależność temperatury od prądu żarzenia.

Niepewność temperatury wzięta jako szerokość podziałki 20°C . Niepewność prądu żarzenia wyznaczona jako $\Delta I_z = 0.3\% \cdot I_z + 0.1\% dI$, gdzie $dI = 1000\text{mA}$ to zakres pomiarowy.

4.1.3 Prosta Richardsona

Dalej możemy zgodnie z przyjętą metodą przez nas wykreślić zależność $\ln(\frac{J_N}{T^2}) = f(\frac{1}{k_B T})$.

Korzystamy z zależności $I = j \cdot d^2$, a stałą Boltzmana przyjmujemy $k_B = 1.380658 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$.



Rysunek 5: Możemy dopasować do danych linię prostą, której współczynnik nachylenia jest co do wartości równy pracy wyjścia.

Niepewności tych wielkości wyznaczyliśmy z różniczki zupełnej.

$$\Delta\left(\ln\left(\frac{I_a}{d^2 T^2}\right)\right) = \left|\frac{\partial \ln\left(\frac{I_a}{d^2 T^2}\right)}{\partial I_a}\right| \Delta I_a + \left|\frac{\partial \ln\left(\frac{I_a}{d^2 T^2}\right)}{\partial T}\right| \Delta T = \frac{\Delta I_a}{I_a} + \frac{2\Delta T}{T}$$

$$\Delta\left(\frac{1}{k_b T}\right) = \left|\frac{\partial\left(\frac{1}{k_b T}\right)}{\partial T}\right| \Delta T = \frac{\Delta T}{k_b T^2}$$

Natomiast niepewność współczynnika prostej - pracy wyjścia uzyskaliśmy z liniowego modelu pakietu Mathematica.

4.1.4 Wynik

Uzyskana praca wyjścia dla włókna katody wolframowej to $W = 4.95 \pm 0.22 \text{ eV}$.

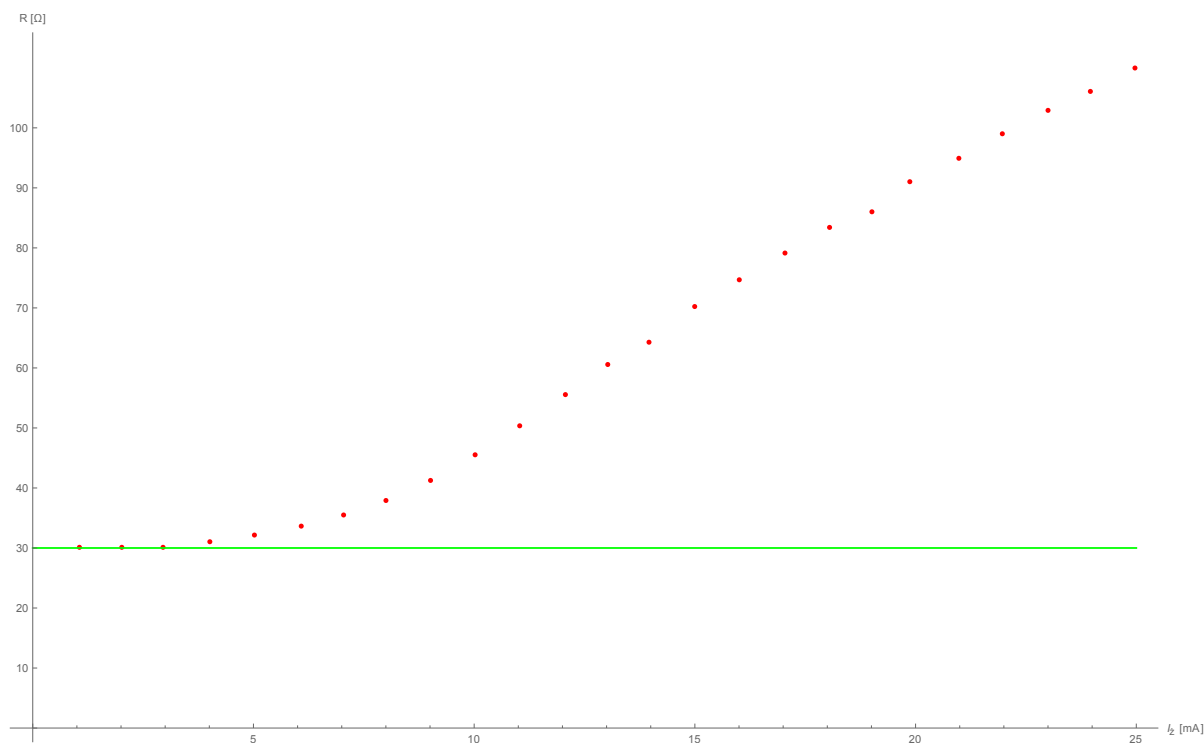
4.2 Metoda Davissona

4.2.1 Opór włókna

Ponieważ mostek był zrównoważony, to możemy wyrazić opór włókna:

$$R = \frac{R_1}{R_4} R_3 = 10^{-2} R_3$$

Biorąc pod uwagę, że oporniki w układzie miały odpowiednio charakterystyki $R_1 = 100\Omega$ i $R_4 = 10\text{k}\Omega$.

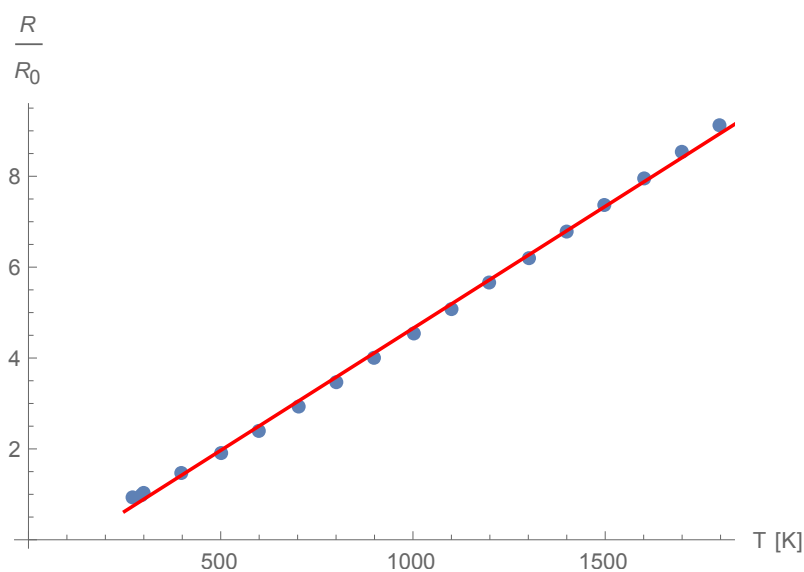


Rysunek 6: Zależność oporu od prądu żarzenia. Możemy odczytać, że opór w temperaturze pokojowej wynosi $R_0 = 30\Omega$.

4.2.2 Temperatura

Temperaturę mierzymy poprzez pomiar rezystancji.

Na początek wyznaczamy opór w temperaturze pokojowej. Teraz możemy sprawdzić względną zmianę rezystancji $\frac{R}{R_0}$. Z pomocą tabeli dołączonej do stanowiska pomiarowego zawierającej zależność względnej zmiany rezystancji od temperatury, możemy wyznaczyć funkcję $\frac{R}{R_0} = f(T)$:



Rysunek 7: Rezystancja względna jako funkcja temperatury.

Uzyskana postać to $\frac{R}{R_0} = 0.00537016T - 0.71812$.

Mając temperaturę możemy już policzyć pracę wyjścia. Korzystamy ze wzoru:

$$W = \frac{2eI_z dI_z R}{I_a} - 2k_b(T - T_0)$$

Gdzie przyjęliśmy następujące wartości stałych i parametrów:

- Stała Boltzmana $k_b = 8.617 \cdot 10^{-5} \frac{\text{eV}}{\text{K}}$
- Temperatura pokojowa $T_0 = 293.15 \text{ K}$
- ładunek elementarny pozostawiliśmy jako jednostkę ładunku

W ten licząc dla pierwszych 11 pomiarów, gdzie prąd anodowy był wystarczająco duży, by można je brać pod uwagę (wyniki podane w eV):

2.41478	2.24763	2.08107	1.92549	1.76181	1.59208	1.37419	1.28997	1.09604	1.20807	1.13367
---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------

4.2.3 Wynik

Licząc średnią dostajemy $W_{avg} = 1.65 \pm 0.47 \text{ eV}$. Gdzie niepewność policzyliśmy jako odchylenie standardowe.

5 Wnioski

5.1 Metoda Richardsona

Otrzymana wartość pracy wyjścia, to $W = 4.95 \pm 0.22 \text{ eV}$, a wartość tabelaryczna to $W_T = 4.52 \text{ eV}$. Uzyskana przez nas wartość jest bliska wartości tabelarycznej, jednak znajduje się poza zakresem niepewności. Pomiary prowadzone były przy pomocy pirometru. Przyrząd ten wymaga doświadczenia, którego eksperymentatorowi brakowało. Jeśli weźmiemy pod uwagę niską dokładność pomiarów wynikającą z tej przyczyny, to możemy uznać wynik za satysfakcjonujący.

5.2 Metoda Davissona

Otrzymana przez nas wartość to $W = 1.65 \pm 0.47 \text{ eV}$. Wartość tabelaryczna to $W_T = 1.5 \text{ eV}$. Widzimy, że wartość przez nas uzyskana jest bliska tablicowej, a jeśli weźmiemy pod uwagę drobne odchylenia związane ze zużyciem i możliwymi różnicami w budowie katody względem danych tablicowych, to możemy uznać tę wartość za wartość satysfakcjonującą.

Literatura

- [1] Ch. Kittel, Wstęp do Teorii ciała stałego, PWN, Warszawa 1976
- [2] W. Gaponow, Elektronika, t.2,
- [3] L. Kalinowski, Fizyka Metali