

Paweł Grabiński  
Rok 3, Fizyka teoretyczna

# Wyznaczanie ładunku właściwego elektronu

## 1 Wyniki

W przeprowadzonym doświadczeniu uzyskaliśmy następujące wyniki:

- Metoda pola podłużnego:  $\frac{e}{m} = (1.550 \pm 0.014) \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$
- Metoda poprzecznego pola elektrycznego:  $\frac{e}{m} = (2.085 \pm 0.037) \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$
- Metoda poprzecznego pola magnetycznego:  $\frac{e}{m} = (1.140 \pm 0.055) \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$
- Metoda Thompsona:  $\frac{e}{m} = (1.539 \pm 0.016) \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$

## 2 Tabela pomiarowa

### 2.1 Przypadek pola podłużnego

$$L = 0.457 \text{ m} \quad \Delta L = 0.001 \text{ m} \quad N_s = 510$$

$U$ [V]	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200	1300	1400	1500
$I_1$ [A]	3.38	3.98	4.55	5.11	5.37	5.78	6.22	6.41	6.78	7.05	7.45	7.69	8.11
$I_2$ [A]	2.99	3.17	3.60	3.92	4.20	4.55	4.82	5.11	5.42	5.68	5.83	5.97	6.34

### 2.2 Przypadek pola poprzecznego

$d$ [0.005 m]	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4
$U$ [V]	46.25	33.75	23	10	10.5	22	32.5	42.5
$I$ [mA]	51.25	37.5	26.25	12.5	15	26.25	38.75	52.5

### 2.3 Metoda Thompsona

$d$ [0.005 m]	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4
$U$ [V]	43.75	33.75	22	10.25	10.5	21.5	32.5	42.5
$I$ [mA]	53.75	38.75	25	13	13.5	26	42.5	58.75

---

## 3 Opis teoretyczny

### 3.1 Nierelatywistyczny ruch cząstki naładowanej w polu elektromagnetycznym

Pole elektromagnetyczne jest zadane dwoma wektorami - wektorem natężenia pola elektrycznego oraz indukcji pola magnetycznego.

Pole elektromagnetyczne działa na cząstkę tzw. siłą Lorentza[2]:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} \quad (1)$$

#### 3.1.1 Jednorodne pole elektryczne

Stałe jednorodne pole elektryczne przyspiesza cząstkę, a wskutek działania siły elektrostatycznej cząstka będzie się odchylała i poruszała się po gałęzi paraboli. Równaniem jej ruchu będzie więc równanie ruchu jednostajnego z przyspieszeniem:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t - \frac{et^2}{2m} \vec{E} \quad (2)$$

W szczególnym przypadku, gdy prędkość będzie skierowana wzdłuż kierunku pola, ruch zachodzi po prostej.

#### 3.1.2 Jednorodne pole magnetyczne

Stałe jednorodne pole magnetyczne. W tym przypadku mamy do rozwiązania następujące równanie:

$$m\vec{a} = q\vec{v}_0 \times \vec{B}$$

Ogólnym rozwiązaniem jest skośna linia śrubowa. Jeśli prędkość jest równoległa do pola, to obserwujemy ruch prostoliniowy. Jeśli prędkość jest prostopadła, to zachodzi przypadek ruchu po okręgu.

#### 3.1.3 Równległe jednorodne pola

Pola  $\vec{E}$  i  $\vec{B}$  skierowane są wzdłuż osi  $Oz$ . Rozpiszemy powyższe równania na składowe:

$$m\ddot{x} = q\dot{y}B, \quad m\ddot{y} = -q\dot{x}B, \quad m\ddot{z} = qE$$

Rozwiązaniem równania ruchu są postaci:

$$\begin{aligned} x &= \frac{v_0}{\omega} \sin \omega t, \\ y &= -\frac{v_0}{\omega} \cos(1 - \omega t), \\ z &= z_0 + \dot{z}_0 t - \frac{1}{2} \frac{e}{m} E t^2, \\ \omega &= \frac{eB}{m}. \end{aligned}$$

Ruch w kierunku osi  $Oz$  zachodzi niezależnie od ruchu w płaszczyźnie  $Oxy$ . Widzimy, że ruch jest ruchem śrubowym, przy czym w kierunku  $z$  jest to ruch jednostajnie przyspieszony.

### 3.1.4 Prostopadłe jednorodne pola

Przestudiowanie tego przypadku bardzo ułatwi nam opis zjawisk zachodzących w polu elektromagnetycznym, ponieważ zawsze możemy rozłożyć pole na składową prostopadłą i równoległą. Niech pole  $\vec{B}$  będzie skierowane wzdłuż osi  $Oz$ , a pole  $\vec{E}$  wzdłuż osi  $Oy$ . Wówczas równania ruchu można zapisać w następującej postaci:

$$m\ddot{x} = e\dot{y}B, \quad m\ddot{y} = -e\dot{x}B + eE, \quad m\ddot{z} = 0$$

Rozważamy warunki początkowe:

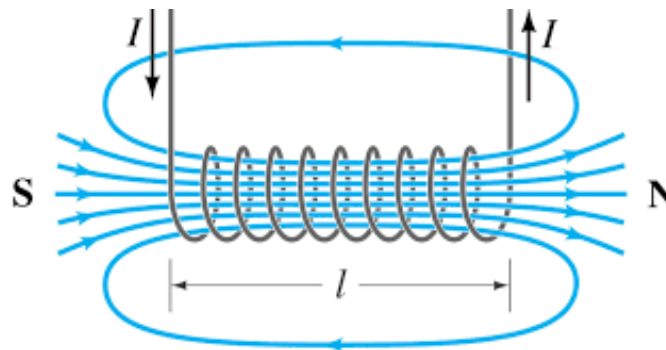
$$\begin{aligned} x_0 &= 0, & y_0 &= 0, & z_0 &= 0 \\ \dot{x}_0 &= v_0, & \dot{y}_0 &= 0, & \dot{z}_0 &= v_z \end{aligned}$$

Dostaniemy równania:

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{\omega} \left( v_0 - \frac{eE}{m\omega} \right) \sin \omega t + \frac{eE}{m\omega} t \\ y &= \frac{1}{\omega} \left( v_0 - \frac{eE}{m\omega} \right) (\cos \omega t - 1) \\ z &= v_z t \end{aligned}$$

## 3.2 Solenoid

Solenoidem nazywamy długą cewkę, ciasno nawiniętą wzdłuż linii śrubowej. Zakładamy przy tym, że długość solenoidu jest znacznie większa od jego średnicy. Pole magnetyczne solenoidu jest superpozycją pól, wytwarzanych przez pojedyncze zwoje, z których składa się solenoid. Dla punktów położonych bardzo blisko uzwojenia, każdy zwój zachowuje się pod względem magnetycznym prawie tak, jak długi prostoliniowy przewód, a linie pola tworzą prawie współśrodkowe okręgi. Pola między sąsiednimi zwojami niemal całkowicie się znoszą natomiast wewnątrz solenoidu i dostatecznie daleko od uzwojenia  $\vec{B}$  jest w przybliżeniu równoległy do osi solenoidu. W granicznym przypadku solenoidu idealnego, który jest nieskończenie długi i składa się ze ściśle ułożonych zwojów, pole wewnątrz solenoidu jest jednorodne i równoległe do jego osi. Kierunek możemy wyznaczyć zgodnie z regułą prawej ręki: należy wyobrazić sobie, że kładziemy na cewce dłoń tak, by cztery palce wskazywały kierunek przepływu prądu. Wtedy kciuk wskaże kierunek wektora indukcji magnetycznej - zgodny z osią solenoidu[2].



Rysunek 1: Poglądowy schemat solenoidu

W punktach położonych powyżej osi solenoidu pole wytworzone przez górne części solenoidu jest skierowane w lewo i częściowo się znosi z polem pochodzącym od dolnych części zwojów (leżą

do siebie dostatecznie blisko, średnica cewki jest względnie mała). Dla solenoidu idealnego indukcja pola magnetycznego na zewnątrz jest równa zero. Założenie jest spełnione, jeżeli długość solenoidu jest dużo większa od jego średnicy, a rozważany punkt, w którym badamy indukcję leży na zewnątrz solenoidu dostatecznie daleko od jego końców. W rzeczywistym solenoidzie w środkowym obszarze odległości między liniami pola magnetycznego są małe, co wskazuje, że pole wewnątrz cewki jest dość silne, jest również jednorodne. Na zewnątrz zaś nie znika, jak w solenoidzie idealnym, ale jest stosunkowo słabe. Zastosujemy prawo Ampere'a do idealnego solenoidu[1]:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{tot}$$

Jako kontur całkowania wybieramy prostokąt składający się z dwóch odcinków równoległych do pola i dwóch prostopadłych. Jeden z odcinków równoległych znajduje się wewnątrz solenoidu, a drugi poza nim. Długość odcinków równoległych wynosi  $l$ . Możemy całkę krążenia rozbić na cztery całki:

$$\int_{\parallel in} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{\perp 1} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{\parallel out} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{\perp 2} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I N$$

Całki z odcinków prostopadłych do pola wynoszą 0. Całka z odcinka znajdującego się poza solenoidem wynosi 0, ponieważ poza cewką  $\vec{B} = 0$ . Jedynie zostaje nam pierwsza całka. Teraz wprowadzimy gęstość uzwojenia  $n = \frac{N_{tot}}{l_{tot}}$ :

$$Bl = \mu_0 I n l \Rightarrow B = \mu_0 I n$$

Formalizm ten wyprowadzony dla solenoidu idealnego jest bardzo dobrym przybliżeniem dla solenoidu rzeczywistego, jeśli tylko zastosujemy go do punktów dostatecznie dalekich od jego końców. Wzór ten jest potwierdzony doświadczalnie, pokazuje on, że wartość indukcji pola magnetycznego wewnątrz solenoidu nie zależy od własności geometrycznych. Solenoid umożliwia nam wytwarzanie jednorodnego pola magnetycznego o zadanej wartości.

### 3.3 Metody wyznaczania ładunku właściwego

Stosunek ładunku cząstki do jej masy nazywamy ładunkiem właściwym. Istnieje kilka metod pomiarowych, służących wyznaczaniu stosunku  $e/m$ :

- Metoda poprzecznego pola
- Metoda Thomsona
- Metoda Buscha (podłużnego pola magnetycznego)
- Metoda filtru prędkości

#### 3.3.1 Metoda poprzecznego pola magnetycznego

Rozważmy wiązkę elektronów, która porusza się ze stałą prędkością w próżni w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku wektora indukcji zewnętrznego pola magnetycznego. Siła przez cały czas ruchu jest skierowana prostopadle do kierunku wektora prędkości cząstki. Z założenia na cząstkę nie działają inne siły. Zatem cząstka pod działaniem siły Lorentza porusza się po okręgu o promieniu:

$$R = \frac{mv_0}{eB}$$

. Promień krzywizny toru i pole mierzymy bezpośrednio. Prędkość możemy wyznaczyć z różnicy potencjałów pomiędzy anodami przyspieszającymi wiązkę:

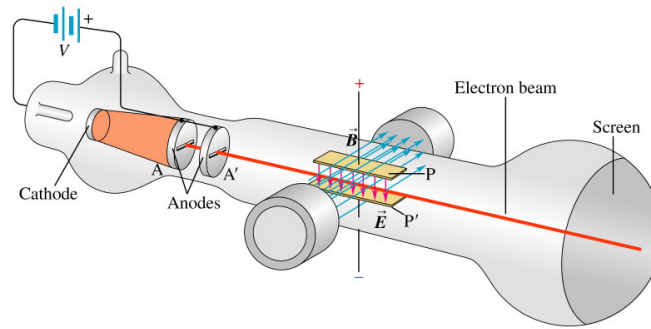
$$m \frac{v_0^2}{2} = eU \Rightarrow v_0^2 = 2U \frac{e}{m}$$

Łącząc te dwa wzory dostajemy wyrażenie na ładunek właściwy:

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{B^2 R^2} \quad (3)$$

### 3.3.2 Metoda Thompsona

Wiązkę cząstek naładowanych, która porusza się ze stałą prędkością w próżni, przepuszczamy jednocześnie przez pole elektryczne i prostopadłe do niego pole elektryczne.



Copyright © 2004 Pearson Education, Inc., publishing as Addison Wesley.

Rysunek 2: Układ pomiarowy metody Thompsona

Katoda jest źródłem naszej wiązki. Elektrony są przyspieszane przez różnicę potencjałów pomiędzy anodami A i A', uzyskując pewną prędkość. W dalszej części układu występują jednorodne pola elektryczne i magnetyczne. Pole elektryczne wytwarzane jest przez płytki P i P', a pole magnetyczne przez elektromagnes. Na końcu układu znajduje się ekran, na którym świecąca plamka określa miejsce padania wiązki.

W wyniku działania pola elektrycznego na cząstkę, obserwujemy przesunięcie plamki na ekranie. Z wartości przesunięcia od środka ekranu oblicza się promień krzywizny toru. Następnie, odpowiednio dobranymi wartościami prądów w obwodach, korygujemy tor wiązki, tak by padała na środek ekranu. Z warunku równoważenia się składowej elektrycznej i magnetycznej siły Lorentza, możemy wyznaczyć stosunek  $e/m$ .

### 3.3.3 Metoda podłużnego pola magnetycznego - Buscha

Rozważmy wiązkę elektronów, która porusza się ze stałą prędkością tworzącą niezerowy kąt z kierunkiem indukcji pola magnetycznego. By ułatwić opis, możemy podzielić prędkość na dwie składowe: równoległą i prostopadłą do kierunku pola.

$$v_{\perp} = v_0 \sin \alpha \quad v_{\parallel} = v_0 \cos \alpha$$

W kierunku równoległym do pola elektron porusza się ruchem jednostajnym z prędkością  $v_{\parallel}$ . W płaszczyźnie prostopadłej do kierunku pola elektron porusza się po okręgu o promieniu  $R = \frac{mv_{\perp}}{eB}$ . Sumą tych ruchów jest linia śrubowa.

Okres ruchu wzdłuż linii śrubowej wynosi:

$$T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}}$$

Uwzględniając krzywiznę ruchu:

$$T = \frac{2\pi}{\frac{e}{m}B}$$

Teraz zauważmy, że jeśli skonstruujemy układ pomiarowy tak, by w trakcie jednego okresu elektron przebywał całą długość  $l$  obszaru, w którym występuje pole magnetyczne, do ekranu, to:

$$T = \frac{l}{v_{\parallel}}$$

Inaczej mówiąc, staramy się doprowadzić do takiej sytuacji, by ognisko elektronów na ekranie znajdowało się na osi układu.

Ponieważ kąt odchylenia prędkości od kierunku pola jest mały, to możemy przybliżyć  $\cos \alpha \approx 1$ . Prędkość początkową możemy wyznaczyć ponownie z różnicy potencjałów w elemencie układu przyspieszającym wiązkę:

$$T = \frac{l}{\sqrt{2U \frac{e}{m}}}$$

Czyli możemy połączyć dwa wzory na okres:

$$\frac{2\pi}{\frac{e}{m}B} = \frac{l}{\sqrt{2U \frac{e}{m}}}$$

Dostajemy wzór na ładunek właściwy:

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 U}{l^2 B^2} \quad (4)$$

### 3.3.4 Metoda filtrów prędkości

Ponownie rozważmy wiązkę elektronów, która porusza się ze stałą prędkością i jest przyspieszana w obszarze pola elektrycznego pomiędzy anodami. Następnie wiązka przechodzi przez dwa kondensatory płaskie. Pomiedzy kondensatorami umieszczona jest przesłona, przepuszczająca tylko te elektrony, które nie zostały odchyłone w pierwszym kondensatorze. Do obu kondensatorów przykładane jest synchroniczne, zmienne w czasie napięcie sinusoidalne o okresie  $T$ . Wtedy przez przesłonę pomiędzy kondensatorami mogą przejść tylko te elektrony, które przeleciały przez pierwszy kondensator, gdy pole było zerowe. Po czasie  $t$  elektrony lecą do drugiego kondensatora, napięcie już zostanie zmienione i elektrony się odchyłają. Odchylenie nie nastąpi tylko, jeśli  $t = \frac{T}{2}n$ . Wtedy wiązka da ślad w środku ekranu. By strumień nie był odchylony, musi zachodzić warunek:

$$t^2 = \frac{l^2}{v^2}, \quad v^2 = \frac{2eU}{m}, \quad t = \frac{T}{2}n \quad \Rightarrow \quad \frac{T^2}{4}n^2 = \frac{l^2 m}{2eU}$$

---

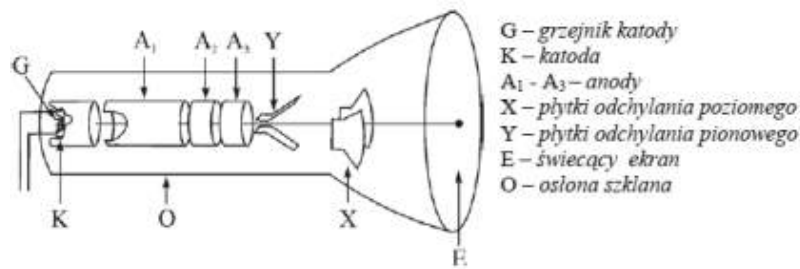
Gdzie  $l$  to odległość pomiędzy kondensatorami.

Końcowo ładunek właściwy:

$$\frac{e}{m} = \frac{2l^2}{UT^2n^2} \quad (5)$$

W celu wykonania pomiaru okres napięcia sinusoidalnego  $T$  zmniejsza się, aż wiązka elektronów wpadnie dokładnie na środek ekranu, co odpowiada przyjętemu przez nas warunkowi.

### 3.3.5 Lampa oscyloskopowa (Brauna)



Rysunek 3: Schemat budowy lampy oscyloskopowej

Źródłem elektronów jest żarząca katoda K. Wiazka pochodząca z katody przechodzi przez anody A, gdzie jest odpowiednio przyspieszana. Dalej wchodzi w obszar pionowego pola elektrycznego Y, a następnie w obszar poziomego pola X. Na końcu wiązka ogniskuje się na ekranie, gdzie możemy ją zobaczyć w postaci świecącej plamki. W jednym z kondensatorów wytwarzamy pole elektryczne związane z badanym napięciem. Do okładek drugiego podłączamy napięcie drgań relaksacyjnych piłowych. W trakcie każdego okresu napięcie pierw rośnie z czasem, a potem nagle spada do 0. Efektem takiego napięcia jest poruszanie się plamki na ekranie ze stałą prędkością, którą możemy kontrolować.

## 3.4 Cewki Helmholtza

Cewkami Helmholtza nazywa się układ cewek, wytwarzający w pewnym ograniczonym obszarze jednorodne pole magnetyczne. Układ taki składa się z cewek połączonych szeregowo i ustawionych równolegle w odległości równej promieniowi każdej z nich.

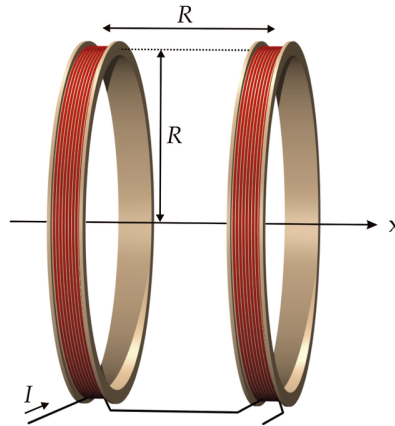
### 3.4.1 Pole magnetyczne cewek Helmholtza

Indukcję pola magnetycznego możemy otrzymać z prawa Biorta-Savarta[1]:

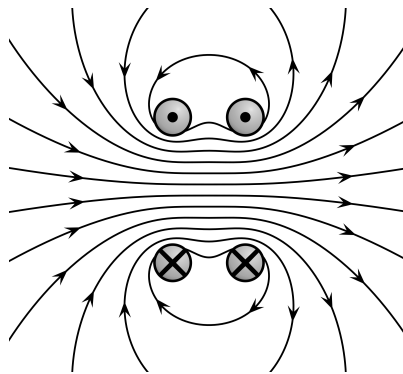
$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int \frac{d\vec{l} \times \hat{x}}{R^2 + \vec{x}^2} \quad (6)$$

Gdzie:

- $I$  to natężenie prądu w obwodzie cewek
- $\vec{x}$  to odległość od  $d\vec{l}$
- $R$  to promień cewek oraz odległość między nimi



Rysunek 4: Schemat Cewek Helmholtza



Rysunek 5: Pole magnetyczne cewek Helmholtza

- $\mu_0$  to stała przenikalności magnetycznej próżni

Interesuje nas wartość pola równolglą do osi obrotu cewek:

$$B = \frac{2\pi R \mu_0 n I}{4\pi(R^2 + \vec{x}^2)} \frac{R}{(R^2 + \vec{x}^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{R^2 \mu_0 n I}{2(R^2 + \vec{x}^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Ostatecznie interesuje nas wartość dla dwóch cewek Helmholtza w połowie odległości pomiędzy nimi  $x = \frac{R}{2}$ :

$$B = 2 \cdot \frac{R^2 \mu_0 n I}{2(R^2 + \frac{R^2}{2})^{\frac{3}{2}}} = \frac{\mu_0 n I}{R(\frac{5}{4})^{\frac{3}{2}}} = \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{\mu_0 n I}{R} \quad (7)$$

## 4 Opis doświadczenia

### 4.1 Metoda pola podłużnego

W tej metodzie wykonujemy następujące czynności:

1. Mierzmy długość solenoidu. Ilość zwojów jest wskazana na cewce.
2. Do płytek odchylających lampy oscyloskopowej przykładamy zmienne napięcie powodujące rozproszenie kątowe wiązki elektronów.



- 
3. Dla napięcia  $U$  przyspieszającego elektrony (od 300 do 1500 V, co 100 V) szukamy natężenia prądu  $I$  wytwarzającego w solenoidzie pole magnetyczne najlepiej ogniskujące wiązkę na ekranie oscyloskopu.
  4. Pomiarów dokonujemy dla obu par płytek odchylających.

## 4.2 Metoda pola poprzecznego

W tej metodzie wykonujemy następujące czynności:

1. Połączyć przyrządy i mierniki w odpowiedni obwód elektryczny.
2. Przy wyłączonych zasilaczach napięcia płytek odchylających i prądu cewek Helmholtza ustawić plamkę na środku ekranu oscyloskopu.
3. Znaleźć napięcia płytek odchylających (prądy cewek) powodujące wychylenie plamki na ekranie lampy o zaznaczone na ekranie działki.
4. Pomiary powtórzyć dla przeciwnej polaryzacji napięcia zasilającego płytki odchylające (przeciwnego kierunku przepływu prądu przez cewki).

## 4.3 Metoda Thompsona

W tej metodzie wykonujemy następujące czynności:

1. Przy wyłączonych zasilaczach napięcia płytek odchylających i prądu cewek Helmholtza ustawić plamkę na środku ekranu.
2. Ustawić wychylenie plamki na ekranie lampy regulując napięcie płytek odchylających.
3. Skompensować wychylenie wiązki elektronów polem magnetycznym tj. regulując prąd płynący przez cewki Helmholtza.
4. Pomiary powtórzyć dla różnych wychyleń wiązki oraz dla przeciwnych kierunków działania obu pól.

## 5 Obliczenia

### 5.1 Przypadek pola podłużnego

Gęstość liniowa solenoidu:

$$n = \frac{N_{sol}}{L} = \frac{510}{0.457} \frac{1}{m} = 1073.6842 \frac{1}{m} \approx 1074 \frac{1}{m}$$

By obliczyć ładunek właściwy odwołamy się do wzoru:

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{R^2 B^2}$$

Biorąc pod uwagę, że  $R = \frac{2\pi}{d}$ , gdzie  $d$  to odległość okładek od ekranu i przyjmuje wartości  $d_1 = 0.083 \text{ m}$  oraz  $d_2 = 0.102 \text{ m}$ .  $B = \mu_0 n I$ , gdzie  $\mu_0 = 12.57 \cdot 10^{-7} \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A} \cdot \text{m}}$ . Dzięki temu dostajemy:

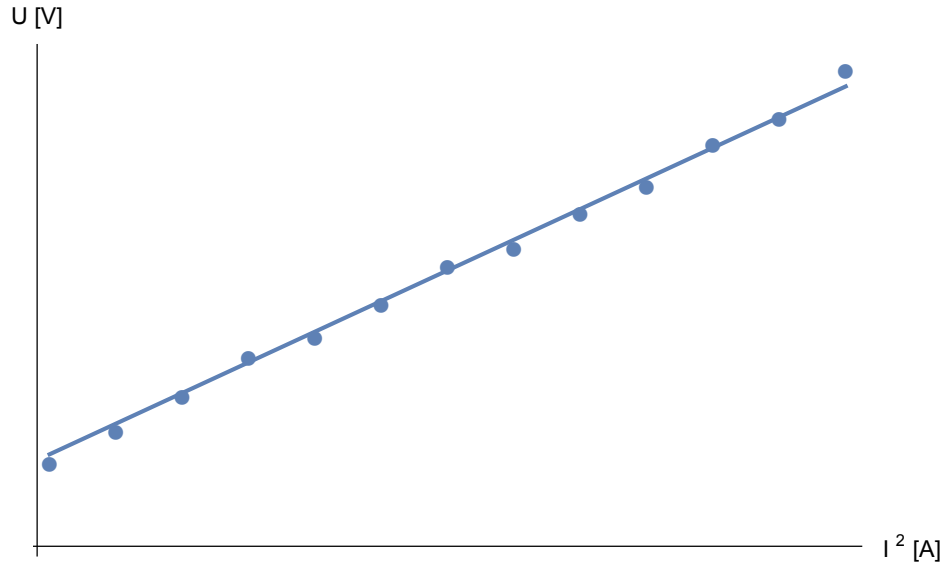
$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 U}{\mu_0^2 I^2 n^2 d^2}$$

---

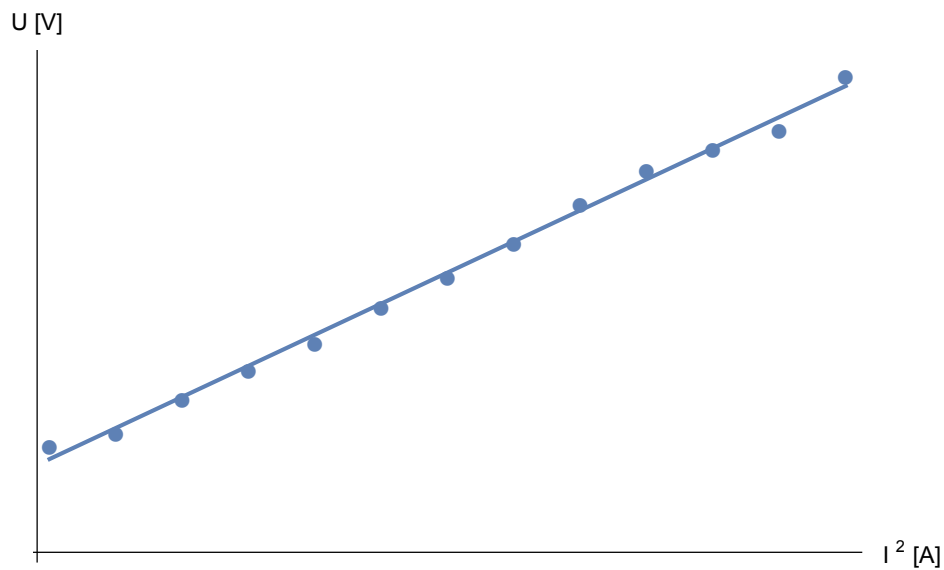
Podstawiając dane ze wszystkich pomiarów dostaniemy:

$$\frac{e}{m} = 1.54979 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}} \quad (8)$$

Możemy także zaprezentować zależności  $U(I^2)$ :



Rysunek 6: Płytki odległe od ekranu o 83 mm



Rysunek 7: Płytki odległe od ekranu o 102 mm

## 5.2 Przypadek pola poprzecznego

### 5.2.1 Poprzeczne pole elektryczne

Zakładamy następujące warunki układu:

$$\vec{v} = (v, 0, 0), \quad \vec{E} = (0, -E, 0), \quad \vec{B} = 0$$

Wtedy w kierunku osi  $Ox$  elektrony poruszają się ze stałą prędkością i są przyspieszane w kierunku osi  $Oy$ . Po opuszczeniu kondensatora poruszają się ruchem jednostajnym ze składowymi w  $Ox$  i  $Oy$ . Możemy wyliczyć prędkość i odległość jaką przebyły elektrony w obszarze kondensatora:

$$a_y = -\frac{e}{m}(-E)$$

Co daje nam prędkość jaką uzyskał elektron:

$$v_y = \frac{eE}{m}t$$

$$y = \frac{eE}{2m}t^2$$

Biorąc pod uwagę, że w tym samym czasie elektron przebył długość kondensatora w kierunku  $Ox$ , to  $t = \frac{d}{v}$ , co nam daje:

$$v_y = \frac{eE}{m} \frac{d}{v}$$

$$y = \frac{eE}{2m} \frac{d^2}{v^2}$$

W dalszej części układu mamy wiązkę poruszającą się ze stałymi prędkościami, więc dostajemy równania:

$$x = d + vt'$$

$$y = \frac{eE}{2m} \frac{d^2}{v^2} + \frac{eE}{m} \frac{d}{v} t'$$

Ale ponownie możemy zauważyć, że w czasie  $t'$  wiązka przebywa odległość  $l - d$  od kondensatora do ekranu, więc  $t' = \frac{l-d}{v}$ , co daje nam:

$$y = \frac{eE}{2m} \frac{d^2}{v^2} + \frac{eE}{m} \frac{d}{v} \frac{l-d}{v} = \frac{eE}{m} \frac{d}{v^2} \left( \frac{d}{2} + l - d \right) = \frac{eE}{m} \frac{d}{v^2} \left( l - \frac{d}{2} \right)$$

Biorąc pod uwagę, że pole możemy wyznaczyć jako  $E = \frac{U}{s}$ :

$$y = \frac{eU}{sm} \frac{d}{v^2} \left( l - \frac{d}{2} \right)$$

Przekształcając do wyrażenia na ładunek właściwy:

$$\frac{e}{m} = \frac{ysv^2}{Ud} \left( l - \frac{d}{2} \right)^{-1}$$

Gdzie zgodnie z instrukcją stanowiska wartości poszczególnych parametrów układu wynoszą:

- Nominalna prędkość wiązki:  $v = 102.7 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
- Długość układu:  $l = 0.09 \text{ m}$
- Długość okładek rozchylających:  $d = 0.011 \text{ m}$
- Odległość pomiędzy okładkami rozchylającymi:  $s = 0.004 \text{ m}$

Mamy 8 zestawów danych, licząc wartości  $e/m$  dla każdego i wyciągając średnią:

$$\frac{e}{m} = 2.08479 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}} \quad (9)$$

---

### 5.2.2 Poprzeczne pole magnetyczne

Analogicznie do poprzedniego przykładu odchylenie ma postać:

$$y = \frac{2Beb}{vm} \left( l - \frac{b}{2} \right) = \left( \frac{4}{5} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{2\mu_0 n I}{R} \frac{eb}{vm} \left( l - \frac{b}{2} \right)$$

Gdzie parametry nie występujące w poprzednim paragrafie to:

- Długość obszaru pola magnetycznego:  $b = 0.011 \text{ m}$
- Promień cewki:  $R = 0.05 \text{ m}$
- Stała przenikalności magnetycznej:  $\mu_0 = 1.256 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$
- Liczba zwojów na cewce  $n = 650$

Czyli przekształcając do postaci na ładunek właściwy:

$$\frac{e}{m} = \left( \frac{4}{5} \right)^{-\frac{3}{2}} \frac{Rv}{2In\mu_0 b} \left( l - \frac{b}{2} \right)^{-1}$$

Średnia z naszego zestawu danych to:

$$\frac{e}{m} = 1.14047 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}} \quad (10)$$

## 5.3 Metoda Thompsona

### 5.3.1 Wyznaczenie prędkości wiązki

Wiemy, że by wiązka elektornowa ogniskowała się na środku ekranu musi zachodzić równowaga sił elektrycznej i magnetycznej:

$$eE = evB \quad \Rightarrow \quad v = \frac{E}{B}$$

Gdzie  $B = \left( \frac{4}{5} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{\mu_0 I}{R}$ , a  $E = \frac{U}{d}$ . Dostajemy wyrażenie, dzięki któremu możemy wyznaczyć prędkość wiązki elektronów:

$$v = \frac{UR}{d\mu_0 n I} \left( \frac{4}{5} \right)^{\frac{3}{2}}$$

Mamy 8 zestawów danych. Licząc średnią z nich wszystkich otrzymujemy

$$v = 8.82786 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

### 5.3.2 Pole elektryczne

W tym przypadku obliczamy ładunek właściwy analogicznie do przypadku pola poprzecznego, tylko jako prędkość wiązki przyjmujemy wartość wyliczoną w paragrafie 5.3.1. Korzystamy ze wzoru:

$$\frac{e}{m} = \frac{ysv^2}{Ud} \left( l - \frac{d}{2} \right)^{-1}$$

Dla naszego zestawu danych otrzymujemy:

$$\frac{e}{m} = 1.55836 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}} \quad (11)$$

---

### 5.3.3 Pole magnetyczne

W tym przypadku obliczamy ładunek właściwy analogicznie do przypadku pola poprzecznego, tylko jako prędkość wiązki przyjmujemy wartość wyliczoną w paragrafie 5.3.1. Korzystamy ze wzoru:

$$\frac{e}{m} = \left(\frac{4}{5}\right)^{-\frac{3}{2}} \frac{Rv}{2In\mu_0 b} \left(l - \frac{b}{2}\right)^{-1}$$

Dla naszego zestawu danych otrzymujemy:

$$\frac{e}{m} = 1.52021 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}} \quad (12)$$

### 5.3.4 Podsumowanie Metody Thompsona

Teraz ponieważ wyniki dla obu pól były otrzymywane w sposób skorelowany, to wyciągniemy średnią z ich wartości:

$$\frac{e}{m} = \left(\frac{1.52021 + 1.55836}{2}\right) \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}} = 1.53928 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}} \quad (13)$$

## 6 Ocena niepewności

By obliczyć niepewność naszych pomiarów zastosujemy niepewność standardową, która jest postaci:

$$u(a) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (a_i - \bar{a})^2} \quad (14)$$

### 6.1 Podłużne pole

$$u\left(\frac{e}{m} = 1.54979 \cdot 10^{11}\right) = 1.43231 \cdot 10^9 = 0.014 \cdot 10^{11}$$

### 6.2 Poprzeczne pole

#### 6.2.1 Pole elektryczne

$$u\left(\frac{e}{m} = 2.08479 \cdot 10^{11}\right) = 3.65962 \cdot 10^9 = 0.037 \cdot 10^{11}$$

#### 6.2.2 Pole magnetyczne

$$u\left(\frac{e}{m} = 1.14047 \cdot 10^{11}\right) = 5.46617 \cdot 10^9 = 0.055 \cdot 10^{11}$$

### 6.3 Metoda Thompsona

#### 6.3.1 Niepewność prędkości

$$u(v = 8.82786 \cdot 10^6) = 2.06156 \cdot 10^5 = 0.2 \cdot 10^6$$

---

### 6.3.2 Niepewność pomiaru

$$u\left(\frac{e}{m} = 1.53928 \cdot 10^{11}\right) = 1.63533 \cdot 10^9 = 0.016 \cdot 10^{11}$$

## 7 Wnioski

Zgodnie z danymi tabelarycznymi ładunek właściwy wynosi  $\frac{e}{m} = 1.758 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$  [3].

Widzimy, że wartości przez nas uzyskane istotnie odbiegają od wartości rzeczywistych. Co mogło być tego przyczyną? Przyczyn mogło być wiele. Część z nich mogła być związana z dokładnością układu pomiarowego, jednak prawdopodobnie większość niedokładności pomiaru było związane z błędami odczytowymi obserwatora.

Przy pomiarze w polu podłużnym odczyt z ekranu był bardzo subiektywny. Trudno było ocenić, kiedy plamka osiąga minimum powierzchni. Pomimo tego widzimy, że pomiary zachowują charakter liniowy  $U(I^2)$ .

W kolejnych pomiarach problemem mógł być błąd paralaksy, co mogło skutkować istotnymi odchyłami od wartości rzeczywistych.

Podsumowując, z przybliżeniem do błędów eksperymentatora, uzyskaliśmy zadowalający wynik różniący się poniżej 40% od wartości rzeczywistych.

## Literatura

- [1] K. Sierański, K. Jezierski, B. Kołodka, Wzory i prawa z objaśnieniami, cz. I, Oficyna Wydawnicza Scripta, Wrocław 2005
- [2] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, Podstawy fizyki, t.3
- [3] T. Szymczyk, Tablice matematyczne, fizyczne, astronomiczne i chemiczne, PPU "PARK", Bielsko-Biała 2002