METODY SYMULACJI

LISTA II

Zadanie 1.

Obliczyć metodą Monte Carlo następujące całki.

1. $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx.$

2. $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{1.64} e^{\frac{-x^2}{2}} dx.$

3. $\int\limits_0^1 \int\limits_0^1 e^{(x+y)^2} dx dy.$

Zadanie 2.

Niech U będzie jednostajną zmienną losową o wartościach z (0,1). Obliczyć metodą Monte Carlo

1. $Cov(U, \sqrt{1-U^2})$.

2. $Cov(U^2, \sqrt{1-U^2})$.

Zadanie 3.

Niech $U_1, U2, \ldots$ będą zmiennymi losowymi o rozkładzie jednostajnym na odcinku $(0,1)$. Zdefiniujmy N jako

$$N = Minimum\{n : \sum_{i=1}^{n} U_i > 1\}$$

tzn. N jest równe minimalnej liczbie kolejnych liczb losowych, których suma jest większa od jedynki.

(a) Oszacować wartość E[N] poprzez wygenerowanie 100 wartości N.

(b) Oszacować wartość E[N] poprzez wygenerowanie 10^4 wartości N.

(c) Oszacować wartość E[N] poprzez wygenerowanie 10^6 wartości N.

(d) Jaka jest dokładna wartość E[N] ?

Zadanie 4.

Niech $U_i, \quad i \geq 1$, będą liczbami losowymi. Zdefiniujmy N jako

$$N = Maximum\{n : \prod_{i=1}^{n} U_i > e^{-3}\}$$

gdzie

$$\prod_{i=1}^{0} U_i \equiv 1$$

(a) Znaleźć E[N] za pomocą symulacji.

(b) Znaleźć $P\{N = i\}$ dla $i = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ za pomocą symulacji.

Uwaga. Do wykonania symulacji Monte Carlo proszę użyć generatora liczb losowych *ran2* z *Numerical Recipies* lub z biblioteki gsl.