FDU 数字图像处理 1. An Introduction

本文参考以下教材:

- Digital Image Processing (4th Edition, R. Gonzalez, R. Woods) Chapter $1, 2$
- 数字图像处理 (第四版, R. Gonzalez, R. Woods) 第 $1, 2$ 章

欢迎批评指正!

1.1 什么是数字图像处理

一幅**图像** (image) 可以定义为一个二维函数 $f(x,y)$，其中 x 和 y 是平面坐标.
任意一对平面坐标 (x,y) 处的幅值 $f(x,y)$ 称为图像在该点的**强度** (intensity) 或**灰度** (gray level)
当 (x,y) 和灰度值 $f(x,y)$ 都是有限的离散量时，我们称该图像为**数字图像** (digital image)
其每个元素都有特定的位置和数值，称为图像元素 (image elements)，简称**像素** (pixel)

数字图像处理 (digital image processing) 就是指借助计算机对数字图像的处理:

- 一类是其输入和输出都是图像的处理方法，例如图像增强和图像复原
- 另一类是其输入是图像，但输出是从输入图像中提取的属性的方法，例如图像的特征提取和目标识别.

1.2 数学基础

1.2.1 邻接

坐标 (x,y) 处的像素 p 具有 2 个水平的相邻像素 (坐标为 $(x-1,y)$ 和 $(x+1,y)$)
以及 2 个垂直的相邻像素 (坐标为 $(x,y-1)$ 和 $(x,y+1)$)
这组像素称为像素 p 的 4-邻域，记为 $N_4(p)$

- 若像素 $q \in N_4(p)$，则称像素 p, q 是 4-**邻接的** (4-adjacent).

像素 p 的 4 个对角相邻元素 (坐标为 $(x-1,y-1),(x-1,y+1),(x+1,y-1),(x+1,y+1)$) 记为 $N_D(p)$
$N_4(p)$ 和 $N_D(p)$ 合并就构成了像素 p 的 8-邻域，记为 $N_8(p)$

- 若像素 $q \in N_8(p)$，则称像素 p, q 是 8-**邻接的** (8-adjacent).

为消除 8-邻接概念可能导致的歧义，我们引入**混合邻接** (mixed adjacency) 的概念:

- 对于某个给定的像素集合 V 中的像素 p, q
  若 $q \in N_4(p)$ 或 $\begin{cases} q \in N_D(p) \\ (N_4(p) \cap N_4(q)) \cap V = \emptyset \end{cases}$，则称 p, q 是混合邻接的.
  以下图为例，图 (b) 最上面的三个像素显示了多个 8-邻接
  若限定为混合邻接，则变为图 (c) 所示的情况:

(a)像素的排列；(b)8 邻接像素（邻接由虚线显示）；(c)m 邻接；

像素序列 $(x_0, y_0), \ldots, (x_n, y_n)$ 构成**通路** (path)
当且仅当对于任意 $1 \leq i \leq n$ 像素 (x_{i-1}, x_{i-1}) 和 (x_i, x_i) 都是邻接的，此时称 n 为**通路长度** (length).
若通路的首尾像素相同 (即 $(x_n, y_n) = (x_0, y_0)$)，则称它是**闭合的** (closed)

我们可以根据指定的邻接类型定义 4-邻接通路、8-邻接通路和混合邻接通路.

(注意在下列定义中，我们使用的是 4-邻接或 8-邻接)
设 S 表示图像中像素的一个子集.
若像素 $p, q \in S$ 之间存在一个完全由 S 中像素构成的通路，则称 p, q 在 S 中是**连通的** (connected)
对于任意 $p \in S$，我们称 S 中连通到该像素的像素集为 S 的一个包含 p 的**连通分量** (connected component)
若 S 仅有一个连通分量 (即其所有像素之间都是连通的)，则称 S 为**连通集** (connected set)，又称图像的一个**区域** (region)
若图像中的区域 R_1, R_2 的并集是一个连通集，则称 R_1, R_2 是**邻接区域** (adjacent region)
不邻接的区域称为**不相交区域** (disjoint region)

1.2.2 距离

我们称 $d(\cdot, \cdot)$ 是一个**距离** (distance)，如果对于任意像素 p, q, s 它都满足:

- ① 非负性和正定性: $d(p, q) \geq 0$ 当且仅当 $p = q$ 时取等
- ② 对称性: $d(p, q) = d(q, p)$
- ③ 次可加性: $d(p, s) \leq d(p, q) + d(q, s)$

我们常用的距离有:
(设 p, q 的坐标为 $(x, y), (u, v)$)

- Euclid 距离: $d_2(p, q) = \sqrt{(x-u)^2 + (y-v)^2}$
- Manhattan 距离: $d_1(p, q) = |x-u| + |y-v|$
- 棋盘距离: $d_\infty(p, q) = \max\{|x-u|, |y-v|\}$

1.2.3 算子

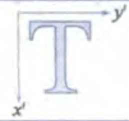
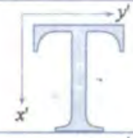
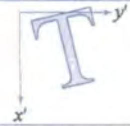
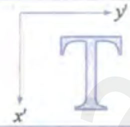
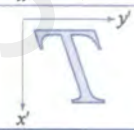
考虑一般的算子 $\mathcal{H}$，它根据输入图像 f 产生一幅图像 $\mathcal{H}(f)$

若对于任意两幅图像 f_1, f_2 和常数 a, b 都有 $\mathcal{H}(af_1 + bf_2) = a\mathcal{H}(f_1) + b\mathcal{H}(f_2)$ 成立，
则我们称 $\mathcal{H}$ 是一个**线性算子** (linear operator)，否则称为**非线性算子**

线性运算非常重要，因为它们包含了大量适用于图像处理的理论与实践成果.
非线性运算的范围非常有限，但在某些场景中它们的性能远优于线性运算.

1.2.4 空间运算

表 2.3　基于式(2.45)的仿射变换

变换名称	仿射矩阵 A	坐标公式	示　例
恒等	$\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}$	$x'=x$ $y'=y$	
缩入/反射（对于反射，将一个比例因子设为-1，而将另一个比例因子设为 0）	$\begin{bmatrix}c_x&0&0\\0&c_y&0\\0&0&1\end{bmatrix}$	$x'=c_x x$ $y'=c_y y$	
（关于原点）旋转	$\begin{bmatrix}\cos\theta&-\sin\theta&0\\\sin\theta&\cos\theta&0\\0&0&1\end{bmatrix}$	$x'=x\cos\theta-y\sin\theta$ $y'=x\sin\theta+y\cos\theta$	
平移	$\begin{bmatrix}1&0&t_x\\0&1&t_y\\0&0&1\end{bmatrix}$	$x'=x+t_x$ $y'=y+t_y$	
（垂直）剪切	$\begin{bmatrix}1&s_v&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}$	$x'=x+s_v y$ $y'=y$	
（水平）剪切	$\begin{bmatrix}1&0&0\\s_h&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}$	$x'=x$ $y'=s_h x+y$	

1.2.5 逻辑运算

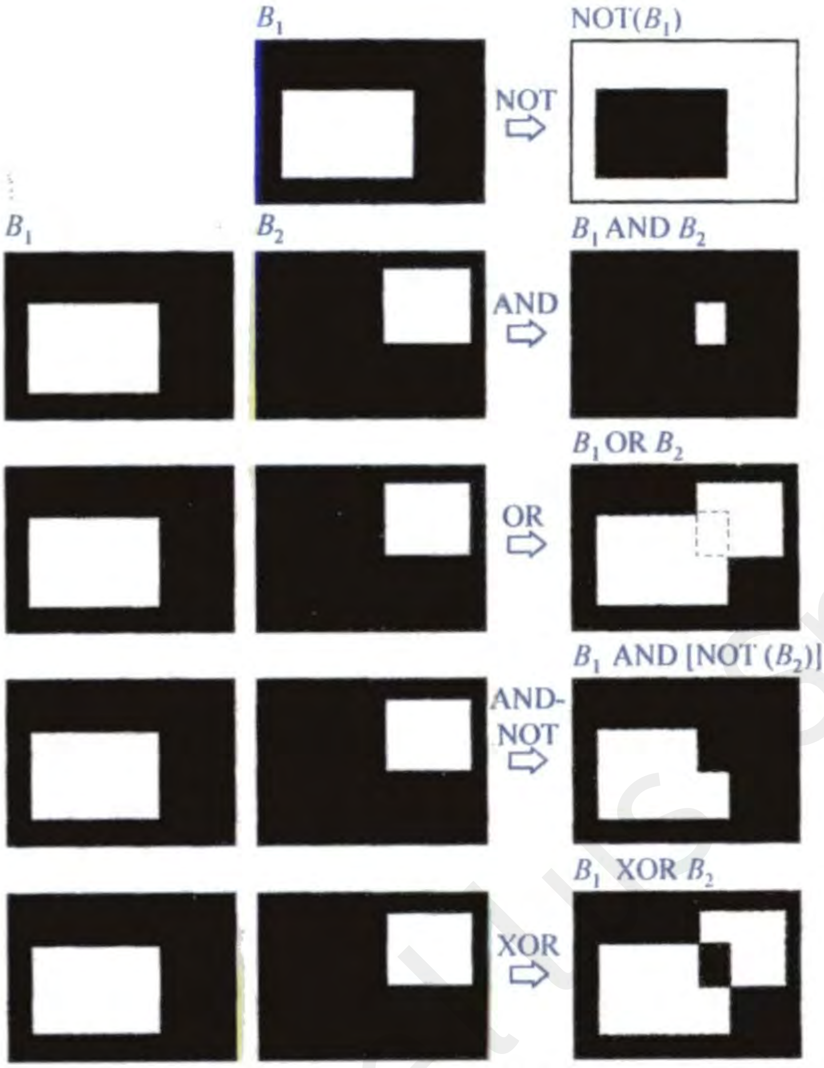


图 2.37 涉及前景（白色）像素的逻辑运算的说明。黑色表示 0，白色表示 1。虚线仅作为参照，不是结果的一部分

1.3 基本概念

对比度 (contrast):

$$\text{Contrast} := \frac{\text{Luminance difference}}{\text{Average luminance}}$$

Weber 对比度主要用于评价目标 (光强为 I) 在背景 (光强为 I_b) 上是否容易被检测到:

$$C_{\text{weber}} := \frac{I - I_b}{I_b}$$

对于一个亮的目标在暗的背景上，Weber 对比度可以用来衡量目标的显著性.

Michelson 对比度常用于周期性波形或图像的对比度指标，它描述了最大亮度和最小亮度之间的相对差异:

$$C_{\text{Michelson}} := \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$