FDU 数字图像处理 8. 可视化

期末考试:

- 选择题
- 填空题
- 问答题 (伪代码)
- 证明题
- 计算题

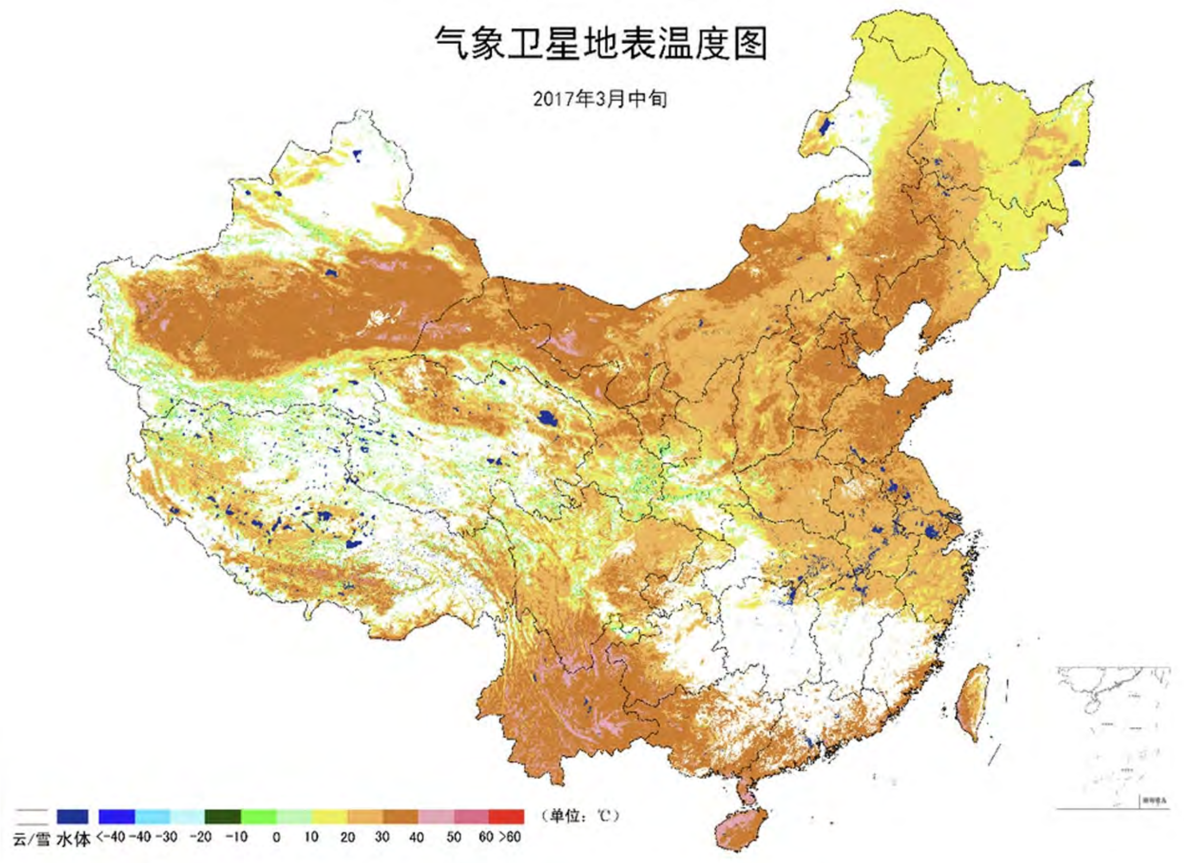
8.1 二维数据可视化

二维数据 (x, y)
二维数据加时间 (x, y, t)
三维数据加时间 (x, y, z, t)

8.1.1 颜色映射

颜色映射 (color map)——传输函数设计 (将物理数值与颜色相联系)

- ① 建立颜色映射表
- ② 将标量数据转换为颜色表的索引值

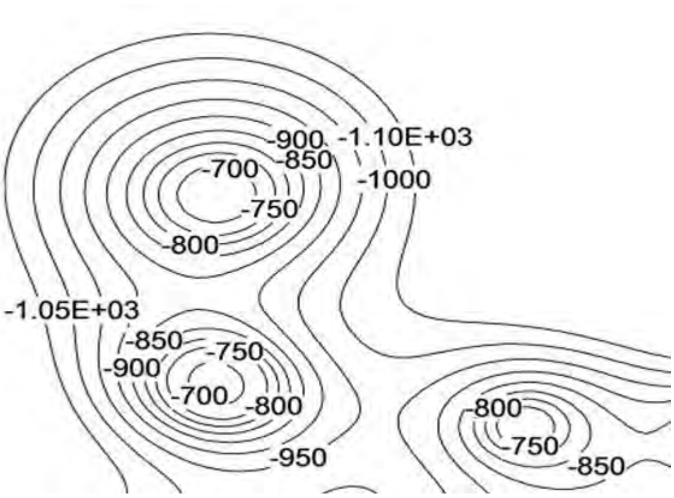


8.1.2 高度映射

高度通常用于编码测量到的数据.
(在三维数据可视化无法使用)

8.1.3 等值线映射

等值线 (iso-contour) 上的每一点代表的数值相同.
等值线稀疏处代表地形平缓.
在三维数据场下为等值面计算 (Marching Cube 算法)



8.2 三维数据可视化

三维标量场指分布在三维空间中，记录空间场分布的物理化学等属性及其演化规律的数据场.
例如医学影像数据 (CT, 磁共振成像 (MRI)) 或地理气候信息 (大气数值模拟数据)
要求:

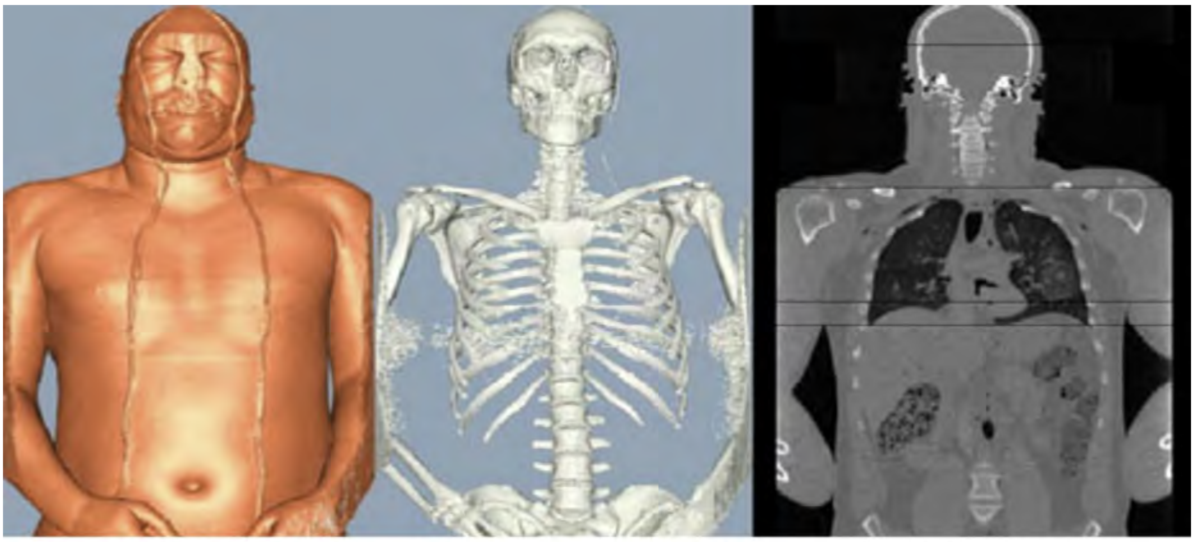
- ① 展示清晰
- ② 效率 (观察者看得清晰、计算机运算快)

8.2.1 截面可视化

截面可视化: 常见的如三个正交平面或任意角度切片
XY 平面 (水平切面)、XZ 平面 (纵向切面) 和 YZ 平面 (侧向切面)

8.2.2 直接体渲染

8.2.3 间接体渲染 (等值面渲染)



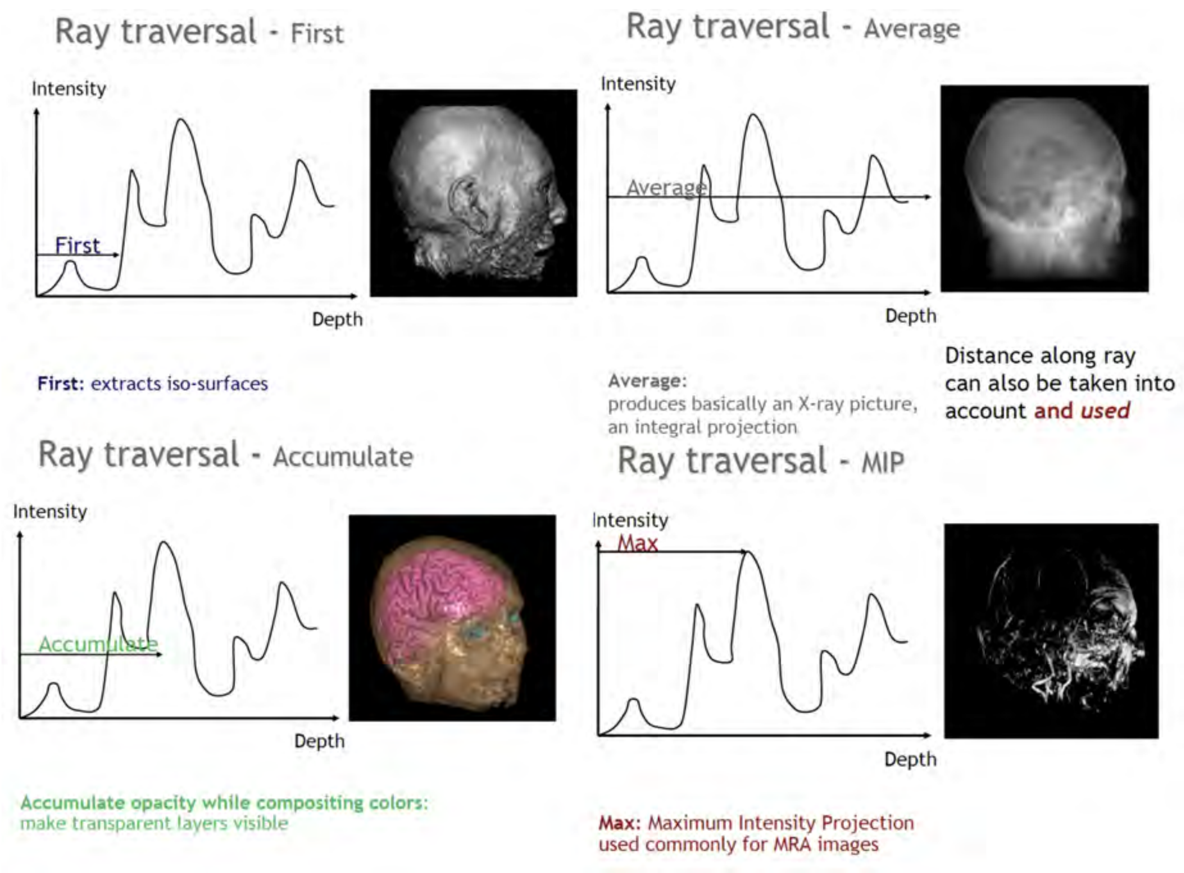
等值面1（皮肤CT值） 等值面2（骨骼CT值） 冠状截面图

8.2.4 基本框架

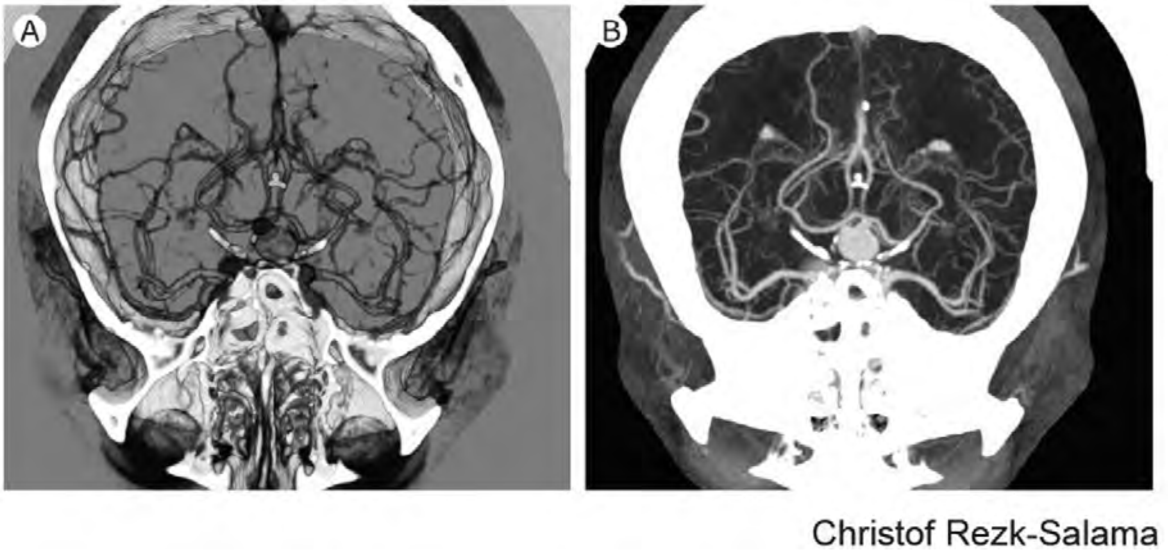
体绘制 (Volume Rendering) 是处理和显示三维体数据的一种技术.
在体绘制中，基于合成顺序的不同，渲染方法可以分为两大类:

- ① 图像空间扫描的体绘制方法 (从屏幕发出射线)
- ② 物体空间扫描的体绘制方法 (像素点往屏幕扔雪球，叠加所有投影)

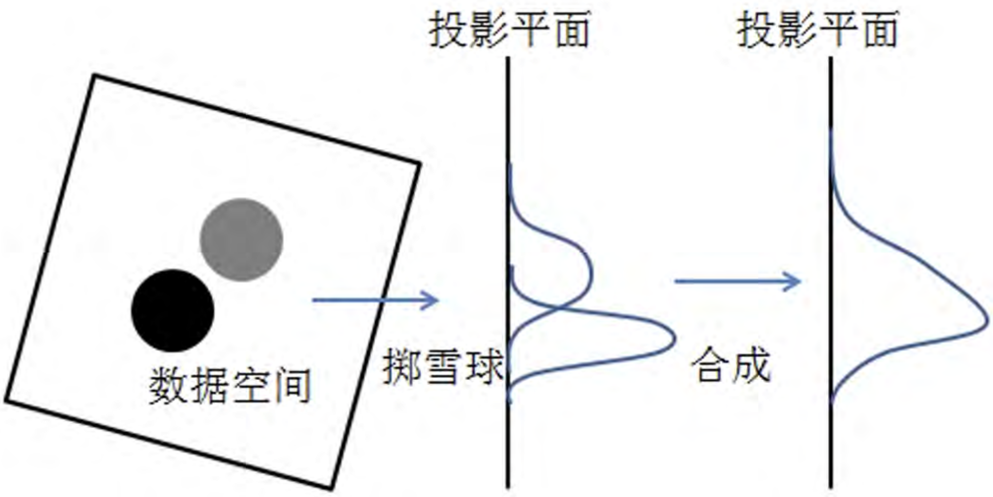
光线遍历 (Ray Traversal)



- ① 第一个交点
  例如设置阈值 $\tau = 150$，记录射线碰到 $\tau = 150$ 的位置 (因为不透明，所以只记录第一个位置)
  若没碰到阈值 $\tau = 150$，则不赋予颜色;
  若碰到了阈值 $\tau = 150$，则根据离 "光源" 位置的远近赋予不同的颜色 (越近越鲜艳，越远越暗淡)
  相当于提取等值面 (iso-surfaces)，适用于展示数据中的显著边界或结构
- ② 平均值投影
  对光线在整个路径上穿过的数据强度进行平均计算，得到一个整体的强度值
  这种方法相当于将体数据压缩为二维图像，类似于X射线成像 (积分投影)
  适用于快速查看大致结构 (如骨骼、组织分布)，但立体感不高
- ③ 累积合成 (accumulate)
  沿光线方向累积体素的不透明度和颜色值，逐步生成可视化结果.
  累积的不透明度使得内部的透明层也可以部分可见，从而形成更丰富的视觉效果.
  适用于可视化多层组织.
- **④ 最大强度投影 (MIP)** (直接体绘制的一种变体)
  对光线在整个路径上的强度值取最大值，用以突出强度最高的区域
  这种方法常用于显示局部高强度区域，例如血管中的造影剂.
  常用于磁共振血管成像 (MRA)，以突出显示血管或高密度结构.



掷雪球法:
以三维空间数据场为处理对象，从数据空间出发向图像平面传递数据信息，累积光亮度贡献.
(权重依赖于数据点到屏幕的距离，以及投影点到屏幕上发光元件的距离)



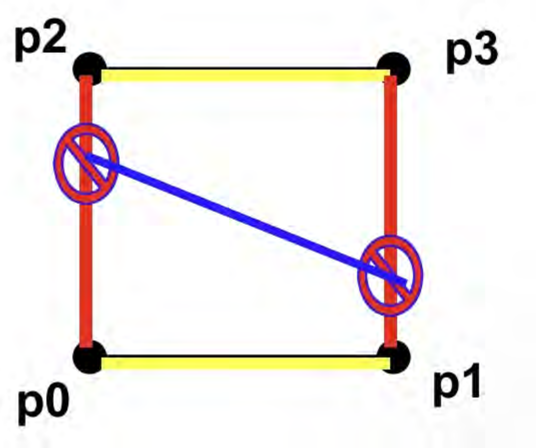
绘制方法	绘制流程	特点	属于
光线投射法	从视点出发对每一像素投射光线，与三维标量场相交采样，合成沿光线上采样点的光学属性	体绘制积分的直接实现，简单，高效，灵活，绘制质量较高，是当前主流的体绘制算法	图像空间扫描法
滚雪球法	将体素按深度顺序投影到屏幕空间，计算每个体素的投影足迹，依次合成每个体素的光学属性	体绘制积分的近似实现，简单，高效，绘制质量一般，适合结构较为稀疏的三维标量场	物体空间投影法

8.3 面渲染

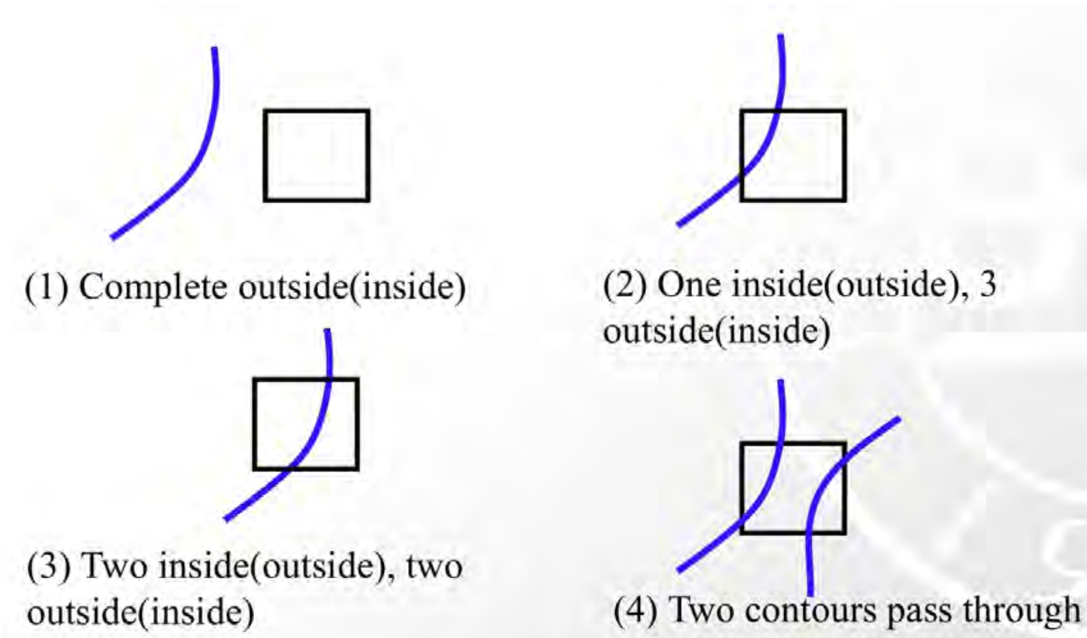
8.3.1 等值线

等值线 (2D Iso-contour)
基于双线性插值的思想计算等值线:

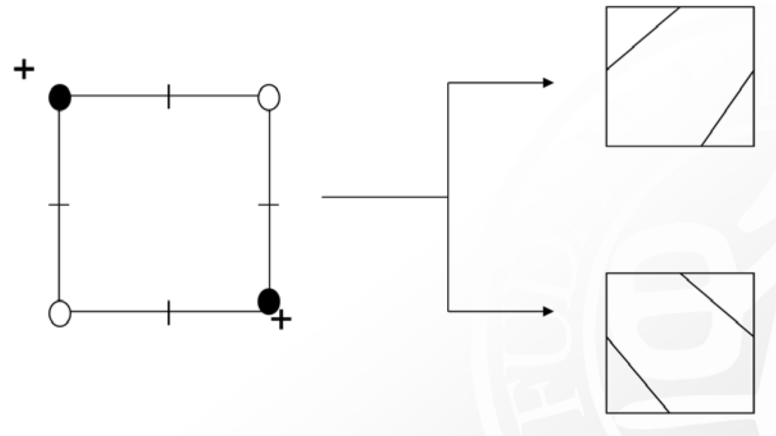
- **① 基本思想**
  等值线是一条函数值等于某特定值 v_{iso} 的曲线
  对于给定的二维网格数据 (例如图像像素值或网格点上的标量值)，等值线通常在相邻网格点之间的边界上穿过.
  双线性插值利用网格点的标量值，计算等值线穿过网格边界的确切位置.
  通过逐个处理网格单元，累积等值线的交点并连接它们，形成完整的等值线.
- **② 网格单元插值计算交点**
  考虑顶点为 p_0, p_1, p_2, p_3 的网格，顶点的像素值分别为 v_0, v_1, v_2, v_3
  假设 $v_0, v_2 > v_{\text{iso}}$ 且 $v_1, v_3 < v_{\text{iso}}$，则等值线只能与 p_0p_1 和 p_2p_3 相交.
  以 p_0p_1 为例，交点 $p = p_0 + \frac{v_{\text{iso}} - v_0}{v_1 - v_0}(p_1 - p_0)$
  以 p_2p_3 为例，交点 $p = p_2 + \frac{v_{\text{iso}} - v_2}{v_3 - v_2}(p_3 - p_2)$
  最终我们将两个交点连接起来



拓扑上一共有 4 种情况，其中一种不需要写代码解决:
(图中绘制的是曲线，但实际编程中，单元格中的连线是直线)



第四种情况可能会出现歧义，需要借助其余单元格的连接情况进行判断:



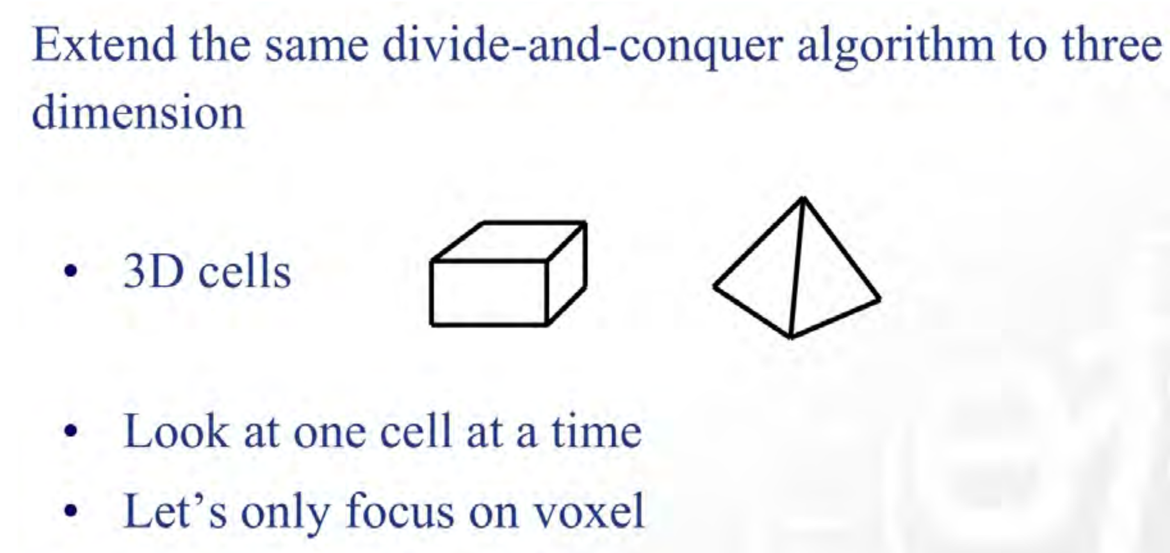
步骤总结如下:

- ① Look at one cell at a time
- ② Compare the values at 4 vertices with the iso-value v_{iso}
- ③ Linear interpolate along the edges
- ④ Connects the interpolated points together

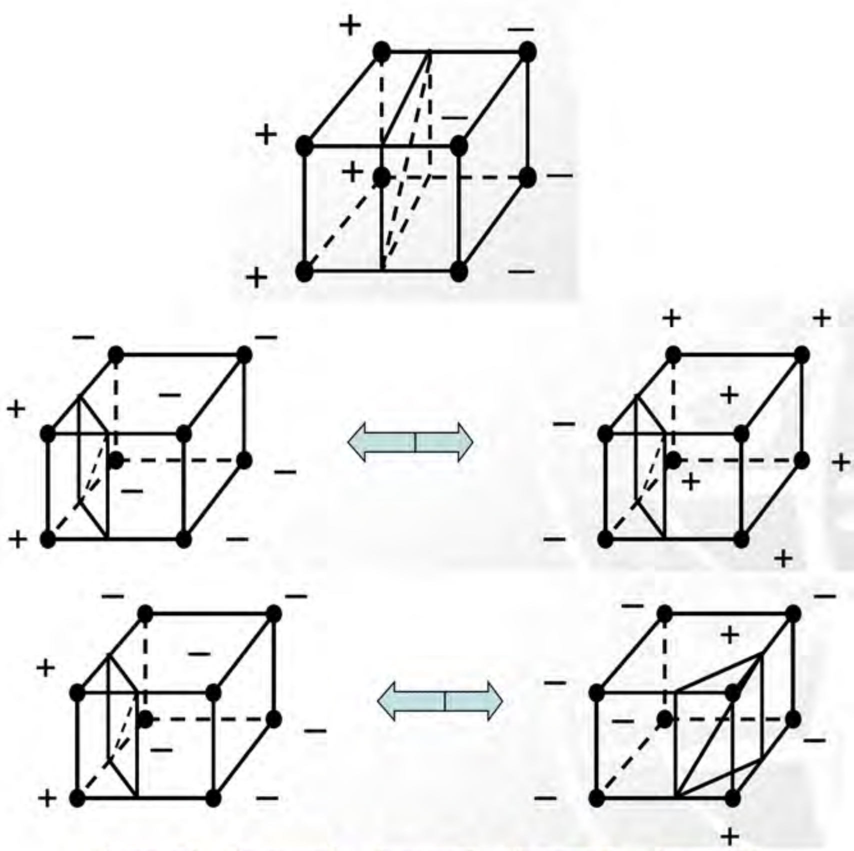
使用三角单元格可以消除歧义 (而且要处理的只有一种情况)
但会使得计算不准确、计算速度慢、图像碎片多 (这涉及渲染结果的碎片去除的任务)

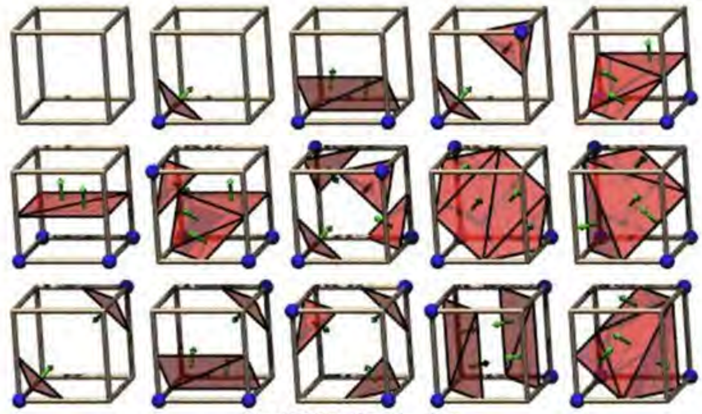
8.3.2 等值面

等值面 (3D iso-surface)



考虑立方单元格 (记值大于 v_{iso} 顶点的 $+$，记值小于 v_{iso} 顶点的 $-$)
8 个顶点一共有 $2^8=256$ 种情况,
但去除镜像对称和旋转对称的情况后，拓扑上我们有 15 种不同情况





The 15 Cube Combinations

需要处理的仅有 14 种，但其中有好几种会有歧义性 (需要结合其他单元格进行判断)

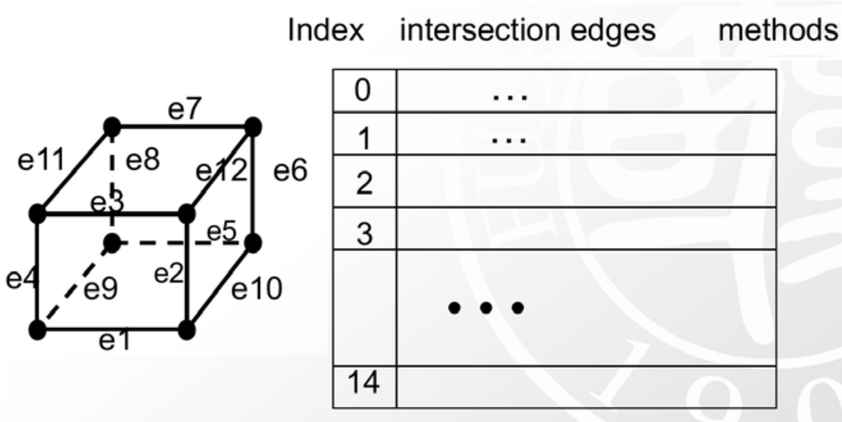
8.3.3 Marching Cube 算法

A Divide-and-Conquer Algorithm:

- ① Isosurface cells: cells that contain isosurface

  $$\min < \text{isovalue} < \max$$

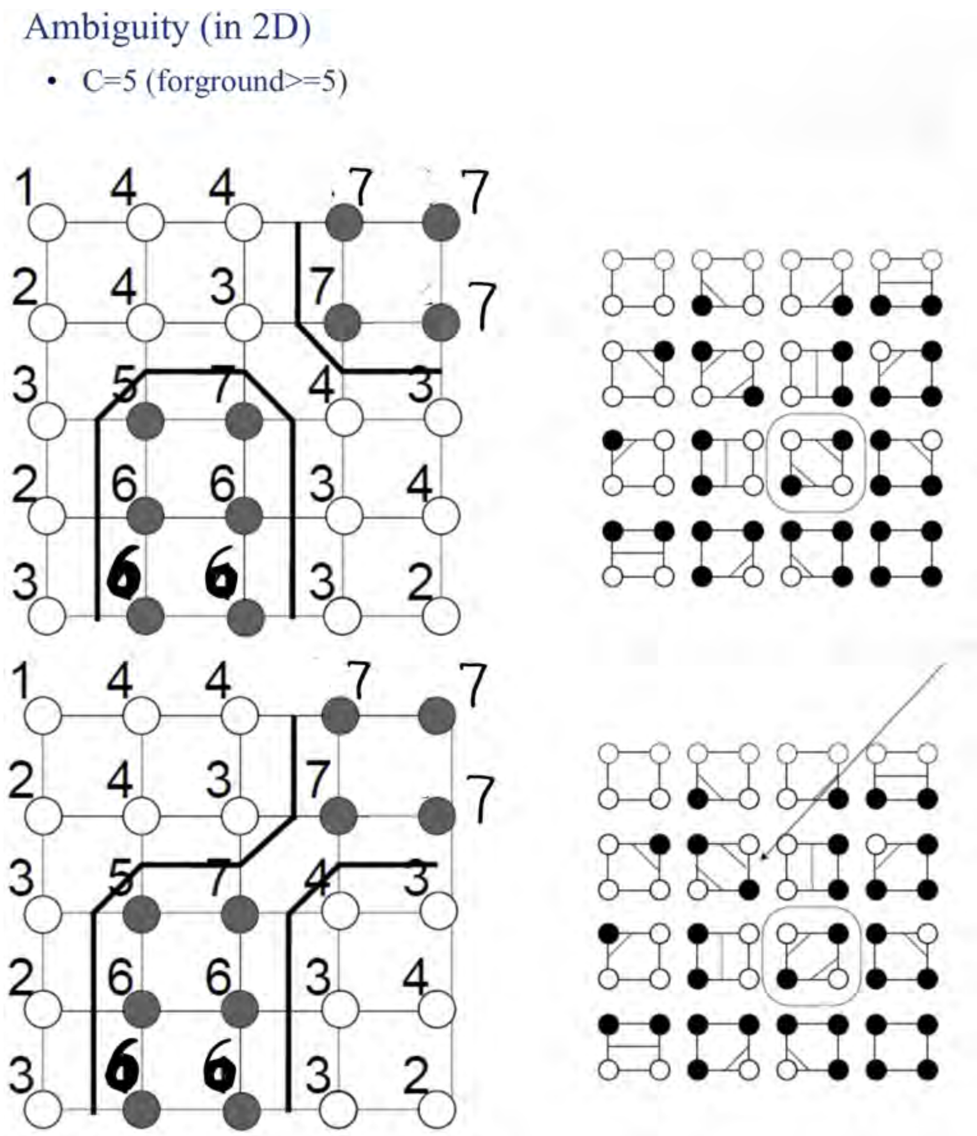
  Isosurface cell search:
  For a given isovalue, only a small portion of cells are isosurface cell.
  Connect these isosurface cells.
- ② Perform linear interpolations at the edges to calculate the intersection points.
  Used a lookup table to:
  - identify the edges that has intersections with the iso-surface
  - methods to form the triangular patches



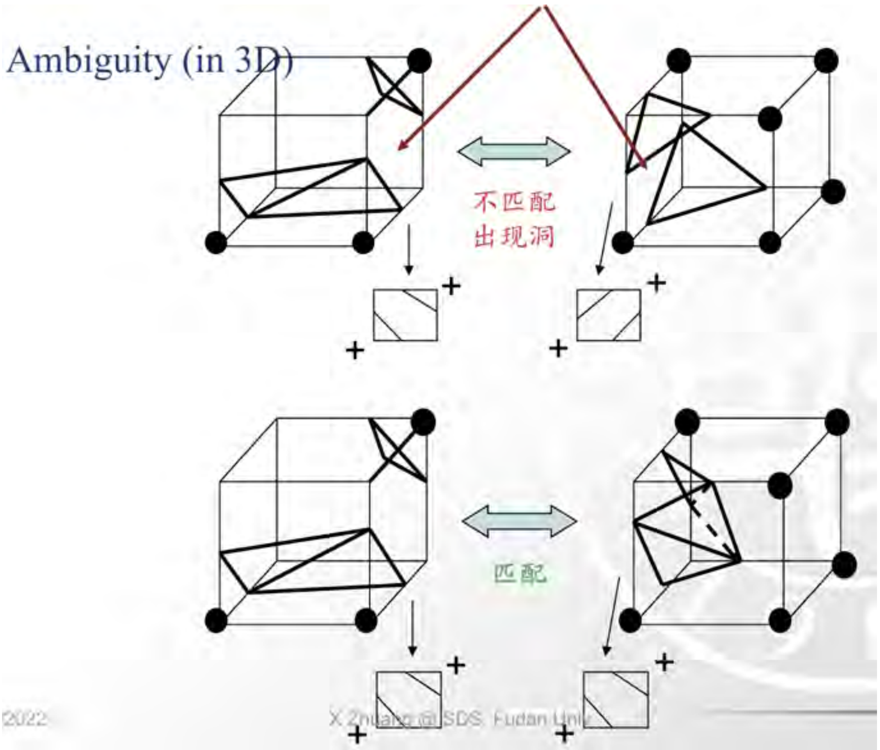
perform linear interpolations at the edges to calculate the intersection points.

- ③ Connect the triangular patches in isosurface cells.
  (Color, Light...)

2D 等值线的歧义问题: (看上去没有那么严重)



3D 等值线的歧义问题:



Marching Cube 基本算法的 15 模式中:

- 无二义性表面: $0, 1, 2, 4, 5, 8, 9, 11, 14$
- 各有一个二义性表面: $3, 6$ (两种连接方式)
- 各有二个二义性表面: $10, 12$ (四种连接方式)
- 有三个二义性表面: 7 (八种连接方式)
- 有六个二义性表面: 13 (64 种连接方式)

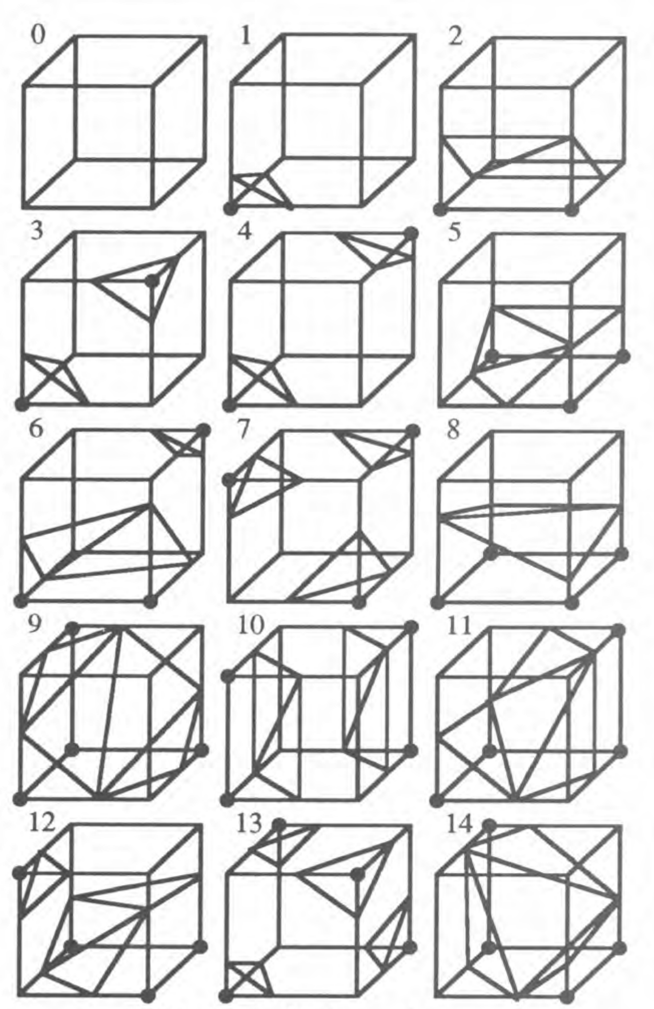
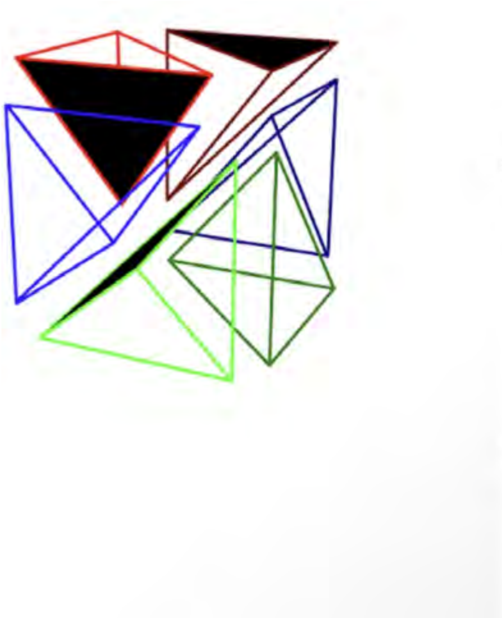
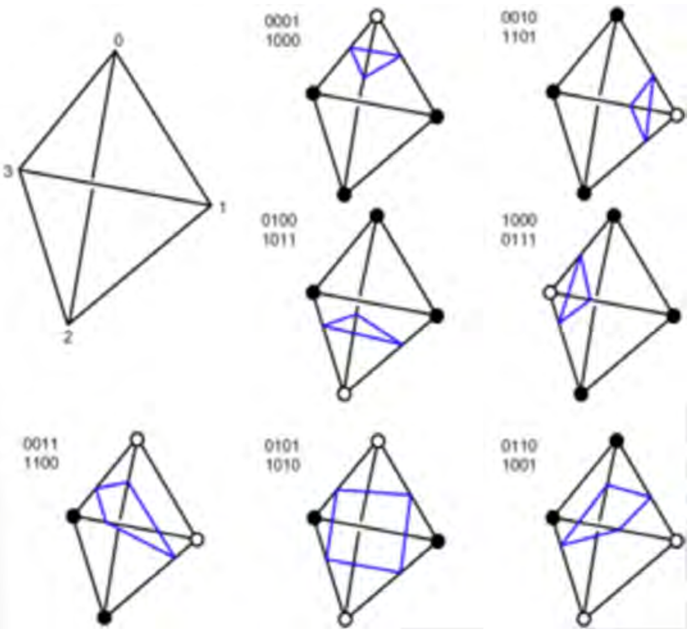


Figure 2. Configurations.

移动四面体法:
可以减少 (甚至避免) 歧义性
但容易造成较多碎片 (即 Homework 08 要解决的事情) 而且由于单元格变多，计算速度也会变慢.





三维等值面显示时法向量的重要性:

- 法向量是光照模型 (如 Phong 模型或 Blinn-Phong 模型) 的重要输入.
  在渲染中，通过法向量计算表面反射光、漫反射光和环境光，从而生成逼真的光影效果.
  如果法向量计算不准确，渲染出的等值面会显得平坦或失真.

- 最简单的计算方式就是使用归一化的图像梯度
  (在离散网格数据中，使用有限差分近似梯度)
  (使用中心差分可以提高梯度计算精度，减少数值误差)
  (在标量场数据上应用 Sobel 滤波器，直接计算梯度)

$$\nabla I = \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \\ G_z \end{bmatrix}$$

$$\vec{n} = \frac{1}{\sqrt{G_x^2 + G_y^2 + G_z^2} + \varepsilon}$$

  单精度大约 7 位十进制有效数字，双精度大约 16 位十进制有效数字.

8.3.4 碎片消除

体数据获取过程中引入的椒盐噪声可能导致三角面碎片的产生.
我们可以在进行面渲染之前，使用平滑核 (例如 Gauss 低通滤波器或中值滤波器) 进行平滑操作.
也可以直接对面渲染的结果进行平滑操作 (例如 VTK 库实现了 Laplace 平滑)，消除三角面碎片.

8.4 体绘制

等值面渲染的不足:

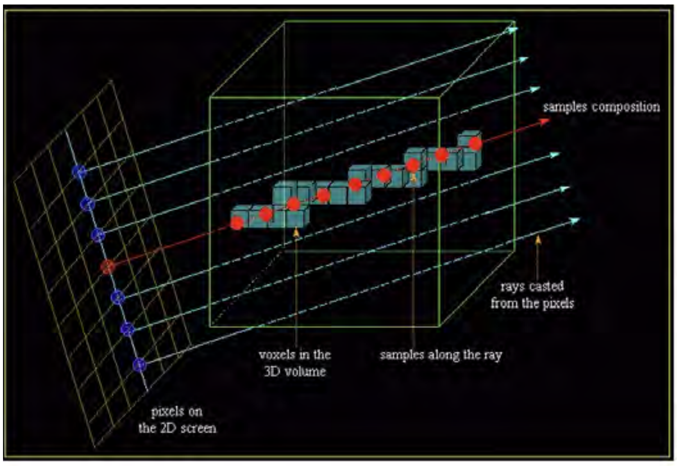
- 必须通过某种方法构造出中间曲面
- 细节丢失，分割面被扩大
- 更高的图形质量的需求

体绘制 (volume render):

- 直接计算最终可视化里的每一个像素
- 所有体素对最后的图像亮度都有贡献

我们考虑基于**光线投射** (ray casting) 的直接体绘制方法.

- ① 采样重建 (体采样)
- ② 光照计算 (体光照模型)
- ③ 数据分类 (体分类 & 传输函数设计)
- ④ 光学积分 (体积分)



8.4.1 体采样

采样:

- **采样率:** 每个体素至少需要 2 个采样点 (Nyquist 采样定理)
- **等距采样:**
  采样间隔 (步长) 太小，采样效率低; 采样间隔太大，会遗漏特征 (细节)
  (采样间隔至少要小于体素间距 (spacing) 的一半，这样不会丢失高频信息)
- **自适应采样:**
  平缓均匀区域增大采样间隔，而在复杂区域 (如梯度变化大或高频细节区域) 缩小步长以捕捉细节.
  设光线当前采样点为 $p = f(x, y, z)$
  线性步长调整公式为:

$$s(x,y,z) = \max(s_{\min}, \frac{s_{\max}}{1 + k\|\nabla f(x,y,z)\|})$$

  - $s_{\max}$: 最大步长 (通常接近体素间距)
  - $s_{\min}$: 最小步长 (确保高频区域的采样间隔不过小)
  - k: 调节因子，用于控制梯度对步长的影响

插值方法: 最邻近内插和三线性内插

- **① 最邻近内插 (nearest neighbor interpolation):**
  将体数据中最近邻的体素的标量值作为采样点的采样值.

$$f_{\text{nearest}}(x,y,z) := f(\text{round}(x), \text{round}(y), \text{round}(z))$$

- **② 三线性插值 (trilinear interpolation):**
  使用采样点周围 $2 \times 2 \times 2 = 8$ 个最邻近体素来计算采样点的值.
  设采样点的坐标为 (x, y, z)，定义:

$$
\begin{array}{c}
x_0 = \lfloor x \rfloor \\
y_0 = \lfloor y \rfloor \\
z_0 = \lfloor z \rfloor \\
dx = x - x_0 \\
dy = y - y_0 \\
dz = z - z_0 \\
\hline
f_{000} = f(x_0, y_0, z_0) \\
f_{100} = f(x_0 + 1, y_0, z_0) \\
f_{010} = f(x_0, y_0 + 1, z_0) \\
f_{001} = f(x_0, y_0, z_0 + 1) \\
f_{110} = f(x_0 + 1, y_0 + 1, z_0) \\
f_{101} = f(x_0 + 1, y_0, z_0 + 1) \\
f_{011} = f(x_0, y_0 + 1, z_0 + 1) \\
f_{111} = f(x_0 + 1, y_0 + 1, z_0 + 1)
\end{array}
$$

三线性插值分三步完成:

- 在 x 方向插值: (投影到 (y, z) 平面)

$$
\begin{array}{c}
f_{\_00} := f_{000}(1 - d_x) + f_{100}dx \\
f_{\_01} := f_{001}(1 - dx) + f_{101}dx \\
f_{\_10} := f_{010}(1 - dx) + f_{110}dx \\
f_{\_11} := f_{011}(1 - dx) + f_{111}dx
\end{array}
$$

- 在 (y, z) 平面插值:

$$f_{\text{trilinear}}(x, y, z) := f_{\_00}(1 - dy)(1 - d_z) + f_{\_10}dy(1 - d_z) + f_{\_01}(1 - dz)dy + f_{\_11}dydz$$

8.4.2 体光照模型

典型的几种体绘制光照模型:

- 只发射
- 只吸收
- **发射 ＋ 吸收 (最常用)**
- 散射 ＋ 阴影
- 多重散射

体绘制中最常用 "发射 ＋ 吸收" 模型:

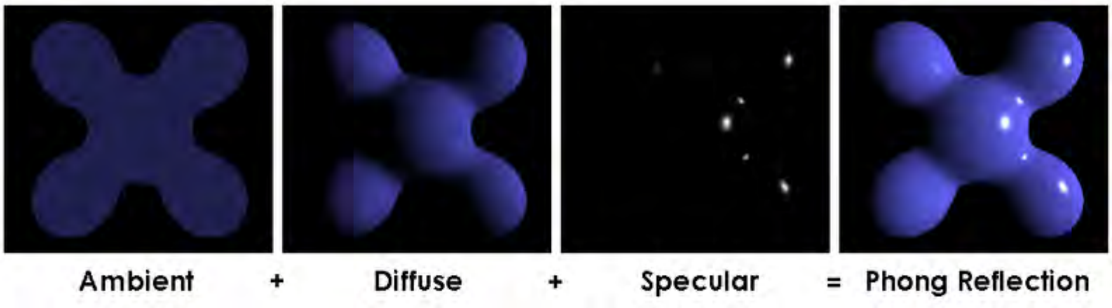
- **发射:** 颜色 (RGB)
- **吸收:** 不透明度 (α)

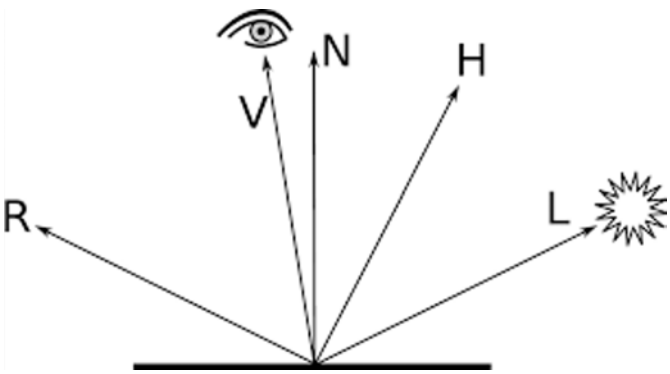
外部光源:
数据集 $\rightarrow$ 三维几何 (加强深度感觉，增强面结构信息) $\rightarrow$ 图像 (光照)

Blinn-Phong 光照计算模型:
用于模拟物体表面与光线交互时的明暗效果.
它是一种经验性模型，结合了三种基本光照组件:

- **环境光** (Ambient Light)
- **漫反射** (Diffuse Reflection)

- **高光** (Specular Highlight)
  (与物体颜色 (即从传输函数上采样得到的颜色 C_{transfer}) 无关，只与外部光源的颜色有关)



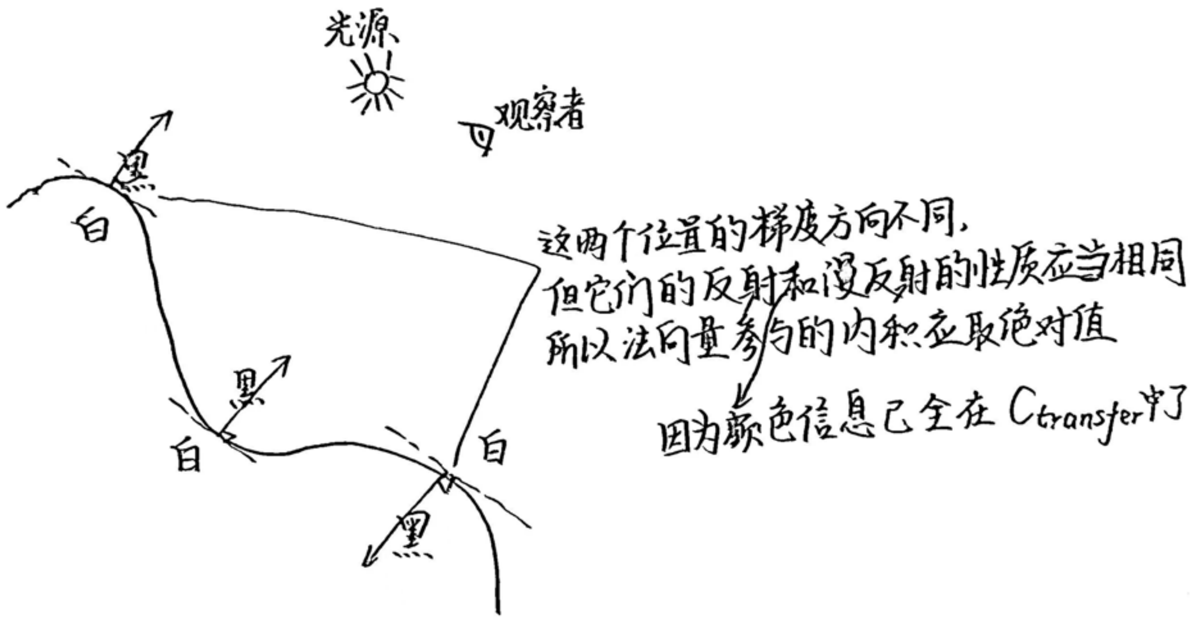


$$C := (\kappa_{\text{ambient}} + \kappa_{\text{diffusion}}\langle\vec{N},\vec{L}\rangle)\cdot C_{\text{transfer}} + \kappa_{\text{specular}}(\langle\vec{N},\vec{H}\rangle)^p$$

- $\vec{N}$ 是法线方向，$\langle\cdot,\cdot\rangle$ 代表实 Euclid 空间的内积
  (使用梯度近似法向量可能出现方向上的问题，这可以通过对内积取绝对值来解决)
- $\vec{L}$ 是光线方向，$\vec{R}$ 是反射方向
- $\vec{V}$ 是视线方向，$\vec{H}$ 是 $\vec{V}$ 和 $\vec{L}$ 的平均方向
- C_{transfer} 是传输函数 $T(\cdot)$ 根据采样值 f 得到的颜色.
  κ_{ambient} 是环境光照系数，$\kappa_{\text{diffusion}}$ 是漫反射光照系数
- p 是高光系数
  κ_{specular} 是镜面反射光照系数.

体绘制中我们使用体数据的**梯度** (gradient) 作为**体素** (voxel) 的法向量.
对于正交网格，我们通常采用中心差分的方式计算梯度:

$$\nabla F_{i,j,k} = \begin{bmatrix} \frac{F_{i+1,j,k}-F_{i-1,j,k}}{2\Delta x} \\ \frac{F_{i,j+1,k}-F_{i,j-1,k}}{2\Delta y} \\ \frac{F_{i,j,k+1}-F_{i,j,k-1}}{2\Delta z} \end{bmatrix}$$



法向量 $\vec{n}_{i,j,k}$ 是单位向量，因此需要对 $\nabla F_{i,j,k}$ 标准化.
标准化时需要规避零除问题:

- 若 $\|\nabla F_{i,j,k}\| < \text{eps}$，则取 $\vec{n}_{i,j,k} = [0,0,0]^T$ 等默认值.
- 若 $\|\nabla F_{i,j,k}\| > \text{eps}$，则取 $\vec{n}_{i,j,k} = \frac{\nabla F_{i,j,k}}{\|\nabla F_{i,j,k}\|}$

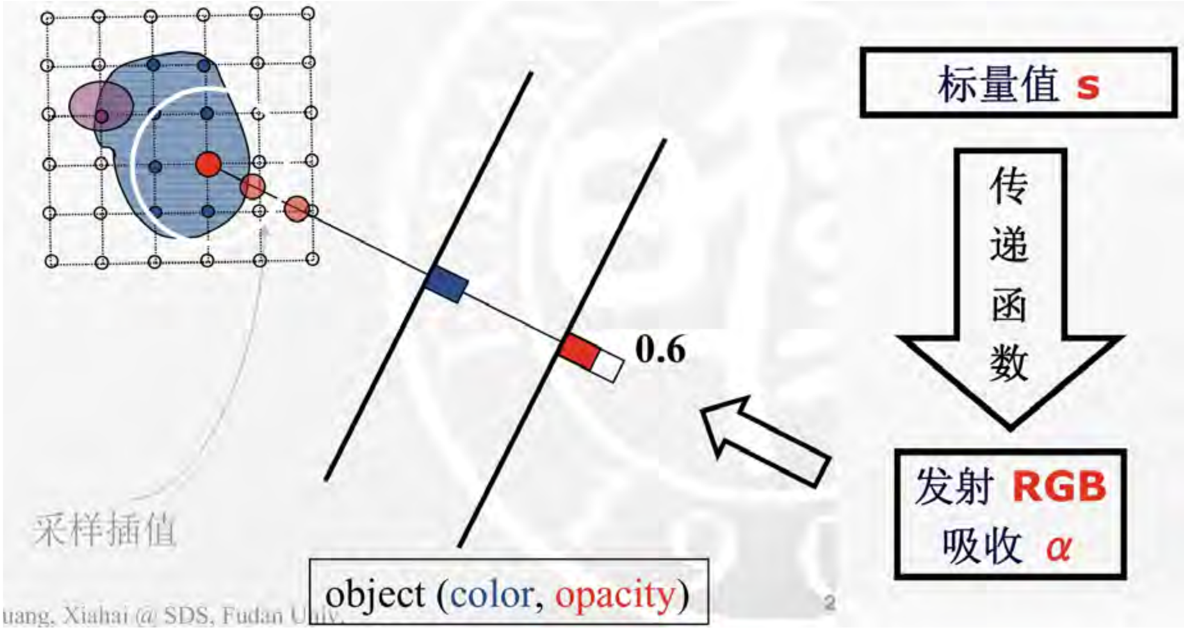
面绘制中的 Phong 光照模型: (以 VTK 库为例)

```
actor.GetProperty().SetColor(1,1,0)
actor.GetProperty().SetAmbient(0.25)
actor.GetProperty().SetDiffuse(0.6)
actor.GetProperty().SetSpecular(1.0)
actor.GetProperty().SetOpacity(0.6)
```

8.4.3 体分类和传输函数

传输函数 (transfer function):
一组定义了体数据的标量值 (如密度、温度或其他物理属性) 与不透明度和 RGB 颜色值等视觉元素之间的映射关系的函数.

- 不透明度 α 决定吸收的值 (阻挡住后方的采样点)
- RGB 颜色值决定发射的值

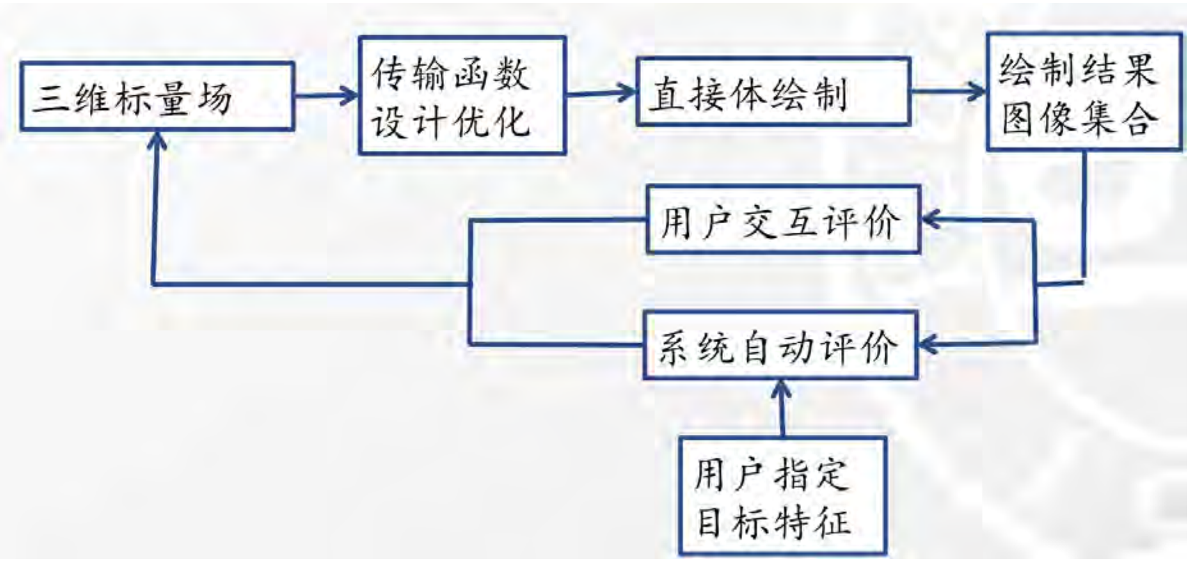


设计传输函数时的主要目标包括:

- **① 突出感兴趣的区域，降低视觉混乱:**
  例如在医学成像中，可以突出血管、骨骼或肿瘤区域;
  在科学计算中，可以强调高温、高密度等重要区域.
  对次要或不重要的特征赋予较低的不透明度，避免干扰.
- **② 表现连续性和结构细节:**
  保持相邻数据之间颜色和透明度的平滑过渡，防止产生突兀的可视化效果.
- **③ 支持多属性映射:**
  当数据包含多个属性时 (例如密度和梯度强度)，需要通过多维传输函数综合表示.

用户交互的传输函数设计通常包含两个方面:

- 映射规则设计
- 光学属性设计



(1) 一维传输函数

一维传输函数通常使用**查找表** (Lookup Table, LUT) 实现:

- 将标量值量化为离散范围
- 对每个离散值预计算颜色和不透明度.
- 使用线性插值处理连续值.

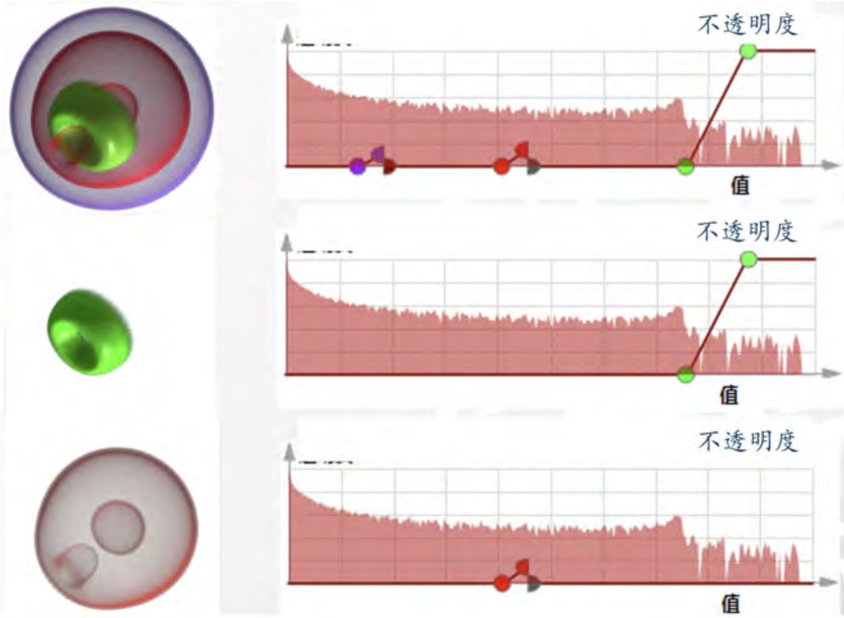
$$T(f) := T(f_1) + \frac{f - f_1}{f_2 - f_1}(T(f_2) - T(f_1)) \quad (f_1 \le f \le f_2)$$

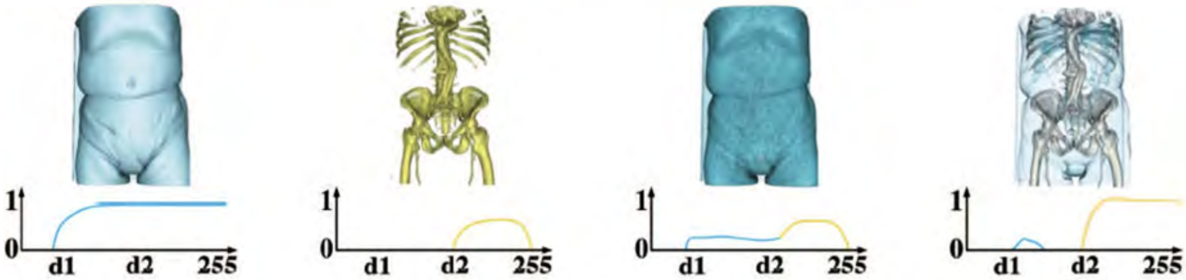
在 CT 或 MRI 数据中，传输函数可以用于分离不同的组织:

- **骨骼**: 赋予高不透明度和白色，以突出
- **软组织**: 设置适中的透明度和颜色 (如红色或灰色)
- **背景**: 设置低不透明度，使其接近透明.

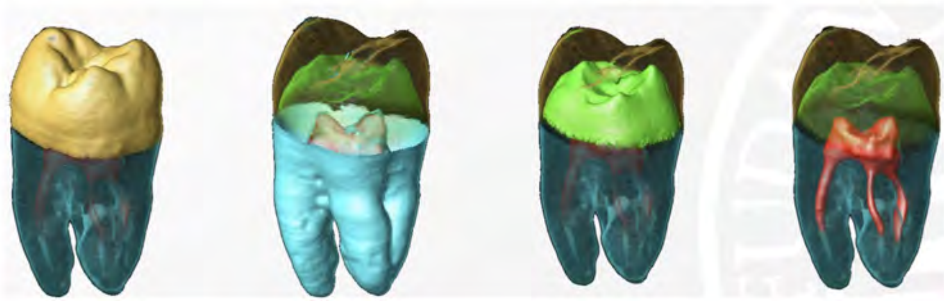
例如基于 Hounsfield 单位 (CT 值) 的传输函数可能如下:

CT 值范围	颜色	不透明度
-1000~-500	蓝色	0.1
-500~0	红色	0.5
0~1000	白色	0.9





(a) (b) (c) (d)



一维传输函数使用简单方便，允许用户反复尝试调整
但不满足特定分类需求 (区分边界等)，传输函数设计与绘制结果缺少直观的联系.

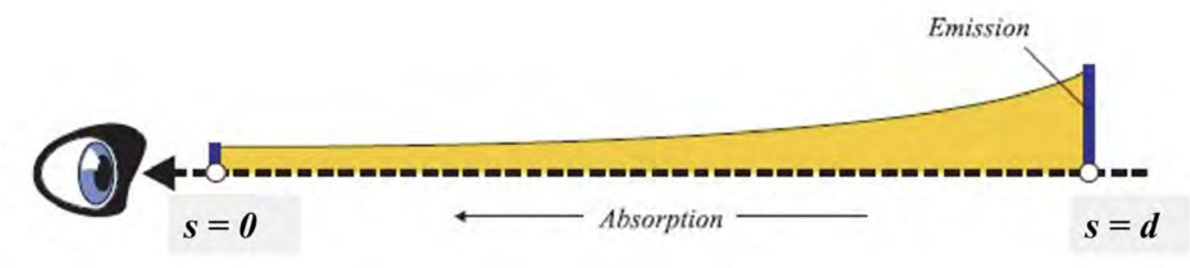
(2) 二维传输函数

二维传输函数: 以数据为中心的方法
标量值 + 梯度模
(VTK 库 SetScalarOpacity, SetGradientOpacity)
梯度模较大的采样点对应于边界.

扩展了函数的定义域，可以引入以下信息:

- 梯度模 (一阶中心差分)
- 曲率 (二阶中心差分)
- 特征形状 (纹理、尺度、形状和可见性等信息)
- 标量场的统计属性

8.4.4 体积分



Emission: 发射; Absorption: 吸收
记 $C(\cdot)$ 为颜色函数 (基于 Blinn-Phong 光照计算模型)，$\alpha(\cdot)$ 为不透明度函数
则光线 r 的体积分 $I(r)$ 为:

$$I(r) := \int_0^d C(t) \exp\left\{-\int_0^t \alpha(s) \mathrm{d}s\right\} \mathrm{d}t$$
$$\text{where } C := (\kappa_{\text{ambient}} + \kappa_{\text{diffusion}} \langle \vec{N}, \vec{L} \rangle) \cdot C_{\text{transfer}} + \kappa_{\text{specular}} (\langle \vec{N}, \vec{H} \rangle)^p$$

- $\vec{N}$ 是法线方向，$\langle \cdot, \cdot \rangle$ 代表实 Euclid 空间的内积
- $\vec{L}$ 是光线方向，$\vec{R}$ 是反射方向
- $\vec{V}$ 是视线方向，$\vec{H}$ 是 $\vec{V}$ 和 $\vec{L}$ 的平均方向
- C_{transfer} 是传输函数根据采样值得到的颜色.
  κ_{ambient} 是环境光照系数，$\kappa_{\text{diffusion}}$ 是漫反射光照系数
- p 是高光系数
  κ_{specular} 是镜面反射光照系数.

实际计算中我们需要将上述积分离散化 (也就是采样)
设沿着光线 r 在 $[0, d]$ 区间上进行 n 点等距采样.
记第 i 个采样点为 t_i，所发射的颜色值为 $C_i := C(t_i)$，不透明度为 $\alpha_i := \alpha(t_i) \in [0, 1]$
我们可用光线 r 的体积分 $I(r)$ 的 Riemann 和来近似它:

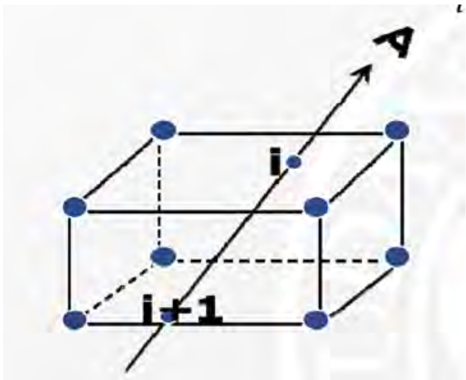
$$\begin{aligned} I(r) &\approx \sum_{i=1}^n \left\{ C_i \exp\left(-\sum_{j=1}^{i-1} \alpha_j \cdot \frac{d}{n} \right) \cdot \frac{d}{n} \right\} \\ &= \frac{d}{n} \sum_{i=1}^n \left\{ C_i \exp\left(-\frac{d}{n} \sum_{j=1}^{i-1} \alpha_j \right) \right\} \\ &= \frac{d}{n} \sum_{i=1}^n \left\{ C_i \prod_{j=1}^{i-1} \exp\left(-\frac{d}{n} \alpha_j \right) \right\} \quad (\text{note that } \exp(-x) = 1 - x + O(x^2)) \\ &\approx \frac{d}{n} \sum_{i=1}^n \left\{ C_i \prod_{j=1}^{i-1} (1 - \frac{d}{n} \alpha_j) \right\} \quad (\text{we assume that } n \text{ is large enough, so } \frac{d}{n} \alpha_j \text{ is small}) \end{aligned}$$

简单起见，我们假设不同光线的路径长度 d 是一致的，采样点个数 n 也是一致的.
那么我们可以在设计传输函数时将常数项 $\frac{d}{n}$ 考虑进去，从而简化公式.
在上述假设下，体积分 $I(r)$ 的近似公式为:

$$\sum_{i=1}^n \left\{ C_i \prod_{j=1}^{i-1} (1 - \alpha_j) \right\}$$

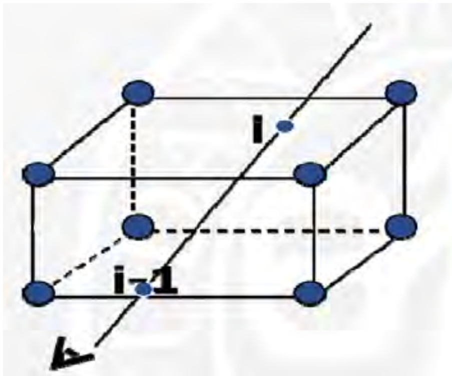
(高效实现) 两种合成顺序:

- **① 从后向前的积分:**
  从 $i = n - 1$ 到 0 执行 $I_i = C_i + I_{i+1}(1 - \alpha_i)$

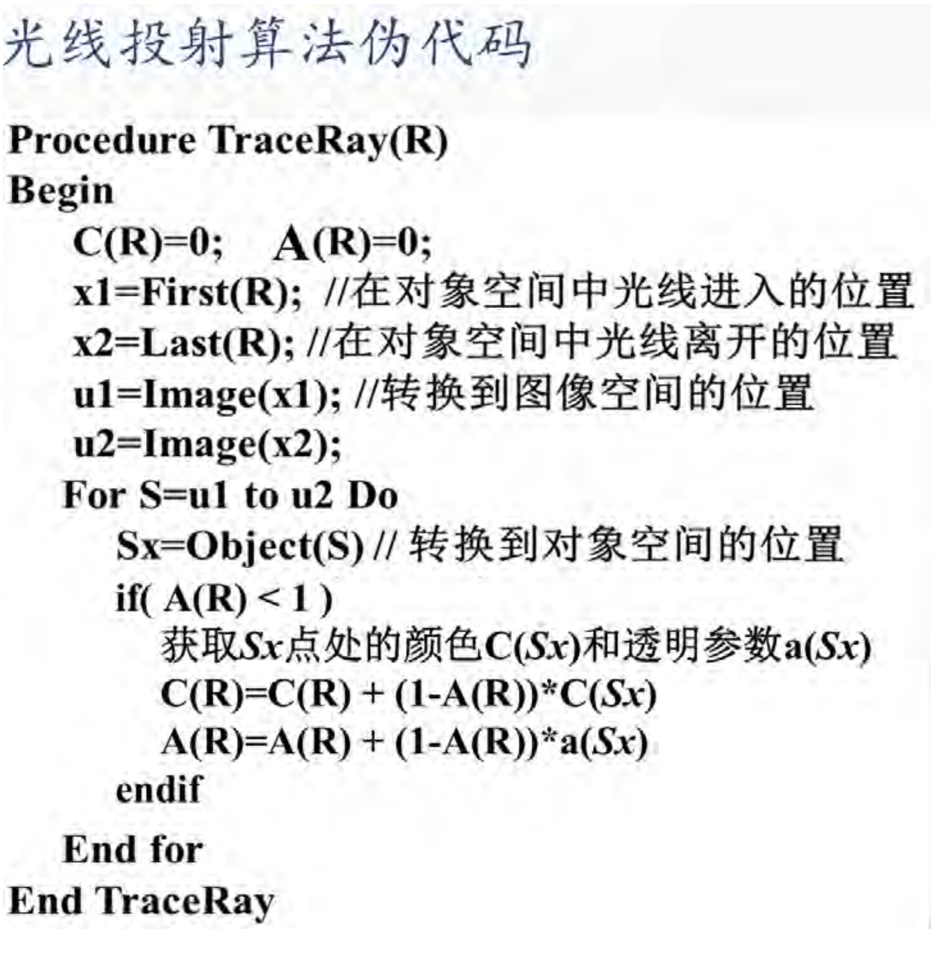


- **② 从前往后的积分:**
  从 $i = 1$ 到 n 执行:

$$I_i = I_{i-1} + C_i(1 - A_{i-1})$$
$$A_i = (1 - A_{i-1})\alpha_i + A_{i-1} = \alpha_i - A_{i-1}(1 - \alpha_i)$$



其中 A_i 是累积下来的对当前像素发光的总吸收率.
它等于前面的总透过率 $(1 - A_{i-1})$ 乘以当前位置的吸收率 (α_i)，再加上前面的总吸收率 (A_{i-1})
当 $A_i \approx 100\%$ 时，我们就不需要继续往后走了，因为后面的采样点对体积分的贡献已经很小了.



The End