Dinâmica

Prof. José Maciel

AULA 3

CONTEÚDO PROGRAMÁTICO DESTA AULA

1. Movimento relativo de duas partículas usando eixos de translação;
2. Análise de movimento absoluto dependente de duas partículas.

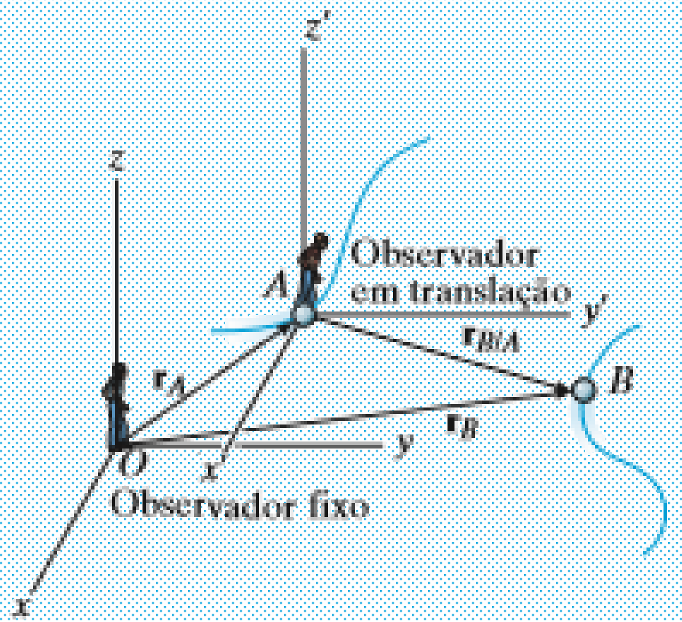
MOVIMENTO RELATIVO DE DUAS PARTÍCULAS USANDO EIXOS DE TRANSLAÇÃO

Existem muitos casos nos quais a trajetória do movimento para uma partícula é complicada, de maneira que pode ser mais fácil analisar o movimento em partes, utilizando dois ou mais sistemas de referência. Por exemplo, o movimento de uma partícula localizada na extremidade da hélice de um avião, enquanto o avião está em voo, é mais facilmente descrito se primeiro observarmos o movimento de um avião a partir de uma referência fixa e em seguida superpusermos (vetorialmente) o movimento circular da partícula medida a partir de uma referência fixada ao avião.

Agora, os sistemas de referência de translação serão considerados para as análises.

Posição

Considere as partículas A e B, as quais se movem ao longo de trajetórias arbitrárias mostradas na Figura. A posição absoluta de cada partícula, r_A e r_B, é medida a partir da origem comum O do sistema de referência x, y, z fixo. A origem de um segundo sistema de referência x', y', z' está fixada à partícula A e move-se com ela.



Os eixos desse sistema podem realizar apenas translação em relação a um sistema fixo. A posição de B medida em relação a A é denotada pelo vetor posição relativa $\mathbf{r}_{B/A}$. Utilizando-se a adição de vetores, os três vetores mostrados na Figura podem ser relacionados pela equação:

$$\mathbf{r}_B = \mathbf{r}_A + \mathbf{r}_{B/A}$$

Velocidade

Uma equação que relaciona as velocidades das partículas é determinada calculando-se as derivadas temporais da equação anterior; ou seja,

$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \mathbf{v}_{B/A}$$

Onde, $\mathbf{v}_B = d\mathbf{r}_B/dt$ e $\mathbf{v}_A = d\mathbf{r}_A/dt$ referem-se às velocidades absolutas, visto que elas são observadas a partir de um sistema fixo; ao passo que a velocidade relativa $\mathbf{v}_{B/A} = d\mathbf{r}_{B/A}/dt$ é observada a partir do sistema de translação.

É importante observar que, tendo em vista que os eixos x', y', z' transladam, as componentes de $\mathbf{r}_{B/A}$ não variam a direção e, portanto, a derivada temporal dessas componentes terá apenas de levar em consideração a variação em suas intensidades. A Equação: $\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \mathbf{v}_{B/A}$ estabelece, portanto, que a velocidade de B é igual à velocidade de A mais (vetorialmente) a velocidade de "B em relação a A", como medido pelo observador em translação fixo no sistema de referência x', y', z'.

Aceleração

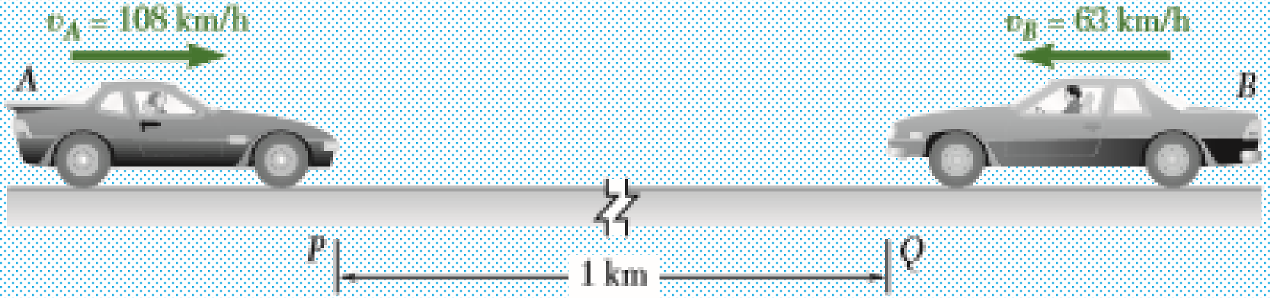
A derivada temporal da Equação: $\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \mathbf{v}_{B/A}$ produz uma relação vetorial similar entre as acelerações absoluta e relativa das partículas A e B.

$$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \mathbf{a}_{B/A}$$

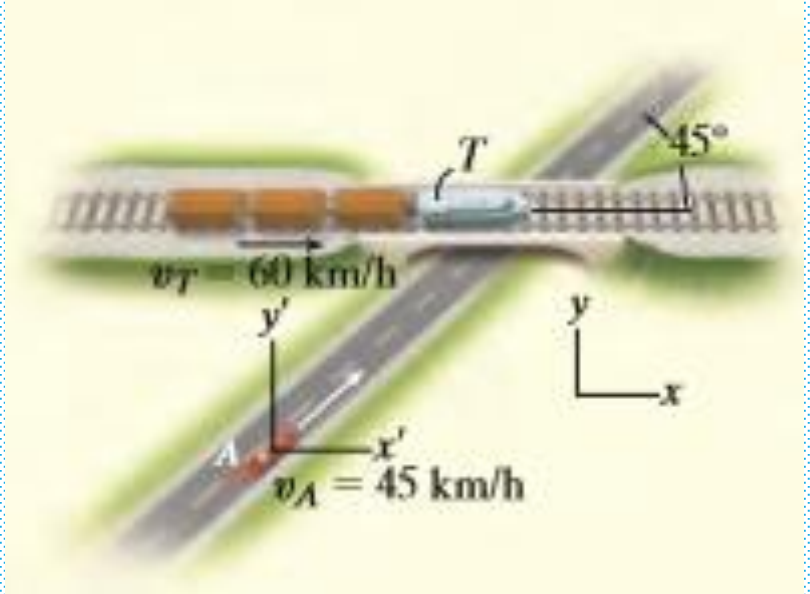
Aqui, $\mathbf{a}_{B/A}$ é a aceleração de B como vista pelo observador localizado em A e realizando uma translação com o sistema de referência x', y', z'.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

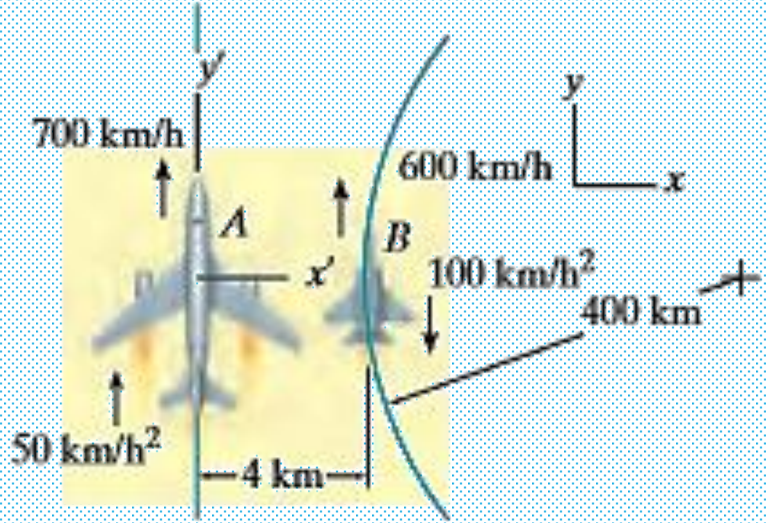
01. (P-11.44) Dois automóveis A e B estão se aproximando em pistas adjacentes de uma rodovia. Em t = 0, A e B estão distanciados em 1 km entre si, suas velocidades escalares são $v_A = 108$ km/h e $v_B = 63$ km/h, e eles estão nos pontos P e Q, respectivamente. Sabendo que A passa pelo ponto Q, 40 s depois que B passou por ali e que B passa pelo ponto P, 42 s depois que A passou por lá, determine (a) as acelerações uniformes de A e B, (b) quando os veículos se cruzam, (c) a velocidade de B naquele instante.



02. Um trem viaja a uma velocidade escalar constante de 60 km/h e cruza uma estrada, como mostrado na Figura ao lado. Se o automóvel A está se deslocando a 45 km/h ao longo da estrada, determine a intensidade e a direção da velocidade vetorial do trem em relação ao automóvel.

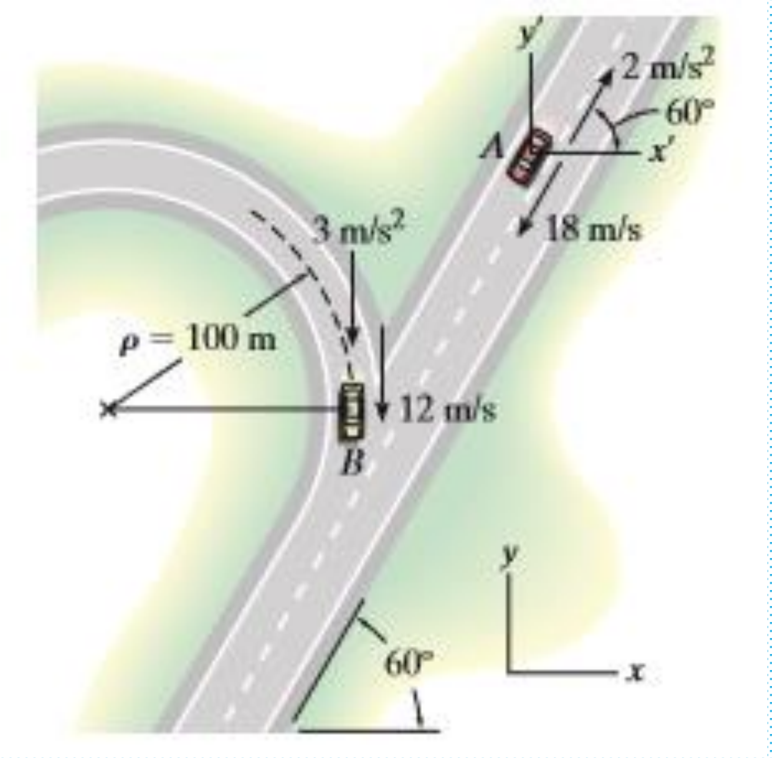


03. O avião A mostrado na Figura ao lado está voando ao longo de uma trajetória em linha reta, enquanto o avião B está voando ao longo de uma trajetória circular tendo um raio de curvatura de $r_B = 400$ km. Determine a velocidade e a aceleração de B conforme observado pelo piloto de A.



04. No instante mostrado na Figura ao lado, os carros A e B estão viajando com velocidades escalares de 18 m/s e 12 m/s, respectivamente. Também nesse instante, A tem uma redução na velocidade escalar de 2 m/s², e B tem um aumento na velocidade escalar de 3 m/s².

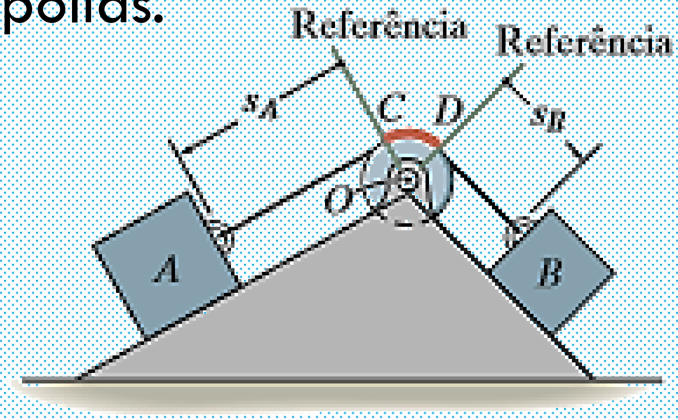
Determine a velocidade vetorial e a aceleração de B em relação a A.



ANÁLISE DE MOVIMENTO ABSOLUTO DEPENDENTE DE DUAS PARTÍCULAS

Em alguns tipos de problemas, o movimento de uma partícula dependerá do movimento correspondente de outra partícula. Essa dependência comumente ocorre se as partículas, aqui representadas por blocos, estão interligadas por cordas inextensíveis que passam em torno de polias.

Por exemplo, o movimento do bloco A para baixo ao longo do plano inclinado na Figura causará um movimento correspondente do bloco B para cima no outro plano inclinado.



Podemos mostrar isso matematicamente, primeiro especificando a posição dos blocos utilizando coordenadas de posição s_A e s_B. Assim, o comprimento total da corda é l_T, as duas coordenadas de posição estão relacionadas pela equação:

$$s_A + l_{CD} + s_B = l_T$$

Aqui, l_{CD} é o comprimento da corda passando sobre o arco CD.

Calculando a derivada temporal dessa expressão, percebendo que l_{CD} e l_T permanecem constantes, enquanto s_A e s_B medem os segmentos da corda que variam em comprimento, temos:

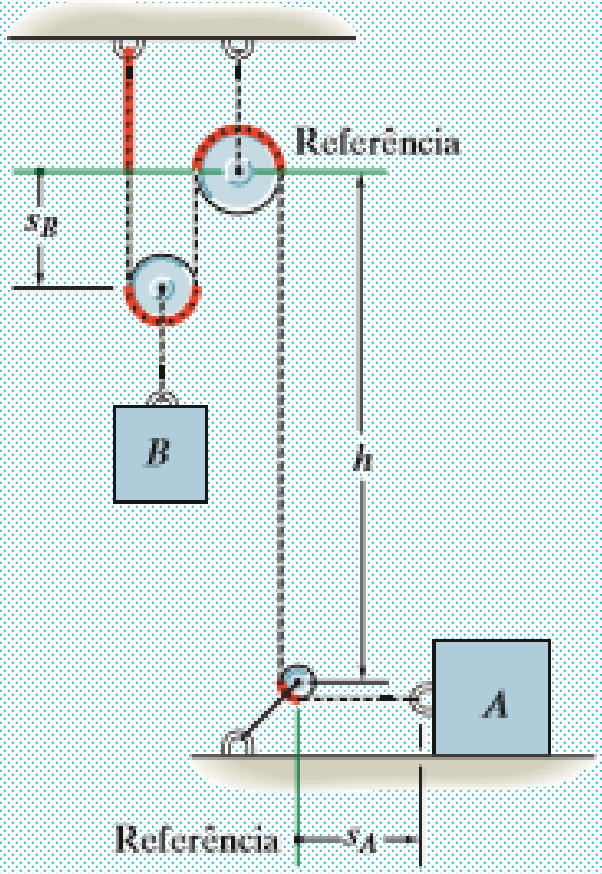
$$ds_A/dt + ds_B/dt = 0 \quad \text{ou} \quad v_B = -v_A$$

O sinal negativo indica que, quando o bloco A tem uma velocidade para baixo, ou seja, na direção de s_A positivo, isso causa uma velocidade correspondente para cima do bloco B; isto é, B move-se na direção s_B negativa.

De modo semelhante, a derivada temporal das velocidades resulta na relação entre as acelerações, ou seja,

$$a_B = -a_A$$

Já no caso mostrado na Figura ao lado, a posição do bloco A é especificada por s_A, e a posição da extremidade da corda a partir da qual o bloco B está suspenso é definida por s_B. Como anteriormente, escolhemos coordenadas de posição que (1) têm suas origens em pontos fixos ou de referência, (2) são medidas na direção do movimento de cada bloco, e (3) sendo s_A positivo para direita e s_B positivo para baixo. Durante o movimento, o comprimento dos segmentos cinza da corda na Figura permanece constante.



Se l representa o comprimento total da corda menos esses segmentos, as coordenadas de posição podem ser relacionadas pela equação

$$2s_B + h + s_A = l$$

Visto que l e h são constantes durante o movimento, as duas derivadas temporais resultam em

$$2v_B = -v_A \text{ e } 2a_B = -a_A$$

Por conseguinte, quando B se desloca para baixo ($+ s_B$), A move-se para a esquerda ($- s_A$) com duas vezes o movimento.

Este exemplo também pode ser trabalhado definindo-se a posição do bloco B a partir do centro da polia de baixo (um ponto fixo), conforme mostra a Figura.

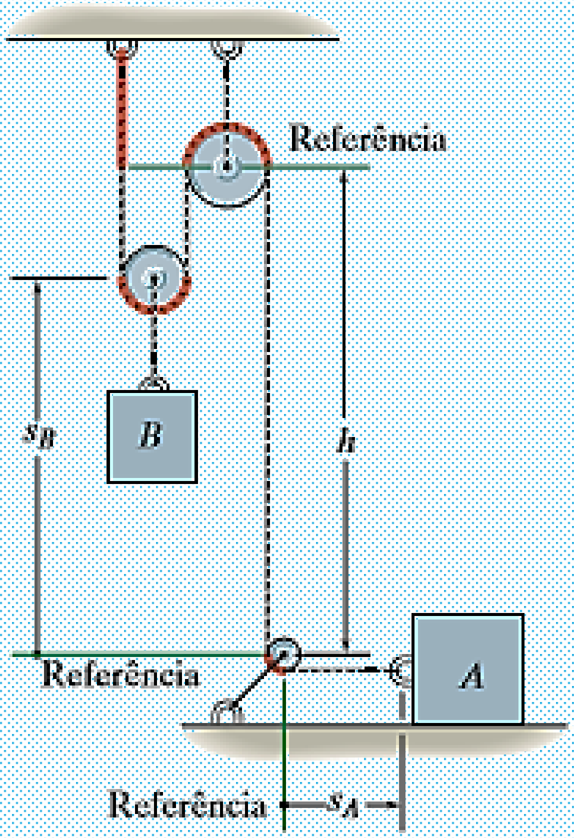
Neste caso,

$$2(h - s_B) + h + s_A = l$$

A derivada temporal resulta em

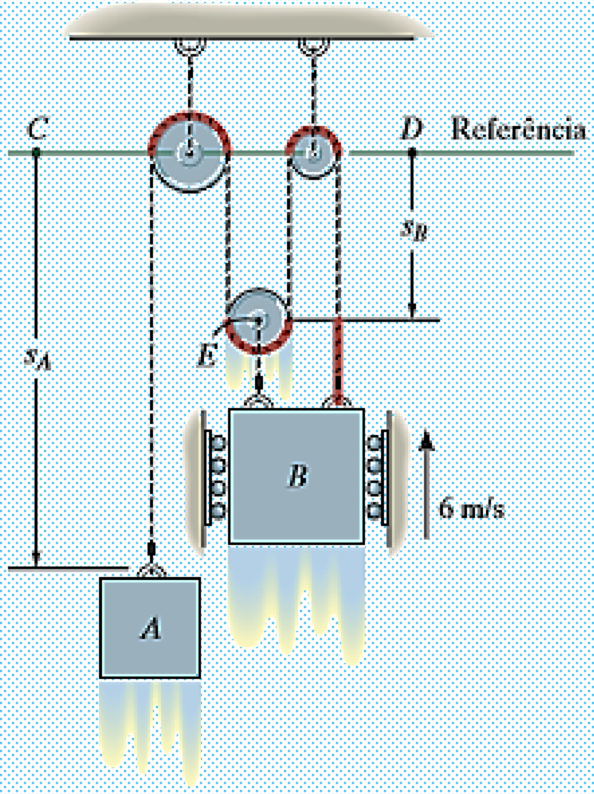
$$2v_B = v_A \quad \text{e} \quad 2a_B = a_A$$

Aqui, os sinais são os mesmos.

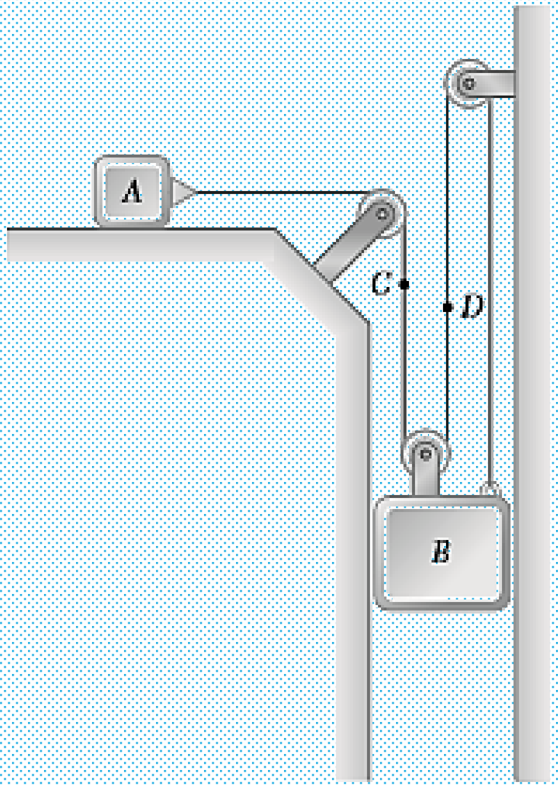


EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

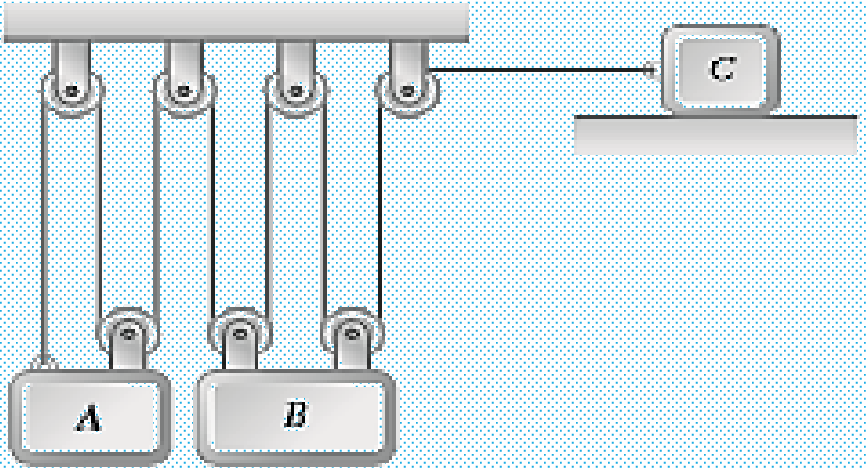
01. Determine a velocidade escalar do bloco A mostrado na Figura ao lado, se o bloco B tem uma velocidade escalar para cima de 6 m/s.



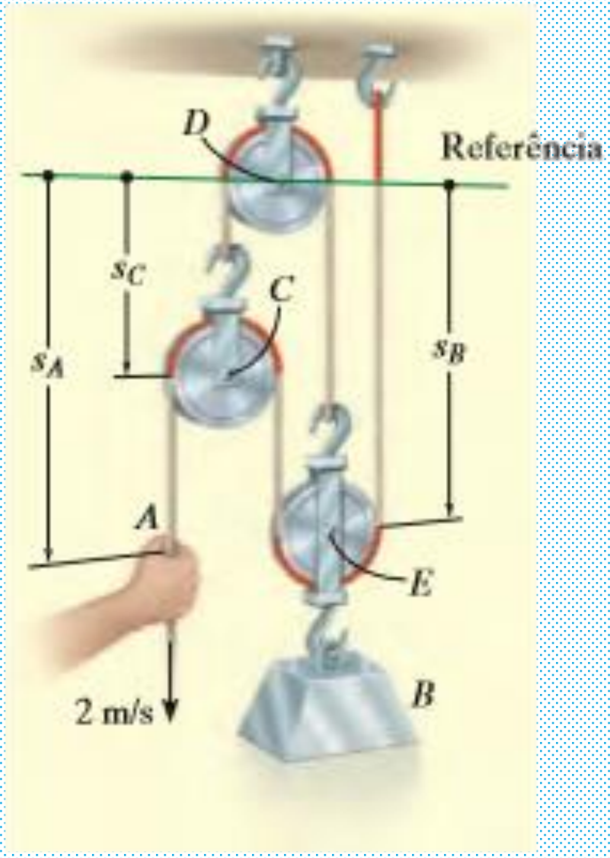
02. (P - 11.48) O bloco B parte do repouso e se movimenta com uma aceleração constante. Sabendo que depois do bloco deslizante A ter se deslocado 400 mm, sua velocidade é 4 m/s, determine (a) a aceleração de A e B, (b) a velocidade e a variação de posição de B após 2 s



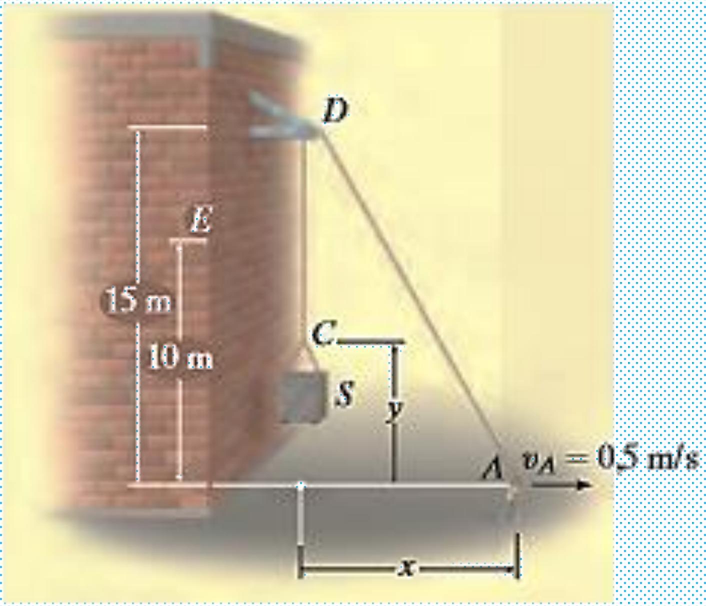
03. (P - 11.56) O bloco B inicia em repouso, o bloco A se movimenta com aceleração constante, e o bloco deslizante C se movimenta para a direita com aceleração constante de 75 mm/s². Sabendo que em $t = 2$ s as velocidades de B e C são de 480 mm/s para baixo e 280 mm/s para a direita, respectivamente, determine (a) a aceleração de A e B, (b) as velocidades iniciais de A e C, (c) a variação de posição do bloco deslizante C após 3 s.



04. Determine a velocidade escalar do bloco B mostrado na Figura ao lado, se a extremidade da corda em A é puxada para baixo com uma velocidade escalar de 2 m/s.



05. Um homem em A está içando um cofre S, como mostrado na Figura ao lado, ao caminhar para a direita com uma velocidade constante $v_A = 0{,}5$ m/s. Determine a velocidade e a aceleração do cofre quando ele alcança a altura de 10 m.



A corda tem 30 m de comprimento e passa sobre uma pequena polia em D.