Dinâmica

Prof. José Maciel

AULA 5

CONTEÚDO PROGRAMÁTICO DESTA AULA

Cinética de uma partícula: força e aceleração

1. Segunda Lei do Movimento de Newton;
2. Sistema de Referência Inercial;
3. Equação do Movimento para um Sistema de Partículas;
4. Quantidade de Movimento Linear;
5. Equações de Movimento: Coordenadas Normais e Tangenciais.

Segunda Lei do Movimento de Newton

- Cinética é um ramo da dinâmica que trata da relação entre a variação do movimento de um corpo e as forças que causam essa variação. A base para a cinética é a segunda lei de Newton, que afirma que, quando uma força desequilibrada atua sobre uma partícula, esta acelerará na direção da força com uma intensidade proporcional à força.

Se a massa da partícula é m, a segunda lei do movimento de Newton pode ser escrita em forma matemática como:

$$\boxed{F = m \cdot a}$$

Pontos Importantes

- A equação do movimento está baseada em evidências experimentais e só é válida quando aplicada dentro de um sistema de referência inercial.
- A equação do movimento estabelece que a força desequilibrada sobre uma partícula a faz acelerar.
- Um sistema de referência inercial não gira; em vez disso, seus eixos ou transladam com velocidade constante ou estão em repouso.

Pontos Importantes

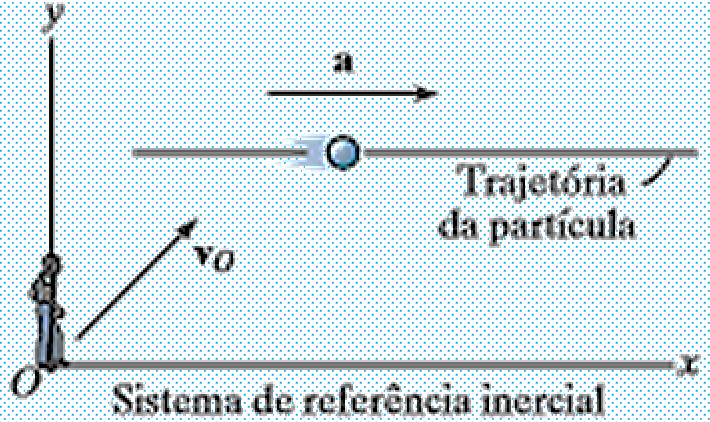
- Massa é uma propriedade da matéria que fornece uma medida quantitativa de sua resistência a uma variação da velocidade. Trata-se de uma quantidade absoluta e, assim, ela não muda de uma posição para outra.

- Peso é uma força causada pela gravitação da Terra. Ele não é absoluto; em vez disso, depende da altitude da massa em relação à superfície da Terra.

Sistema de Referência Inercial

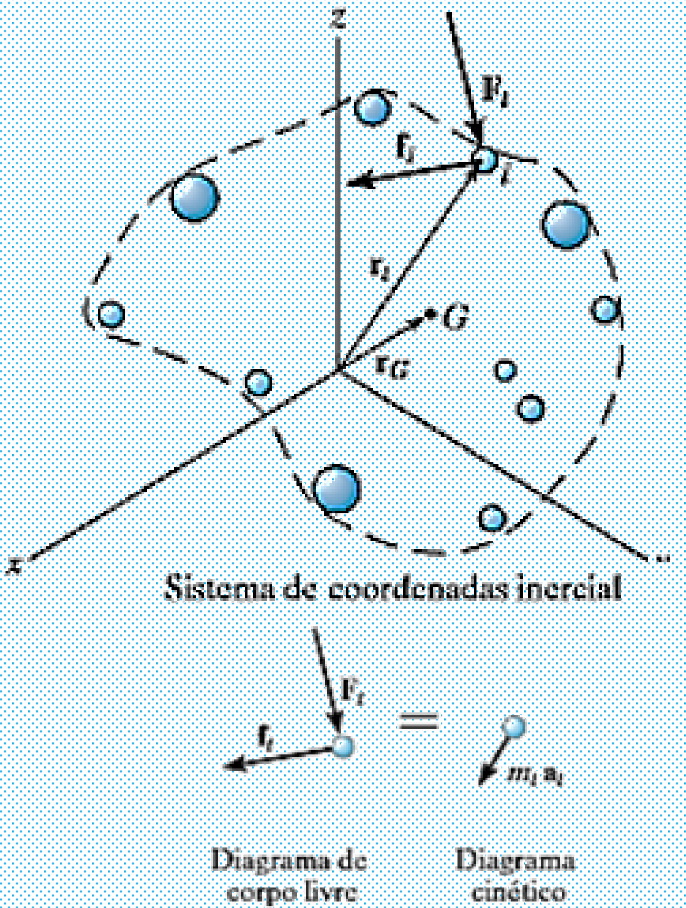
Quando se aplica a equação do movimento, é importante que a aceleração da partícula seja medida em relação a um sistema de referência que seja fixo ou translade com uma velocidade constante. Desse modo, o observador não acelerará e as medidas da aceleração da partícula serão as mesmas de qualquer referência desse tipo.

Um sistema de referência dessa natureza é comumente denominado sistema de referência inercial ou newtoniano, conforme mostrado na figura a seguir.



Equação do Movimento para um Sistema de Partículas

A equação do movimento será para incluir um sistema de partículas isolado dentro de uma região fechada no espaço, como mostrado na figura a seguir. Em particular, não há restrição quanto à forma com que as partículas estão ligadas, de modo que a análise a seguir se aplica igualmente bem ao movimento de um sistema sólido, líquido ou gasoso.



Se r_G é um vetor posição que localiza o centro de massa G das partículas (Figura), então, pela definição de centro de massa, $m \cdot r_G = \sum m_i \cdot r$, onde: $m = \sum m_i$ é a massa total de todas as partículas. Derivando essa equação duas vezes em relação ao tempo, supondo que nenhuma massa esteja entrando ou saindo do sistema, resulta em:

$$\boxed{\sum \mathbf{F} = m \cdot a_G}$$

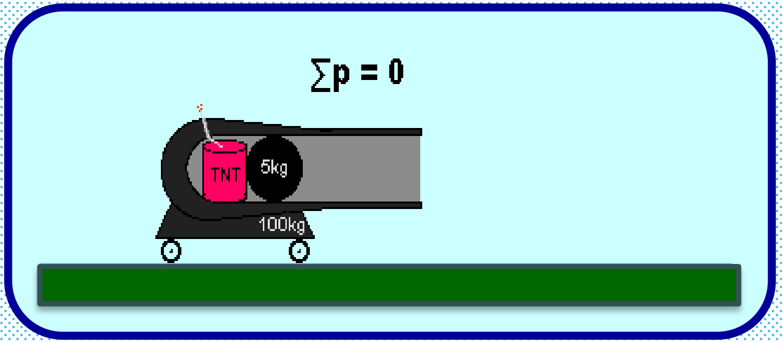
Por conseguinte, a soma das forças externas atuando sobre o sistema de partículas é igual à massa total das partículas vezes a aceleração de seu centro de massa G. Visto que, na realidade, todas as partículas têm de ter uma dimensão finita para possuir massa, essa equação justifica a aplicação da equação do movimento a um corpo que é representado por uma única partícula.

Quantidade de Movimento Linear de uma Partícula

- Usando a cinemática, a equação do movimento de uma partícula de massa m pode ser escrita como:

$$\sum F = ma = m\,(dv/dt) = d\,(mv)/dt$$

onde a e v são medidos a partir de um sistema de referência inercial. O vetor **mv** é chamado de quantidade de movimento linear da partícula. Ele tem a mesma direção e sentido que a velocidade da partícula e sua intensidade é igual ao produto da massa m pela velocidade escalar v dessa partícula



- A Equação: $\sum F = d\,(mv)/dt$ expressa que a resultante das forças que atuam sobre uma partícula é igual à taxa de variação da quantidade de movimento linear dessa partícula. Foi sob essa forma que a segunda lei do movimento foi originalmente enunciada por Newton. Representando por **L** a quantidade de movimento linear da partícula, tem-se:

$$\boxed{L = mv}$$

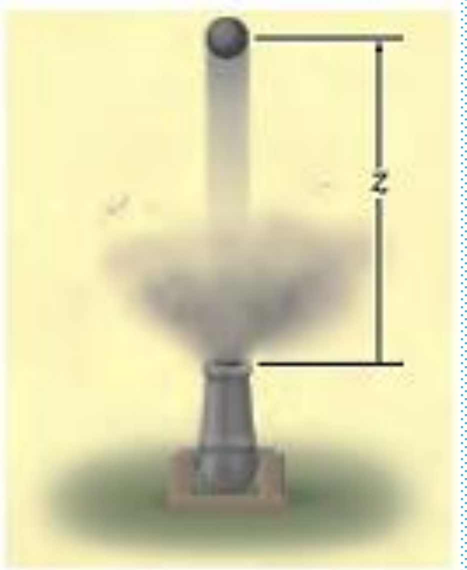
e por sua derivada em relação a t, pode-se escrever a $\sum F = d\,(mv)/dt$ na forma alternativa

$$\boxed{\Sigma F = \dot{L}}$$

- Se a força resultante que atua sobre a partícula é zero, a quantidade de movimento linear dessa partícula permanece constante tanto em intensidade quanto em direção e sentido. Esse é o princípio da conservação da quantidade de movimento linear para uma partícula, que pode ser reconhecido como um enunciado alternativo da primeira lei de Newton.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

01. Um projétil de 10 kg é disparado para cima verticalmente a partir do solo com uma velocidade inicial de 50 m/s (Figura).



Determine a altura máxima que ele atingirá se:

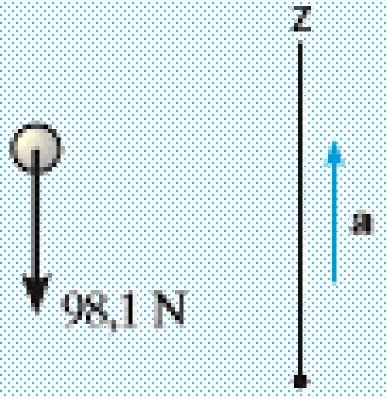
(a) a resistência atmosférica for desprezada; e

(b) a resistência atmosférica for medida como $\mathbf{F_D = (0{,}01v^2)}$ N, onde v é a velocidade escalar do projétil a qualquer instante, medida em m/s.

RESOLUÇÃO

Parte (a): diagrama de corpo livre

Como mostrado na Figura, o peso do projétil é $W = mg = 10(9{,}81) = 98{,}1$ N.



Supondo que a aceleração desconhecida atue para cima na direção positiva z.

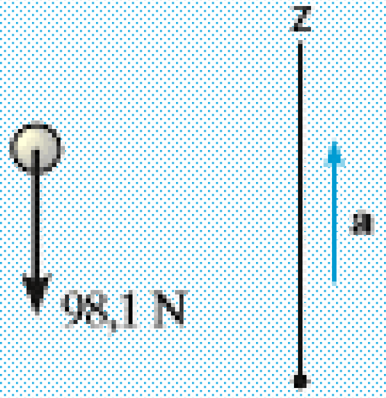
Equação de movimento:

$$F_z = ma_s \Rightarrow -98{,}1 = 10\,a \Rightarrow a = -9{,}81\ m/s^2$$

O resultado indica que o projétil, como todo objeto tendo movimento de voo livre próximo da superfície da Terra, está sujeito a uma aceleração para baixo constante de 9,81 m/s^2.

RESOLUÇÃO

Parte (a): diagrama de corpo livre



Como mostrado na Figura, o peso do projétil é $W = mg = 10(9{,}81) = 98{,}1$ N.

Supondo que a aceleração desconhecida atue para cima na direção positiva z.

Equação de movimento:

$$F_z = ma_s \Rightarrow -98{,}1 = 10\ a \Rightarrow a = -9{,}81\ m/s^2$$

O resultado indica que o projétil, como todo objeto tendo movimento de voo livre próximo da superfície da Terra, está sujeito a uma aceleração para baixo constante de $9{,}81\ m/s^2$.

Cinemática

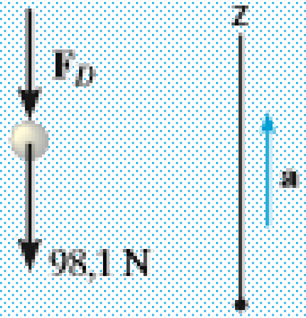
Inicialmente, $z_0 = 0$ e $v_0 = 50$ m/s e, na altura máxima, $z = h$, $v = 0$.

Visto que a aceleração é constante, então: $v^2 = v_0^2 + 2a_C (z - z_0)$

$0 = (50)^2 + 2(-9,81)(h - 0)$ ⇨ **$h = 127$ m** Resposta

Parte (b): diagrama de corpo livre

Visto que a força $F_D = (0,01v^2)$ N tende a retardar o movimento para cima do projétil, ela atua para baixo, como mostrado no diagrama de corpo livre (Figura).



Equação de movimento

$F_Z = ma_Z$ ⇨ $-0,01v^2 - 98,1 = 10\,a$ ⇨ $a = -(0,001v^2 + 9,81)$

Cinemática

Aqui, a aceleração não é constante, visto que F_D depende da velocidade. Como a = f(v), podemos relacionar a à posição utilizando: a dz = v dv ⇨ $-(0{,}001v^2 + 9{,}81)\,dz = v\,dv$

Separando as variáveis e integrando, percebendo que inicialmente $z_0 = 0$, $v_0 = 50$ m/s (positivo para cima) e, em z = h, v = 0, temos:

$$\int_0^h dz = -\int_{50\text{ m/s}}^{0} \frac{v\,dv}{0{,}001v^2 + 9{,}81} = -500\ln(v^2 + 9810)\Big|_{50\text{ m/s}}^{0}$$

⇨ **h = 114 m** Resposta

NOTA: a resposta indica uma altura mais baixa que a obtida na parte (a) em razão da resistência atmosférica ou arrasto.

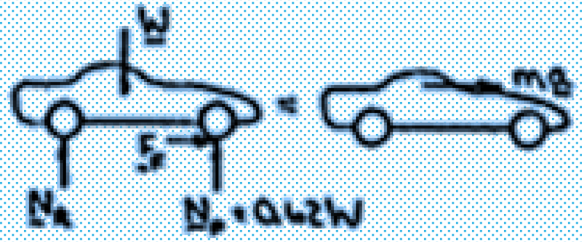
02. P12.6 - Determine a velocidade escalar teórica máxima que um automóvel partindo do repouso pode atingir após ter percorrido 400 m. Assuma que o coeficiente de atrito estático é de 0,80 entre os pneus e o pavimento e que (a) o automóvel tem tração nas rodas dianteiras e essas rodas dianteiras suportam 62% do peso do automóvel e (b) o automóvel tem tração nas rodas traseiras e essas rodas traseiras suportam 43% do peso do automóvel.

RESOLUÇÃO

(a) Para aceleração máxima:

$$F_F = F_{máx} = \mu_S N_F = 0,8(0,62\ W) = 0,496\ W = 0,496\ mg$$

Como mostrado na Figura



Sendo: $\sum \mathbf{F_x = ma} \Rightarrow F_F = ma$

$$0,496\ mg = ma$$

$$a = 0,496(9,81) \Rightarrow \mathbf{a = 4,86576\ m/s^2}$$

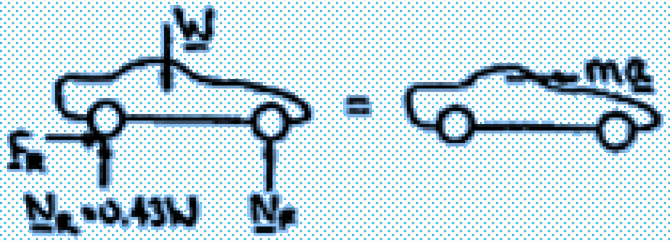
Como: $v^2 = 0^2 + 2a\,(x - 0) = 2(4,86576)\,(400)$

$$\mathbf{v_{máx} = 62,391\ m/s = 225\ km/h}$$

(b) Para aceleração máxima:

$$F_R = F_{máx} = \mu_S N_R = 0{,}8(0{,}43\ W) = 0{,}344\ W = 0{,}344\ mg$$

Como mostrado na Figura



Sendo: $\sum \mathbf{F_x = ma} \Rightarrow F_R = ma$

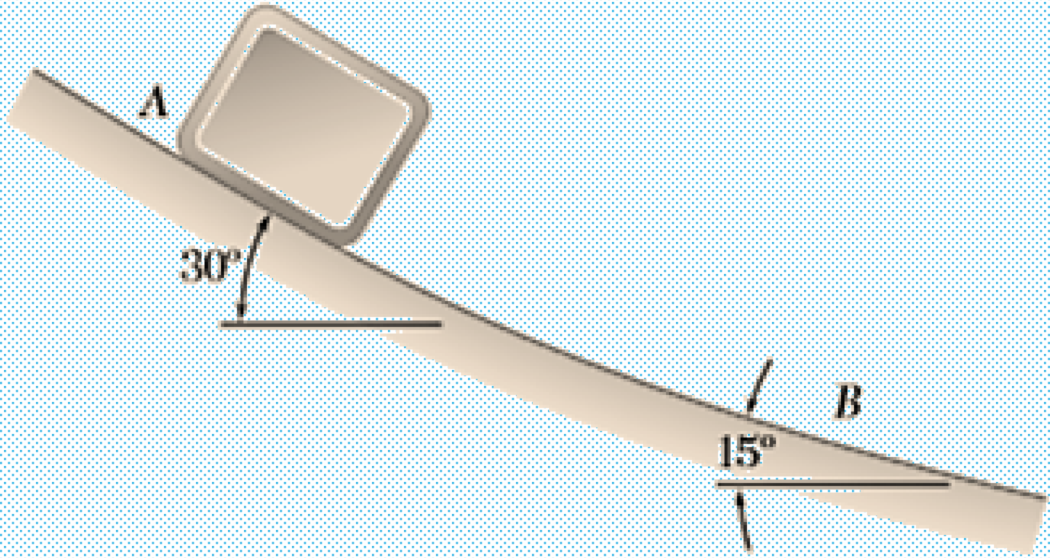
$$0{,}344\ mg = ma$$

$$a = 0{,}344(9{,}81) \Rightarrow \mathbf{a = 3{,}37464\ m/s^2}$$

Como: $v^2 = 0^2 + 2a\,(x - 0) = 2(3{,}37464)\,(400)$

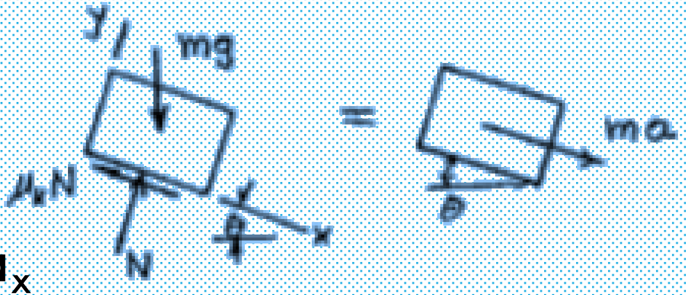
$$\mathbf{v_{máx} = 51{,}959\ m/s = 187{,}1\ km/h}$$

03. P12.10 - A aceleração de um pacote deslizando no ponto A é 3 m/s². Considerando que o coeficiente de atrito cinético é o mesmo em cada seção, determine a aceleração do pacote no ponto B.



RESOLUÇÃO

Para o ângulo θ mostrado na figura a seguir, tem-se:



$a_y = 0$

$+\nearrow \sum \mathbf{F_y = ma_y} \Rightarrow N = mg\cos\theta$

$+\searrow \sum \mathbf{F_x = ma_x} \Rightarrow mg\,\mathrm{sen}\theta - \mu_k N = ma_x$

$a_x = g(\mathrm{sen}\theta - \mu_k\cos\theta)$

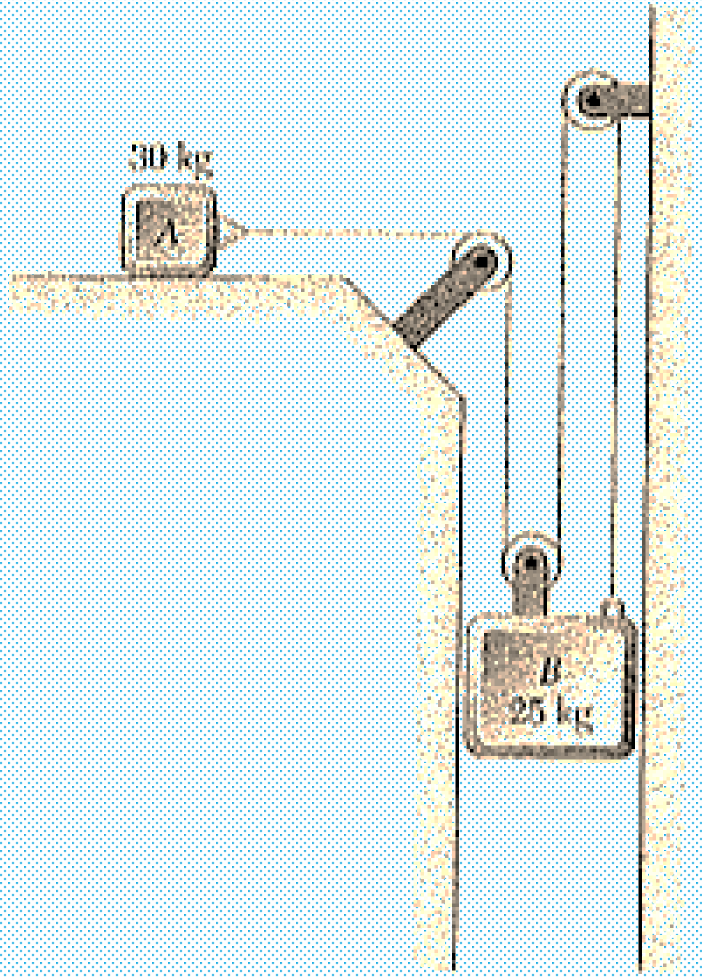
No Ponto A: $\theta = 30°$ e $a_x = 3\ m/s^2$

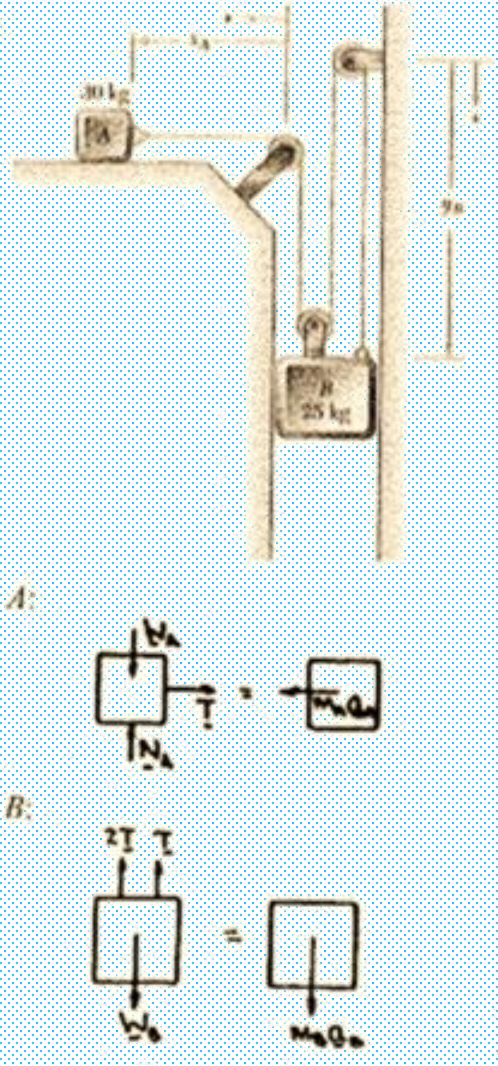
$3\ m/s^2 = 9{,}81(\mathrm{sen}30° - \mu_k\cos30°) \Rightarrow \boldsymbol{\mu_k = 0{,}22423}$

No Ponto B: $\theta = 15°$ e $\mu_k = 0{,}22423$

$a_x = 9{,}81[\mathrm{sen}15° - (0{,}22423)\cos15°] \Rightarrow \mathbf{a_x = 0{,}414\ m/s^2}$

03. P12.11 - Os dois blocos mostrados na figura estão originalmente em repouso. Desprezando as massas das roldanas e o efeito do atrito nessas roldanas e entre o bloco A e a superfície horizontal, determine (a) a aceleração de cada bloco, (b) a tração no cabo.





RESOLUÇÃO

Pelo diagrama do corpo livre:

$$x_A + 3y_B = cte$$

$$v_A + 3v_B = 0$$

$$a_A + 3a_B = 0 \;\Rightarrow a_A = -3a_B \qquad (1)$$

(a) A: $+\leftarrow \sum \mathbf{F_x} = \mathbf{m_A a_A} \Rightarrow -T = m_A a_A$

Usando a equação (1): $T = 3m_A a_B$

B: $+\downarrow \sum \mathbf{F_y} = \mathbf{m_B a_B} \Rightarrow \mathbf{W_B} - 3T = m_B a_B$

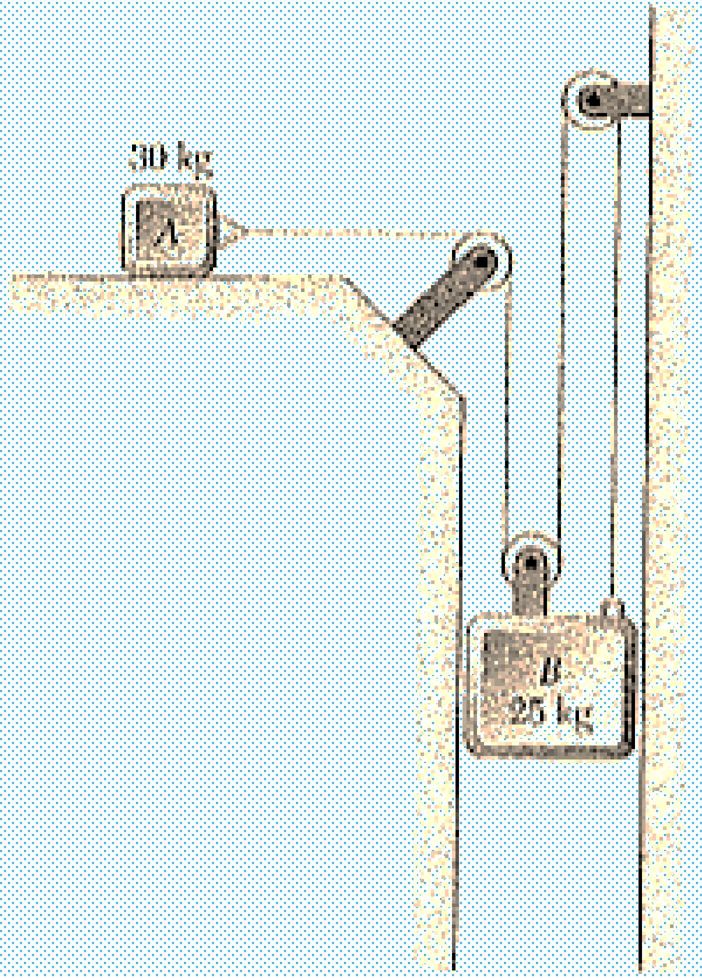
Substituindo T, tem-se: $m_B g - 3(3m_A a_B) = m_B a_B$

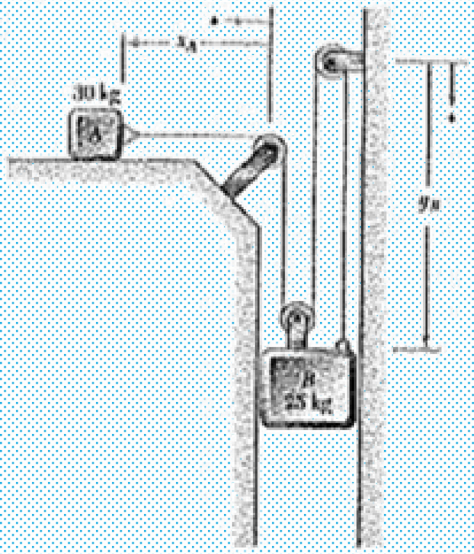
$25(9{,}81) = [9(30) + 25]a_B \quad \Rightarrow \mathbf{a_B = 0{,}83\ m/s^2}$

$\Rightarrow \mathbf{a_A = -\,2{,}49\ m/s^2}$

(b) Assim: $T = 3(30)\,(0{,}83) \quad \Rightarrow \mathbf{T = 74{,}8\ N}$

04. P12.12 - Os dois blocos mostrados na figura estão originalmente em repouso. Desprezando as massas das roldanas e o efeito do atrito nessas roldanas e considerando que os coeficientes de atrito entre ambos o bloco A e a superfície horizontal são $\mu_S = 0,25$ e $\mu_K = 0,20$, determine (a) a aceleração de cada bloco e (b) a tração no cabo.





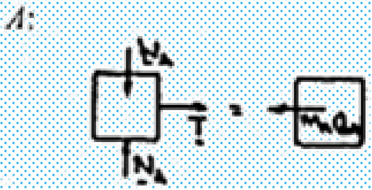
RESOLUÇÃO

Pelo diagrama do corpo livre:

$$x_A + 3y_B = cte$$

$$v_A + 3v_B = 0$$

$$a_A + 3a_B = 0 \;\Rightarrow\; a_A = -3a_B \qquad (1)$$

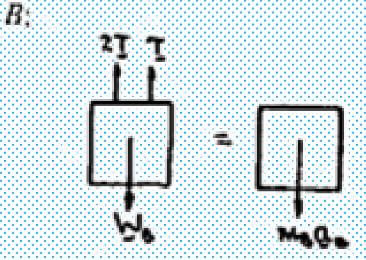


(a) A: $+\downarrow\sum \mathbf{F_y} = \mathbf{0} \;\Rightarrow\; N_{\mathbf{A}} = W_{\mathbf{A}} = m_A g$

$F_{\mathbf{A}} = \mu_K N_{\mathbf{A}} = 0{,}20\, m_A g$

$+\leftarrow\sum \mathbf{F_x} = \mathbf{m_A a_A} \;\Rightarrow\; F_{\mathbf{A}} - T = m_A a_A$

Usando a equação (1): $T = 0{,}20\, m_A g + 3 m_A a_B$



B: $+\downarrow\sum \mathbf{F_y} = \mathbf{m_B a_B} \;\Rightarrow\; W_{\mathbf{B}} - 3T = m_B a_B$

Substituindo T, tem-se:

$m_B g - 3\,(0{,}20\, m_A g + 3\, m_A a_B) = m_B a_B$

$(m_B + 9\, m_A)\, a_B = (m_B - 0{,}6 m_A) g$

$[25 + 9(30)]\, a_B = [25 - 0{,}6(30)]\,(9{,}81)$

$\Rightarrow \mathbf{a_B = 0{,}233\ m/s^2}$

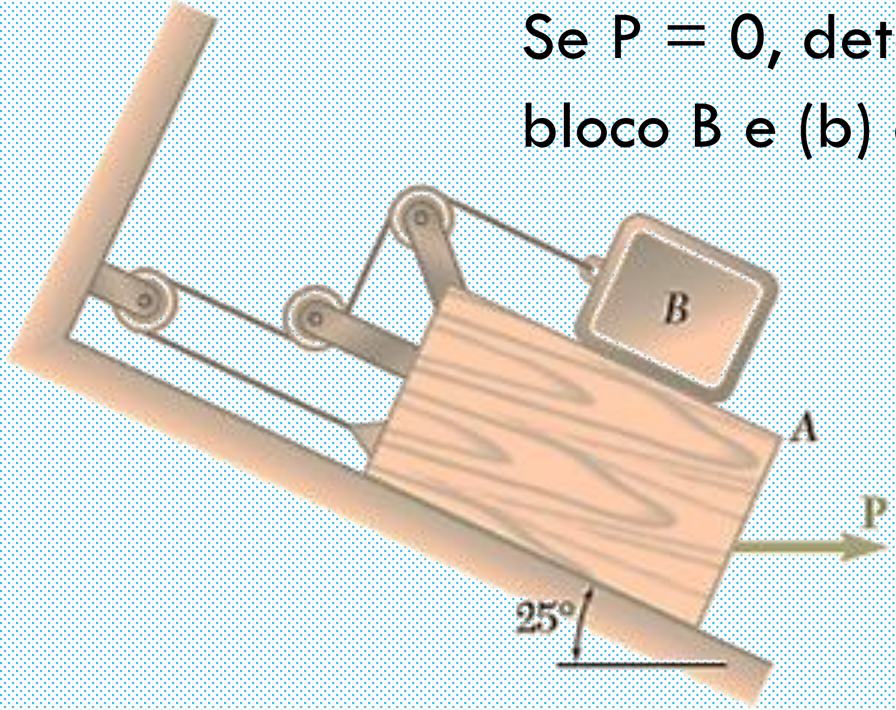
$\Rightarrow \mathbf{a_B = 0{,}698\ m/s^2}$

(b) $T = (30)\,(0{,}20 \times 9{,}81 + 3 \times 0{,}233$

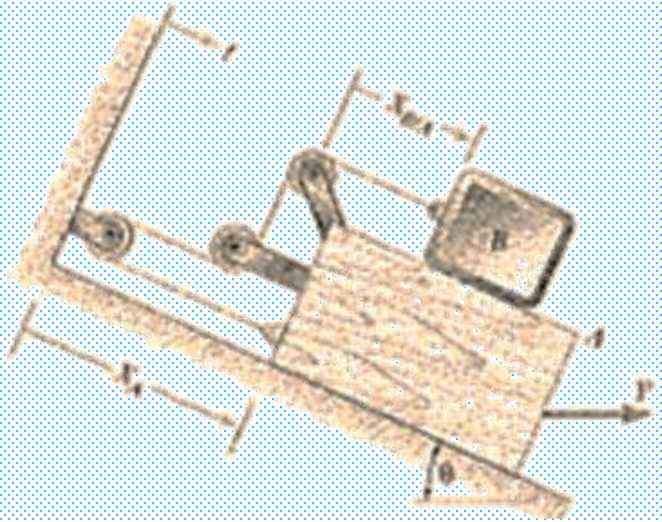
$\Rightarrow \mathbf{T = 79{,}8\ N}$

05. P 12.15 - O bloco A tem a massa de 40 kg e o bloco B tem a massa de 8 kg. Os coeficientes de atrito entre todas as superfícies de contato são $\mu_S = 0{,}20$ e $\mu_K = 0{,}15$.

Se P = 0, determine: (a) a aceleração do bloco B e (b) a tração na corda.



RESOLUÇÃO



Pelo diagrama do corpo livre:

$$2x_A + x_{B/A} = cte$$

$$2v_A + v_{B/A} = 0$$

$$2a_A + a_{B/A} = 0$$

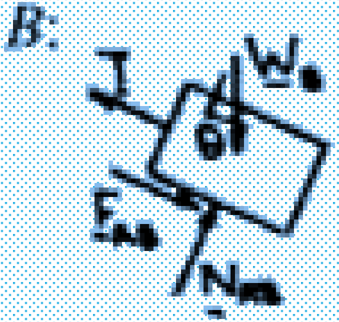
Como: $a_B = a_A + a_{B/A}$ ⇨ $a_B = a_A + (-2a_A)$ ⇨ $\mathbf{a_B = - a_A}$

B: $+\nearrow \sum \mathbf{F_y = 0}$ ⇨ $N_{\mathbf{AB}} = W_{\mathbf{B}} \cos\theta$

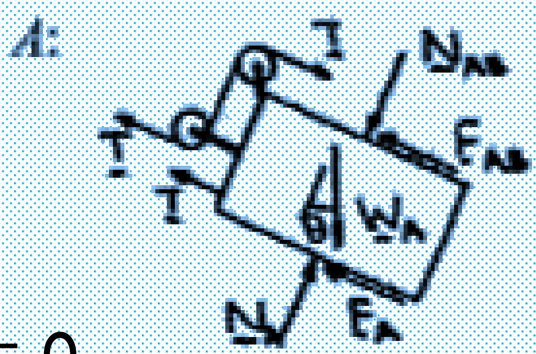
$F_{\mathbf{AB}} = \mu_S N_{\mathbf{AB}} = 0{,}20\, m_A g \cos\theta$

$+\searrow \sum \mathbf{F_x = 0}$ ⇨ $F_{\mathbf{AB}} + W_{\mathbf{B}} \operatorname{sen}\theta - T = 0$

⇨ $\mathbf{T = m_B g\, (0{,}20 \cos\theta + sen\theta)}$



$A: +\nearrow\sum \mathbf{F_y = 0} \Rightarrow N_{\mathbf{A}} - N_{\mathbf{AB}} - W_{\mathbf{A}} \cos\theta = 0$



$N_{\mathbf{A}} = (m_A + m_B)g \cos\theta$

$F_{\mathbf{A}} = \mu_S N_{\mathbf{A}} = 0{,}20\ (m_A + m_B)g \cos\theta$

$+\searrow\sum \mathbf{F_x = 0} \Rightarrow -T - F_{\mathbf{A}} - F_{\mathbf{AB}} + W_{\mathbf{A}} \operatorname{sen}\theta = 0$

$\Rightarrow \mathbf{T = g\ [m_A \operatorname{sen}\theta - 0{,}20\ (m_A + m_B) \cos\theta]}$

Na igualdade de T, tem-se:

$m_B g\ (0{,}20 \cos\theta + \operatorname{sen}\theta) = g\ [m_A \operatorname{sen}\theta - 0{,}20\ (m_A + m_B)\cos\theta]$

$8\ (0{,}2 + \operatorname{tg}\theta) = [40 \operatorname{tg}\theta - 0{,}2\ (40 + 2 \times 8)] \Rightarrow \operatorname{tg}\theta = 0{,}4$

$\Rightarrow$ $\boldsymbol{\theta = 21{,}8°}$ (situação de iminência de movimento), assim, com $\boldsymbol{\theta} = 25°$ o sistema estará em movimento.

Agora, com os blocos em movimento (**$\theta = 25°$**), têm-se que:

(a) Bloco B: $+\nearrow\sum \mathbf{F_y = 0} \Rightarrow N_{\mathbf{AB}} - W_{\mathbf{B}} \cos 25° = 0$

$N_{\mathbf{AB}} = m_B g \cos 25°$

$F_{\mathbf{AB}} = \mu_K N_{\mathbf{AB}} = 0{,}15\, m_B g \cos 25°$

$+\searrow\sum \mathbf{F_x = m_B a_B} \Rightarrow - T - F_{\mathbf{AB}} + W_{\mathbf{B}} \operatorname{sen} 25° = m_B a_B$

$\Rightarrow T = m_B\, [g(0{,}15 \cos 25° + \operatorname{sen} 25°) - a_B]$

$T = 8\, [9{,}81(0{,}15 \cos 25° + \operatorname{sen} 25°) - a_B]$

$\Rightarrow \mathbf{T = 8\, (5{,}47952 - a_B)}$

Bloco A: $+\nearrow \sum \mathbf{F_y} = \mathbf{0} \Rightarrow N_{\mathbf{A}} - N_{\mathbf{AB}} - W_{\mathbf{A}} \cos 25° = 0$

$N_{\mathbf{A}} = (m_A + m_B) g \cos 25°$

$F_{\mathbf{A}} = \mu_K N_{\mathbf{A}} = 0{,}15\,(m_A + m_B) g \cos 25°$

$+\searrow \sum \mathbf{F_x} = \mathbf{m_A a_A} \Rightarrow -T - F_{\mathbf{A}} - F_{\mathbf{AB}} + W_{\mathbf{A}} \,\mathrm{sen}25° = m_A a_A$

Substituindo na equação de T, tem-se:

$T = m_A g\, \mathrm{sen}25° - 0{,}15(m_A + m_B) g \cos 25° - 0{,}15\, m_B g \cos 25° - m_A(-a_B)$

$T = g\,[m_A \mathrm{sen}25° - 0{,}15(m_A + m_B) \cos 25°] + m_A a_B$

$T = 9{,}81(40\, \mathrm{sen}25° - 0{,}15(40 + 2x8) \cos 25° + 40 a_B$

$\Rightarrow \mathbf{T = 91{,}15202 - 40a_B}$

Na igualdade de T, tem-se:

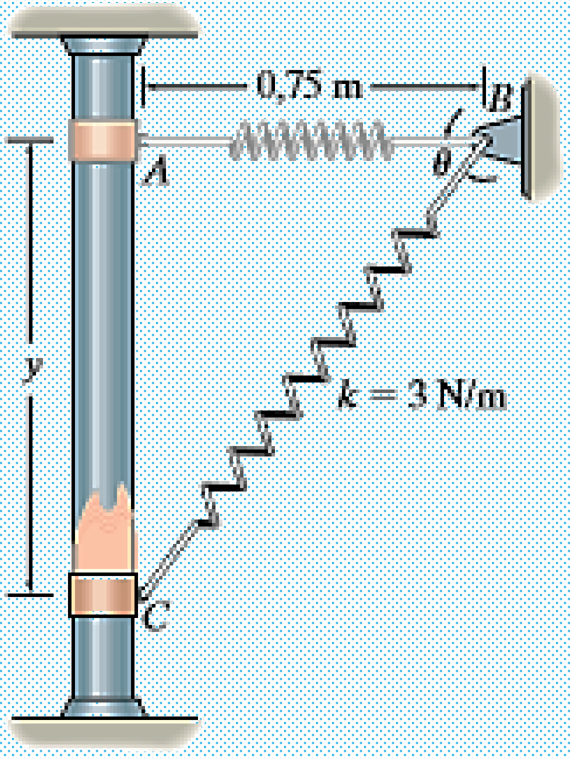
$$8\,(5{,}47952 - a_B) = 91{,}15202 - 40a_B$$

$$\Rightarrow \mathbf{a_B = -\,0{,}98575\ m/s^2}$$

(b) $T = 8\,[5{,}47952 - (-\,0{,}98575)]$

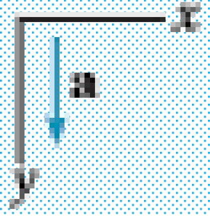
$$\Rightarrow \mathbf{T = 51{,}7\ N}$$

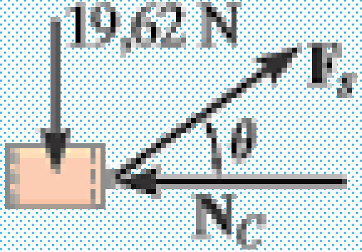
06. Um anel liso C de 2 kg, mostrado na figura ao lado, está ligado a uma mola de rigidez k = 3 N/m e comprimento não deformado de 0,75 m. Se o anel é solto do repouso em A, determine sua aceleração e a força normal da barra sobre o anel no instante y = 1 m.



RESOLUÇÃO

O diagrama de corpo livre do anel quando ele está localizado na posição arbitrária y é mostrado na figura ao lado. Além disso, supõe-se que o anel esteja acelerando de maneira que "a" atua para baixo na direção y positiva. Há quatro incógnitas, a saber: N_C, F_{el}, a e θ.





Equações de movimento

$$\sum F_X = ma_X \Rightarrow -N_C + F_{el}\cos\theta = 0 \qquad (1)$$

$$\sum F_Y = ma_Y \Rightarrow 19{,}62 - F_{el}\,\text{sen}\theta = 2a \qquad (2)$$

Da Equação 2, vê-se que a aceleração depende da intensidade e direção da força da mola. A solução para N_C e a é possível, uma vez que F_S e θ são conhecidos.

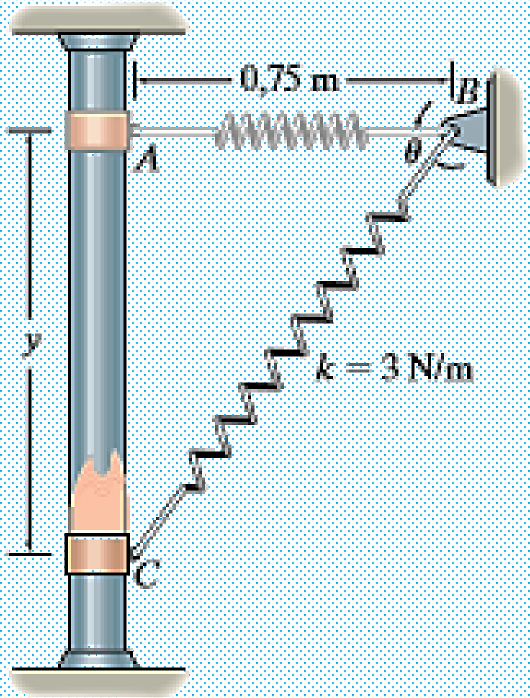
A intensidade da força da mola é uma função da extensão s da mola; ou seja, $F_{el} = kx$.

Aqui, o comprimento não deformado é AB = 0,75 m; portanto, $x = CB - AB = \sqrt{y^2 + (0{,}75)^2} - 0{,}75$.

Visto que k = 3 N/m, então:

$$F_{el} = kx = 3\{\sqrt{y^2 + (0{,}75)^2} - 0{,}75\} \qquad (3)$$

Da Figura dessa questão, o ângulo θ é relacionado a y pela trigonometria:
$\mathrm{tg}\theta = y/0{,}75$ (4)



Substituir y = 1 m nas equações 3 e 4 resulta em $F_{el} = 1{,}50$ N e $\theta = 53{,}1°$.

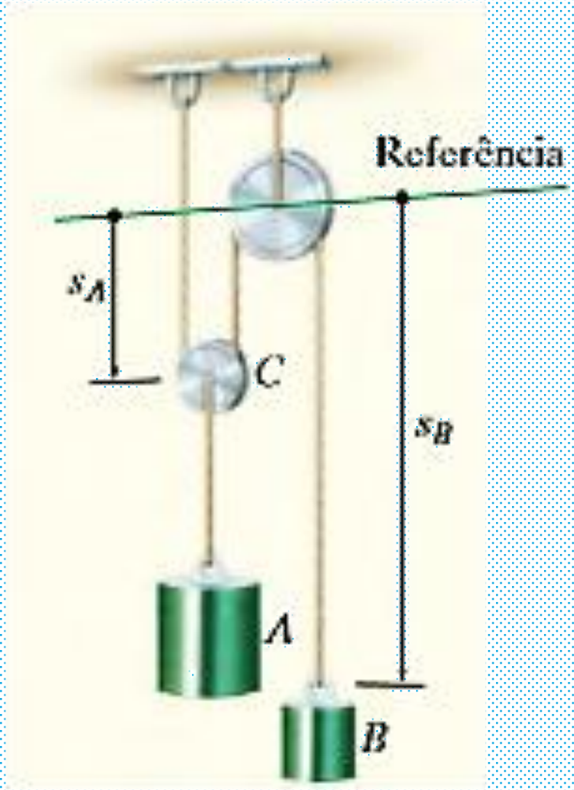
Substituindo estes resultados nas equações 1 e 2, obtemos:

$\mathbf{N_C = 0{,}900\ N}$ Resposta

$\mathbf{a = 9{,}21\ m/s^2}$ Resposta

NOTA: este não é um caso de aceleração constante, visto que a força da mola varia tanto sua intensidade quanto sua direção à medida que o anel se move para baixo.

07. O bloco A de 100 kg mostrado na figura ao lado é solto do repouso. Se as massas das polias e da corda são desprezadas, determine a velocidade escalar do bloco B de 20 kg em 2 s.

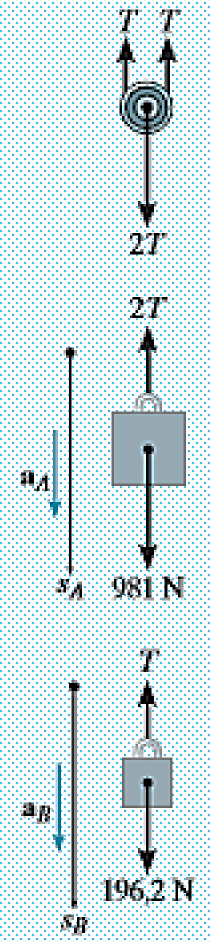


RESOLUÇÃO

Diagramas de corpo livre

Visto que a massa das polias é desprezada, então, para a polia C, $ma = 0$ e podemos aplicar $\sum F_Y = 0$, como mostrado na figura ao lado.

Os diagramas de corpo livre para os blocos A e B, também, são mostrados na figura ao lado. Observe que, para A permanecer parado, T = 490,5 N, ao passo que, para B permanecer estático, T = 196,2 N. Por conseguinte, A se moverá para baixo enquanto B se move para cima.



Embora seja esse o caso, vamos supor que ambos os blocos acelerem para baixo, na direção de $+s_A$ e $+s_B$.

As três incógnitas são T, a_A e a_B.

Equações de movimento

Bloco A, $+\sum F_Y = ma_Y \Rightarrow 981 - 2T = 100a_A$ (1)

Bloco B, $+\sum F_Y = ma_Y \Rightarrow 196{,}2 - T = 20a_B$ (2)

Cinemática

A terceira equação necessária é obtida relacionando a_A com a_B utilizando uma análise de movimento dependente.

As coordenadas s_A e s_B medem as posições de A e B a partir de um ponto de referência fixo. Vê-se que: $2s_A + s_B = \ell$ onde ℓ é constante e representa o comprimento vertical total da corda.

Derivando essa expressão duas vezes em relação ao tempo, resulta: $2a_A = -a_B$ (3)

Observe que, ao escrever as equações 1 a 3, a direção positiva sempre foi considerada para baixo. É muito importante ser coerente com essa hipótese, porque estamos buscando a solução de um sistema de equações simultâneas.

Os resultados são:

$T = 327{,}0$ N; $a_A = 3{,}27$ m/s² e $a_B = -6{,}54$ m/s²

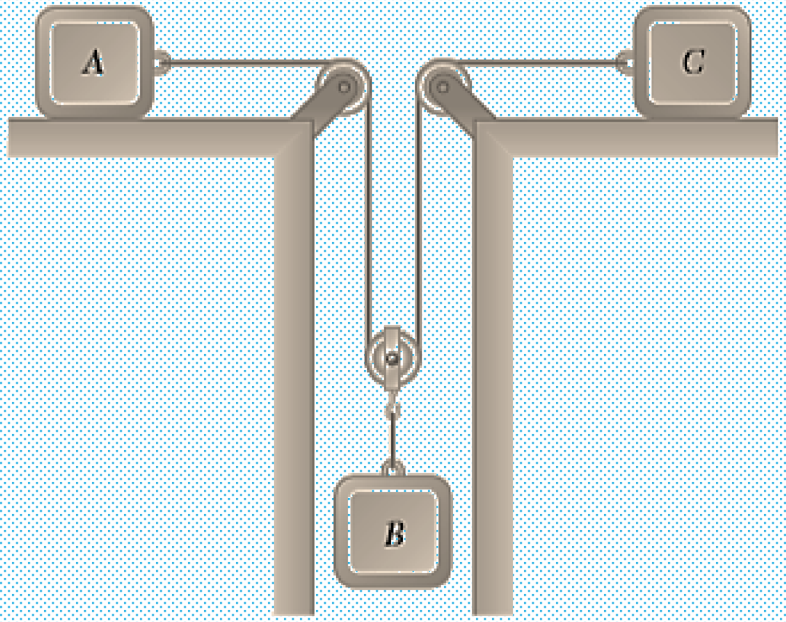
Por conseguinte, quando o bloco A acelera para baixo, o bloco B acelera para cima, como esperado. Visto que a_B é constante, a velocidade do bloco B em 2 s é, portanto,

$v = v_0 + a_B t$

$v = 0 + (-6{,}54)(2) \Rightarrow$ **$v = -13{,}1$ m/s** Resposta

O sinal negativo indica que o bloco B está se movendo para cima.

08. P12.28 - Os coeficientes de atrito entre os blocos A e C e as superfícies horizontais são $\mu_S = 0{,}24$ e $\mu_K = 0{,}20$. Sabendo que $m_A = 5$ kg, $m_B = 10$ kg e $m_C = 10$ kg, determine (a) a tração da corda, (b) a aceleração de cada bloco.

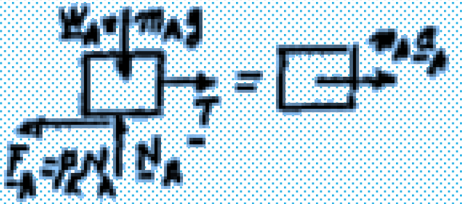


RESOLUÇÃO

Visto que: $(F_A)_m + (F_C)_m = \mu_S\,(m_A + m_C)g = 0{,}24(5+10)g = 3{,}6\ g$

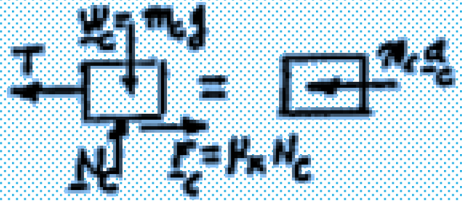
Sendo: $W_B = m_B\,g = 10\ g > 3{,}6\ g$

Logo, o sistema não está em equilíbrio.



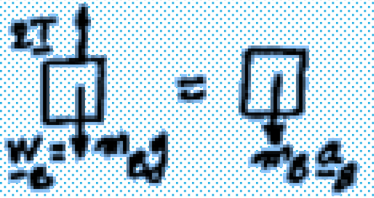
Bloco A: $\sum \mathbf{F_y : N_A = m_A\,g} \Rightarrow \mathbf{F_A = \mu_K\,N_A} = 0{,}2m_Ag$

$\sum \mathbf{F_x = m_A\,a_A} \quad \Rightarrow \quad T - 0{,}2m_Ag = m_A\,a_A \quad (1)$



Bloco C: $\sum \mathbf{F_y : N_C = m_C\,g} \Rightarrow \mathbf{F_C = \mu_K\,N_C} = 0{,}2m_Cg$

$\sum \mathbf{F_x = m_C\,a_C} \quad \Rightarrow \quad T - 0{,}2m_Cg = m_C\,a_C \quad (2)$



Bloco B: $\sum \mathbf{F_y = m_B\,a_B} \quad \Rightarrow m_B\,g - 2T = m_B\,a_B \quad (3)$

Resolvendo, obtém-se: $\mathbf{a_B = ½\,(a_A + a_C)} \quad (4)$

(a) Dados: $m_A = 5$ kg e $m_B = m_C = 10$ kg

Determinando a tensão:

Eq. (1): $T - 0{,}2(5)g = 5\,a_A \Rightarrow a_A = 0{,}2T - 0{,}2g$ (5)

Eq. (2): $T - 0{,}2(10)g = 10\,a_C \Rightarrow a_C = 0{,}1T - 0{,}2g$ (6)

Eq. (3): $10g - 2T = 10\,a_B \Rightarrow a_B = g - 0{,}2T$ (7)

Substituindo (5), (6) e (7) em (4), tem-se:

$g - 0{,}2T = ½\,(0{,}2\,T - 0{,}2g + 0{,}1T - 0{,}2g)$

$1{,}2g = 0{,}35T \Rightarrow T = 24/7\,g = 24/7\,(9{,}81)$

$\Rightarrow$ **$T = 33{,}6$ N**

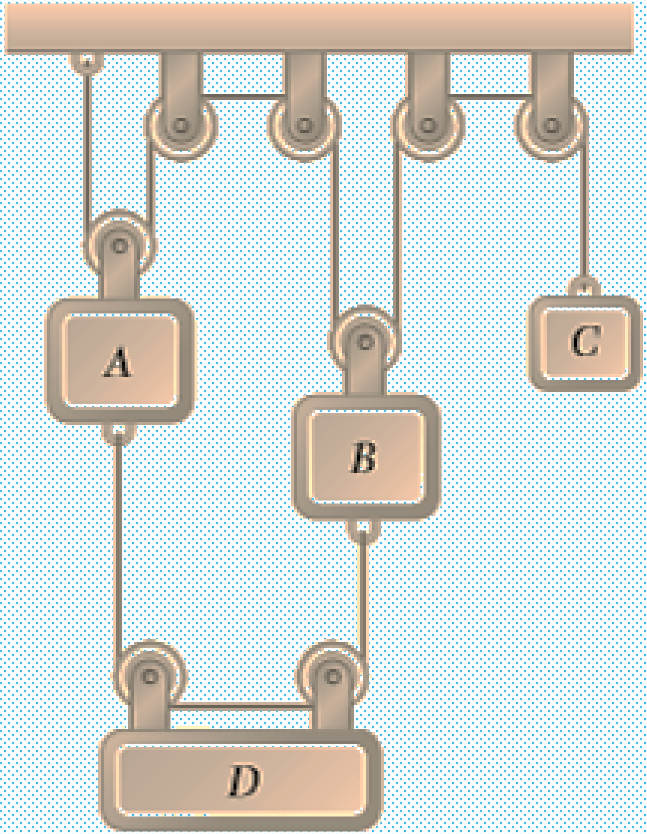
(b) Substituindo o valor de T em (5), (7) e (6), tem-se:

$a_A = 0,2(33,6) - 0,2(9,81) \Rightarrow \mathbf{a_A = 4,76\ m/s^2}$

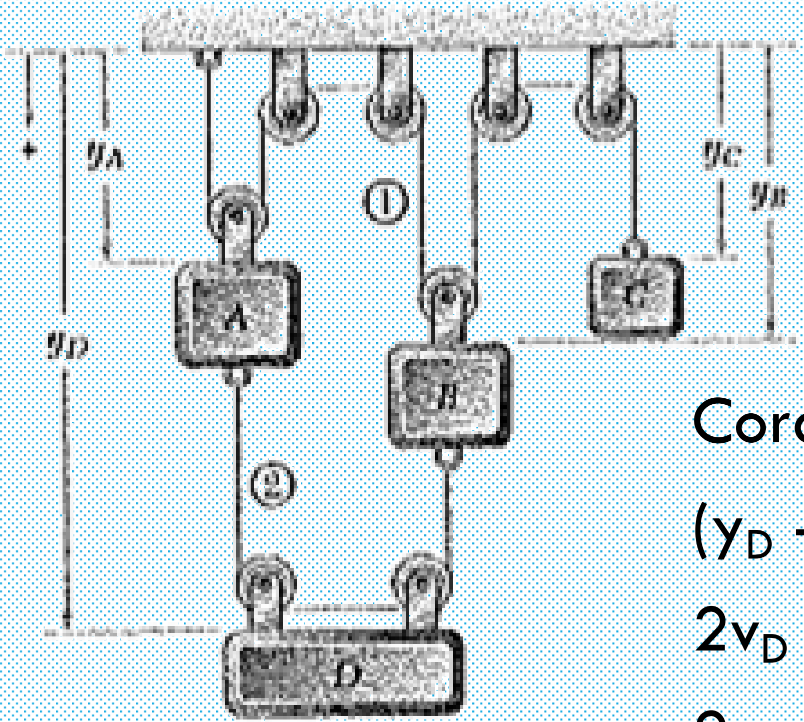
$a_B = 9,81 - 0,2(33,6) \Rightarrow \mathbf{a_B = 3,08\ m/s^2}$

$a_C = 0,1(33,6) - 0,2(9,81) \Rightarrow \mathbf{a_C = 1,401\ m/s^2}$

09. P12.31 - Os blocos A e B têm massa de 20 kg cada, o bloco C de 14 kg e o bloco D de 16 kg. Sabendo a força para baixo de intensidade de 10 N é aplicado no bloco B, e que sistema inicia em repouso, determine em t = 3 s a velocidade (a) de D em relação a A, (b) de C em relação a D. Desprezar o peso das polias e o efeito do atrito.



RESOLUÇÃO



Corda 1:

$$2y_A + 2y_B + y_C = cte$$

$$2v_A + 2v_B + v_C = 0$$

$$2a_A + 2a_B + a_C = 0 \qquad (1)$$

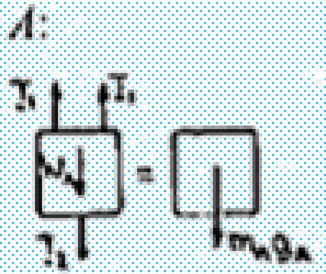
Corda 2:

$$(y_D - y_A) + (y_D - y_B) = cte$$

$$2v_D - v_A - v_B = 0$$

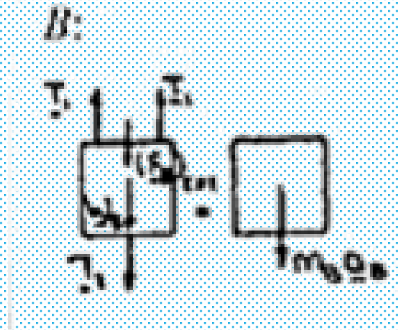
$$2a_D - a_A - a_B = 0 \qquad (2)$$

Diagrama do corpo livre:



Bloco A: $+\downarrow \sum \mathbf{F_y}$: $\mathbf{W_A - 2T_1 + T_2 = m_A\, a_A}$

$$20 - 2T_1 + T_2 = (20/g)\, a_A \qquad (3)$$



Bloco B: $+\downarrow \sum \mathbf{F_y}$: $\mathbf{W_B - 2T_1 + T_2 + (F_B)_{ext} = m_B\, a_B}$

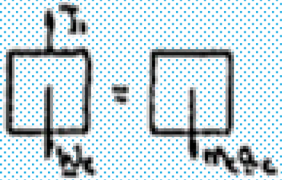
$$20 - 2T_1 + T_2 + 10 = (20/g)\, a_B \qquad (4)$$

O resultado da equação (3) – (4) é: $a_B = a_A + \frac{1}{2} g$

Substituindo na equação (1), tem-se: $a_C = -\,4a_A - g$

E na equação (2): $a_D = a_A + \frac{1}{4} g$

C:

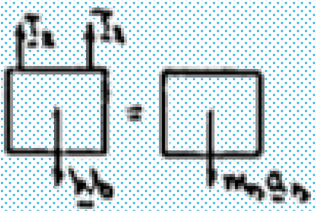


Bloco C: $+\downarrow \sum \mathbf{F_y}$: $\mathbf{W_C - T_1 = m_C\, a_C}$

$T_1 = 14(1 - a_C/g) = 14[1 - 1/g\,(-\,4a_A - g)]$

$T_1 = 28(1 + 2a_A/g)$ (5)

D:



Bloco D: $+\downarrow \sum \mathbf{F_y}$: $\mathbf{W_D - 2T_2 = m_D\, a_D}$

$T_2 = ½\,[16(1 - a_D/g)] = g[1 - 1/g\,(a_A + ¼\, g)]$

$T_2 = g(3/4 - a_A/g)$ (6)

Substituindo T_1 [da equação (5)] e T_2 [da equação (6)] na equação (3), tem-se: $20 - 2[28(1 + 2a_A/g)] + g(3/4 - a_A/g) = 20a_A/g$

$a_A = (3/14)\,g = (3/14)\,(9{,}81) \Rightarrow \mathbf{a_A = -\,2{,}10\ m/s^2}$

$a_C = -\,4(-\,2{,}10) - 9{,}81 \Rightarrow \mathbf{a_C = -\,1{,}41\ m/s^2}$

$a_D = -\,2{,}10 + ¼\,(9{,}81) \Rightarrow \mathbf{a_D = 0{,}35\ m/s^2}$

Sendo as acelerações dos blocos constantes, os movimentos são uniformemente variados, assim: $v = 0 + at$

(a) $v_{D/A} = v_D - v_A = a_D t - a_A t = (a_D - a_A)t$

$v_{D/A} = [0{,}35 - (-\ 2{,}10)](3)$

$\Rightarrow$ $\mathbf{v_{D/A} = 6{,}65\ m/s} \downarrow$

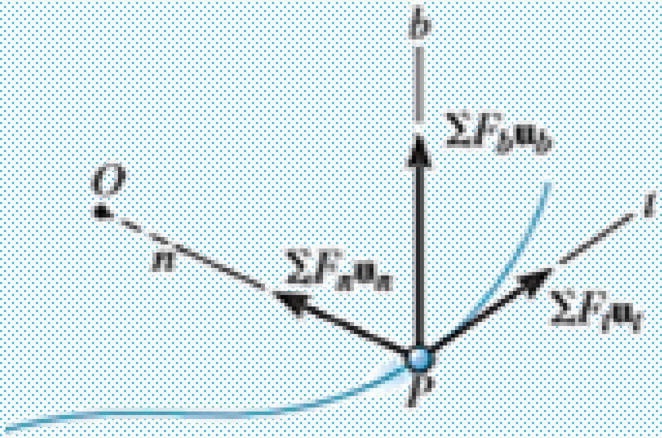
(b) $v_{C/D} = v_C - v_D = a_C t - a_D t = (a_D - a_A)t$

$v_{C/D} = (-\ 1{,}41 - 0{,}35)(3)$

$\Rightarrow$ $\mathbf{v_{C/D} = 5{,}28\ m/s} \uparrow$

Equações de Movimento: Coordenadas Normais e Tangenciais

Quando uma partícula se move ao longo de uma trajetória curva conhecida, a equação do movimento para a partícula pode ser escrita nas direções tangencial, normal e binormal (Figura ao lado). Observe que não há movimento da partícula na direção binormal, visto que a partícula está restrita a se mover ao longo da trajetória.



Sistema de coordenada inercial

Tem-se: $\mathbf{F} = m\,\mathbf{a}$

$$\sum \mathbf{F_t}\,\mathbf{u_t} + \sum \mathbf{F_n}\,\mathbf{u_n} + \sum \mathbf{F_b}\,\mathbf{u_b} = m\,\mathbf{a_t} + m\,\mathbf{a_n}$$

Essa equação é satisfeita desde que:

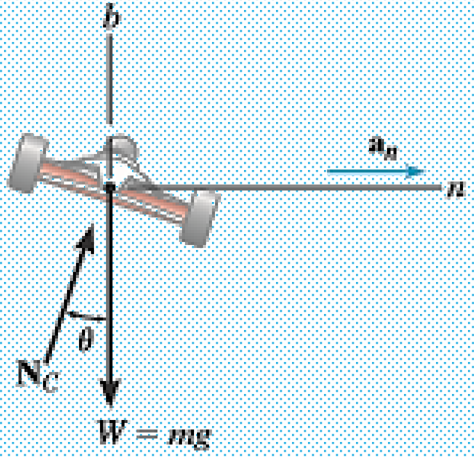
$$\sum \mathbf{F_t} = m\,\mathbf{a_t}$$
$$\sum \mathbf{F_n} = m\,\mathbf{a_n}$$
$$\sum \mathbf{F_b} = 0$$

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

01. Determine o ângulo de inclinação θ para a pista de corrida de maneira que as rodas dos carros de corrida mostrados na figura ao lado não tenham de depender do atrito para evitar que qualquer carro escorregue para cima ou para baixo na pista. Suponha que os carros tenham dimensão desprezível, massa m e se desloquem em torno da curva de raio r com uma velocidade constante v.

RESOLUÇÃO

Diagrama de corpo livre



Como mostrado na figura ao lado e estabelecido no problema, nenhuma força de atrito atua sobre o carro. Aqui, N_C representa a resultante do solo em todas as quatro rodas.

Visto que a_n pode ser calculado, as incógnitas são N_C e θ.

Equações de movimento

Utilizando os eixos n, b mostrados,

$$\sum F_n = ma_n \quad \Rightarrow N_C \operatorname{sen}\theta = m\, v^2/\rho \qquad (1)$$

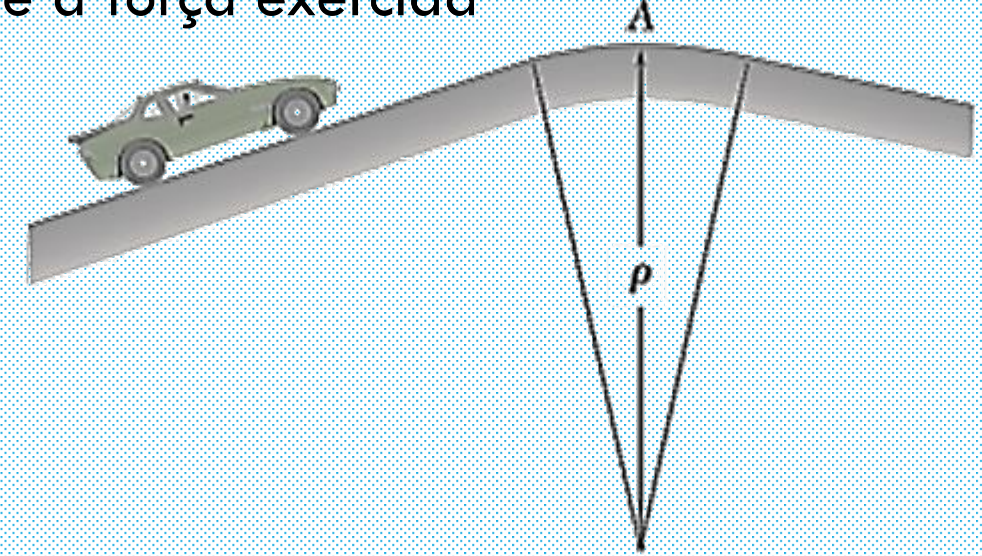
$$\sum F_b = 0 \quad \Rightarrow N_C \cos\theta - mg = 0 \qquad (2)$$

Eliminando N_C e m dessas equações ao dividir a Equação (1) pela Equação (2), obtém-se

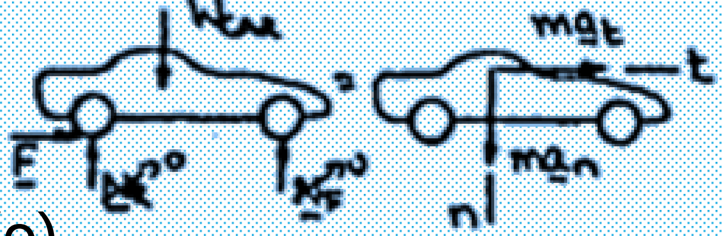
$\text{tg}\,\theta = v^2/g\rho \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\theta = \text{tg}^{-1}\,(v^2/g\rho)}$ Resposta

NOTA: o resultado é independente da massa do carro. Além disso, um somatório de forças na direção tangencial não tem consequências para a solução. Se ele fosse considerado, então $a_t = dv/dt = 0$, visto que o carro se move com velocidade constante.

02. P12.46 - Durante uma corrida de alta velocidade, um carro esportivo de 1200 kg que viaja a uma velocidade escalar de 160 km/h perde, por um instante, o contato com a estrada quando ele atinge o cume A de um morro. (a) Determine o raio de curvatura ρ do perfil vertical da estrada em A. (b) Usando o valor de ρ encontrado no item a, determine a força exercida sobre um motorista de 80 kg pelo assento de seu carro de 1500 kg quando o carro, deslocando-se a uma velocidade escalar constante de 80 km/h, passa por A.



RESOLUÇÃO

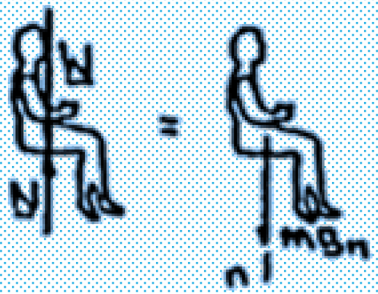


(a) Nota: $v = 160\ km/h = 44{,}44\ m/s$

$\sum F_n = ma_n \Rightarrow W_{CAR} = (W_{CAR}/g)\ (v_A^2/\rho)$

$\rho = (44{,}44\ m/s)^2/(9{,}81\ m/s^2)$

$\Rightarrow$ **$\rho \approx 201\ m$**



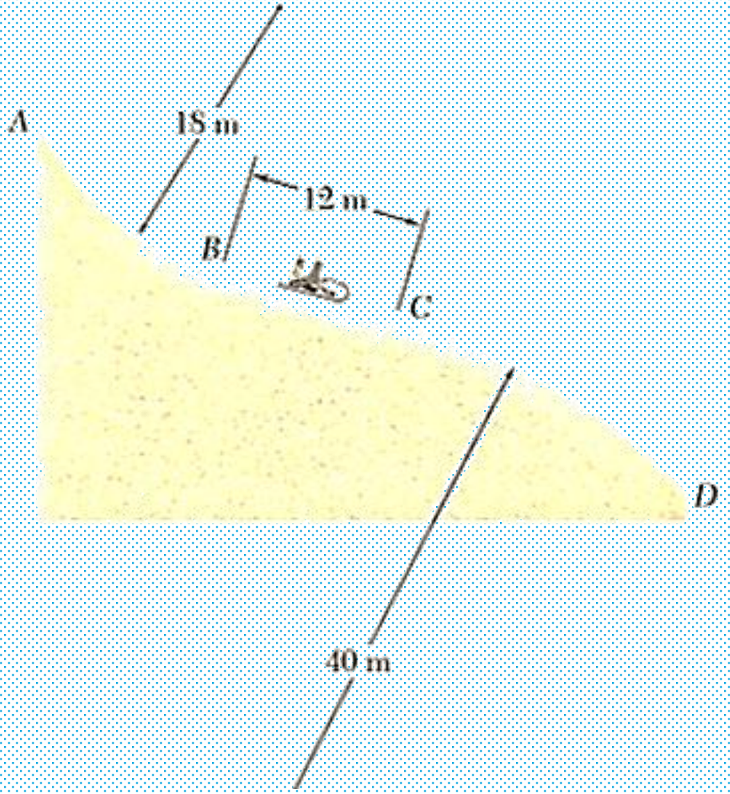
(b) Como: $v(cte) = 80\ km/h = 22{,}22\ m/s \Rightarrow a_t = 0$

$\sum F_n = ma_n \Rightarrow W - N = (W/g)\ (v_A^2/\rho)$

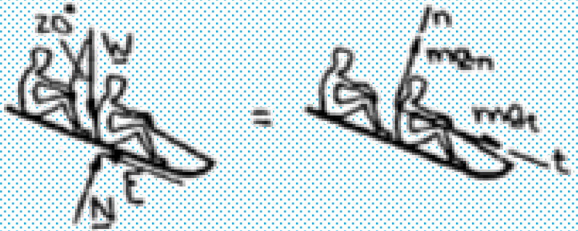
$N = (80\ kg)(9{,}81\ m/s^2) - [(80\ kg)(22{,}22\ m/s)^2/(201\ m)$

$\Rightarrow$ **$N = 588{,}29\ N$**

03. P12.47 - Um trecho de uma pista de tobogã mostrada na figura está contido em um plano vertical. As seções AB e CD têm raios de curvatura com indicado e a seção BC é uma linha reta e forma um ângulo de 20° com a horizontal. Sabendo que o coeficiente de atrito cinético entre o trenó e a pista é 0,10 e que a velocidade escalar do trenó é 7 m/s em B, determine a componente tangencial da aceleração do trenó (a) exatamente antes dele alcançar B, (b) exatamente depois dele passar por C.



RESOLUÇÃO



(a) Ao chegar em B, $\rho_B = 18$ m

$+\nearrow\sum F_n = ma_n \quad \Rightarrow \quad N - W\cos 20° = (W/g)\,(v_B^2/\rho_B)$

$N = W\,[\cos 20° + v_B^2/(g\,\rho_B)]$

Deslizando: $F = \mu_k N = \mu_k W\,[\cos 20° + v_B^2/(g\,\rho_B)]$

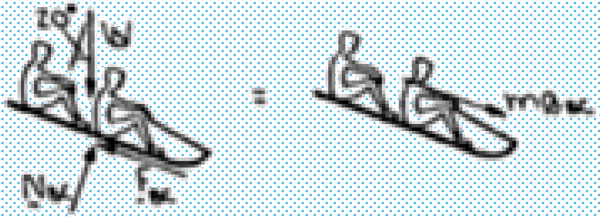
$+\searrow\sum F_t = ma_t \quad \Rightarrow \quad W\,\mathrm{sen}20° - F = (W/g)\,a_t$

$a_t = g\,(\mathrm{sen}20° - \mu_k\cos 20°) - \mu_k\,(v_B^2/\rho_B)$

$a_t = (9{,}81)(\mathrm{sen}20° - 0{,}1\cos 20°) - 0{,}1\,(7^2/18)$

$\boldsymbol{a_t = 2{,}16\ \mathrm{m/s^2}}$

(b) No trecho BC:



$+\nearrow \sum F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad N_{BC} = W \cos 20°$

Deslizando: $F_{BC} = \mu_k N_{BC} = \mu_k W \cos 20°$

$+\searrow \sum F_x = ma_{BC} \quad \Rightarrow \quad W \,\text{sen}20° - F_{BC} = (W/g)\, a_{BC}$

$$a_{BC} = g\,(\text{sen}20° - \mu_k \cos 20°)$$

$$a_{BC} = (9{,}81)\,(\text{sen}20° - 0{,}1 \cos 20°)$$

$$\mathbf{a_{BC} = 2{,}43\ m/s^2}$$

Assim, $v^2_C = v^2_B + 2a_{BC}\,\Delta x_{BC}$

$$v^2_C = (7)^2 + 2(2{,}43)\,(12)$$

$$\mathbf{v_C = 10{,}36\ m/s}$$

Nota: no ponto C, $\rho_C = 40$ m

$+\nearrow \sum F_n = ma_n \;\Rightarrow\; W\cos 20° - N = (W/g)\,(v_C^2/\rho_C)$

$$N = W\,[\cos 20° - v_C^2/(g\,\rho_C)]$$

Deslizando: $F = \mu_k N = \mu_k W\,[\cos 20° - v_C^2/(g\,\rho_C)]$

$+\searrow \sum F_t = ma_t \;\Rightarrow\; W\,\text{sen}20° - F = (W/g)\,a_t$

$$a_t = g\,(\text{sen}20° - \mu_k \cos 20°) + \mu_k\,(v_C^2/\rho_C)$$

Como no trecho BC: $a_{BC} = g\,(\text{sen}20° - \mu_k \cos 20°)$

Logo, $a_t = a_{BC} + \mu_k\,(v_C^2/\rho_C)$

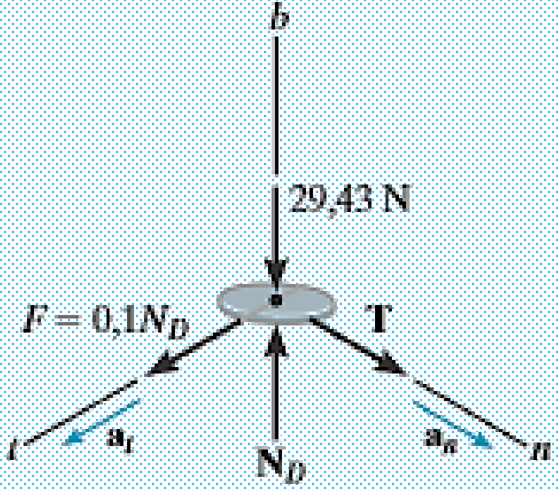
$$a_t = 2{,}43 + 0{,}1\,(10{,}36^2/40)$$

$$\mathbf{a_t = 2{,}70\ m/s^2}$$

04. O disco D de 3 kg está ligado à extremidade de uma corda na figura a seguir. A outra extremidade da corda está ligada a uma junta universal localizada no centro de uma plataforma. Se a plataforma gira rapidamente e o disco está colocado sobre ela e é solto do repouso, como mostrado, determine o tempo que o disco leva para alcançar uma velocidade grande o suficiente para romper a corda. A tração máxima que a corda pode suportar é 100 N, e o coeficiente de atrito cinético entre o disco e a plataforma é $\mu_k = 0,1$.

RESOLUÇÃO

Diagrama de corpo livre



A força de atrito tem intensidade $F = \mu_k N_D = 0{,}1N_D$ e sentido de direção que se opõe ao movimento relativo do disco em relação à plataforma.

É essa força que dá ao disco uma componente tangencial da aceleração fazendo com que v aumente e, dessa maneira, faz T aumentar até atingir 100 N.

O peso do disco é $W = 3(9{,}81)$ N = 29,43 N. Visto que a_n pode ser relacionada a v, as incógnitas são N_D, a_t e v.

Equações de movimento:

$F_n = ma_n \Rightarrow \quad T = 3(v^2/1) \qquad (1)$

$F_t = ma_t \Rightarrow \quad 0{,}1\, N_D = 3a_t \qquad (2)$

$F_b = 0 \quad \Rightarrow \quad N_D - 29{,}43 = 0 \qquad (3)$

Fazendo T = 100 N, a Equação 1 pode ser resolvida para a velocidade crítica v_{CR} do disco necessária para romper a corda. Resolvendo todas as equações, obtém-se:

$N_D = 29{,}43$ N; $a_t = 0{,}981$ m/s² e $v_{CR} = 5{,}77$ m/s

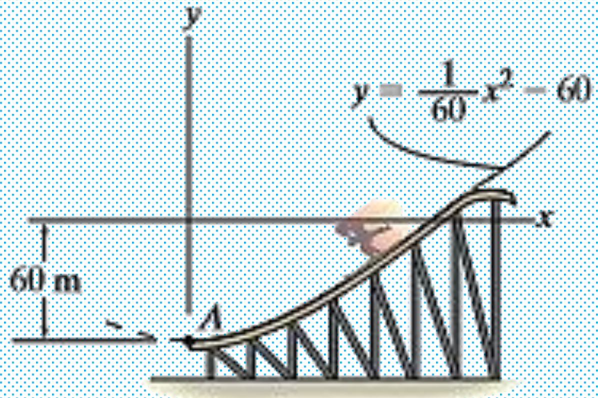
Cinemática

Visto que a_t é constante, o tempo necessário para romper a corda é

$v_{CR} = v_0 + a_t t$

$5{,}77 = 0 + (0{,}981)t \Rightarrow$ **$t = 5{,}89$ s** Resposta

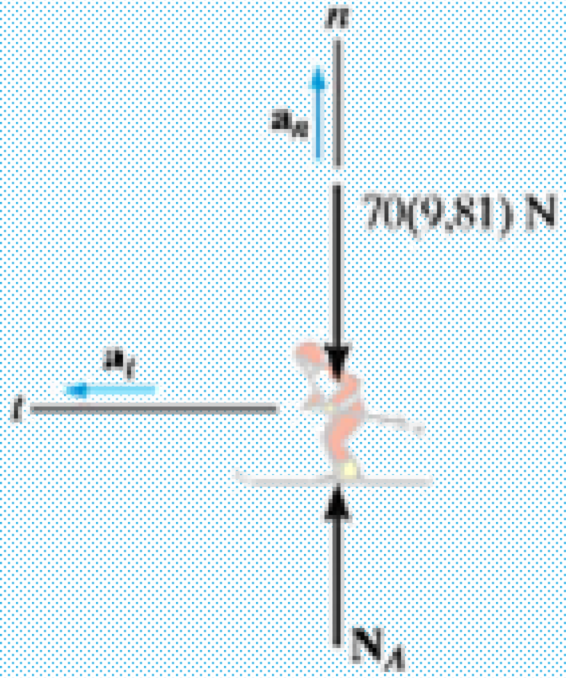
05. Projetar a rampa de esqui mostrada na fotografia exige conhecer o tipo de forças que serão exercidas sobre a esquiadora e sua trajetória aproximada. Se, neste caso, o salto pode ser aproximado pela parábola mostrada na figura ao lado, determine a força normal sobre a esquiadora de 70 kg no instante em que ela chega ao fim da rampa, ponto A, onde sua velocidade é de 20 m/s. Além disso, qual é sua aceleração nesse ponto?



RESOLUÇÃO

Diagrama de corpo livre

Visto que $dy/dx = x/30|_{x=0} = 0$, a inclinação em A é horizontal. O diagrama de corpo livre da esquiadora quando ela está em A é mostrado na figura ao lado. Uma vez que a trajetória é curva, há duas componentes da aceleração, a_n e a_t. Como na pode ser calculada, as incógnitas são a_t e N_A.



Equações de movimento

$$\sum F_n = ma_n \Rightarrow N_A - 70(9{,}81) = 70\,[(20)^2/\rho] \qquad (1)$$

$$\sum F_t = ma_t \Rightarrow 0 = 70a_t \qquad (2)$$

O raio de curvatura ρ para a trajetória tem de ser determinado no ponto A (0, -60 m).

Aqui, $y = (1/60)x^2 - 60 \Rightarrow dy/dx = (1/30)x$

$\Rightarrow d^2y/dx^2 = 1/30$, de maneira que, em $x = 0$,

$$\rho = \left.\frac{[1 + (dy/dx)^2]^{3/2}}{|d^2y/dx^2|}\right|_{x=0} = \frac{[1 + (0)^2]^{3/2}}{|\frac{1}{30}|} = 30 \text{ m}$$

Substituindo na Equação 1 e resolvendo para N_A, obtém-se:

$\mathbf{N_A = 1620\ N}$ Resposta

Cinemática

Da Equação 2, $a_t = 0$

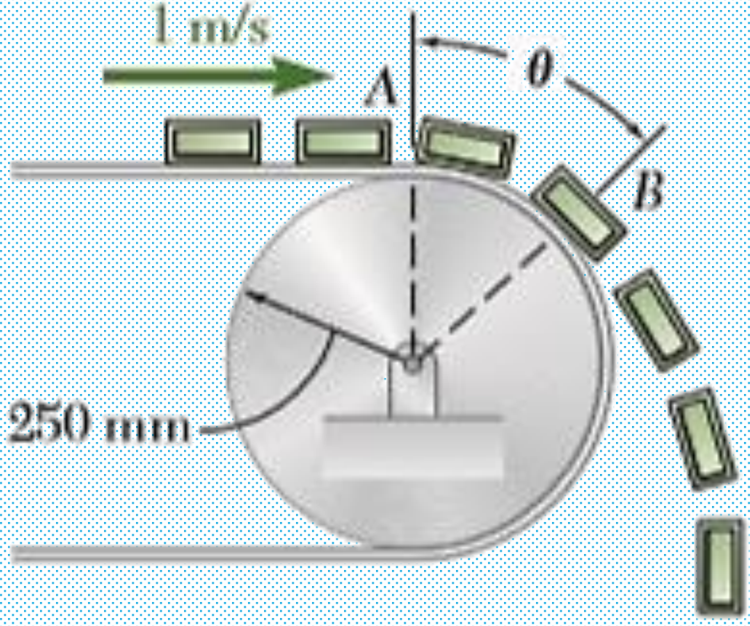
Deste modo, $a_n = v^2/\rho$

$a_n = (20)^2/30 = 13{,}33\ m/s^2$ ⇨ $\mathbf{a_A = a_n = 13{,}3\ m/s^2}$ Resposta

NOTA: aplique a equação do movimento na direção y e mostre que, quando a esquiadora está em pleno ar, sua aceleração é de $9{,}81\ m/s^2$.

06. P12.48 - Uma série de pequenos pacotes, cada um com a massa de 0,5 kg, é descarregada de uma correia transportadora como mostrado na figura. Sabendo que o coeficiente de atrito estático entre cada pacote e a correia transportadora é 0,4.

Determine: (a) a força exercida pela esteira no pacote exatamente depois que ele tenha passado no ponto A, (b) o ângulo θ definindo o ponto B onde os pacotes têm o primeiro escorregamento relativo na correia.

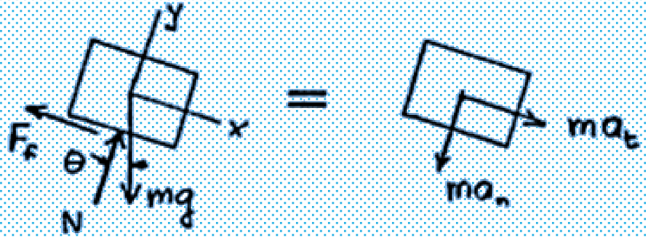


RESOLUÇÃO

Visto que $a_t = 0$, $F_f = \mu_s N$

$$a_n = v^2/\rho = (1\ m/s)^2/(0{,}250\ m) = 4\ m/s^2$$

Para o ângulo θ (figura):



Assim,

$$\sum F_y = ma_y \Rightarrow N - mg\cos\theta = -ma_n = -m\,v^2/\rho$$

$$N = mg\cos\theta - m\,v^2/\rho \qquad (1)$$

$$\sum F_x = ma_x \quad \Rightarrow \quad -F_f + mg\,\text{sen}\theta = ma_x = 0$$

$$F_f = mg\,\text{sen}\theta \qquad (2)$$

(a) No ponto A: $\theta = 0°$

$N = (0{,}5)\,(9{,}81)\,(1.000) - (0{,}5)(4)$ ⇨ **$N = 2.905$ N**

(b) No ponto B: $F_f = \mu_s N$

$mg\,\mathrm{sen}\theta = \mu_s\,(mg\cos\theta - ma_n)$ ⇨ $\mathrm{sen}\theta = \mu_s\,(\cos\theta - a_n/g)$

$\mathrm{sen}\theta = \mu_s\,(\cos\theta - a_n/g) = 0{,}40\,(\cos\theta - 4/9{,}81)$

Elevando essa expressão ao quadrado e substituindo-a na relação fundamental da trigonometria, tem-se:

$1 - \cos^2\theta = 0{,}16\cos^2\theta - 0{,}130479\cos\theta + 0{,}026601$

$1{,}16\cos^2\theta - 0{,}130479\cos\theta - 0{,}97340 = 0$

$\cos\theta = 0{,}97402$ ⇨ **$\theta = 13{,}09°$**

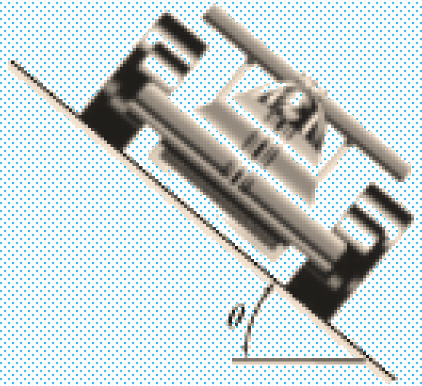
Verificação se o pacote não se separa da correia:

$N = F_f / \mu_s = mg\ \text{sen}\theta / \mu_s$

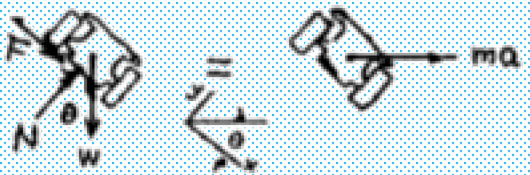
$N = [(0{,}5)(9{,}81)\ \text{sen}13{,}09°] / 0{,}40$

N = 2,77 N ⇨ $N > 0$ (não se separa)

07. P12.51 - A curva em um circuito de velocidade tem raio de 300 m e velocidade de segurança de 192 km/h. Sabendo que o carro de corrida começa a derrapar na curva quando viaja a uma velocidade de 288 km/h, determine (a) o ângulo de inclinação θ, (b) o coeficiente de atrito estático entre os pneus e a estrada sob as condições prevalentes, (c) a velocidade escalar mínima para a qual o mesmo carro poderia fazer a curva.



RESOLUÇÃO



Visto que $\sum F_x = ma_x$ ⇨ $F + mg\,\text{sen}\theta = ma\cos\theta$

$a = v^2/\rho$, $W = mg$ ⇨ $F = m(v^2/\rho)\cos\theta - (mg)\,\text{sen}\theta$ (1)

$\sum F_y = ma_y$ ⇨ $N - mg\cos\theta = ma\,\text{sen}\theta$

⇨ $N = m(v^2/\rho)\,\text{sen}\theta + (mg)\cos\theta$ (2)

(a) $F = 0$ na velocidade de segurança: $v = 192$ km/h $= 53{,}33$ m/s e, assim: $\text{tg}\theta = v^2/\rho g = (53{,}3)^2/(300)(9{,}81) = 0{,}966$ ⇨ $\boldsymbol{\theta = 44°}$

(b) Na velocidade limite: $v = 288$ km/h $= 80{,}0$ m/s, assim:

$F = \mu N$ ⇨ $\mu = F/N = (v^2\cos\theta - \rho g\,\text{sen}\theta) / (v^2\,\text{sen}\theta + \rho g\cos\theta)$

$\mu = [(80)^2\cos 44° - (300)(9{,}81)\text{sen}44°)]/[(80)^2\text{sen}44° + (300)(9{,}81)\cos 44°)]$

⇨ $\boldsymbol{\mu = 0{,}390}$

(c) Velocidade mínima: $F = -\mu N$

$-\mu = (v^2 \cos\theta - \rho g \,\text{sen}\theta) / (v^2 \,\text{sen}\theta + \rho g \cos\theta)$

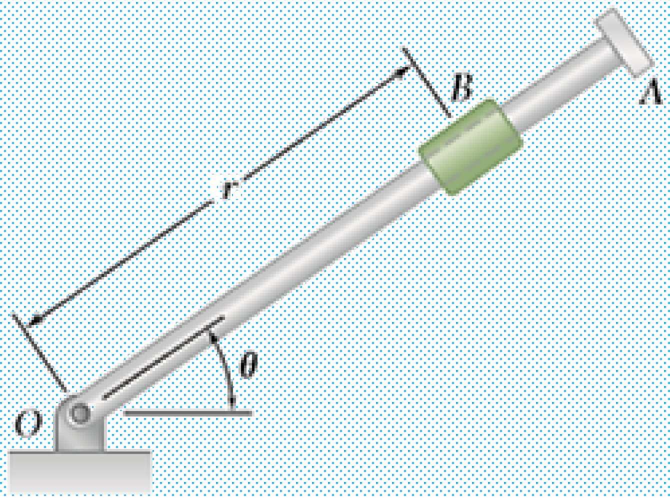
$v^2 = \rho g (\text{sen}\theta - \mu \cos\theta) / (\cos\theta + \mu \,\text{sen}\theta)$

$v^2 = [(300)(9{,}81)(\text{sen}44° - 0{,}39\cos44°)]/[(\cos44° + 0{,}39 \,\text{sen}44°)]$

$v^2 = 1230{,}73$

$v = 35{,}08$ m/s $\approx$ 126 km/h

08. *P12.66 - A haste OA gira em torno de O em um plano horizontal. O movimento do colar B de 300 g é definido pelas relações $r = 300 + 100\cos(0{,}5\pi t)$ e $\theta = \pi(t^2 - 3t)$, onde r é expresso em milímetros, t em segundos e θ em radianos. Determine as componentes radial e transversal da força exercida sobre o colar quando (a) $t = 0$ e (b) $t = 0{,}5$ s.*



Resolução

(a) Baseado nas coordenadas polares e suas derivadas, no instante t = 0, tem-se:

$r = 300 + 100\cos(0{,}5\pi t) = 300$ m
$\dot{r} = -0{,}05\pi\,\mathrm{sen}(0{,}5\pi t) = 0$
$\ddot{r} = -0{,}025\pi^2\cos(0{,}5\pi t) = -0{,}025\pi^2$ m/s²

$\theta = \pi(t^2 - 3t) = 0$
$\dot{\theta} = \pi(2t - 3) = -3\pi$ rad/s
$\ddot{\theta} = \pi(2) = 2\pi$ rad/s²

Componentes da aceleração:

$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}$

$a_r = -\,0{,}025\pi^2 - 0{,}4(-\,3\pi)^2 = -\,35{,}777\ m/s^2$

$a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}$

$a_\theta = (0{,}4)(2\pi) + 2(-\,3\pi)(0) = 2{,}513\ m/s^2$

Componentes da força:

$F_r = ma_r$

$F_r = (0{,}3)(-\,35{,}777) = -\,10{,}73\ N$

$F_\theta = ma_\theta$

$F_\theta = (0{,}3)(2{,}513) = 0{,}754\ N$

(b) Para $t = 0{,}5$ s:

$r = 300 + 100 \cos[0{,}5\pi(0{,}5)] = 0{,}37071$ m
$\dot{r} = -0{,}05\pi \,\text{sen}[0{,}5\pi(0{,}5)] = -0{,}11107$ m/s
$\ddot{r} = -0{,}025 \cos[0{,}5\pi(0{,}5)] = -0{,}17447$ m/s²

$\theta = \pi[(0{,}5)^2 - 3(0{,}5)] = -3{,}927$ rad
$\dot{\theta} = \pi[2(0{,}5) - 3] = -2\pi$ rad/s
$\ddot{\theta} = 2\pi$ rad/s²

Componentes da aceleração:

$$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}$$

$$a_r = -\,0{,}17447 - (0{,}37071)(-\,2\pi)^2 = -\,14{,}809\ m/s^2$$

$$a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}$$

$$a_\theta = (0{,}37071)(2\pi) + 2(-\,0{,}11107)(-\,2\pi) = 3{,}725\ m/s^2$$

Componentes da força:

$$F_r = ma_r$$

$$F_r = (0{,}3)(-\,14{,}809) = -\,4{,}44\ N$$

$$F_\theta = ma_\theta$$

$$F_\theta = (0{,}3)(3{,}725) = 1{,}118\ N$$