Dinâmica

Prof. José Maciel

AULA 1

CONTEÚDO PROGRAMÁTICO DESTA AULA

- Ementa; Objetivos; Conteúdos; Bibliografia Básica; e Bibliografia Complementar;

Revisão vetorial:

- Grandezas físicas vetoriais e escalares;
- Vetores: Operações com vetores; Representação de Vetores; Vetores Unitários; Produto escalar e vetorial.

EMENTA

Análise vetorial. Cinemática da partícula. Cinética dos corpos rígidos em movimento plano. Momento de inércia. Métodos de energia e quantidade de movimento. Cinética dos corpos rígidos em três dimensões. Dinâmica: princípios fundamentais, teoremas gerais.

OBJETIVOS

1. Proporcionar domínio e compreensão dos diferentes tipos de movimentos que ocorrem com frequência em problemas gerais em todas as áreas da engenharia;

2. Saber tratar um corpo rígido como um ponto material e desenvolver aplicações envolvendo as equações de movimento;

3. Distinguir os tipos de movimento baseado na forma como as acelerações envolvidas aparecem no problema estudado: $a = f(t)$; $a = f(v)$ e $a = f(x)$.

OBJETIVOS

4. Resolver problemas em sistemas de corpos rígidos envolvendo movimentos relativos e dependentes;

5. Conhecer e aplicar adequadamente as três leis de Newton dos movimentos nos problemas associados à dinâmica do ponto material.

6. Definir dinâmica translacional e rotacional dos corpos rígidos e suas equações do movimento, com suas aplicações.

CONTEÚDOS

01 Introdução a Disciplina.

02 Análise vetorial.

03 Conceito de posição, velocidade média e instantânea, aceleração média e instantânea, no movimento retilíneo.

04 Determinação das equação do movimento de um ponto material em seus diferentes caso, $a = f(t)$, $a = f(v)$ e $a = f(x)$, isto é, movimento com aceleração variável.

CONTEÚDOS

05 Cinemática da partícula: Movimento relativo de dois pontos materiais. Movimento dependentes de vários pontos materiais, associando o comprimento do cabo com as posições dos pontos materiais.

06 Movimento curvilíneo de um ponto material, definindo as equações vetoriais da velocidade e aceleração.

07 Movimento de um projétil, definindo posição, velocidade em um instante qualquer. O alcance e a altura máxima, a equação da trajetória descrita pelo projétil.

CONTEÚDOS

08 Componentes normal e tangencial dos vetores velocidade e aceleração, raio de curvatura.

09 Componentes radial e transversal dos vetores velocidade e aceleração no sistema de coordenadas Polares.

10 Avaliação

11 Centro instantâneo de rotação no movimento plano geral.

CONTEÚDOS

12 Estudo da dinâmica de pontos materiais e dos corpos rígidos, das equações do movimento, e dos teoremas do trabalho e energia e do centro de massa.

13 Equações do movimento, 2ª Lei de Newton.

14 Momento angular de uma partícula. Movimento sob ação de uma força central.

15 Conservação do momento angular.

16 Teorema do trabalho e energia para uma partícula.

CONTEÚDOS

17 Equações do movimento dos corpos rígidos,

18 Teorema do trabalho e energia e teorema do centro de massa.

19 Aplicações.

20 Avaliação

BIBLIOGRAFIA BÁSICA

1. Ferdinand P. Beer. **Mecânica Vetorial para Engenheiros**. Vol. 2. 9ª ed. São Paulo. Editora: Person Makron Books, 2012.

2. R. C. Hibbeler. **Mecânica para Engenharia**. Vol. 2. 10ª ed. Editora: Pearson Education, 1999.

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

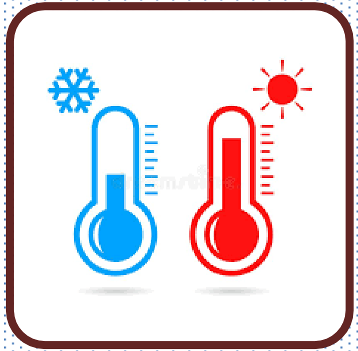
1. J. L. Meriam. **Mecânica para Engenharia**. Vol. 2. 6ª ed. Rio de Janeiro. Editora LTC, 2009.

REVISÃO VETORIAL

Grandezas escalares e vetoriais

- **Grandezas Físicas Escalares -** São grandezas que ficam completamente compreendidas através de um valor numérico, acompanhado de uma unidade conveniente.

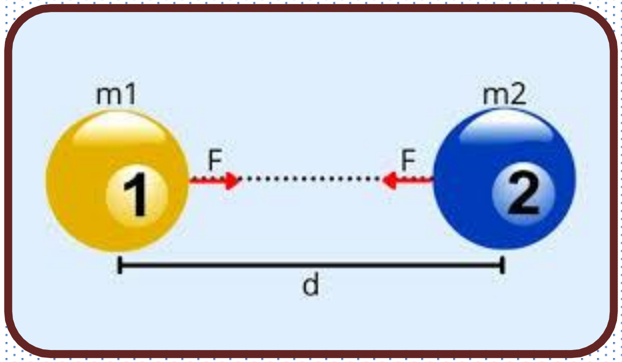
Exemplos: Massa, comprimento, tempo, temperatura e etc.

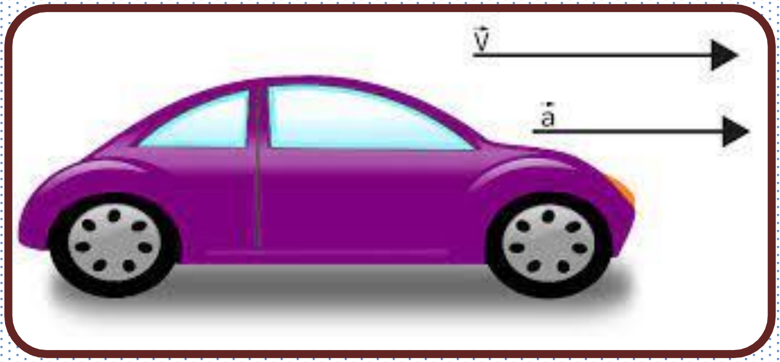


Grandezas escalares e vetoriais

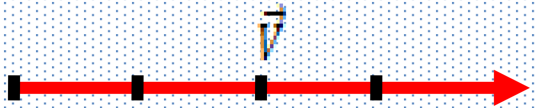
- **Grandezas Físicas Vetoriais -** São as grandezas que necessitam de uma orientação para serem compreendidas, ou seja, para determinarmos uma grandeza vetorial, necessitamos de um valor numérico (módulo), uma unidade conveniente e uma orientação (direção e sentido).

Exemplos: Força, aceleração, deslocamento, velocidade e etc.

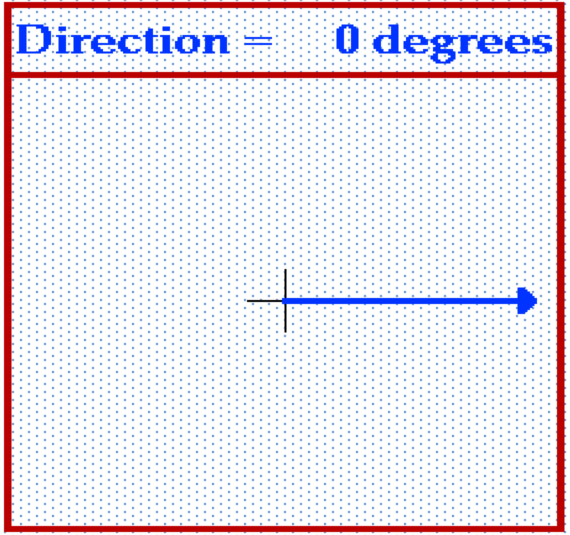




Vetores



- **Módulo do vetor** - **| $\vec{v}$ | ou V = 4 unidades**
- **Direção do vetor** - **Horizontal**
- **Sentido do vetor** - **P/ direita (leste)**

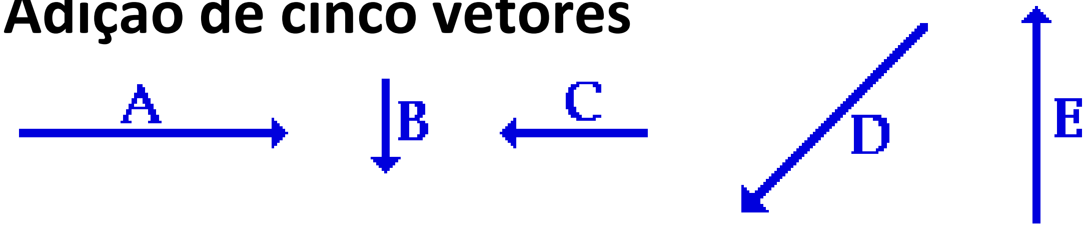


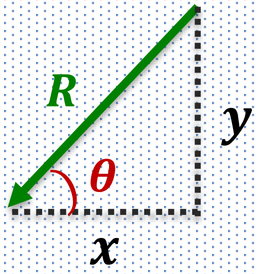
- **Vetores iguais ou equipolentes** - são vetores que possuem mesmo módulo, mesma direção e mesmo sentido;
- **Vetores opostos ou simétricos** - são vetores que possuem mesmo módulo, mesma direção e sentidos opostos.

Adição de vetores

- **Método da linha poligonal:**

Adição de cinco vetores





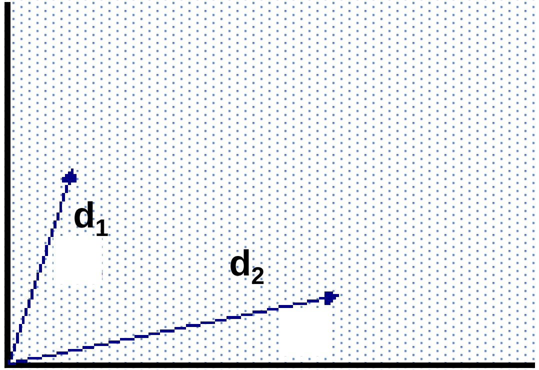
Módulo:

$$\boldsymbol{R^2 = x^2 + y^2}$$

Direção:

$$\boldsymbol{tg\theta = \frac{y}{x}}$$

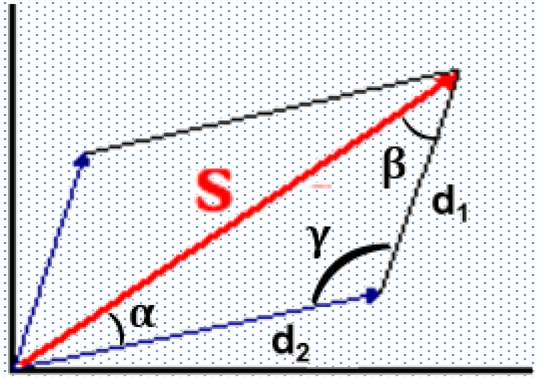
- **Método do paralelogramo:**



Módulo: **Lei dos Cossenos**

$$\mathbf{S} = \mathbf{d} = \sqrt{\mathbf{d}_1^{\,2} + \mathbf{d}_2^{\,2} + 2\mathbf{d}_1.\mathbf{d}_2.\mathbf{cos}\,\theta}$$

Onde θ é o ângulo entre d_1 e d_2

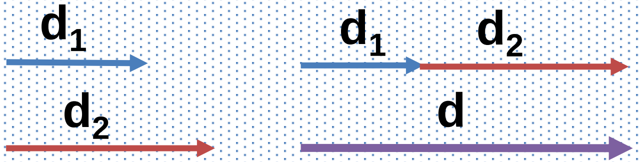


Direção: **Lei dos Senos**

$$\frac{d_1}{sen\alpha} = \frac{d_2}{sen\beta} = \frac{S}{sen\gamma}$$

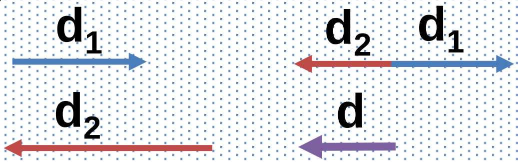
Casos particulares:

A) Se os dois vetores possuem a mesma direção e o mesmo sentido ($\theta = 0°$), têm-se:



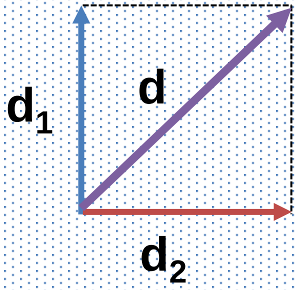
$$\mathbf{d} = \mathbf{d}_1 + \mathbf{d}_2$$

B) Se os dois vetores possuem a mesma direção e sentidos opostos ($\theta = 180°$), têm-se:



$$\mathbf{d} = \left|\mathbf{d}_1 - \mathbf{d}_2\right|$$

C) Se os dois vetores são perpendiculares entre si ($\theta = 90°$), têm-se:

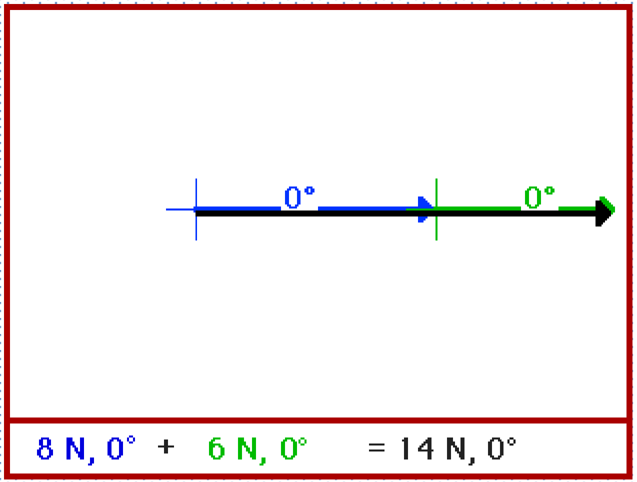


$$\mathbf{d}^2 = \mathbf{d}_1{}^2 + \mathbf{d}_2{}^2$$

Casos particulares:

Observação: O **vetor diferença** é obtido de modo análogo ao vetor soma; basta fazer a soma do primeiro vetor com o oposto do segundo vetor, ou seja:

$$\mathbf{d = d_1 + (- d_2)}$$

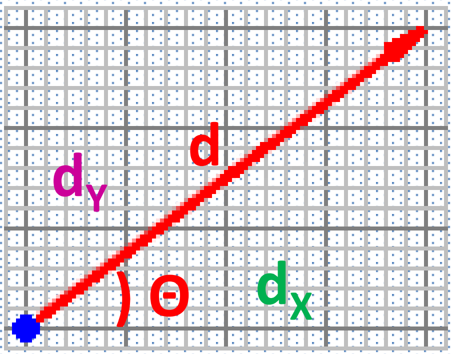


O módulo do vetor diferença é dado por:

$$\mathbf{D} = \mathbf{d} = \sqrt{\mathbf{d}_1{}^2 + \mathbf{d}_2{}^2 - 2\mathbf{d}_1.\mathbf{d}_2.\mathbf{cos}\,\theta}$$

Componentes de um Vetor:

- As componentes de um vetor significa: que os dois vetores componentes atuando nas direções x e y podem substituir o vetor, produzindo o mesmo efeito.



- Componente vertical do vetor **d** na direção Y:

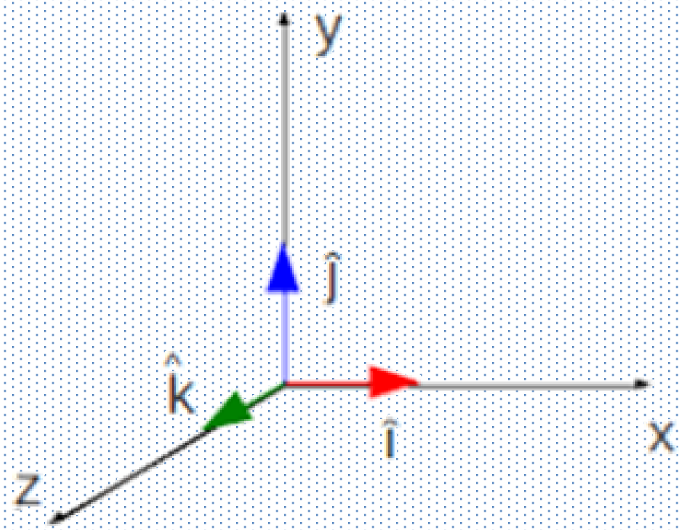
$$d_Y = d \cdot \text{sen}\ \Theta$$

- Componente horizontal do vetor **d** na direção X:

$$d_X = d \cdot \cos \Theta$$

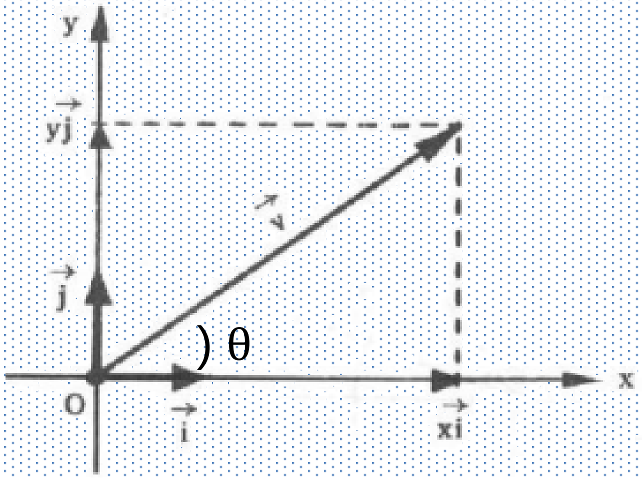
VERSOR

- O vetor unitário ou VERSOR é um VETOR de módulo unitário. Deve-se associar um versor a cada eixo, ou seja: o versor **i** no eixo dos x, o versor **j** no eixo dos y e o versor **k** no eixo dos z, conforme mostrado na figura:



Vetor no Plano:

● O vetor **v** no plano. Deve-se associar um versor a cada eixo, ou seja: o versor **i** no eixo dos x e o versor **j** no eixo dos y, assim:



$\mathbf{v} = v_x\,\mathbf{i} + v_y\,\mathbf{j}$

$\mathbf{v} = v\,(\cos\theta\,\mathbf{i} + \operatorname{sen}\theta\,\mathbf{j})$

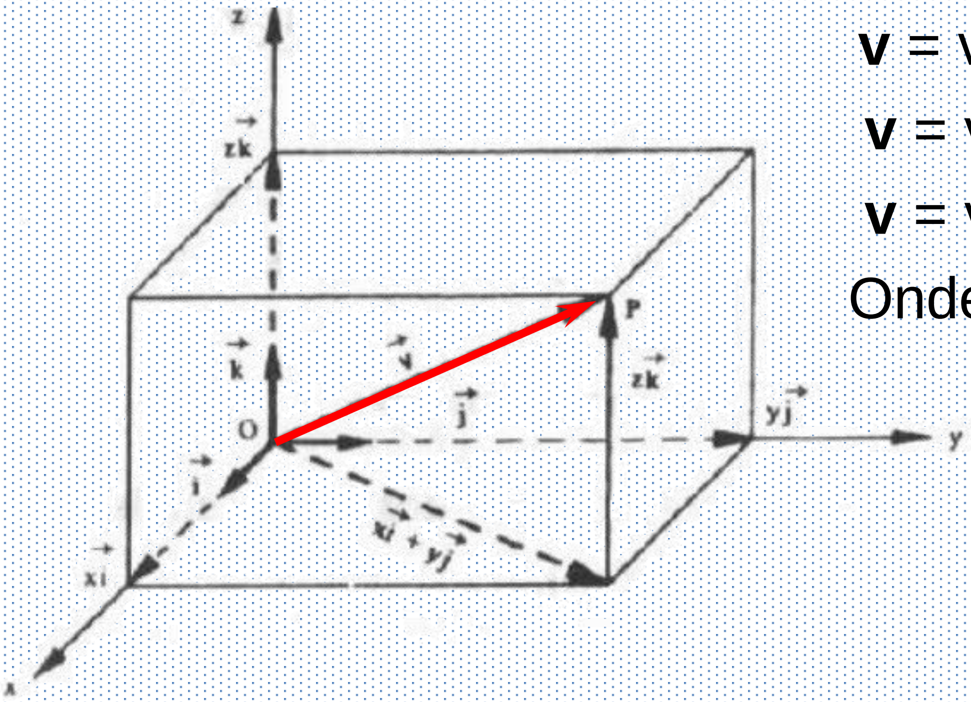
Onde: $\cos^2\theta + \operatorname{sen}^2\theta = 1$

Módulo: $v^2 = v_x^2 + v_y^2$

Direção: $\operatorname{tg}\theta = v_y / v_x$

Vetor no Espaço:

- O vetor **v** no espaço. Deve-se associar um versor a cada eixo, ou seja: o versor **i** no eixo dos x, o versor **j** no eixo dos y e o versor **k** no eixo dos z, assim:



$$\mathbf{v} = v\,[\lambda / |\lambda|]$$

$$\mathbf{v} = v_x\,\mathbf{i} + v_y\,\mathbf{j} + v_z\,\mathbf{k}$$

$$\mathbf{v} = v\,(\cos\theta_x\,\mathbf{i} + \cos\theta_y\,\mathbf{j} + \cos\theta_z\,\mathbf{j})$$

Onde: $\cos^2\theta_x + \cos^2\theta_y + \cos^2\theta_z = 1$

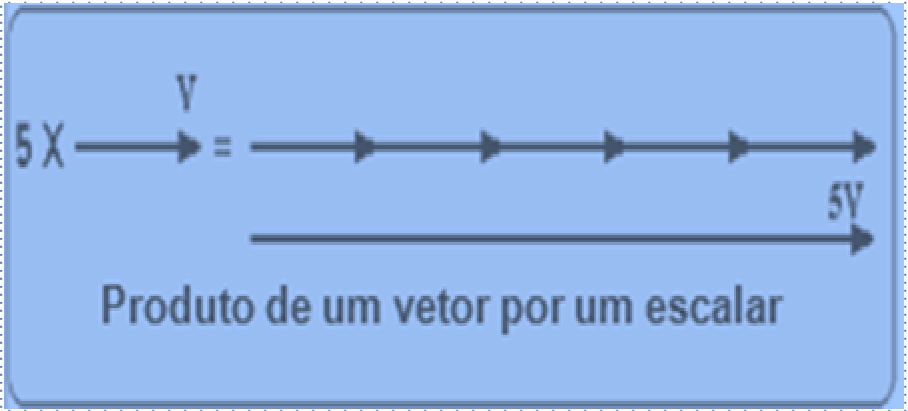
Módulo: $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$

Direção: $\cos\theta_x = v_x / v$

$\cos\theta_y = v_y / v$

$\cos\theta_z = v_z / v$

Produto de um Vetor por um Escalar



P = 5V	ANTES	DEPOIS
MÓDULO	1 unidade	5 unidades
DIREÇÃO	Horizontal	Horizontal
SENTIDO	P/ direita	P/ direita

P = - 5V	ANTES	DEPOIS
MÓDULO	1 unidade	5 unidades
DIREÇÃO	Horizontal	Horizontal
SENTIDO	P/ direita	P/ esquerda

Produto de um Vetor por um Vetor

- **Produto Escalar**:

Sejam: $\mathbf{v_1}$ e $\mathbf{v_2}$, o produto escalar entre esses vetores é representado por: $P_e = \mathbf{v_1} \cdot \mathbf{v_2}$

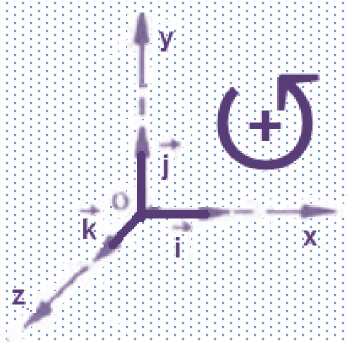
Assim, tem-se: $P_e = |\mathbf{v_1}|\,|\mathbf{v_2}| \cos\theta$

Onde θ é o ângulo entre $\mathbf{v_1}$ e $\mathbf{v_2}$

Regra: $\hat{\imath} \cdot \hat{\imath} = \mathbf{1}$ $\quad \hat{\jmath} \cdot \hat{\imath} = 0$ $\quad \hat{k} \cdot \hat{\imath} = 0$

$\hat{\imath} \cdot \hat{\jmath} = 0$ $\quad \hat{\jmath} \cdot \hat{\jmath} = \mathbf{1}$ $\quad \hat{k} \cdot \hat{\jmath} = 0$

$\hat{\imath} \cdot \hat{k} = 0$ $\quad \hat{\jmath} \cdot \hat{k} = 0$ $\quad \hat{k} \cdot \hat{k} = \mathbf{1}$

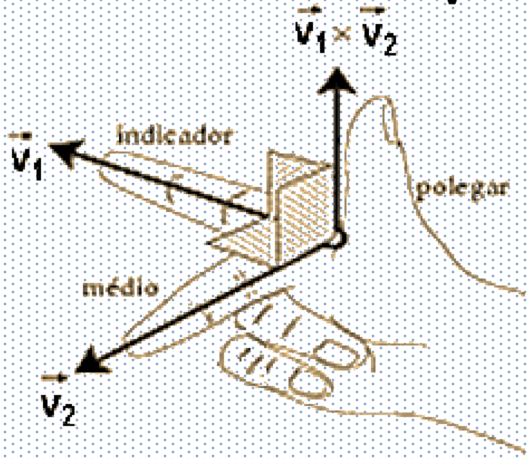


Produto escalar: $P_e = (x_1 \cdot x_2) + (y_1 \cdot y_2) + (z_1 \cdot z_2)$

• Produto Vetorial:

Sejam: $\mathbf{v_1}$ e $\mathbf{v_2}$, o produto vetorial entre esses vetores é representado por: $\mathbf{P_v} = \mathbf{v_1} \times \mathbf{v_2}$

Assim, tem-se: $\mathbf{P_v} = [|\mathbf{v_1}|\ |\mathbf{v_2}|\ \mathrm{sen}\theta]\ \boldsymbol{\lambda}$



Módulo: $P_v = |\mathbf{v_1}|\ |\mathbf{v_2}|\ \mathrm{sen}\theta$

Onde θ é o ângulo entre $\mathbf{v_1}$ e $\mathbf{v_2}$

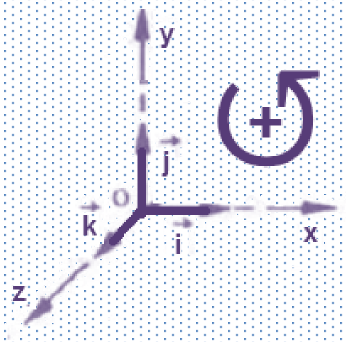
Direção: perpendicular ao plano formado pelos vetores $\mathbf{v_1}$ e $\mathbf{v_2}$.

Sentido: é determinado pela **"regra da mão direita".**

Regra: $\hat{\imath} \times \hat{\imath} = \mathbf{0}$ $\quad \hat{\jmath} \times \hat{\imath} = -\hat{k}$ $\quad \hat{k} \times \hat{\imath} = \hat{\jmath}$

$\hat{\imath} \times \hat{\jmath} = \hat{k}$ $\quad \hat{\jmath} \times \hat{\jmath} = \mathbf{0}$ $\quad \hat{k} \times \hat{\jmath} = -\hat{\imath}$

$\hat{\imath} \times \hat{k} = -\hat{\jmath}$ $\quad \hat{\jmath} \times \hat{k} = \hat{\imath}$ $\quad \hat{k} \times \hat{k} = \mathbf{0}$



Produto vetorial: $\mathbf{P_v} = \mathbf{v_1} \wedge \mathbf{v_2} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$

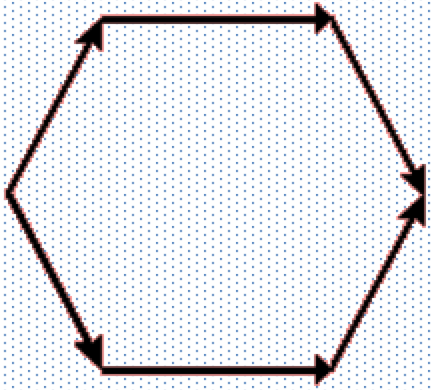
Ou seja:

$\mathbf{P_v} = [(y_1 \cdot z_2) - (y_2 \cdot z_1)]\,\hat{\imath} + [(x_2 \cdot z_1) - (x_1 \cdot z_2)]\,\hat{\jmath} + [(x_1 \cdot y_2) - (x_2 \cdot y_1)]\,\hat{k}$

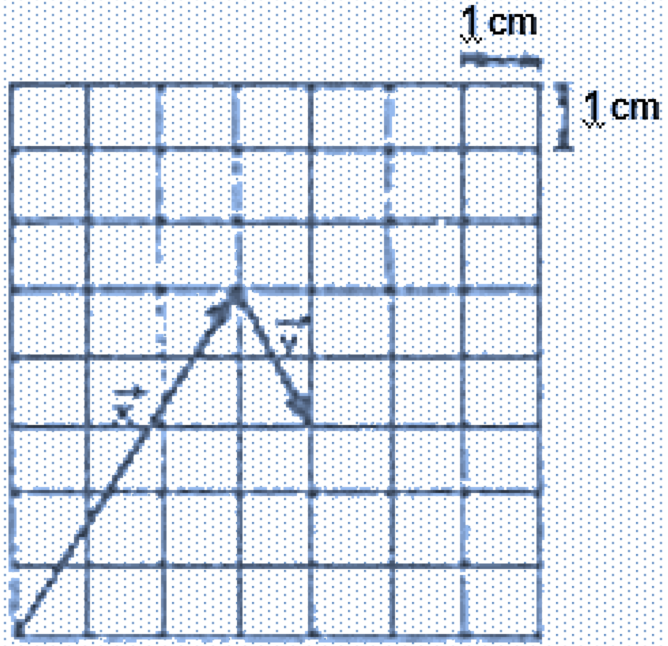
EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

01. Dois vetores **X** e **Y** têm módulos 8 cm e 6 cm, respectivamente, neste caso, pode-se afirmar que o módulo do vetor soma é igual a:

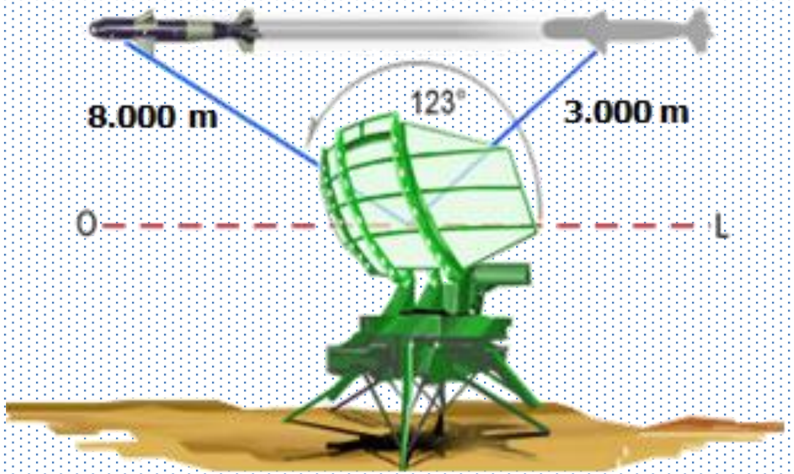
02. Com seis vetores de módulo iguais a 8 u, construiu-se o hexágono regular a seguir. O módulo do vetor resultante desses 6 vetores é:



03. Na figura ao lado estão desenhados dois vetores (x e y). Esses vetores representam deslocamentos sucessivos de um corpo. A escala da figura é 1 : 1. Qual é o módulo do vetor igual a x + y?

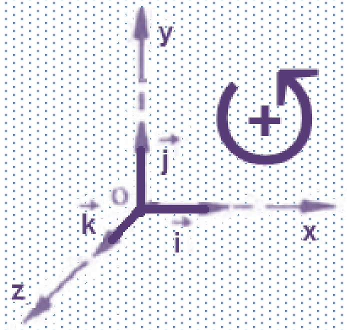


04. Uma estação de radar detecta um míssil que se aproxima do leste. Ao primeiro contacto, a distância do míssil é 3.000 m, a 63° acima do horizonte. O míssil é seguido por 123° no plano leste-oeste, e a distância no contacto final era de 8.000 m. Ache o deslocamento do míssil durante o período de contacto com o radar.



05. Sejam dados os seguintes vetores: $\mathbf{v}_1 = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$; $\mathbf{v}_2 = 3\mathbf{i}$; $\mathbf{v}_3 = 4\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$; $\mathbf{v}_4 = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$; e $\mathbf{v}_5 = -4\mathbf{i} - \mathbf{j} - 3\mathbf{k}$.

Considerando a seguinte base canônica:



Determine o módulo e a direção dos vetores resultantes:

a) $\mathbf{V}_a = \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_3 + \mathbf{v}_4 + \mathbf{v}_5$

b) $\mathbf{V}_b = 5\mathbf{v}_3 + 2\mathbf{v}_1 - 3\mathbf{v}_4$

c) $\mathbf{V}_c = \mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2$

d) $\mathbf{V}_d = \mathbf{v}_2 \cdot \mathbf{v}_3$

e) $\mathbf{V}_e = \mathbf{v}_3 \cdot \mathbf{v}_4$

f) $\mathbf{V}_f = \mathbf{v}_4 \cdot \mathbf{v}_5$

g) $\mathbf{V}_g = \mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2$

h) $\mathbf{V}_h = \mathbf{v}_2 \times \mathbf{v}_3$

i) $\mathbf{V}_i = \mathbf{v}_3 \times \mathbf{v}_4$

j) $\mathbf{V}_j = \mathbf{v}_4 \times \mathbf{v}_5$