

# Universität zu Köln

## Institut für Astrophysik

### Versuchsprotokoll

#### B1.3: Bestimmung der Elementarladung nach Millikan

Autoren: Jesco Talies<sup>1</sup>  
Timon Danowski<sup>2</sup>  
Durchgefuehrt am: 19.04.2021  
Betreuer: Marius Hermanns

<sup>1</sup> jtalies@smail.uni-koeln.de, Matrikel-Nr.: 7348338

<sup>2</sup> tdanowsk@smail.uni-koeln.de, Matrikel-Nr.: 7348629

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Versuchsvorbereitung</b>	<b>1</b>
1.1	Motivation . . . . .	1
1.2	Die Elementarladung . . . . .	1
1.3	Kräfte im Versuch . . . . .	1
1.3.1	Coulomb Kraft [ $\vec{F}_c$ ] . . . . .	2
1.3.2	Gravitationskraft [ $\vec{F}_g$ ] . . . . .	2
1.3.3	Auftriebskraft [ $\vec{F}_a$ ] . . . . .	2
1.3.4	Reibungskraft [ $\vec{F}_r$ ] . . . . .	3
1.3.5	Cunningham-Korrektur . . . . .	3
1.4	Herleitung der Formeln . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Durchführung</b>	<b>4</b>
2.1	Aufbau . . . . .	4
2.2	Kommutatorschalter . . . . .	5
2.3	Strahlengang . . . . .	5
2.4	Versuchsdurchführung . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Auswertung</b>	<b>6</b>
<b>4</b>	<b>Diskussion</b>	<b>9</b>
<b>5</b>	<b>Anhang</b>	<b>10</b>

# 1 Versuchsvorbereitung

## 1.1 Motivation

Bereits in den 1890er Jahren wurden erstmals Versuche zu Elektronen durchgeführt, damals beschränkte sich das Wissen zunächst auf die Interaktion zwischen Elektronenstrahlen und elektrischen-, magnetischen Feldern. Damals experimentell ergründet anhand von Kathodenstrahlen durch J.J. Thompson. Er versuchte die erste quantitative Aussage über einen solchen Kathodenstrahl zu treffen, indem er dessen Bewegung in einem Magnetfeld beobachtete. Bereits damals wusste er, dass die Lorentzkraft die einzig notwendige Zentripetalkraft für eine Kreisbahn sein musste. Damit begründete er zunächst die Naturkonstante  $\frac{e}{m_e}$  als Verhältnis von Ladung zu Masse. Im Rahmen der genaueren Bestimmung der Elementarladung entwickelte Harvey Fletcher angeregt von Robert Millikan im Rahmen seiner Doktorarbeit den hier beschriebenen und durchgeführten Versuch. Durch diesen war die Bestimmung der Elementarladung deutlich präziser als mit vorherigen Experimenten zu selbiger. Für die Messungen von Harvey Fletcher erhielt Robert Millikan 1923 den Nobelpreis.

Um das Konzept einer quantisierten, bzw. der kleinsten quantisierbaren Ladung genauer zu ergründen, bietet sich im Rahmen eines Praktikums kaum ein Versuch besser an als eben dieser. Er vereint Gravitation, Elektrostatik, Reibung und Auftrieb als Folge der Gravitation um durch geladene mikroskopische Öltröpfchen und deren Bewegung zwischen Kondensatorplatten um durch das herrschende Kräfteverhältnis die Ladung der Tröpfchen präzise zu bestimmen.

Im Versuch werden wir analog zu Harvey Fletcher die Steig- und Fallzeiten verschieden geladener Öltröpfchen messen und durch eine vorgegebene Kondensatorspannung die Ladung der Tröpfchen erhalten. Ziel dieser Messung ist die Reproduktion des ursprünglichen Versuchs und die Quantisierung der Elementarladung, unter Betrachtung des physikalischen Systems.

## 1.2 Die Elementarladung

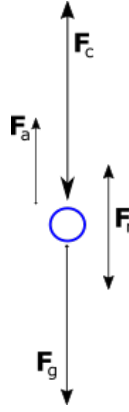
Die Elementarladung, der Zentrale Kern dieses Versuchs, ist die kleinst mögliche frei existierende Ladung. Ihr Wert beträgt

$$e = 1,602176634 \cdot 10^{-19} C \quad (1)$$

Sie wird häufig verwendet um die Ladung eines einzelnen Elektrons bzw. Protons zu beschreiben. Ladungen freier Teilchen oder gar makroskopischen Systemen lässt sich stets als ein ganzzahliges Vielfaches dieser Ladung schreiben. Die Erkenntnis über eben diese additive bzw. quantitative Natur wird Robert Millikan zugeschrieben.

## 1.3 Kräfte im Versuch

In diesem Versuch befinden sich Öltröpfchen in einem Plattenkondensator unter dem Einfluss verschiedener Kräfte. In Abbildung 1 sind diese einmal grob dargestellt. Dabei kennzeichnen die fettgedruckten Buchstaben eine vektorielle Größe.



**Abbildung 1:** Darstellung der Kräfte auf ein geladenes Öltröpfchen (blau)

### 1.3.1 Coulomb Kraft [ $\vec{F}_c$ ]

Die dominierende Kraft in diesem Versuch ist die Coulomb Kraft. Sie definiert die Kraft auf eine Punktladung oder ein geladenes makroskopisches Objekt in Anwesenheit eines elektrischen Feldes. In diesem Fall wird das elektrische Feld durch den Plattenkondensator erzeugt und übt eine Kraft auf die Geladenen Öltröpfchen aus. Diese Kraft ist im 1 gekennzeichnet durch  $\vec{F}_c$  und lässt sich beschreiben durch

$$\vec{F}_c = Q \cdot \frac{\pm U}{d} \vec{e}_z \quad (2)$$

wobei  $Q$  die Ladung des Objektes ist,  $U$  die Spannung zwischen den Kondensatorplatten und  $d$  der Abstand der Kondensatorplatten ist. Die Richtung der resultierenden Kraft hängt dabei von der Polarisierung des Kondensators ab. Polt man diesen über den Kommutatorschalter 3 um, so ändert sich auch die Richtung der wirkenden Kraft. Sie ändert sich auch mit der Ladung des Objektes selber, diese lässt sich jedoch in diesem Aufbau nicht kontrollieren.

### 1.3.2 Gravitationskraft [ $\vec{F}_g$ ]

Die nächst größte Kraft ist hier die Gravitationskraft, sie beschreibt die Wirkung eines massereichen Objektes, hier der Erde, auf eine zweite Masse. Streng genommen beschreibt sie auch die anziehende Wirkung zwischen kleineren Massen, jedoch sind diese in Anwesenheit einer weitaus massereicheren Objektes zu vernachlässigen. Im Gravitationsfeld der Erde lässt sich die Kraft auf die die Öltröpfchen über

$$\vec{F}_g = m\vec{g} \quad (3)$$

wobei  $m$  die Masse des Objektes (hier das Öltröpfchen) und  $g$  die lokale Erdbeschleunigung mit  $g = 9,80665 \frac{m}{s^2}$  ist ( $\vec{g} = g \cdot -\vec{e}_z$ ) beschreiben. sie wirkt stets in Richtung der Erdoberfläche und ist unabhängig von der Ladung der Tröpfchen. Sie wirkt entweder der Coulombkraft entgegen oder addiert sich zu ihr, daraus folgt auch das die Coulombkraft dominieren muss damit man den Steigvorgang der Tröpfchen beobachten kann.

### 1.3.3 Auftriebskraft [ $\vec{F}_a$ ]

Die Auftriebskraft ist eine der Gravitationskraft entgegenwirkende Größe, sie beschreibt die scheinbare Massenabnahme eines Objekts durch die Verdrängung des umschließenden Mediums. Sie wirkt daher, das der Druck auf ein umschlossenes Object mit der Eintauchtiefe zunimmt und für makroskopische Objekte somit nicht als konstant angenommen werden kann. Sie hängt ab von der Dichte des umschließenden Mediums, bzw. des davon abhängigen Drucks, dem Volumen des Objekts und der Gravitationsbeschleunigung. Ein Tröpfchen mit dem Radius  $r$  erfährt in der

Luft unter der Erdbeschleunigung eine Auftriebskraft:

$$\vec{F}_a = -\rho_{Luft} \frac{4}{3} \pi r^3 \vec{g} \quad (4)$$

mit  $\rho_{Luft}$  als Dichte der Luft. Dabei beschreibt  $V = \frac{4}{3} \pi r^3$  das Volumen einer Kugel. Da die Dichte der Luft, oder Gasen im allgemeinen, im Vergleich zu üblichen Fluiden wie Wasser, oder Flüssigkeiten im allgemeinen, an denen üblicherweise der Begriff der Auftriebskraft demonstriert wird, ist die Auftriebskraft verschwindend gering.

### 1.3.4 Reibungskraft [ $\vec{F}_r$ ]

Reibungskräfte sind Geschwindigkeitsabhängige Widerstandskräfte, die der Bewegung eines Körpers entgegenwirken. Man unterscheidet zwischen äußerer und innerer Reibung. Reibung entsteht im allgemeinen durch Energieaustausch eines bewegten Objektes mit seiner Umgebung, so gibt ein Festkörper im Falle von äußerer Reibung durch seine Kontaktfläche mit anderen Festkörpern einen Teil seiner Bewegungsenergie an diese ab, die daraus resultierende negative Beschleunigung wirkt der ursprünglichen Bewegungsrichtung entgegen und lässt sich in Verbindung mit der Masse des Objektes als Kraft interpretieren. Innere Reibung wirkt ähnlich, hier tritt der Energieverlust durch die Verformung benachbarter Teilchen innerhalb eines Festkörpers, Flüssigkeit oder wie hier einem Gas auf. Für diesen Versuch interessiert uns die innere Reibung, welche sich aus der Viskosität des Mediums ableitet. Die Stokes-Reibungskraft auf eine Kugel mit dem Radius  $r$  und Geschwindigkeit  $v$ , welche sich durch ein Medium der Viskosität  $\eta$  bewegt ergibt sich zu

$$\vec{F}_r = -6\pi r \eta \vec{v} \quad (5)$$

### 1.3.5 Cunningham-Korrektur

Wenn der Radius eines Teilchens im Bereich der mittleren freien Weglänge des umgebenden Mediums liegt, trifft das Stoke'sche Reibungsgesetz nicht mehr zu. Dies liegt daran, dass die Stoke'sche Reibung die äußere Reibung zwischen Öl und Luft vernachlässigt. Unter Verwendung der Cunningham-Korrektur ändert sich die Stoke'sche Reibung zu:

$$\vec{F}_R = -6\pi r \eta \vec{v} \cdot (1 + A_c \frac{\langle l \rangle}{r})^{-1} \quad (6)$$

wobei  $\langle l \rangle$  die mittlere freie Weglänge und  $A_c$  eine Konstante ist, für die wir den Wert  $A_c = 1,26$  verwenden werden.

## 1.4 Herleitung der Formeln

Aus den wirkenden Kräften können wir uns jetzt Formeln für den Radius und die Ladung eines Öltröpfchens herleiten. Im Kräftegleichgewicht ist die Summe aller wirkenden Kräfte gleich 0. Das Medium in dem sich die Tröpfchen bewegen ist Luft, daher  $\rho_m = \rho_{air}$  und  $\rho_K = \rho_{oil}$ . Ein Tröpfchen steigt für

$$\vec{F}_C + \vec{F}_A > \vec{F}_G \quad (7)$$

wegen der entgegenwirkenden Reibungskraft gleichmäßig mit:

$$\vec{v}_{steig} = \frac{1}{6\pi\eta r} (Q \frac{U}{d} - \frac{4}{3} \pi r^3 - (?)g(\rho_{oil} - \rho_{air})) \cdot \vec{e}_z \quad (8)$$

Bei Umpolung der Kondensatorplatten ( $\vec{F}_C + \vec{F}_A < \vec{F}_G$ ), ergibt sich für die Sinkgeschwindigkeit:

$$\vec{v}_{sink} = \frac{1}{6\pi\eta r} (Q \frac{U}{d} + \frac{4}{3} \pi r^3 - (?)g(\rho_{oil} - \rho_{air})) \cdot \vec{e}_z \quad (9)$$

Durch Subtraktion der beiden Gleichungen und umstellen nach  $r$ , erhält man:

$$r = \sqrt{\frac{9\eta(v_{\text{sink}} - v_{\text{steig}})}{4g(\rho_{\text{oil}} - \rho_{\text{air}})}} \quad (10)$$

Durch Addition der beiden Gleichungen, Einsetzen von 0 oben und anschließend umstellen nach  $Q$ , erhält man:

$$Q = \frac{3\pi d \eta r}{U} (v_{\text{sink}} + v_{\text{steig}}) \rightarrow \frac{9}{2} \pi d \sqrt{\frac{\eta^3 (v_{\text{sink}} - v_{\text{steig}})}{g(\rho_{\text{oil}} - \rho_{\text{air}})}} \frac{v_{\text{sink}} + v_{\text{steig}}}{U} \quad (11)$$

Mit der Cunningham Korrektur kommt man mit den selben Schritten auf den Radius:

$$r_C = \frac{A_C \langle l \rangle}{2} + \sqrt{\frac{A_C \langle l \rangle^2}{2} + \frac{9\eta(v_{\text{sink}} - v_{\text{steig}})}{4g(\rho_{\text{oil}} - \rho_{\text{air}})}} = \frac{A_C \langle l \rangle}{2} + \sqrt{\frac{A_C \langle l \rangle}{2} + r^2} \quad (12)$$

und die Ladung:

$$Q_C = \frac{3\pi \eta r_C d}{U} \left(1 + A_C \frac{\langle l \rangle}{r_C}\right)^{-1} (v_{\text{sink}} + v_{\text{steig}}) \Leftrightarrow Q \cdot \frac{r_C}{r} \left(1 + A_C \frac{\langle l \rangle}{r_C}\right)^{-1} \quad (13)$$

## 2 Durchführung

### 2.1 Aufbau

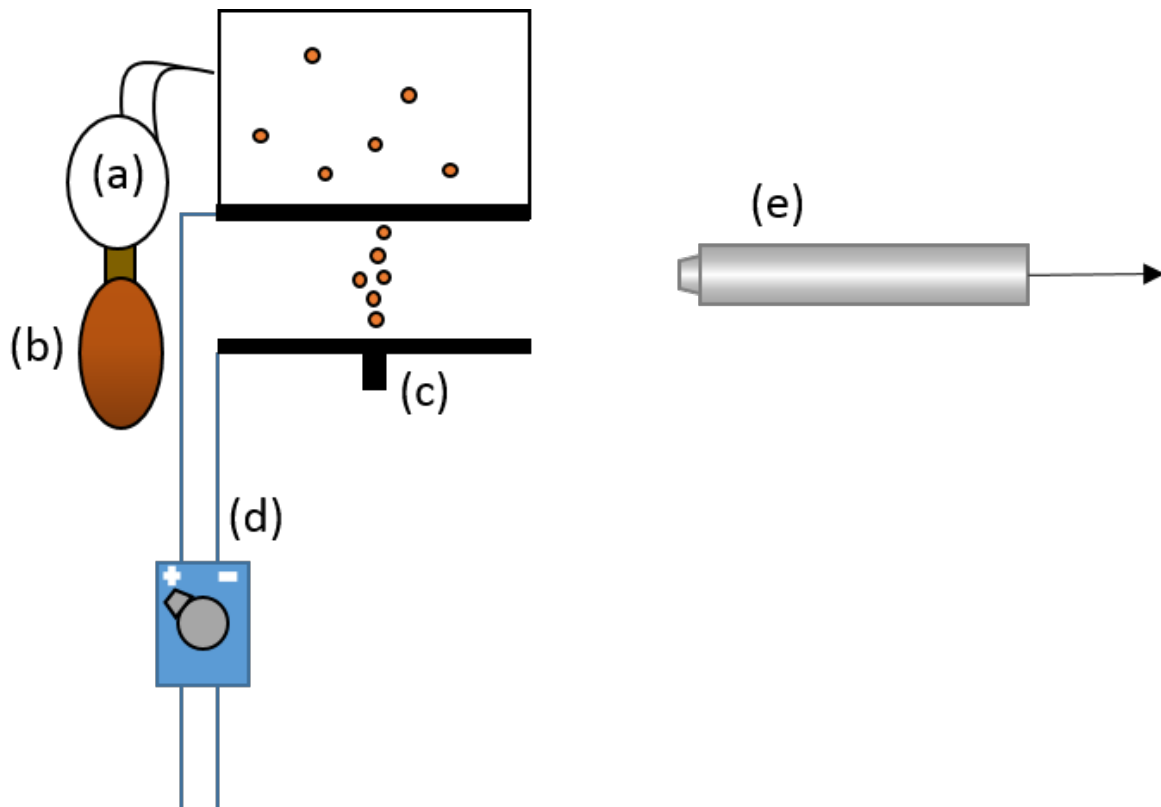
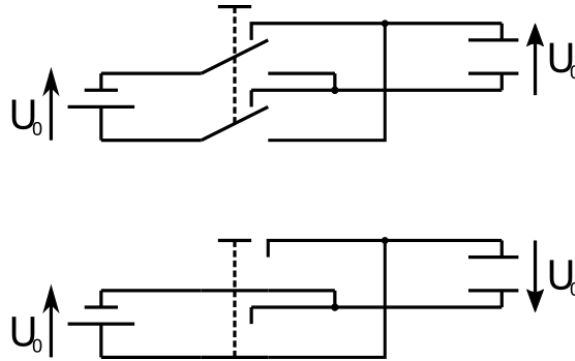


Abbildung 2: Versuchsaufbau [1]

- (a) Ölstauber
- (b) Blasebalg

- (c) Plattenkondensator
- (d) Kommutatorschaltung
- (e) Mikroskop mit vorgeschalteter Kamera

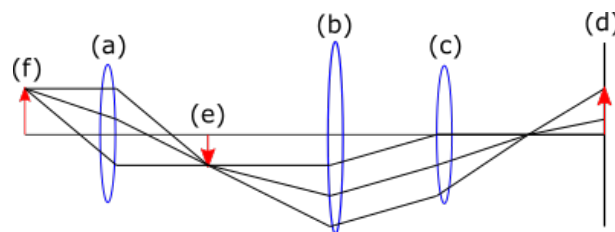
## 2.2 Kommutatorschalter



**Abbildung 3:** Schaltplan eines Kommutator bzw. Wechselschalters in beiden Stellungen

Der Kommutatorschalter oder besser Wechselschalter wird benötigt um die Polarität des Kondensators und damit die Polarität und die Bewegungsrichtung der geladenen Tröpfchen zu ändern. Dazu werden die Kontakte wie in 3 illustriert. Dazu werden die Kontakte des Schalters zwischen den Polen des Kondensators gewechselt um so die Polarität desselbigen zu ändern.

## 2.3 Strahlengang



**Abbildung 4:** Strahlengang eines Mikroskops mit Kamera und Skala

- (a) Objektiv linse mit gegenstand (f) im Brennpunkt
- (b) Okular mit Bildebene von (a) bzw. Zwischenbild (e) inkl. Skala im Brennpunkt
- (c) Kamera/Augen-linse
- (d) Abbildschirm (hier Bildsensor) mit vergrößertem Bild
- (e) Ziwschenbild mit Skala
- (f) Objektebene

In 4 ist einmal konzeptionell der Strahlengang eines Mikroskops illustriert wie es in diesem Versuch verwendet worden sein könnte. Dabei bilden die Linsen (a) und (b) das eigentliche Mikroskop und (c) lediglich zur Digitalisierung des Bildes zur späteren Analyse.

## 2.4 Versuchsdurchführung

Zu Beginn des Versuchs müssen sowohl Mikroskop als auch Kamera kalibriert werden. Dafür wird zunächst die Spannungsversorgung der Mikroskopkamera angeschaltet und dessen Adresse und Konfiguration über die 'Commen Vision Blox Management Console' gesucht und gespeichert um im folgenden das Bild der Kamera im Programm 'MovieInteractive 2' zu betrachten und die Belichtungszeit und Verstärkung der Kamera zu kalibrieren. Hierbei sollte darauf geachtet werden, dass die Belichtungszeit nicht zu lang ist, da dies zu "Verschmierung" der Tropfen im Bild führt. Auch sollte die Verstärkung nicht zu groß gewählt werden um das Rauschen des Hintergrunds gering zu halten. Hat man eine akzeptable Konfiguration gewählt sollte die Brennebene des Mikroskops in die Mitte des Plattenkondensators verschoben werden um die Tröpfchen zu filmen. Die Kamera wird verwendet, damit man in der Auswertung die Differenzen der Framezahlen bilden kann. Dies wird gemacht, damit man sehr genau die Steig- und Fallzeiten der Öltröpfchen bestimmen kann.

Um die Steig- und Sinkzeit eines Tröpfchens zu messen wird zunächst der Blasebald betätigt um einige Öltröpfchen zu zerstäuben. Anschließend wird durch wiederholtes Umpolen des Kondensators ein geladenes Tröpfchen identifiziert und die Aufnahme kann über den Computer gestartet werden. Bei der Aufnahme sollten mindestens fünf vollständige Steig- und Sinkvorgänge aufgezeichnet werden um die Fehler in der Auswertung gering zu halten. Hierzu wartet man bis das Tröpfchen eine der äusseren Begrenzungen der Milimeterskala überschreitet und polt dann das Feld des Kondensators um und lässt es über die gegenüberliegende Begrenzung wandern. Dieser Prozess wird für insgesamt 20 Tröpfchen wiederholt. Es ist dabei darauf zu achten, dass die Brennebene des Mikroskops nach zu justieren, da die Tröpfchen durch Verwirbellung und Stöße mit Luftpartikeln leicht aus der Brennebene wandern und dann nicht länger auf der Aufnahme zu sehen sind.

## 3 Auswertung

### Verwendete Konstanten

Wir möchten an dieser Stelle unglaublich unangenehmer und unnötiger Weise auf den Anhang verweisen, in dem wir eine äußerst unpraktische Tabelle mit den genutzten Naturkonstanten angefertigt haben, die dort unabhängig von ihrer Relevanz an passender Stelle referenziert werden.

Tabelle 9.

Wir behalten uns die Freiheit vor, für den geübten Leser die Konstanten an passender Stelle noch einmal in den Fließtext einzubauen, um den Lesefluss angenehmer zu gestalten.

### Auswertung

Die Fallzeiten der oben beschriebenen Messung können anschließend durch Frameweise Betrachtung der Aufnahmen extrahiert werden. Aus unseren gemessenen Steig- und Sinkzeiten ergaben sich folgende Mittelwerte und deren Fehler

$$\bar{t} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n t_i \quad (14)$$

$$\Delta \bar{t} = \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \cdot \sum_{i=1}^n t_i^2 - \bar{t}^2} \quad (15)$$

mit  $n$  = Anzahl der Messwerte (hier 5) und  $t_i$  = Messwert. Wobei

$$t = \frac{\text{Frame}(\text{Ende}) - \text{Frame}(\text{Start})}{\text{Framerate}} \quad (16)$$



mit Framerate = 32,792 Bilder/s, somit ist t in Sekunden.

Die Geschwindigkeiten ergeben sich über

$$v = \frac{s}{t} \quad (17)$$

mit  $s = (0.96 \pm 0.01)\mu m$  und ein Fehler von

$$\Delta v = v \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta s}{s}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2} \quad (18)$$

Daraus lässt sich der Radius folgendermaßen berechnen

$$r = \sqrt{\frac{9\eta \cdot (v_{sink} - v_{steig})}{4g \cdot (\rho_{oil} - \rho_{air})}} \quad (19)$$

mit  $\eta = 1.81e-5 Pa \cdot s$ ,  $g = 9.81 \frac{m}{s^2}$ ,  $\rho_{oil} = 1030 \frac{kg}{m^3}$ ,  $\rho_{air} = 1.29 \frac{kg}{m^3}$  und den Fehler

$$\Delta r = \frac{r}{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta \eta}{\eta}\right)^2 + \frac{\Delta v_{sink}^2 + \Delta v_{steig}^2}{(v_{sink} - v_{steig})^2}} \quad (20)$$

und ebenfalls die Ladung Q

$$Q = \frac{3\pi \cdot d\eta}{U} \cdot r \cdot (v_{sink} + v_{steig}) \quad (21)$$

und der Fehler

$$\Delta Q = Q \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta \eta}{\eta}\right)^2 + \left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta r}{r}\right)^2 + \frac{\Delta v_{sink}^2 + \Delta v_{steig}^2}{(v_{sink} + v_{steig})^2}} \quad (22)$$

damit ergab sich die folgende Tabelle 7. Trägt man nun die unkorrigierten Radien gegen deren zugehörige Ladung auf ergibt sich folgende Grafik

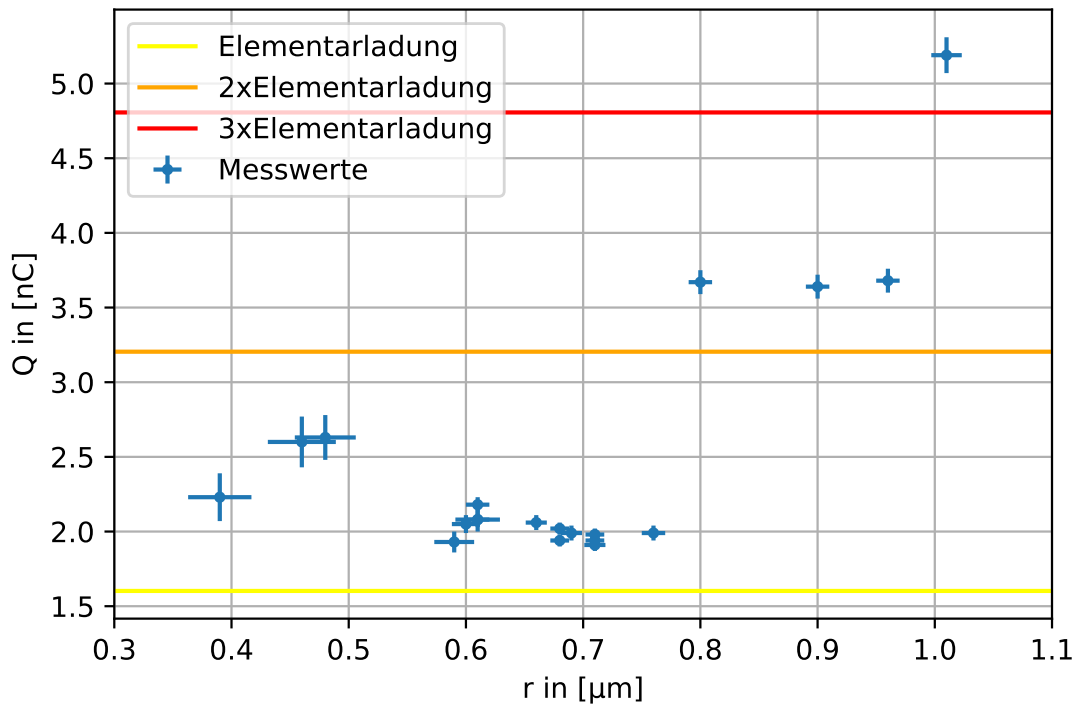


Abbildung 5: Ladung als Funktion des Radius

Es ist deutlich zu erkennen, dass eine Quantifizierung wahrscheinlich ist, jedoch stimmt diese nicht mit den zu erwartenden Werten über ein, weswegen man die Cunningham Korrektur zu Hilfe nimmt. Mit der Cunningham Korrektur ergeben sich die Radien und Ladungen über

$$r_c = \sqrt{\left(\frac{A_c \langle l \rangle}{2}\right)^2 + r^2} - \frac{A_c \langle l \rangle}{2} \quad (23)$$

$$Q_c = Q \left(1 + \frac{A_c \langle l \rangle}{r_c}\right)^{-1} \frac{r_c}{r} \quad (24)$$

mit  $r$  als unkorrigierter Radius,  $A_c = 1.26$  als einheitenloser Faktor und  $\langle l \rangle = 6.4 \cdot 10^{-8} m$  als mittlere freie Weglänge eines Teilchens in Luft und den Fehlern

$$\Delta r_c = \frac{r \Delta r}{\sqrt{\left(\frac{A_c \langle l \rangle}{2}\right)^2 + r^2}} \quad (25)$$

$$\Delta Q_c = Q_c \sqrt{\left(\frac{\Delta Q}{Q}\right)^2 + \left(\frac{A_c \langle l \rangle \Delta r}{r(r + \langle l \rangle A_c)}\right)^2} \quad (26)$$

Dies lässt sich erneut in Tabelle 8 darstellen und Plotten

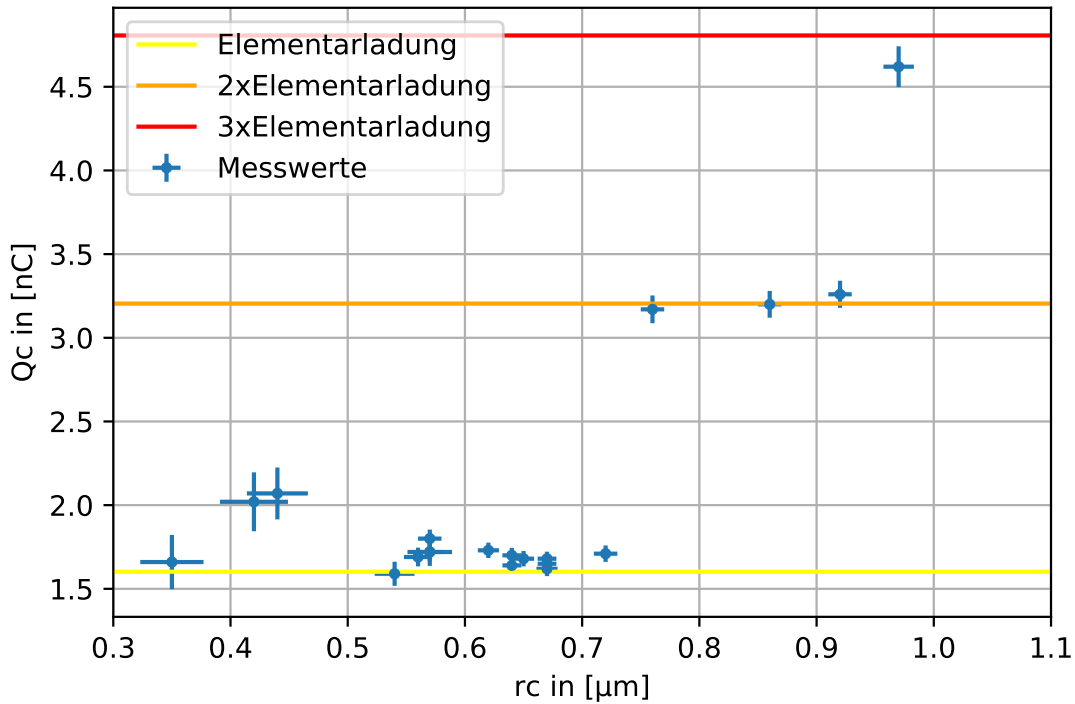


Abbildung 6:  $Q_c$  als Funktion von  $r_c$

In dieser Grafik ist eine deutlich bessere Übereinstimmung der Messwerte mit der quantisierten Elementarladung zu erkennen. Einige der Messwerte fallen leider nicht innerhalb des Fehlerbereichs mit einem Vielfachen der Elementarladung zusammen, diese Abweichung lässt sich für uns durch Ungenauigkeiten in der Messung zurückführen, wie zum Beispiel die Umkehr der Kondensatorspannung und der daraus resultierenden kurzen Beschleunigungsstrecke, sowie die Bewegung der Teilchen in 3D, die Brownsche Molekularbewegung und die Umweltbedingte Bewegung der Luft im Kondensator.

Zuletzt lässt sich nicht desto trotz die Elementarladung aus den Messwerten bestimmen. Dafür wird für  $N \geq 5$  der Mittelwert

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (27)$$

mit dem Fehler

$$\Delta \bar{x} = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n \Delta x_i^2} \quad (28)$$

und für  $N < 5$  das geometrische Mittel

$$\bar{x}_{geom} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i} \quad (29)$$

mit dem Fehler

$$\Delta \bar{x}_{geom} = \frac{1}{n(\prod_{i=1}^n x_i)^{\frac{n-1}{n}}} \sqrt{\sum_{j=1}^n (\Delta x_j \cdot \prod_{i \neq j}^n x_i)^2} \quad (30)$$

Dafür werden zunächst alle mehrfachgeladen Teilchen auf die Einfache Ladungsmenge durch Division normiert (dh.  $Q_i = \frac{Q_i}{\text{Mehrfachladung}_i}$ ). Danach fließen alle Werte gewichtet mit ihrer Standardabweichung vom Mittelwert  $w_i$  in die Berechnung der Elementarladung ein. Dafür gilt

$$e = \frac{1}{\sum_{i=1}^n w_i} \sum_{i=1}^n Q_i \cdot w_i \quad (31)$$

mit

$$w_i = \frac{1}{\Delta Q_i^2} \quad (32)$$

und dem Fehler

$$\Delta e = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{1}{w_i}} \quad (33)$$

Woraus sich für unsere Messung eine Elementarladung von  $(2.04 \pm 0.39) \cdot 10^{-19} C$  für die Unkorrigierten werte und eine Elementarladung von  $(1.63 \pm 0.39) \cdot 10^{-19} C$  für die korrigierten Werte ergibt. Diese liegt innerhalb des Fehlerbereichs auf dem Literaturwert von  $e = 1.602176634 \cdot 10^{-19} C$ .

## 4 Diskussion

Abschließend noch eine Zusammenfassung. Die unkorrigierten Messwerte stimmen, wie zu erwarten, nicht mit den Literaturwerten über ein. Die korrigierten jedoch passen schon besser. Auffällig ist, dass die korrigierten Ladungen und Radien geringer sind, als die ursprünglichen. Dies war zu erwarten, da die Korrektur die Geschwindigkeiten nach unten korrigiert.

Der große Fehler bei unserem Ergebnis lässt sich dadurch erklären, dass bei der Berechnung der Elementarladung alle Messwerte eingeflossen sind. Bei Betrachtung der Grafiken wird jedoch deutlich, dass ein paar der Messwerte wahrscheinlich Mehrfachgeladen sind. Der Großteil ist aber Einfach geladen. Einige andere Fehlerquellen wären, wie oben schon kurz angeschnitten, dass die Teilchen auch einen Drift aus der Bildebene raus hatten. Was dazu führt, dass die Tröpfchen während des Messvorgangs größer/kleiner und bei einer zu späten Anpassung des Mikroskops unscharf wurden.

Insgesamt hätte eine Statistik mit mehr Messwerten zu einem besseren Ergebnis geführt, da die Mehrfachladungen seltener sind, als die einfach geladenen Tröpfchen. Jedoch ist auch unser Ergebnis mit 20 Tröpfchen auf ein Ergebnis gekommen, welches mit Fehlerbereichs auf dem Literaturwert liegt.

## Literatur

[1] [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Schematischer\\_Aufbau.png](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Schematischer_Aufbau.png) 20.05.2021

## 5 Anhang

$v_{\text{sink}}[\mu\text{m}/\text{s}]$	$\Delta v_{\text{sink}}[\mu\text{m}/\text{s}]$	$v_{\text{steig}}[\mu\text{m}/\text{s}]$	$\Delta v_{\text{steig}}[\mu\text{m}/\text{s}]$	$r[\mu\text{m}]$	$\Delta r[\mu\text{m}]$	$Q[10^{-9}\text{C}]$	$\Delta Q[10^{-9}\text{C}]$
213	5.5	122	1.8	0.61	0.019	2.1	0.08
296	4.8	239	4.0	0.48	0.026	2.6	0.15
196	2.1	70	0.9	0.71	0.008	1.9	0.04
194	2.5	70	1.0	0.71	0.009	1.9	0.04
207	2.3	100	1.1	0.66	0.009	2.1	0.05
221	2.6	130	1.4	0.61	0.010	2.2	0.05
298	3.4	98	1.6	0.90	0.010	3.6	0.08
213	2.7	120	1.4	0.61	0.010	2.1	0.05
304	5.5	253	3.6	0.46	0.029	2.6	0.17
198	2.1	74	0.9	0.71	0.008	2.0	0.04
197	2.1	81	0.9	0.68	0.008	1.9	0.04
377	5.4	123	1.7	1.01	0.013	5.2	0.12
212	2.6	124	2.1	0.60	0.012	2.0	0.06
200	3.2	56	1.0	0.76	0.010	2.0	0.05
203	2.2	89	1.0	0.68	0.008	2.0	0.04
200	2.6	81	1.0	0.69	0.009	2.0	0.05
303	3.4	144	1.7	0.80	0.010	3.7	0.08
301	3.8	74	1.3	0.96	0.010	3.7	0.08
204	3.9	120	3.0	0.58	0.017	1.9	0.07
299	4.2	262	3.0	0.39	0.026	2.2	0.16

**Abbildung 7:** Geschwindigkeiten, Radien und Ladung der Teilchen

$r[\mu\text{m}]$	$\Delta r[\mu\text{m}]$	$Q[10^{-9}\text{C}]$	$\Delta Q[10^{-9}\text{C}]$	$r_c[\mu\text{m}]$	$\Delta r_c[\mu\text{m}]$	$Q_c[10^{-9}\text{C}]$	$\Delta Q_c[10^{-9}\text{C}]$
0.61	0.019	2.1	0.08	0.57	0.019	1.7	0.08
0.48	0.026	2.6	0.15	0.44	0.026	2.1	0.16
0.71	0.008	1.9	0.04	0.67	0.008	1.7	0.04
0.71	0.009	1.9	0.04	0.67	0.009	1.6	0.04
0.66	0.008	2.1	0.05	0.62	0.009	1.7	0.05
0.61	0.010	2.2	0.05	0.57	0.010	1.8	0.05
0.90	0.010	3.6	0.08	0.86	0.010	3.2	0.08
0.61	0.010	2.1	0.05	0.57	0.010	1.7	0.05
0.46	0.030	2.6	0.17	0.42	0.029	2.0	0.18
0.71	0.010	2.0	0.04	0.67	0.008	1.7	0.04
0.80	0.010	2.0	0.04	0.64	0.008	1.6	0.04
1.01	0.013	5.2	0.12	0.97	0.013	4.6	0.12
0.60	0.012	2.0	0.06	0.56	0.012	1.7	0.06
0.76	0.010	2.0	0.05	0.72	0.010	1.7	0.05
0.68	0.010	2.0	0.04	0.64	0.008	1.7	0.05
0.69	0.010	2.0	0.05	0.65	0.009	1.7	0.05
0.80	0.010	3.7	0.08	0.76	0.010	3.2	0.08
0.96	0.010	3.7	0.08	0.92	0.010	3.3	0.08
0.58	0.017	1.9	0.07	0.54	0.017	1.6	0.07
0.39	0.027	2.2	0.16	0.35	0.027	1.7	0.16

**Abbildung 8:** Radien und Ladungen mit und ohne Cunningham Korrektur

Name	Wert	Beschreibung
Framerate	$32.792 \frac{\text{Bilder}}{\text{Sekunde}}$	Die Framerate der Kamera.
s	$(0.96 \pm 0.01) \mu m$	Länge der Skala inkl. Fehler.
$\eta$	$1.81e - 5 Pas$	Viskosität der Luft.
g	$9.81 \frac{m}{s^2}$	Erdbeschleunigung.
$\rho_{oil}$	$1030 \frac{kg}{m^3}$	Dichte von Öl.
$\rho_{air}$	$1.29 \frac{kg}{m^3}$	Dichte von Luft.

Abbildung 9: Verwendete Konstanten

Frames	Frames	$t_1$	Frames	Frames	$t_2$	Frames	Frames	$t_3$	Frames	Frames	$t_4$	Frames	Frames	$t_5$
508	662	154	677	929	252	939	1082	143	1096	1358	262	1374	1522	148
629	740	111	749	878	129	888	994	106	1005	1141	136	1149	1257	108
893	1339	446	1347	1509	162	1529	1977	448	1999	2160	161	2185	2643	458
1225	1384	159	1405	1841	436	1857	2020	163	2028	2482	454	2504	2668	164
1577	1892	315	1909	2062	153	2071	2392	321	2401	2556	155	2565	2878	313
903	1149	246	1169	1313	144	1334	1578	244	1599	1744	145	1770	2013	243
1797	1903	106	1908	2238	330	2244	2349	105	2355	2670	315	2676	2782	106
1094	1245	151	1251	1511	260	1527	1674	147	1718	1983	265	1999	2147	148
455	562	107	574	696	122	705	811	106	825	952	127	956	1057	101
335	754	419	762	922	160	928	1357	429	1370	1529	159	1540	1972	432
348	739	391	760	922	162	945	1331	386	1341	1502	161	1507	1897	390
220	477	257	508	591	83	613	866	253	889	971	82	993	1254	261
315	466	151	484	736	252	745	897	152	910	1174	264	1195	1343	148
934	1093	159	1114	1709	595	1715	1871	156	1892	2453	561	2458	2621	163
1801	1958	157	1975	2327	352	2339	2494	155	2504	2860	356	2877	3035	158
307	464	157	482	882	400	895	1056	161	1079	1469	390	1483	1643	160
432	536	104	542	765	223	779	883	104	905	1127	222	1134	1238	104
968	1413	445	1425	1531	106	1542	1964	422	1977	2083	106	2096	2522	426
458	613	155	625	910	285	932	1091	159	1096	1354	258	1375	1523	148
584	706	122	708	813	105	821	943	122	948	1056	108	1063	1184	121

Frames	Frames	$t_6$	Frames	Frames	$t_7$	Frames	Frames	$t_8$	Frames	Frames	$t_9$	Frames	Frames	$t_{10}$
1535	1801	266	1814	1973	159	1990	2254	264	2271	2411	140	2426	2681	255
1265	1396	131	1404	1512	108	1523	1653	130	1661	1764	103	1771	1909	138
2663	2826	163	2847	3307	460	3332	3494	162	3513	3972	459	3993	4153	160
2686	3132	446	3149	3316	167	3332	3792	460	3811	3975	164	3997	4456	459
2889	3042	153	3049	3365	316	3375	3527	152	3537	3856	319	3864	4018	154
2035	2178	143	2203	2447	244	2470	2611	141	2632	2877	245	2903	3048	145
2788	3119	331	3126	3233	107	3239	3549	310	3554	3662	108	3667	3993	326
2162	2426	264	2444	2596	152	2616	2877	261	2895	3042	147	3059	3325	266
1069	1194	125	1206	1313	107	1321	1445	124	1454	1554	100	1565	1694	129
1984	2144	160	2155	2575	420	2585	2744	159	2752	3181	429	3189	3350	161
1912	2072	160	2088	2479	391	2495	2657	162	2669	3060	391	3073	3234	161
1280	1366	86	1387	1651	264	1674	1760	86	1784	2035	251	2060	2143	83
1361	1613	252	1628	1775	147	1794	2058	264	2073	2223	150	2241	2488	247
2638	3219	581	3233	3396	163	3408	3975	567	3991	4144	153	4159	4706	547
3052	3404	352	3416	3573	157	3591	3946	355	3958	4113	155	4126	4482	356
1658	2047	389	2061	2216	155	2233	2621	388	2640	2801	161	2813	3201	388
1251	1470	219	1480	1586	106	1597	1816	219	1826	1931	105	1942	2159	217
2533	2639	106	2651	3064	413	3079	3186	107	3197	3641	444	3655	3759	104
1542	1809	267	1823	1975	152	1991	2245	254	2264	2426	162	2441	2694	253
1189	1294	105	1300	1419	119	1424	1527	103	1534	1654	120	1659	1767	108

Abbildung 10: Originale Messwerte