

SERWAY · JEWETT

para ciencias e ingeniería

Volumen 1 Séptima edición

Física 1 - Comisión 2013-04

Clase: Miércoles 4 de septiembre de 2025

Buenas tardes, continuamos en la clase de hoy con el tema: Potencia, iniciado la clase del 28/8, donde se establecieron los conceptos generales, utilidad y las expresiones para su cálculo. Luego continuaremos con el tema Cantidad de Movimiento lineal. Se continuarán desarrollando los aspectos teóricos del tema y luego se realizará la clase de ejercitación. La clasificación del impacto en elásticos e inelásticos permite comprender los efectos de un choque entre objetos materiales en función del material.

Se recomienda la lectura de las secciones 9.2 y 9.3 , página 232 hasta la página 241**(242)** del libro *Física para Ciencias e Ingeniería*, volumen 1, de *R Serway* y *J. Jewett*, (o de cualquier otro libro de la <u>bibliografía</u> de la asignatura).

Está disponible también el <u>apunte 12 sobre Potencia</u> y el 13 sobre <u>Cantidad de</u> <u>Movimiento Lineal</u>. en este Aula Virtual.

Se abre un Foro para consultas sobre el tema: Cantidad de Movimiento, allí pueden dejar sus consultas sobre temas de este capítulo de la Mecánica.

Se indican realizar como actividad de aplicación, los ejercicios $\frac{41}{51}$ y $\frac{54}{51}$ de la guía N°3 2021.

Pablo Provenzano

Problema N°41: Un ascensor tiene una masa de 1600 kg y transporta pasajeros con una masa combinada de 200 kg. Una fuerza de fricción constante de 4 000 N retarda su movimiento. ¿Cuánta potencia debe proporcionar un motor para levantar el elevador y a sus pasajeros con una velocidad constante de 3.00 m/s?

Problema N°51: Una bola de $0.150 \ kg$ de masa se deja caer desde el reposo a una altura de $1.25 \ m$. Rebota en el suelo para alcanzar una altura de $0.960 \ m$. ¿Qué impulso le da el piso a la bola?

Problema N°54: Un vagón de ferrocarril de $2.50 \cdot 10^4~kg$ de masa se mueve con una velocidad de 4.00 m/s. Choca y se acopla con otros tres vagones acoplados, cada uno de la misma masa que el vagón solo y se mueven en la misma dirección con una velocidad inicial de 2.00 m/s.

a) ¿Cuál es la velocidad de los cuatro vagones inmediatamente después de la colisión?

b) ¿Cuánta energía se transforma en energía interna en la colisión?				



Las bolsas de aire en los automóviles han salvado incontables vidas en los accidentes. La bolsa de aire aumenta el intervalo de tiempo durante el cual el pasajero es llevado al reposo, con lo cual disminuye la fuerza (y las lesiones resultantes) en el pasajero.

Impulso de una fuerza

Teorema impulsocantidad de movimiento

9.2 Impulso y cantidad de movimiento

De acuerdo con la ecuación 9.3, la cantidad de movimiento de una partícula cambia si una fuerza neta actúa en la partícula. Conocer el cambio en la cantidad de movimiento causada por una fuerza es útil al resolver algunos tipos de problemas. Para construir una mejor comprensión de este concepto importante, suponga que una fuerza neta $\sum \vec{\mathbf{f}}$ actúa en una partícula y que esta fuerza puede variar con el tiempo. De acuerdo con la segunda ley de Newton, $\sum \vec{\mathbf{f}} = d\vec{\mathbf{p}}/dt$, o

$$d\vec{\mathbf{p}} = \sum \vec{\mathbf{F}} dt \tag{9.7}$$

Se puede integrar² esta ecuación para encontrar el cambio en la cantidad de movimiento de una partícula cuando la fuerza actúa durante algún intervalo de tiempo. Si la cantidad de movimiento de la partícula cambia de $\vec{\mathbf{p}}_i$ en el tiempo t_i a $\vec{\mathbf{p}}_f$ en el tiempo t_f , integrar la ecuación 9.7 produce

$$\Delta \vec{\mathbf{p}} = \vec{\mathbf{p}}_f - \vec{\mathbf{p}}_i = \int_t^{t_f} \sum \vec{\mathbf{F}} dt$$
 (9.8)

Para evaluar la integral, es necesario saber cómo varía con el tiempo la fuerza neta. La cantidad en el lado derecho de esta ecuación es un vector llamado **impulso** de la fuerza neta $\sum \vec{\mathbf{F}}$ que actúa en una partícula durante el intervalo de tiempo $\Delta t = t_f - t_i$:

$$\vec{\mathbf{I}} \equiv \int_{t_i}^{t_f} \sum \vec{\mathbf{F}} dt \tag{9.9}$$

A partir de esta definición, se ve que el impulso $\vec{\bf I}$ es una cantidad vectorial que tiene una magnitud igual al área bajo la curva fuerza–tiempo, como se describe en la figura 9.3a. Se supone que la fuerza varía en el tiempo en la forma integral que se muestra en la figura y es distinta de cero en el intervalo de tiempo $\Delta t = t_f - t_i$. La dirección del vector impulso es la misma que la dirección del cambio en la cantidad de movimiento. El impulso tiene las dimensiones de cantidad de movimiento, esto es, ML/T. El impulso no es una propiedad de una partícula; en vez de ello, es una medida del grado en el que la fuerza externa cambia la cantidad de movimiento de la partícula.

La ecuación 9.8 es un enunciado importante conocido como **teorema impulso–cantidad de movimiento**:

El cambio en la cantidad de movimiento de una partícula es igual al impulso de la fuerza neta que actúa en la partícula:

$$\Delta \vec{\mathbf{p}} = \vec{\mathbf{I}} \tag{9.10}$$

Este enunciado es equivalente a la segunda ley de Newton. Cuando se dice que a una partícula se le da un impulso, significa que la cantidad de movimiento se transfiere de un agente externo a dicha partícula. La ecuación 9.10 es idéntica en forma a la ecuación de conservación de la energía, la ecuación 8.1. El lado izquierdo de la ecuación 9.10 representa el cambio en la cantidad de movimiento del sistema, que en este caso es una sola partícula. El lado derecho es una medida de cuánta cantidad de movimiento cruza la frontera del sistema debido a la fuerza neta que se aplica al sistema.

Ya que la fuerza neta que imparte un impulso a una partícula por lo general puede variar en el tiempo, es conveniente definir una fuerza neta promediada en el tiempo:

² Aquí se integra la fuerza en relación con el tiempo. Compare esta estrategia con los esfuerzos del capítulo 7, donde se integró fuerza en relación con la posición para encontrar el trabajo invertido por la fuerza.

$$\left(\sum \vec{\mathbf{F}}\right)_{\text{prom}} \equiv \frac{1}{\Delta t} \int_{t}^{t_{f}} \sum \vec{\mathbf{F}} dt$$
 (9.11)

donde $\Delta t = t_f - t_i$. (Esta ecuación es una aplicación del teorema del valor medio del cálculo.) Debido a eso, la ecuación 9.9 se puede expresar como

$$\vec{\mathbf{I}} = \left(\sum \vec{\mathbf{F}}\right)_{\text{prom}} \Delta t \tag{9.12}$$

Esta fuerza promediada en el tiempo, que se muestra en la figura 9.3b, se interpreta como la fuerza constante que daría a la partícula, en el intervalo de tiempo Δt , el mismo impulso que la fuerza variable en el tiempo da durante este mismo intervalo.

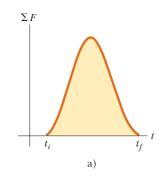
En principio, si $\sum \vec{\mathbf{f}}$ se conoce como una función del tiempo, el impulso se calcula a partir de la ecuación 9.9. El cálculo se vuelve especialmente simple si la fuerza que actúa sobre la partícula es constante. En este caso $(\sum \vec{\mathbf{f}})_{prom} = \sum \vec{\mathbf{f}}$, donde $\sum \vec{\mathbf{f}}$ es la fuerza neta constante, y la ecuación 9.12 se convierte en

$$\vec{\mathbf{I}} = \sum \vec{\mathbf{F}} \, \Delta t \tag{9.13}$$

En muchas situaciones físicas se usará lo que se llama la aproximación del impulso, en la que se supone que una de las fuerzas ejercida sobre una partícula actúa durante un tiempo breve pero es mucho mayor que cualquiera otra fuerza presente. En este caso, la fuerza neta $\sum \vec{\mathbf{F}}$ en la ecuación 9.9 se sustituye con una sola fuerza $\vec{\mathbf{F}}$ para encontrar el impulso sobre la partícula. Esta aproximación es especialmente útil al tratar colisiones en las cuales la duración de la colisión es muy breve. Cuando se hace esta aproximación, la fuerza sola se conoce como *fuerza impulsiva*. Por ejemplo, cuando un bat golpea una pelota de beisbol, el tiempo de la colisión es aproximadamente 0.01 s y la fuerza promedio que el bat ejerce sobre la pelota en este tiempo usualmente es de muchos miles de newtons. Ya que esta fuerza de contacto es mucho más grande que la magnitud de la fuerza gravitacional, la aproximación del impulso justifica el ignorar las fuerzas gravitacionales en la pelota y el bat. Cuando se usa esta aproximación, es importante recordar que $\vec{\mathbf{p}}_i$ y $\vec{\mathbf{p}}_f$ representan las cantidades de movimiento *inmediatamente* antes y después de la colisión, respectivamente. Por lo tanto, en cualquier situación en la que es adecuado usar la aproximación del impulso, la partícula se mueve muy poco durante la colisión.

Pregunta rápida 9.3 Dos objetos están en reposo sobre una superficie sin fricción. El objeto 1 tiene una masa mayor que el objeto 2. i) Cuando se aplica una fuerza constante al objeto 1, acelera a través de una distancia d en una línea recta. Se retira la fuerza del objeto 1 y se aplica al objeto 2. En el momento cuando el objeto 2 aceleró a través de la misma distancia d, ¿qué enunciados son verdaderos? a) $p_1 < p_2$, b) $p_1 = p_2$, c) $p_1 > p_2$, d) $K_1 < K_2$, e) $K_1 = K_2$, f) $K_1 > K_2$. ii) Cuando se aplica una fuerza al objeto 1, éste acelera durante un intervalo de tiempo Δt . Se retira la fuerza del objeto 1 y se aplica al objeto 2. De la misma lista de opciones, ¿cuáles enunciados son verdaderos después de que el objeto 2 acelera durante el mismo intervalo de tiempo Δt ?

Pregunta rápida 9.4 Clasifique el tablero, el cinturón de seguridad y la bolsa de aire de un automóvil en términos de a) el impulso y b) la fuerza promedio que cada uno entrega a un pasajero en el asiento delantero durante una colisión, de mayor a menor.



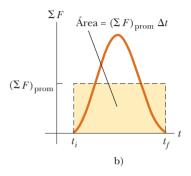


Figura 9.3 a) Una fuerza neta que actúa sobre una partícula puede variar en el tiempo. El impulso impartido a la partícula por la fuerza es el área bajo la curva fuerza con tiempo. b) En el intervalo de tiempo Δt , la fuerza neta promediada en el tiempo (línea discontinua horizontal) da el mismo impulso a una partícula como lo hace la fuerza variable en el tiempo descrita en a).

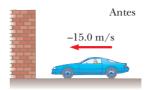
EJEMPLO 9.3 ¿Qué tan útiles son las defensas?

En una prueba de choque, un automóvil de 1 500 kg de masa choca con una pared, como se muestra en la figura 9.4. Las velocidades inicial y final del automóvil son $\vec{\mathbf{v}}_i = -15.0\hat{\mathbf{i}}$ m/s y $\vec{\mathbf{v}}_f = 2.60\hat{\mathbf{i}}$ m/s, respectivamente. Si la colisión dura 0.150 s, encuentre el impulso causado por la colisión y la fuerza promedio ejercida en el automóvil.

SOLUCIÓN

Conceptualizar El tiempo de colisión es breve, así que se puede formar una idea de que el automóvil se lleva al reposo muy rápidamente y en tal caso se mueve de regreso en la dirección opuesta con una rapidez reducida.

Categorizar Se considera que la fuerza ejercida por la pared sobre el automóvil es grande en comparación con otras fuerzas sobre el auto (como la fricción y la resistencia del aire). Además, la fuerza gravitacional y la fuerza normal ejercida por el camino sobre el automóvil son perpendiculares al movimiento y en consecuencia no afectan la cantidad de movimiento horizontal. Por lo tanto, se clasifica el problema como uno en el que se puede aplicar la aproximación del impulso en la dirección horizontal.



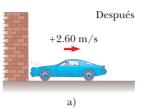




Figura 9.4 (Ejemplo 9.3) a) La cantidad de movimiento de este automóvil cambia como resultado de su colisión con la pared. b) En una prueba de choque, mucha de la energía cinética inicial del automóvil se transforma en energía asociada con el daño al auto.

Analizar

Evalúe las cantidades de movimiento inicial y final del automóvil:

$$\vec{\mathbf{p}}_i = m\vec{\mathbf{v}}_i = (1\ 500\ \text{kg})(-15.0\ \hat{\mathbf{i}}\ \text{m/s}) = -2.25 \times 10^4\ \hat{\mathbf{i}}\ \text{kg} \cdot \text{m/s}$$

 $\vec{\mathbf{p}}_f = m\vec{\mathbf{v}}_f = (1\ 500\ \text{kg})(2.60\ \hat{\mathbf{i}}\ \text{m/s}) = 0.39 \times 10^4\ \hat{\mathbf{i}}\ \text{kg} \cdot \text{m/s}$

Aplique la ecuación 9.10 para hallar el impulso en el automóvil

$$\vec{\mathbf{I}} = \Delta \vec{\mathbf{p}} = \vec{\mathbf{p}}_f - \vec{\mathbf{p}}_i = 0.39 \times 10^4 \hat{\mathbf{i}} \text{ kg} \cdot \text{m/s} - (-2.25 \times 10^4 \hat{\mathbf{i}} \text{ kg} \cdot \text{m/s})$$

$$= 2.64 \times 10^4 \hat{\mathbf{i}} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Aplique la ecuación 9.3 para hallar el valor numérico de la fuerza promedio ejercida por la pared en el automóvil:

$$\vec{\mathbf{F}}_{prom} = \frac{\Delta \vec{\mathbf{p}}}{\Delta t} = \frac{2.64 \times 10^4 \hat{\mathbf{i}} \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{0.150 \text{ s}} = 1.76 \times 10^5 \hat{\mathbf{i}} \text{ N}$$

Finalizar Note que los signos de las velocidades en este ejemplo indican la inversión de direcciones. ¿Cuáles serían las matemáticas descriptivas si las velocidades inicial y final tienen el mismo signo?

¿Qué pasaría si? ¿Y si el automóvil no rebota de la pared? Suponga que la velocidad final del automóvil es cero y que el intervalo de tiempo de la colisión permanece en 0.150 s. ¿Esto representaría una fuerza mayor o menor ejercida por la pared sobre el auto?

Respuesta En la situación original en la que el automóvil rebota, la fuerza por la pared sobre el automóvil hace dos cosas durante el intervalo de tiempo: 1) detiene el auto y 2) hace que el auto se aleje de la pared a 2.60 m/s después de chocar. Si el automóvil no rebota, la fuerza sólo hace el primero de estos pasos (detener el auto), lo que requiere una fuerza más pequeña.

En términos matemáticos, en el caso del auto que no rebota, el impulso es

$$\vec{\mathbf{I}} = \Delta \vec{\mathbf{p}} = \vec{\mathbf{p}}_f - \vec{\mathbf{p}}_i = 0 - (-2.25 \times 10^4 \hat{\mathbf{i}} \text{ kg} \cdot \text{m/s}) = 2.25 \times 10^4 \hat{\mathbf{i}} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

La fuerza promedio que ejerce la pared sobre el automóvil es

$$\vec{\mathbf{F}}_{prom} = \frac{\Delta \vec{\mathbf{p}}}{\Delta t} = \frac{2.25 \times 10^4 \hat{\mathbf{i}} \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{0.150 \text{ s}} = 1.50 \times 10^5 \hat{\mathbf{i}} \text{ N}$$

que de hecho es más pequeña que el valor anteriormente calculado, como se argumentó teóricamente.

9.3 Colisiones en una dimensión

En esta sección se usa la ley de conservación de cantidad de movimiento lineal para describir lo que ocurre cuando chocan dos partículas. El término **colisión** representa un evento durante el que dos partículas se acercan una a la otra e interactúan mediante fuerzas. Se supone que las fuerzas de interacción son mucho mayores que otras fuerzas externas cualesquiera, así que se puede usar la aproximación del impulso.

Una colisión puede involucrar contacto físico entre dos objetos macroscópicos, como se describe en la figura 9.5a, pero la noción de lo que significa una colisión se debe ampliar porque "contacto físico" en una escala submicroscópica está mal definido y por lo tanto no

tiene significado. Para comprender este concepto, considere una colisión a escala atómica (figura 9.5b) tal como la colisión de un protón con una partícula alfa (el núcleo de un átomo de helio). Ya que las partículas tienen carga positiva, se repelen mutuamente debido a la fuerza electrostática intensa entre ellas en separaciones cercanas y nunca entran en "contacto físico".

Cuando dos partículas de masas m_1 y m_2 chocan como se muestra en la figura 9.5, las fuerzas impulsivas pueden variar en el tiempo en formas complicadas, tales como las que se muestran en la figura 9.3. Sin embargo, sin importar la complejidad del comportamiento temporal de la fuerza impulsiva, esta fuerza es interna al sistema de dos partículas. En consecuencia, las dos partículas forman un sistema aislado y la cantidad de movimiento del sistema se conserva.

En contraste, la energía cinética total del sistema de partículas puede o no conservarse, dependiendo del tipo de colisión. De hecho, las colisiones se categorizan como *elásticas* o como *inelásticas*, dependiendo de si la energía cinética se conserva o no.

Una colisión elástica entre dos objetos es aquella en la que la energía cinética total (así como la cantidad de movimiento total) del sistema es la misma antes y después de la colisión. Las colisiones entre ciertos objetos en el mundo macroscópico, como las bolas de billar, sólo son *aproximadamente* elásticas porque tiene lugar alguna deformación y pérdida de energía cinética. Por ejemplo, usted puede escuchar la colisión de una bola de billar, de modo que usted sabe que parte de la energía se transfiere del sistema mediante sonido. ¡Una colisión elástica debe ser perfectamente silenciosa! Las colisiones *verdaderamente* elásticas se presentan entre partículas atómicas y subatómicas.

En una colisión inelástica la energía cinética total del sistema no es la misma antes ni después de la colisión (aun cuando la cantidad de movimiento del sistema se conserve). Las colisiones inelásticas son de dos tipos. Cuando los objetos se unen después de chocar, como cuando un meteorito choca con la Tierra, la colisión se llama perfectamente inelástica. Cuando los objetos en colisión no se unen sino que se pierde parte de la energía cinética, como en el caso de una bola de hule que choca con una superficie dura, la colisión se llama inelástica (sin adverbio modificador). Cuando la bola de hule choca con la superficie dura, parte de la energía cinética de la bola se pierde cuando la bola se deforma mientras está en contacto con la superficie.

En el resto de esta sección, se tratan las colisiones en una dimensión y se consideran los dos casos extremos, las colisiones perfectamente inelásticas y elásticas.

Colisiones perfectamente inelásticas

Considere dos partículas de masas m_1 y m_2 que se mueven con velocidades iniciales $\vec{\mathbf{v}}_{1i}$ y $\vec{\mathbf{v}}_{2i}$ a lo largo de la misma línea recta, como se muestra en la figura 9.6. Las dos partículas chocan de frente, quedan unidas y luego se mueven con alguna velocidad común $\vec{\mathbf{v}}_f$ después de la colisión. Ya que la cantidad de movimiento de un sistema aislado se conserva en *cualquier* colisión, se puede decir que la cantidad de movimiento total antes de la colisión es igual a la cantidad de movimiento total del sistema compuesto después de la colisión:

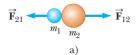
$$m_1 \vec{\mathbf{v}}_{1i} + m_2 \vec{\mathbf{v}}_{2i} = (m_1 + m_2) \vec{\mathbf{v}}_f$$
 (9.14)

Al resolver para la velocidad final se obtiene

$$\vec{\mathbf{v}}_f = \frac{m_1 \vec{\mathbf{v}}_{1i} + m_2 \vec{\mathbf{v}}_{2i}}{m_1 + m_2}$$
 (9.15)

Colisiones elásticas

Considere dos partículas de masas m_1 y m_2 que se mueven con velocidades iniciales $\vec{\mathbf{v}}_{1i}$ y $\vec{\mathbf{v}}_{2i}$ a lo largo de la misma línea recta, como se muestra en la figura 9.7. Las dos partículas chocan frontalmente y luego dejan el sitio de colisión con diferentes velocidades $\vec{\mathbf{v}}_{1f}$ y $\vec{\mathbf{v}}_{2f}$. En una colisión elástica, tanto la cantidad de movimiento como la energía cinética



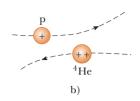


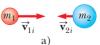
Figura 9.5 a) Colisión entre dos objetos como resultado de contacto directo. b) "Colisión" entre dos partículas con carga.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 9.2

Colisiones inelásticas

Por lo general, las colisiones inelásticas son difíciles de analizar sin información adicional. La falta de esta información aparece en la representación matemática con más incógnitas que ecuaciones.

Antes de la colisión

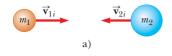


Después de la colisión



Figura 9.6 Representación esquemática de una colisión frontal perfectamente inelástica entre dos partículas: a) antes y b) después de la colisión.

Antes de la colisión



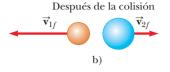


Figura 9.7 Representación esquemática de una colisión frontal elástica entre dos partículas: a) antes y b) después de la colisión.

del sistema se conserva. Por ende, al considerar velocidades a lo largo de la dirección horizontal en la figura 9.7, se tiene

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$
 (9.16)

$$\frac{1}{2}m_1{v_{1i}}^2 + \frac{1}{2}m_2{v_{2i}}^2 = \frac{1}{2}m_1{v_{1f}}^2 + \frac{1}{2}m_2{v_{2f}}^2$$
 (9.17)

Ya que todas las velocidades en la figura 9.7 son hacia la izquierda o hacia la derecha, se pueden representar mediante las correspondientes magnitudes de velocidad junto con los signos algebraicos que indican dirección. Se indicará v como positivo si una partícula se mueve hacia la derecha y negativo si se mueve hacia la izquierda.

En un problema representativo que incluye colisiones elásticas, existen dos cantidades desconocidas, y las ecuaciones 9.16 y 9.17 se pueden resolver simultáneamente para encontrarlas. Sin embargo, un planteamiento alternativo, uno que involucra un poco de manipulación matemática de la ecuación 9.17, con frecuencia simplifica este proceso. Para ver cómo, cancele el factor $\frac{1}{9}$ en la ecuación 9.17 y rescríbala como

$$m_1(v_{1i}^2 - v_{1f}^2) = m_2(v_{2f}^2 - v_{2i}^2)$$

el factorizar ambos lados de esta ecuación produce

$$m_1(v_{1i} - v_{1f})(v_{1i} + v_{1f}) = m_2(v_{2f} - v_{2i})(v_{2f} + v_{2i})$$

$$(9.18)$$

A continuación, se separa los términos que contengan m_1 y m_2 en la ecuación 9.16 para obtener

$$m_1(v_{1i} - v_{1f}) = m_2(v_{2f} - v_{2i})$$
(9.19)

Para obtener el resultado final, divida la ecuación 9.18 entre la ecuación 9.19

$$v_{1i} + v_{1f} = v_{2f} + v_{2i}$$

$$v_{1i} - v_{2i} = -(v_{1f} - v_{2f})$$
(9.20)

Esta ecuación, en combinación con la ecuación 9.16, se usa para resolver problemas que traten con colisiones elásticas. De acuerdo con la ecuación 9.20, la velocidad *relativa* de las dos partículas antes de la colisión, $v_{1i} - v_{2i}$, es igual al negativo de su velocidad relativa después de la colisión, $-(v_{1f} - v_{2f})$.

Suponga que se conocen las masas y velocidades iniciales de ambas partículas. Las ecuaciones 9.16 y 9.20 se pueden resolver para las velocidades finales en términos de las velocidades iniciales porque existen dos ecuaciones y dos incógnitas:

$$v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{2i}$$
(9.21)

$$v_{2f} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{2i}$$
 (9.22)

Es importante usar los signos apropiados para v_{1i} y v_{2i} en las ecuaciones 9.21 y 9.22.

Considere algunos casos especiales. Si $m_1 = m_2$, las ecuaciones 9.21 y 9.22 muestran que $v_{1f} = v_{2i}$ y $v_{2f} = v_{1i}$, lo que significa que las partículas intercambian velocidades si tienen masas iguales. Esto es aproximadamente lo que uno observa en las colisiones frontales de las bolas de billar: la bola blanca se detiene y la bola golpeada se aleja de la colisión con la misma velocidad que tenía la bola blanca.

Si la partícula 2 está en reposo al inicio, en tal caso $v_{2i} = 0$, y las ecuaciones 9.21 y 9.22 se convierten en

$$v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} \tag{9.23}$$

$$v_{2f} = \left(\frac{2\,m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} \tag{9.24}$$

Si m_1 es mucho mayor que m_2 y $v_{2i} = 0$, se ve de las ecuaciones 9.23 y 9.24 que $v_{1f} \approx v_{1i}$ y $v_{2f} \approx 2v_{1i}$. Esto es, cuando una partícula muy pesada choca frontalmente con una muy

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 9.3

No es una ecuación general

La ecuación 9.20 sólo se puede usar en una situación muy específica, una colisión elástica unidimensional entre dos objetos. El concepto general es la conservación de la cantidad de movimiento (y la conservación de la energía cinética, si la colisión es elástica) para un sistema aislado.

Colisión elástica: partícula 2 inicialmente en reposo ligera que inicialmente está en reposo, la partícula pesada continúa su movimiento sin alterarse después de la colisión y la partícula ligera rebota con una rapidez igual a casi el doble de la rapidez inicial de la partícula pesada. Un ejemplo de tal colisión es la de un átomo pesado en movimiento, como el uranio, que golpea un átomo ligero, como el hidrógeno.

Si m_2 es mucho mayor que m_1 y la partícula 2 inicialmente está en reposo, en tal caso $v_{1f} \approx -v_{1i}$ y $v_{2f} \approx 0$. Esto es, cuando una partícula muy ligera choca frontalmente con una partícula muy pesada que inicialmente está en reposo, la partícula ligera invierte su velocidad y la pesada permanece prácticamente en reposo.

Pregunta rápida 9.5 En una colisión unidimensional perfectamente inelástica entre dos objetos en movimiento, ¿qué condición única es necesaria de modo que la energía cinética final del sistema sea cero después de la colisión? a) Los objetos deben tener cantidades de movimiento con la misma magnitud pero direcciones opuestas. b) Los objetos deben tener la misma masa. c) Los objetos deben tener la misma velocidad. d) Los objetos deben tener la misma rapidez, con vectores velocidad en direcciones opuestas.

Pregunta rápida 9.6 Una pelota de ping pong se lanza hacia una bola de boliche fija. La pelota de ping pong hace una colisión elástica unidimensional y rebota de regreso a lo largo de la misma línea. En comparación con la bola de boliche después de la colisión, ¿la pelota de ping pong tiene a) una magnitud mayor de cantidad de movimiento y más energía cinética, b) una magnitud menor de cantidad de movimiento y més energía cinética, c) una magnitud mayor de cantidad de movimiento y menos energía cinética, d) una magnitud menor de cantidad de movimiento y menos energía cinética o e) la misma magnitud de cantidad de movimiento y la misma energía cinética?

ESTRATEGIA PARA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Colisiones unidimensionales

Debe aplicar el planteamiento siguiente cuando resuelva problemas de colisiones en una dimensión:

- Conceptualizar. Piense que la colisión se presenta en su mente. Dibuje diagramas simples
 de las partículas antes y después de la colisión e incluya vectores velocidad adecuados.
 Al principio, es posible que deba adivinar las direcciones de los vectores velocidad
 finales.
- **2.** Categorizar. ¿El sistema de partículas es aislado? Si es así, clasifique la colisión como elástica, inelástica o perfectamente inelástica.
- **3.** *Analizar.* Establezca la representación matemática adecuada para el problema. Si la colisión es perfectamente inelástica, use la ecuación 9.15. Si la colisión es elástica, use las ecuaciones 9.16 y 9.20. Si la colisión es inelástica, use la ecuación 9.16. Para encontrar las velocidades finales en este caso, necesitará alguna información adicional.
- **4.** *Finalizar.* Una vez que determine su resultado, compruebe para ver si sus respuestas son congruentes con las representaciones mental y gráfica y que sus resultados son realistas.

EJEMPLO 9.4 Aliviador de estrés para ejecutivos

En la figura 9.8 (página 238) se muestra un ingenioso dispositivo que explica la conservación de la cantidad de movimiento y la energía cinética. Consiste de cinco bolas duras idénticas sostenidas por cuerdas de iguales longitudes. Cuando la bola 1 se retira y se libera, después de la colisión casi elástica entre ella y la bola 2, la bola 1 se detiene y la bola 5 se mueve hacia afuera, como se muestra en la figura 9.8b. Si las bolas 1 y 2 se retiran y liberan, se detienen después de la colisión y las bolas 4 y 5 se balancean hacia afuera, y así por el estilo. ¿Alguna vez es posible que, cuando la bola 1 se libere, se detenga después de la colisión y las bolas 4 y 5 se balanceen en el lado opuesto y viajen con la mitad de la rapidez de la bola 1, como en la figura 9.8c?

SOLUCIÓN

Conceptualizar Con la ayuda de la figura 9.8c, piense que una bola llega desde la izquierda y dos bolas salen de la colisión a la derecha. Este es el fenómeno que se quiere probar para ver si podría ocurrir alguna vez.

Categorizar Debido al intervalo de tiempo muy breve entre la llegada de la bola desde la izquierda y la partida de las bolas de la derecha, se puede usar la aproximación de impulso para ignorar las fuerzas gravitacionales sobre las bolas y clasificar el sistema de cinco bolas como aislado en términos de cantidad de movimiento y energía. Ya que las bolas son duras, las colisiones entre ellas se clasifican como elásticas para propósitos de cálculo.

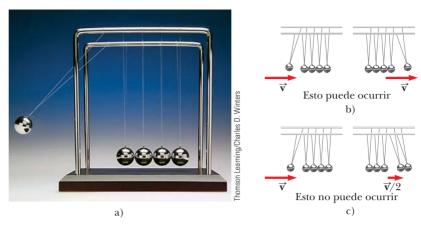


Figura 9.8 (Ejemplo 9.4) a) Un aliviador de estrés para ejecutivos. b) Si una bola se impulsa a la izquierda, se ve que una bola se aleja en el otro extremo. c) ¿Es posible que una bola se impulse a la izquierda y dos bolas dejen el otro extremo con la mitad de la rapidez de la primera bola? En b) y c), los vectores velocidad que se muestran representan los de las bolas inmediatamente antes e inmediatamente después de la colisión.

Analizar La cantidad de movimiento del sistema antes de la colisión es mv, donde m es la masa de la bola 1 y v es su rapidez inmediatamente antes de la colisión. Después de la colisión, se supone que la bola 1 se detiene y las bolas 4 y 5 se alejan, cada una con rapidez v/2. La cantidad de movimiento total del sistema después de la colisión sería m(v/2) + m(v/2) = mv. Por ende, la cantidad de movimiento del sistema se conserva.

La energía cinética del sistema inmediatamente antes de la colisión es $K_i = \frac{1}{2}mv^2$ y después de la colisión es $K_f = \frac{1}{2}m(v/2)^2 + \frac{1}{2}m(v/2)^2 = \frac{1}{4}mv^2$. Esto muestra que la energía cinética del sistema *no* se conserva, lo que es inconsistente con la suposición de que las colisiones son elásticas.

Finalizar El análisis muestra que *no* es posible que las bolas 4 y 5 se balanceen cuando sólo la bola 1 se libera. La única forma de conservar tanto la cantidad de movimiento como la energía cinética del sistema es que una bola se mueva cuando una bola se libera, dos bolas se muevan cuando dos se liberan, y así sucesivamente.

¿Qué pasaría si? Considere lo que ocurriría si las bolas 4 y 5 se unen con pegamento. ¿Qué ocurre ahora cuando la bola 1 es alejada y liberada?

Respuesta En esta situación, las bolas 4 y 5 deben moverse juntas como un solo objeto después de la colisión. En efecto antes se argumentó que, en este caso, la cantidad de movimiento y la energía del sistema no se pueden conservar. Sin embargo, se supone que la bola 1 se detuvo después de golpear la bola 2. ¿Y si no se hace esta suposición? Considere las ecuaciones de conservación con la suposición de que la bola 1 se mueve después de la colisión. Para conservación de cantidad de movimiento

$$p_i = p_f$$

$$mv_{1i} = mv_{1f} + 2mv_{4.5}$$

donde $v_{4.5}$ se refiere a la rapidez final de la combinación bola 4-bola 5. La conservación de la energía cinética produce

$$K_{i} = K_{f}$$

$$\frac{1}{2}mv_{1i}^{2} = \frac{1}{2}mv_{1f}^{2} + \frac{1}{2}(2m)v_{4,5}^{2}$$

Al combinar estas ecuaciones se obtiene

$$v_{4,5} = \frac{2}{3}v_{1i} \qquad v_{1f} = -\frac{1}{3}v_{1i}$$

En consecuencia, las bolas 4 y 5 se mueven juntas como un objeto después de la colisión mientras que la bola 1 rebota en la colisión con un tercio de su rapidez original.

EJEMPLO 9.5 ¡Lleve seguro contra choques!

A un automóvil de 1 800 kg detenido en un semáforo lo golpea por la parte trasera un automóvil de 900 kg. Los dos autos quedan unidos y se mueven a lo largo de la misma trayectoria que la del automóvil en movimiento. Si el auto más pequeño se movía a 20.0 m/s antes de la colisión, ¿cuál es la velocidad de los automóviles unidos después de la colisión?

SOLUCIÓN

Conceptualizar Este tipo de colisión se visualiza con facilidad, y se puede predecir que, después de la colisión, ambos automóviles se moverán en la misma dirección que la del automóvil en movimiento. Ya que el automóvil en movimiento sólo tiene la mitad de masa que el automóvil fijo, se espera que la velocidad final de los automóviles sea relativamente pequeña.

Categorizar Identifique el sistema de dos automóviles como aislado y aplique la aproximación de impulso durante el breve intervalo de tiempo de la colisión. La frase "quedan unidos" pide clasificar la colisión como perfectamente inelástica.

Analizar La magnitud de la cantidad de movimiento total del sistema antes de la colisión es igual a la del automóvil más pequeño porque el auto más grande inicialmente está en reposo.

Evalúe la cantidad de movimiento inicial del sistema:

$$p_i = m_1 v_i = (900 \text{ kg})(20.0 \text{ m/s}) = 1.80 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Evalúe la cantidad de movimiento final del sistema:

$$p_f = (m_1 + m_2)v_f = (2\,700\,\mathrm{kg})v_f$$

Iguale las cantidades de movimiento inicial y final y resuelva para
$$v_f$$
: $v_f = \frac{p_i}{m_1 + m_2} = \frac{1.80 \times 10^4 \,\mathrm{kg \cdot m/s}}{2\,700 \,\mathrm{kg}} = \frac{6.67 \,\mathrm{m/s}}{2\,700 \,\mathrm{kg}}$

Finalizar Ya que la velocidad final es positiva, la dirección de la velocidad final de la combinación es la misma que la velocidad del automóvil en movimiento, como se predijo. La rapidez de la combinación también es mucho menor que la rapidez inicial del automóvil en movimiento.

¿Qué pasaría si? Suponga que se invierten las masas de los automóviles. ¿Y si un automóvil de 1 800 kg en movimiento golpea a un automóvil fijo de 900 kg? ¿La rapidez final es la misma que antes?

Respuesta Por intuición, se supone que la rapidez final de la combinación es mayor que 6.67 m/s si el automóvil en movimiento es el auto más grande. En términos matemáticos, ese debe ser el caso, ya que el sistema tiene una cantidad de movimiento más grande si el automóvil en movimiento es el más grande. Al resolver para la velocidad final nueva, se encuentra

$$v_f = \frac{p_i}{m_1 + m_2} = \frac{(1\ 800\ \text{kg})(20.0\ \text{m/s})}{2\ 700\ \text{kg}} = 13.3\ \text{m/s}$$

que es dos veces más grande que la velocidad final previa.

EJEMPLO 9.6 El péndulo balístico

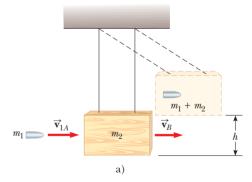
El péndulo balístico (figura 9.9) es un aparato que se usa para medir la rapidez de un proyectil que se mueve rápidamente, como una bala. Un proyectil de masa m_1 se dispara hacia un gran bloque de madera de masa m_2 suspendido de unos alambres ligeros. El proyectil se incrusta en el bloque y todo el sistema se balancea hasta una altura h. ¿Cómo se determina la rapidez del proyectil a partir de una medición de h?

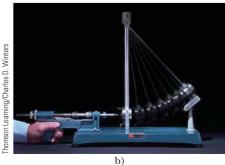
SOLUCIÓN

Conceptualizar La figura 9.9a ayuda a formar ideas de la situación. Siga la animación en su mente: el proyectil entra al péndulo, que se balancea cierta altura hasta que llega al reposo.

Categorizar El proyectil y el bloque forman un sistema aislado. Identifique la configuración *A* como inmediatamente antes de la colisión y la configuración *B* como inmediatamente después de la colisión. Ya que el proyectil se incrusta en el bloque, la colisión entre ellos se considera como perfectamente inelástica.

Figura 9.9 (Ejemplo 9.6) a) Diagrama de un péndulo balístico. Note que $\vec{\mathbf{v}}_{1A}$ es la velocidad del proyectil inmediatamente antes de la colisión y $\vec{\mathbf{v}}_B$ es la velocidad del sistema proyectil—bloque inmediatamente después de la colisión perfectamente inelástica. b) Fotografía estroboscópica de un péndulo balístico usado en el laboratorio.





Analizar Para analizar la colisión, se aplica la ecuación 9.15, que proporciona la rapidez del sistema inmediatamente después de la colisión cuando se considera la aproximación de impulso.

Al notar que $v_{2A} = 0$, resuelva la ecuación 9.15 para v_B :

1)
$$v_B = \frac{m_1 v_{1A}}{m_1 + m_2}$$

Categorizar Para el proceso durante el que la combinación proyectil–bloque se balancea hacia arriba a una altura *h* (y termina en la configuración *C*), considere un sistema *diferente*, el del proyectil, el bloque y la Tierra. Esta parte del problema se clasifica como un sistema aislado para energía sin fuerzas no conservativas en acción.

Analizar Escriba una expresión para la energía cinética total del sistema inmediatamente después de la colisión:

2)
$$K_B = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_B^2$$

Sustituya el valor de v_B de la ecuación 1) en la ecuación 2):

$$K_{B} = \frac{m_{1}^{2} v_{1A}^{2}}{2(m_{1} + m_{2})}$$

Esta energía cinética del sistema inmediatamente después de la colisión es *menor* que la energía cinética inicial del proyectil, como se esperaba en una colisión inelástica.

La energía potencial gravitacional del sistema se define como cero para la configuración B. Por lo tanto, $U_B = 0$, mientras que $U_C = (m_1 + m_2)gh$.

Aplique el principio de conservación de la energía mecánica al sistema:

$$K_B + U_B = K_C + U_C$$

$$\frac{m_1^2 v_{1A}^2}{2(m_1 + m_2)} + 0 = 0 + (m_1 + m_2)gh$$

Resuelva para v_{1A} :

$$v_{1A} = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1}\right) \sqrt{2gh}$$

Finalizar Este problema tuvo que resolverse en dos etapas. Cada etapa involucró un sistema diferente y un principio de conservación diferente. Ya que la colisión se considera perfectamente inelástica, alguna energía mecánica se transformó en energía interna. Hubiera sido *incorrecto* igualar la energía cinética inicial del proyectil que entra con la energía potencial gravitacional final de la combinación proyectil–bloque–Tierra.

EJEMPLO 9.7 Un colisión de dos cuerpos con un resorte

Un bloque de masa $m_1 = 1.60$ kg inicialmente móvil hacia la derecha con una rapidez de 4.00 m/s sobre una pista horizontal sin fricción y choca con un resorte unido a un segundo bloque de masa $m_2 = 2.10$ kg que inicialmente se mueve hacia la izquierda con una rapidez de 2.50 m/s, como se muestra en la figura 9.10a. La constante de resorte es 600 N/m.

 $\vec{\mathbf{v}}_{1i} = (4.00\mathbf{i}) \text{ m/s} \quad \vec{\mathbf{v}}_{2i} = (-2.50\mathbf{i}) \text{ m/s} \quad \vec{\mathbf{v}}_{1f} = (3.00\mathbf{i}) \text{ m/s} \quad \vec{\mathbf{v}}_{2f}$ $k \quad m_1 \quad m_2 \quad m_2$ $a) \quad k \quad m_2$ b)

A) Encuentre las velocidades de los dos bloques después de la colisión.

Figura 9.10 (Ejemplo 9.7) Un bloque móvil se aproxima a un segundo bloque en movimiento que está unido a un resorte.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Con ayuda de la figura 9.10a, siga una animación de la colisión en su mente. La figura 9.10b muestra un instante durante la colisión, cuando se comprime el resorte. Al final, el bloque 1 y el resorte se separarán de nuevo, así que el sistema se parecerá de nuevo a la figura 9.10a pero con diferentes vectores velocidad para los dos bloques.

Categorizar Ya que la fuerza del resorte es conservativa, la energía cinética en el sistema no se transforma en energía interna durante la compresión del resorte. Si ignora cualquier sonido hecho cuando el bloque golpea el resorte, clasifique la colisión como elástica.

Analizar Ya que la cantidad de movimiento del sistema se conserva, aplique la ecuación 9.16:

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

Sustituya los valores conocidos:

$$(1.60 \text{ kg})(4.00 \text{ m/s}) + (2.10 \text{ kg})(-2.50 \text{ m/s}) = (1.60 \text{ kg})v_{1f} + (2.10 \text{ kg})v_{2f}$$

$$1) \quad 1.15 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = (1.60 \text{ kg})v_{1f} + (2.10 \text{ kg})v_{2f}$$

Puesto que la colisión es elástica, aplique la ecuación 9.20:

$$v_{1i} - v_{2i} = -(v_{1f} - v_{2f})$$

Sustituya los valores conocidos:

2)
$$4.00 \text{ m/s} - (-2.50 \text{ m/s}) = 6.50 \text{ m/s} = -v_{1f} + v_{2f}$$

Multiplique la ecuación 2) por 1.60 kg:

3)
$$10.4 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = -(1.60 \text{ kg})v_{1f} + (1.60 \text{ kg})v_{2f}$$

Sume las ecuaciones 1) y 3):

$$11.55 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = (3.70 \text{ kg})v_{2f}$$

Resuelva para v_{2f} :

$$v_{2f} = \frac{11.55 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{3.70 \text{ kg}} = \frac{3.12 \text{ m/s}}{3.70 \text{ kg}}$$

Use la ecuación 2) para encontrar v_{1i} :

6.50 m/s =
$$-v_{1f} + 3.12$$
 m/s
 $v_{1f} = \frac{-3.38 \text{ m/s}}{}$

B) Durante la colisión, en el instante en que el bloque 1 se mueve hacia la derecha con una velocidad de +3.00 m/s, como en la figura 9.10b, determine la velocidad del bloque 2.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Ahora dirija su atención en la figura 9.10b, que representa la configuración final del sistema para el intervalo de tiempo de interés.

Categorizar Ya que la cantidad de movimiento y la energía mecánica del sistema de dos bloques se conservan *durante toda* la colisión para el sistema de dos bloques, la colisión se clasifica como elástica para *cualquier* instante de tiempo final. Ahora elija el instante final cuando el bloque 1 se mueve con una velocidad de +3.00 m/s.

Analizar Aplique la ecuación 9.16:

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

Sustituya los valores conocidos:

$$(1.60 \text{ kg})(4.00 \text{ m/s}) + (2.10 \text{ kg})(-2.50 \text{ m/s}) = (1.60 \text{ kg})(3.00 \text{ m/s}) + (2.10 \text{ kg})v_{2f}$$

Resuelva para v_{2f} :

$$v_{2f} = -1.74 \text{ m/s}$$

Finalizar El valor negativo para v_{2f} significa que el bloque 2 todavía se mueve hacia la izquierda en el instante que se considera.

C) Determine la distancia que se comprime el resorte en dicho instante.

SOLUCIÓN

Conceptualizar De nuevo, centre su atención en la configuración del sistema que se muestra en la figura 9.10b.

Categorizar Para el sistema del resorte y dos bloques, ni fricción ni otras fuerzas no conservativas actúan dentro del sistema. Por lo tanto, el sistema se clasifica como aislado sin fuerzas no conservativas en acción.

Analizar Elija la configuración inicial del sistema como la existente inmediatamente antes de que el bloque 1 golpee el resorte y la configuración final cuando el bloque 1 se mueve hacia la derecha a 3.00 m/s.

Escriba una ecuación de conservación de energía mecánica para el sistema:

$$K_i + U_i = K_f + U_f$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 + 0 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 + \frac{1}{2} kx^2$$

Sustituya los valores conocidos y el resultado del inciso B):

$$\begin{split} & \frac{1}{2} (1.60 \text{ kg}) (4.00 \text{ m/s})^2 + \frac{1}{2} (2.10 \text{ kg}) (2.50 \text{ m/s})^2 + 0 \\ & = \frac{1}{2} (1.60 \text{ kg}) (3.00 \text{ m/s})^2 + \frac{1}{2} (2.10 \text{ kg}) (1.74 \text{ m/s})^2 + \frac{1}{2} (600 \text{ N/m}) x^2 \end{split}$$

Resuelva para x:

$$x = 0.173 \text{ m}$$

Finalizar Esta respuesta no es la compresión máxima del resorte, porque los dos bloques aún se mueven uno hacia el otro en el instante que se muestra en la figura 9.10b. ¿Se puede determinar la compresión máxima del resorte?



Nueva edición de la ya conocida obra de Raymond A. Serway y John W. Jewett Jr. Esta séptima edición, además de conservar la gran capacidad didáctica que la ha caracterizado, cuenta con el soporte de herramientas tecnológicas que proveen de más apoyo al usuario durante el desarrollo del curso.

Características

- En el capítulo 2 permanece la sección sobre la estrategia para resolver problemas.
- A lo largo de los capítulos 3 a 5 se utiliza explícitamente dicha estrategia, para que el alumno aprenda a emplearla.
- Los capítulos 7 y 8 se reorganizaron completamente para preparar al estudiante para el planteamiento de energía que se hace a través del libro.
- Una nueva sección en el capítulo 9 enseña al estudiante cómo analizar sistemas deformables con la ecuación de la conservación de la energía y el teorema de impulso-momentum.
- Aproximadamente el 23% de los problemas son nuevos.
- Se mantiene la sección ¿Qué pasaría si? en los ejemplos resueltos, para ofrecer una variación al ejemplo que estimule la capacidad de razonamiento del estudiante.

Estas características, entre muchas otras que descubrirá al interior del texto, aunadas al lenguaje claro y accesible con el que desarrolla los temas, lo harán sin duda alguna, su libro de física favorito; tanto si usted es docente como si es estudiante de alguna licenciatura en el área de ingeniería o ciencias.



