Carrera: Ingeniería Electrónica.

Asignatura: Física I.

Cinemática del punto- MRUV

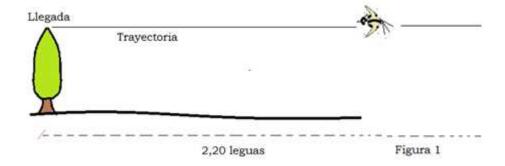
El Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (MRUV)

Continuamos con la observación del evento 'vuelo del ave', se aprecia que, luego de recorrer una trayectoria de 2, 2 leguas marinas (expresar esta distancia en km) lo encontramos posado en un árbol. Se ve entonces que ya no viaja a velocidad de 18,18 m/s. Su velocidad es ahora cero, es decir, lo primero que se observa es un cambio de su velocidad. Qué ha sucedido en la última parte de su trayecto? Es evidente que ha disminuido su velocidad hasta el valor cero, se puede hablar entonces de una desaceleración (en este caso) o más genéricamente de una variación de velocidad. Vamos a suponer que se ha medido el tiempo durante el cual se fue dando esa variación de velocidad, y que ha sido de 9 segundos y también que tal disminución de la velocidad se ha producido a un 'ritmo' constante, es decir, que por cada segundo de tiempo transcurrido la velocidad ha ido decreciendo en la misma proporción, se puede calcular cuál ha sido esa disminución de velocidad por segundo transcurrido de esta manera:

$$\frac{\mathbf{v_f} - \mathbf{v_i}}{\mathbf{t_f} - \mathbf{t_i}} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta \mathbf{t}} = \mathbf{a} \quad \Rightarrow \quad \frac{0 - 18,18 \, \text{m/s}}{9 \, \text{seg.}} = -2,02 \, \frac{\text{m}}{\text{s}} \qquad 6 \quad -2,02 \, \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$
 (1)

A esta variable obtenida como el cociente entre la variación de velocidad en un intervalo de tiempo se la denomina aceleración (a). Su magnitud resulta del cociente entre la magnitud velocidad [m/s] y la magnitud tiempo [s]. El signo negativo indica aceleración negativa o comúnmente conocida como desaceleración. Esto es coincidente con lo observado en cuanto a que el ave va disminuyendo su velocidad en ese intervalo de tiempo hasta posarse en el árbol. Esa reducción de velocidad es realizada mediante mecanismos de aumento de fuerzas resistivas, oponiendo mayor superficie al aire, acción que realiza maniobrando sus alas y plumas de la cola, pero esto es materia de estudio en el capítulo de Dinámica.

En todo momento se mantuvo el supuesto que esa reducción de velocidad es uniforme, por ello la desaceleración asumió un valor constante e igual a -2,02 m/s $^2$ . Matemáticamente, el signo menos indica que se trata de una desaceleración puesto que ese signo viene de la diferencia entre  $v_f$  (cero) la  $v_i$  (desde que comienza el proceso de desaceleración) de 18,18 m/s.

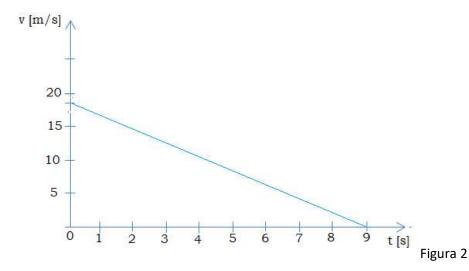


Físicamente, la aceleración se opone al sentido de movimiento y el efecto es la reducción de velocidad observada Se está hablando de sentido de movimiento, por lo tanto la aceleración es también una magnitud vectorial:

## Magnitud vectorial:

- Módulo
- Dirección
- Sentido (Se recomienda la lectura del capítulo 3 de 'Física para Cs e Ingeniería', de R. Serway o similar).

Una representación gráfica de la figura 2 muestra la variación de velocidad en los 9 segundos durante los cuales el ave experimenta la desaceleración:



Llegado a este punto del estudio del movimiento del ave, la variación de velocidad observable y que le permite posarse en el árbol al que llega, se observa, también que ese movimiento es en línea recta (se había indicado esta característica en el apunte de la clase anterior) y que la disminución de velocidad se realiza de modo constante, es decir, con una aceleración negativa constante.

Todos estos elementos del movimiento se resumen como Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (MRUV), que es la clase de movimiento que estudiaremos hoy. La diferencia esencial con el MRU (estudiado en la clase anterior) está en la aparición de una nueva variable, conocida como aceleración, variable de que también tiene carácter vectorial. Visto de otra forma, en todo MRU la aceleración tiene valor cero mientras que en el MRUV su valor es distinto de cero (puede asumir, como se ha visto, valores negativos). Lo observable en todo fenómeno sometido a aceleración es un cambio de velocidad del objeto, cambia su condición cinética en el tiempo.

## Particularidades de la aceleración en el MRUV

La aceleración, dentro de su carácter vectorial, puede asumir solamente dos sentidos: en el caso del ave, se desplaza paralela al suelo. La trayectoria que realiza es la de una línea recta (ésta el la dirección) y los sentidos posibles en una recta son dos: en este caso particular, hacia la 'izquierda' (como se observa en la figura 1) o hacia la 'derecha'. Por lo tanto el vector aceleración tiene dos sentidos posibles en un movimiento rectilíneo puesto que una recta ofrece sólo dos sentidos posibles de movimiento, en este caso hacia la izquierda (como se está desplazando el ave) o hacia la derecha. Esto indica que el vector aceleración tiene dos posibles formas de proyectarse, como se muestra en el dibujo 3:

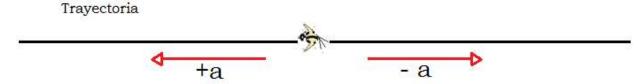
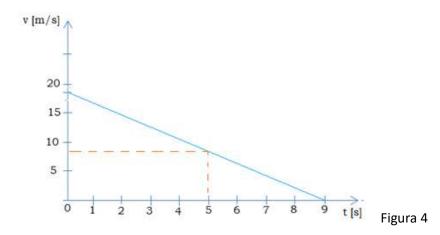


Figura 3

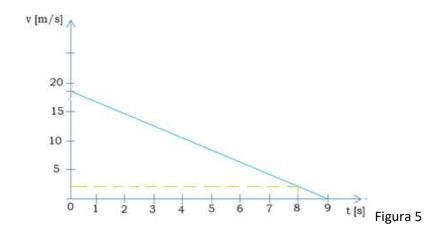
Se observa también que el vector aceleración aplicado hacia la 'derecha', es decir, en el mismo sentido de movimiento generará el efecto contrario a una desaceleración. Este caso hubiera sido empleado si lo observado es un aumento de velocidad del objeto que se mueve, o sea, si lo que se registrara hubiera sido un incremento de la velocidad en el tiempo.

Se ha obtenido información importante sobre el movimiento del ave desde la observación y desde unas pocas variables medidas (distancia, tiempo de desaceleración, velocidades inicial y final). Esta información y las gráfica obtenida en la figura 2 permiten encontrar más datos de interés. Por ejemplo, se quiere saber cuál es su velocidad en el 5° segundo desde el comienzo de la aceleración negativa. Trabajando simplemente con esta gráfica se puede obtener la respuesta:



Cuál es la velocidad a los 5 segundos? (contando desde el inicio de la desaceleración). Se propone determinarla

Si se quiere saber ahora la velocidad a los 8 segundos de iniciado el proceso de aceleración negativa, desde la gráfica se tiene:



También se puede calcular esa velocidad.

Ahora, mirando las figuras 4 y 5 se ve que cada instante de tiempo se corresponde con una velocidad particular. Al instante 5 segundos le corresponde una  $v_{(5 \text{ seg})}$  y al instante 8 segundos,  $v_{(8 \text{ seg})}$  contrariamente a lo que sucede en el MRU donde una misma velocidad se corresponde con todos los instantes de tiempo que dura el fenómeno, (recordar que la velocidad en el MRU es constante). Esta situación nueva hace necesario dar una definición nueva de la velocidad: *velocidad instantánea*, que es la velocidad particular en que un objeto se desplaza en cada instante de tiempo. Esto se dá cuando un objeto se está acelerando pues está variando su velocidad en el tiempo.

## Ecuaciones del MRUV

El cálculo de estas velocidades se puede hacer también aplicando expresiones matemáticas. Una de estas expresiones proviene de la ecuación (1):

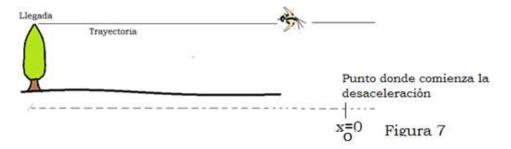
$$\frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta \mathbf{t}} = \mathbf{a} = \frac{\mathbf{v}_{\mathbf{f}} - \mathbf{v}_{\mathbf{i}}}{\mathbf{t}_{\mathbf{f}} - \mathbf{t}_{\mathbf{i}}} \implies \mathbf{v}_{\mathbf{f}} = \mathbf{v}_{\mathbf{i}} + \mathbf{a} \left( \mathbf{t}_{\mathbf{f}} - \mathbf{t}_{\mathbf{i}} \right)$$
 (2)

con a = aceleración.

La posición en función del tiempo (x(t)) del objeto que se mueve en un MRUV se calcula con la siguiente ecuación:

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$
 (3)

Que indica cuál es su posición respecto de un punto de referencia al que comúnmente se le asigna valor x = 0. En este caso ese punto de referencia es la posición del ave cuando comienza a desacelerar. A ese punto le asignamos valor  $x_0 = 0$  metros. Lo que se quiere saber es cuántos metros se encuentra el punto de llegada (el árbol donde se posa) respecto del punto donde comienza a reducir la velocidad (el eje x es positivo hacia la izquierda. Esta indicación es arbitraria y puede elegirse uno u otro sentido como positivo en una recta):



Se puede querer averiguar qué posición ocupa el ave en el instante t = 9 segundos. En ese caso, aplicando la ecuación 3 se tiene que:

Posición x a los 9 segundos = 
$$0 + 18,18 \text{ m/s.9s} + 1/2.(-2,02 \text{ m/s}^2)$$
.  $(9 \text{ s})^2 = 81,81 \text{ m}$ 

Como la posición  $x_0$ = 0 entonces la llegada se encuentra a 81,81 m a la izquierda de ese punto, o visto de otro modo, el punto  $x_0$  (desde donde comienza el proceso de desaceleración) se encuentra 81,81 m antes del punto de llegada.

La gráfica de la ecuación (3) se obtiene realizando una tábula de unos 5 o 6 valores, como se muestra en la siguiente figura

tiempo (s)	Posición (m)
0	0
1	17,17
2	32,32
4	56,56
5	65,65
7	77,77
9	81,81

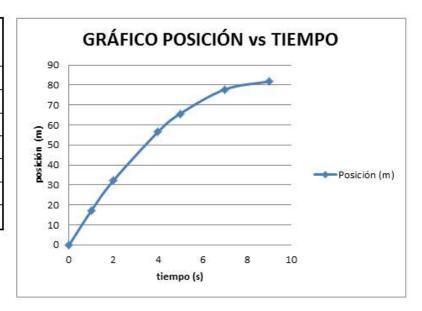


Figura 8

Se observa que la gráfica de posición en función del tiempo es del tipo no lineal (parabólica)

Llegado hasta aquí, se han desarrollado los conceptos fundamentales del MRUV. Luego de leer este apunte deben remitirse al libro de Física y leer los títulos indicados en el portal de la comisión.

## Referencias:

Serway, R. Jewett 'Física para Ciencias e Ingeniería' Vol 1 - 7° Edición, Cap.2 – Cengage Learning (2008)

Young, H., Freedman, R. 'Física Universitaria' Vol 1, 12° Edición. Editorial Addison Wesley (2009)