

Carrera: Ingeniería Electrónica.

Asignatura: Física I.

Movimiento en dos dimensiones ó tiro oblicuo

El movimiento combinado de un cuerpo es un caso muy frecuente en la Naturaleza como en la vida del ser humano. Innumerables veces los objetos y los seres vivos describen trayectorias que exceden al movimiento en una sola dirección (como se ha visto hasta ahora en el MRU y MRUV, donde la consigna es el estudio del movimiento de objetos en línea recta). Una pelota *football*, por ejemplo, describe una trayectoria en dos dimensiones combinadas (vertical y horizontal en simultáneo) cuando el jugador patea, por ejemplo, un tiro libre y la pelota debe superar la barrera de jugadores que se han dispuesto para la defensa. Se observa que la pelota se traslada hacia el arco y a la vez va describiendo un movimiento de ascenso en su camino para superar la barrera (movimiento vertical) y luego de descenso hacia el arco, simultáneamente con el movimiento de avance horizontal desde el punto donde se ejecuta el tiro libre hasta el arco:

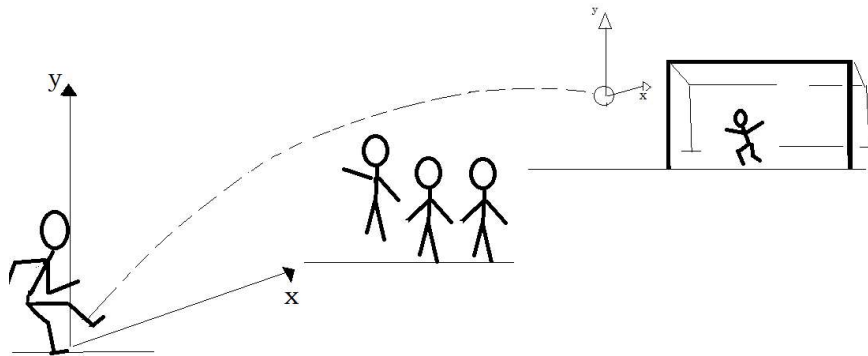


Figura 1: tiro libre: la pelota describe un movimiento en dos direcciones simultáneamente (horizontal (x) y vertical (y)),

Esos movimientos combinados dan por resultado una trayectoria curvilínea (como se observa en la figura 1) y puede estudiarse de manera sencilla mediante los conceptos ya vistos de MRU y MRUV, combinados. El movimiento horizontal de la pelota responde a un MRU mientras que el vertical, a un MRUV (concretamente, asumiendo como tiro vertical el movimiento de ascenso en un primer momento, de altura máxima, en un instante dado y de posterior descenso, en su recorrido final).

Estudio del movimiento de en dos dimensiones:

Continuando con el ejemplo del tiro libre, la velocidad que adquiere la pelota oscila entre los 17 m/s y los 28 m/s, aunque Lionel Messi, en el tiro libre que abrió el marcador en el partido contra la U.D Las Palmas, Estadio de Gran Canaria, el 2 de marzo de 2018, le imprimió a la pelota una velocidad récord de 36,38 m/s https://www.marketingregistrado.com/es/futbol/2018/03/20138_impresionante-que-velocidad-alcanzo-el-ultimo-tiro-libre-de-messi/.

Analicemos un tiro libre similar al que ejecutó Messi: la velocidad de la pelota, 36,38 m/s y supongamos el ángulo de tiro, respecto de la horizontal (es decir, en este caso, del césped de la cancha) de 35°. Con ambos

datos podemos comenzar el análisis sabiendo que se debe estudiar el movimiento de la pelota según la dirección vertical y según la dirección horizontal, por separado. Luego, los resultados de cada estudio permitirán contestar preguntas de interés sobre la observación de este movimiento, por ejemplo:

Qué altura máxima alcanza la pelota con las condiciones antes indicadas?

A qué distancia horizontal (o alcance) llegará la pelota (a qué distancia del punto de ejecución tocará el suelo la pelota?)

Cuánto tiempo tardará en tocar el suelo.

Qué velocidad vertical (componente vertical) inicial observó?

En cuánto tiempo alcanza la altura máxima?

Cuál debe ser la reacción del arquero si dispone de fracciones de segundo para evitar que la pelota ingrese en el arco si ésta tiene una velocidad inicial de 36,38 m/s?

Se observa en la figura 2 que la pelota se ve afectada por una velocidad inicial V_0 , con una dirección a 35° sobre la horizontal. El vector velocidad (V_0) se descompone en dos componentes, uno vertical (V_{0y}) y otro horizontal (V_{0x}) (se recomienda leer el capítulo 3 'Vectores', del libro de Física y ver videos del docente Leonardo Dell Arciprete sobre vectores y sobre funciones trigonométricas para la descomposición del vector velocidad en sus componentes vertical y horizontal).

Se estudiarán los movimientos vertical y horizontal separadamente

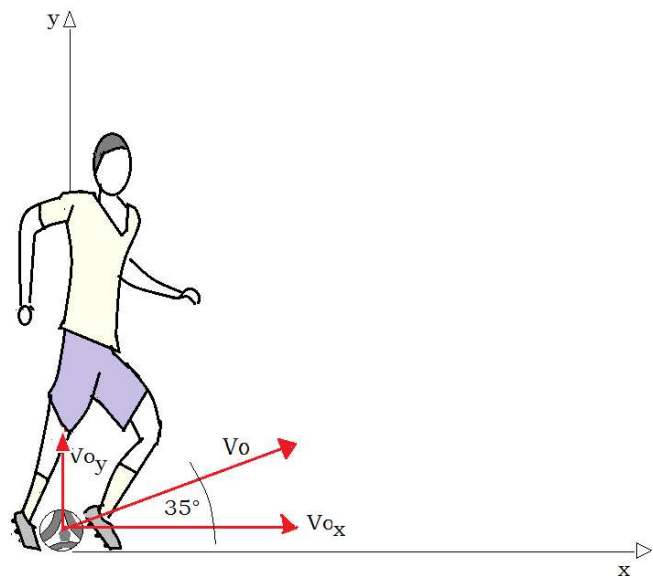


Figura 2: vector velocidad (V_0) y sus componentes vertical y horizontal

a) *Movimiento sobre la dirección vertical*

Este movimiento es el que la pelota realiza si sólo se tiene presente el ascenso y descenso que observa la misma en su trayectoria (tener siempre presente que este movimiento vertical se realiza en conjunto con el desplazamiento horizontal pero aquí nos centramos solamente en la dirección vertical).

Este movimiento está afectado por una aceleración ya conocida: la aceleración de la gravedad (g), por lo tanto se puede analizar como un MRUV. El valor de g es constante ($9,80 \text{ m/s}^2$) y su dirección, vertical con sentido hacia el suelo.

El vector V_{0y} tiene dirección vertical y sentido ascendente y estará afectada permanentemente por la aceleración g por lo tanto, en esta dirección vertical la pelota se ira desacelerando hasta alcanzar una posición donde su velocidad es, por un instante, cero. Esa posición es la altura máxima y partiendo de ella comienza el movimiento descendente (sin olvidar que mientras sucede ésto la pelota se va desplazando simultáneamente en sentido horizontal).

Se debe previamente descomponer el vector velocidad (V_0) en su componente vertical (V_{0y}) y horizontal (V_{0x}). Aplicando conceptos de Trigonometría:

$$\sin 35^\circ = \frac{V_{0y}}{V_0} \Rightarrow V_0 \cdot \sin 35^\circ = V_{0y}$$
$$\cos 35^\circ = \frac{V_{0x}}{V_0} \Rightarrow V_0 \cdot \cos 35^\circ = V_{0x}$$

Calculados las componentes V_{0x} y V_{0y} se puede comenzar el análisis:

Se quiere saber, por ejemplo cuál es esa altura máxima que alcanza la pelota y en qué tiempo alcanza esa altura. Recordando del tema *Tiro Vertical*:

$$y(\max) = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t)^2 \quad (1)$$

Tomando como $y_0 = 0$, $v_0 = v_{0y}$ y teniendo presente que hay dos incógnitas: y_{\max} y t_{\max} , se debe tener una segunda ecuación para determinar el tiempo t_{\max} :

$$v_f = v_0 + g \cdot t \quad (2)$$

donde $v_0 = v_{0y}$

Despejando t de la ecuación (2) y reemplazando en la (1)

$$y(\max) = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{v_f - v_0}{g} \right)^2$$

Nota: g tiene valor negativo

Deben calcular, ahora, con los datos del problema, la altura máxima (y_{\max}) que alcanza la pelota. Recuerden que la velocidad final (v_f) es cero cuando la pelota llega a la altura y_{\max} .

El tiempo en llegar a y_{\max} se calcula directamente con la ecuación (2), sabiendo que (v_f) es cero cuando la pelota llega a la altura y_{\max} .

Se indica al alumno realizar los cálculos con los datos y consignas del problema anteriormente dados.

b) Movimiento sobre la dirección horizontal

La dirección horizontal está exenta de aceleración, entonces la componente horizontal de la velocidad inicial, es decir, V_{0x} , no está afectada por aceleración alguna, entonces esa componente de la velocidad permanece constante durante todo el trayecto de la pelota.

Se puede querer averiguar la distancia en la que la pelota tocará el suelo. Sabiendo que en la dirección horizontal la velocidad V_{0x} es constante, se trata entonces de un MRU, luego

$$x_f = x_0 + v \cdot t_f \quad (3)$$

donde $v = v_{0x}$

Ahora, no se conoce t_f ni tampoco x_f . Pero se sabe que la altura máxima es alcanzada en la mitad del recorrido total del balón, es decir:

$$Y_{\text{max}} \text{ se alcanza en la distancia horizontal } \frac{x_f}{2}$$

El tiempo de la altura máxima (t_{max}) ya se ha calculado anteriormente, por lo tanto el tiempo total del recorrido del balón ($t_f - 0$) es igual a dos veces el tiempo en el cual la pelota alcanza su altura máxima. Con este dato se vuelve a la ecuación (3):

$$x_f = x_0 + v \cdot (2 \cdot t_{\text{HMAX}})$$

Calcular esa distancia

La figura 3 muestra la trayectoria que describe la pelota en un movimiento del denominado 'Tiro Oblicuo', es decir, Movimiento en dos Dimensiones:

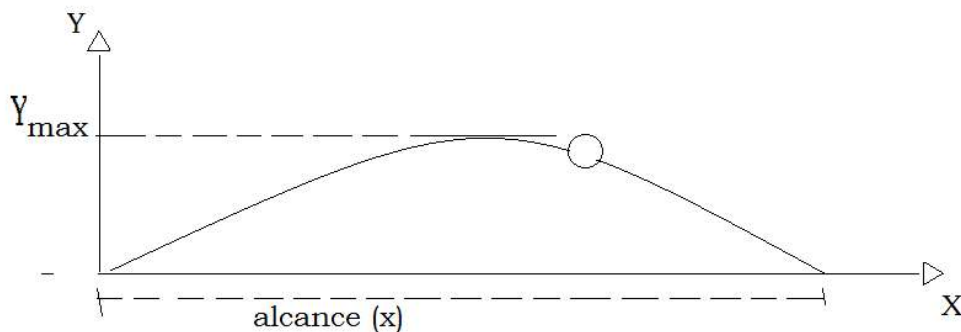


Figura 3 : trayectoria de la pelota (Tiro Oblicuo)

Referencias

- [[1] Serway, R.; Jewett, J.- 'Física para Ciencias e Ingeniería' Volumen 1 -7° edición (2008).
- [2] Resnick, R.; Halliday, D.; Krane, K.; 'Física Grupo Editorial Patria, 1' México D.F. (2002).