Carrera: Ingeniería Electrónica.

Asignatura: Física I.

Dinámica – parte 3 – Fuerzas elásticas

Es conocida la reacción de un elemento de los denominados elásticos (resortes, cintas elásticas, banditas de caucho, topes de goma) cuando se los somete a la acción de una fuerza, como se muestra en la figura 1 con un resorte:

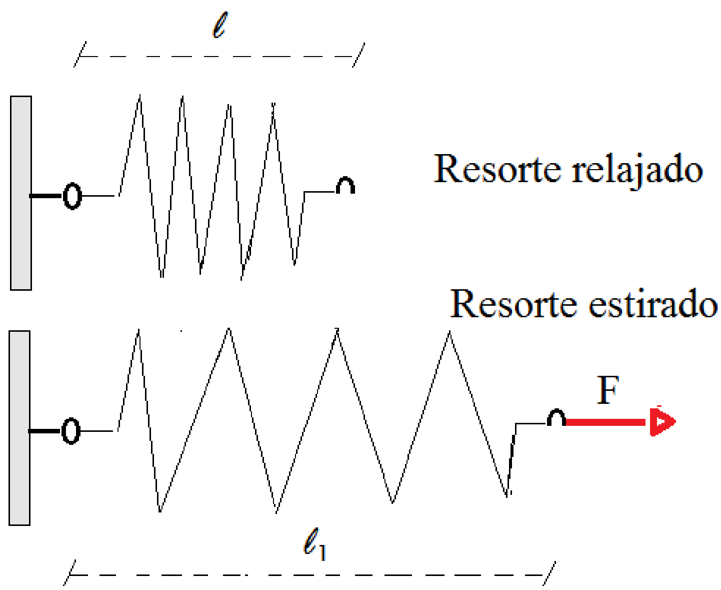

Figura 1

Se observa que el resorte se ha estirado una longitud igual a $\ell_1 - \ell$, que se denominará $\Delta\,\ell$.

$$\ell_1 - \ell = \Delta\,\ell$$

Cuando la fuerza deja de actuar el resorte recupera nuevamente su longitud ℓ (aunque en general no se detiene en esa longitud ℓ sin antes mostrar algunas oscilaciones (cada vez menores) donde el resorte va cambiando alternativamente su longitud entre valores menores a ℓ y mayores a ese valor hasta llegar al valor ℓ, estacionándose en ese valor.

Se destaca que este efecto en un resorte sometido a una fuerza F y luego liberado de esa fuerza se dá dentro de cierto límite denominado límite de *Hooke,* dentro del cual el resorte puede recuperar su longitud original. Si la fuerza F fuera de tal magnitud que estirara al resorte más allá de ese límite, entonces, al soltarlo, el mismo experimentará oscilaciones sucesivas de longitud hasta detenerse pero se observará que su longitud final es mayor a la inicial (es decir, a la longitud ℓ). El resorte se ha deformado de manera permanente e irrecuperable. Pero nuestro estudio se remite a sistemas elásticos dentro del límite de *Hooke*.

Los sistemas elásticos

Se hará un paréntesis antes de avanzar en el estudio de estos sistemas para entender cuál es la importancia de los mismos en el nivel técnico y de ingeniería. La vida real muestra un sinnúmero de dispositivos, mecanismos, máquinas a nuestro alrededor que necesitan de estos sistemas elásticos para poder funcionar. Desde miniaturas como reloj pulsera, hasta sistemas de compensación de movimientos como los soportes de los motores en un automóvil o en los *boogies* de vagones de trenes, que soportan y amortiguan las oscilaciones de los vagones al ir transitando por los rieles de las vías de ferrocarril, también las balanzas de toda clase y mecanismos de precisión, entre otros. En nuestras casas, por ejemplo, el tambor horizontal de los lavarropas, está vinculado a la estructura interna del mismo mediante resortes que obran como esos vínculos (figura 2) y ayudan a mantener al tambor en su posición, a la vez que le dan cierto grado de movimiento y posibilitan la amortiguación de efectos de vibración durante los procesos de lavado y de centrifugado

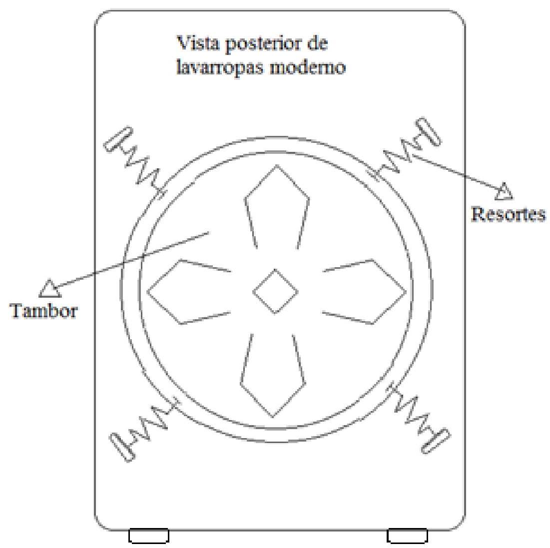

Figura 2

Una cinta elástica tiene las mismas propiedades del resorte: se puede estirar al ser mometida a una fuerza de tracción y al cesar la fuerza recupera su longitud original. Cintas elásticas se emplean en gran cantidad de prendas para mantenerlas ceñidas al cuerpo: vinchas y sujetadores de cabello, el borde inferior de camperas y pullovers, los puños de buzos y chombas, etc. Esto permite un mejor ajuste de la prenda de vestir. Stos sistemas elásticos funcionan correctamente dentro de los límites de elasticidad de *Hooke* anteriormente citado, el estiramiento excesivo genera la pérdida de parte de sus propiedades elásticas (esta situación es severa pues deja, en general, fuera de servicio al haber perdido esas características para los cuales fue diseñado).

Lo que concierne al estudiante de Ciencias Técnicas es poder determinar que relación existe entre la fuerza aplicada y el efecto de estiramiento observado. Volviendo al ejemplo del resorte, se expone la siguiente experiencia:

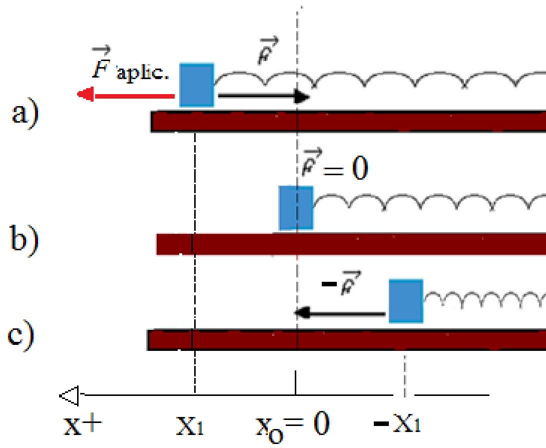

Figura 3

La figura 3 muestra la posición x_1 que ocupa una masa *m* (bloque de color azul) al aplicar una fuerza (vector color rojo) que lo lleva a esa posición. Cuanto más se estira un resorte, mayor dificultad se percibe para seguir estirándolo más debido a que aparece una fuerza $\vec{F}$ (vector color negro) que aumenta con el alejamiento del bloque respecto de la posición x_0 (posición donde el resorte se encuentra relajado). Esa fuerza 'trata' de igualar a la F_{aplic} (ver figura 3) impidiendo de ese modo que el resorte se estire más. Es una fuerza que surge en el propio resorte y que genera un efecto de neutralización de la F_{aplic}. La figura 3a) muestra ambos vectores de igual módulo pero sentido contrario, generando que la resultante tenga valor cero y el bloque se mantenga a velocidad cero en esa posición (x_1). Cuando se libera el bloque, la F_{aplic} desaparece y queda solamente la $\vec{F}$ (conocida como fuerza elástica) que provoca el 'regreso' del bloque a la posición x_0 (Figura 3 b)). Pero en general el bloque no se detiene en esa posición, sino que sigue su curso hacia valores de x negativos hasta llegar a la posición - x_1 (no se consideran efectos de rozamiento). Cuando el bloque se desplaza en las posiciones negativas de x esta fuerza $\vec{F}$ vuelve a desarrollarse pero con módulo negativo, creciendo en valor conforme crece el avance del bloque en la porción negativa del eje x (figura 3c)). Y esta fuerza ahora genera que el bloque, luego de haber alcanzado la posición $-x_1$ (del mismo módulo que x_1) comience a transladarse hacia la posición x_0, repitiéndose el ciclo. En la vida real, un bloque sujeto a un resorte como muestra la figura 3, mantiene una serie de ciclos de 'ida y vuelta' pero en cada oscilación la distancia máxima alcanzada es cada vez menor hasta llegar a detenerse en la posición de relajación.

Interesa determinar cómo varía esa fuerza elástica $\vec{F}$ en función de la posición x del bloque en cada instante de tiempo. La figura 4 muestra al bloque de masa *m,* al que se aplica una fuerza F_{aplic} y se observa que el bloque se mueve desde la posición x_0 hasta x_1. Se registra el valor de $\vec{F}$ en el dinamómetro conectado al bloque. Ese valor es igual a $\vec{F}_1$. Si se lleva ahora al bloque a la posición $x_2 = 2\ x_1$ se percibe una mayor resistencia que el resorte genera al estiramiento. Llegado a la posición x_2 se mide una fuerza $\vec{F}_2$ (con el dinamómetro) igual al doble de $\vec{F}_1$ Aumentando la F_{aplic} más aún hasta llevar al bloque a la posición x_3, igual a $3x_1$, la resistencia al avance del bloque crece más. Se comprueba que la fuerza medida $\vec{F}_3$ es igual a $3\vec{F}_1$:

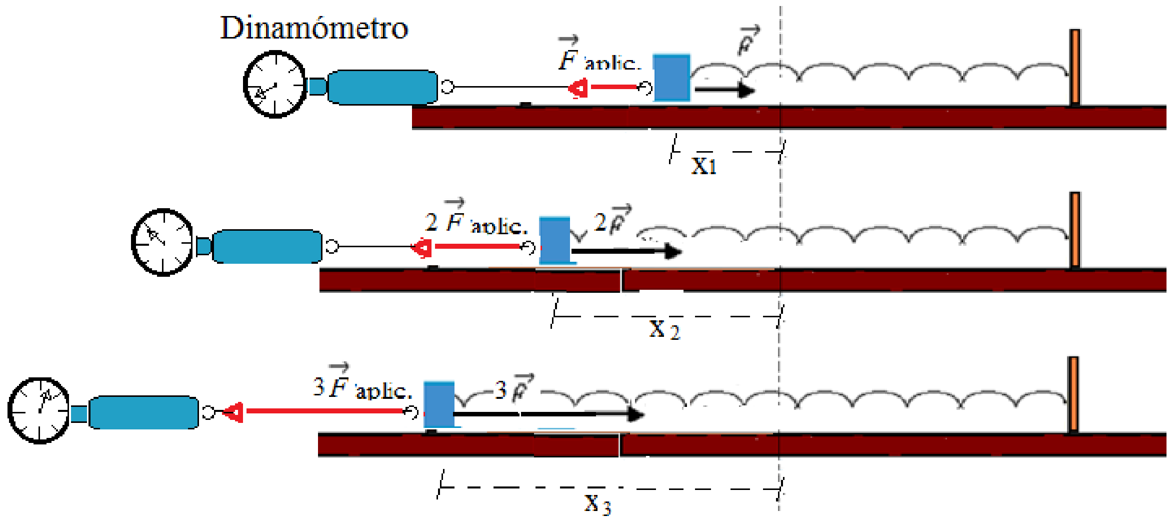

Figura 4:esquema de la experiencia de aplicación de fuerzas sobre el bloque de masa m y la elongación del resorte en cada caso

Ordenando los registros de la distancia en función de la fuerza aplicada (en concreto, de la fuerza elástica del resorte), se tiene:

Tabla de registros de la posición x_i en función de la fuerza $\vec{F}$:

Experiencia N°	Fuerza $\vec{F}$ [N]	Posición x_i [m]
1	$\vec{F}$	X_1
2	$2\vec{F}$	$2X_1$
3	$3\vec{F}$	$3X_1$

Estos datos indican un crecimiento lineal de la posición con el aumento de la fuerza, entonces si se relacionan los registros de la primera experiencia se obtiene:

$$\frac{f}{x_1} = k \tag{1}$$

y este cociente da un valor k [N/m]. Ahora, se prueba la misma relación con los registros de las experiencias 2 y 3 y se obtiene:

$$\frac{2 \cdot f}{2 \cdot x_1} = k \tag{2}$$

$$\frac{3 \cdot f}{3 \cdot x_1} = k \tag{3}$$

Se tiene el mismo resultado. Entonces se dice que el cociente entre la fuerza desarrollada y la distancia a la que el bloque se desplaza respecto a la referencia (x_o) resulta directamente proporcional.

Esto indica que el crecimiento/ disminución de la fuerza $\vec{F}$ generará un efecto de la misma proporción en la distancia x_i de desplazamiento del bloque.

Entonces se pueden expresar las expresiones (1), (2), (3) de forma general así:

$$f_i = -k \cdot (x_i - x_0) \tag{4}$$

Ecuación para sistemas elásticos

donde k se conoce como la constante del resorte [N/m], propio de cada resorte e indica que el resorte es menos proclive a deformarse cuanto mayor es su valor. El signo – se incluye en la ecuación puesto que el sentido de la fuerza f_i es opuesto sentido de incremento de la posición.

Esta ecuación permite cuantificar la elongación del resorte en función de su constante k y de la fuerza aplicada. Permite también averiguar el valor de esa constante conociendo la fuerza aplicada y midiendo la elongación que genera.

Esta expresión es válida para el estiramiento como para la compresión de un resorte como se muestra en la figura 5:

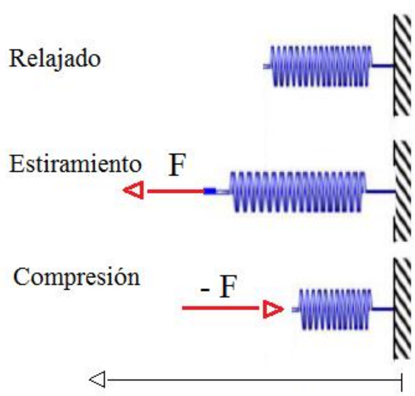

Figura 5

Se indica ahora realizar los ejercicios 19 y 20 de la Guía de ejercicios G2

Referencias

[[1] Serway, R.; Jewett, J.- 'Física para Ciencias e Ingeniería' Volumen 1 -7° edición (2008).
[2] Resnick,, R;,; Halliday, D.; Krane, K.; 'Física Grupo Editorial Patria, 1' México D.F. (2002).