

Impulso y Cantidad de Movimiento -Colisiones en una dimensión: continuación.

Colisiones

Retomando este tema ya iniciado en el apunte 16, se repasan las clases de colisiones *en una dimensión* y sus características:

- Colisiones elásticas: no se produce deformación de los cuerpos que chocan.
- Colisiones inelásticas: se produce deformación de los cuerpos que chocan. Hay dos clases:
- Inelásticas: se produce deformación temporal del o de los objetos que colisionan
- Perfectamente inelásticas: la deformación durante el choque es de carácter permanente.

Este último caso es muy común mientras que el primero es un caso ideal en el mundo macro.

Asumiendo que los objetos que colisionan forman un sistema aislado, en las tres formas de colisión citadas la Cantidad de Movimiento inmediatamente inicial y final se conserva. En el choque elástico también se conserva la energía cinética del sistema en tanto que en los choques de tipo inelástico la energía cinética antes y después del choque no se conserva debido a la deformación de los objetos que colisionan.

Colisiones elásticas

Las masas m_1 y m_2 con velocidades iniciales v_{1i} y v_{2i} respectivamente constituyen un sistema aislado sumando una cantidad de movimiento inicial que será igual inmediatamente antes y después del choque. Entonces:

$$m_1 \cdot v_{1i} + m_2 \cdot v_{2i} = m_1 \cdot v_{1f} + m_2 \cdot v_{2f} \quad (1)$$

Se conserva también la energía cinética:

$$\frac{1}{2} m_1 \cdot v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 \cdot v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot v_{2f}^2 \quad (2)$$

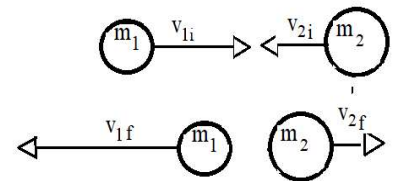


Figura 1: colisión elástica

Trabajando sobre la ecuación (2):

$$\begin{aligned} m_1 \cdot v_{1i}^2 + m_2 \cdot v_{2i}^2 &= m_1 \cdot v_{1f}^2 + m_2 \cdot v_{2f}^2 \\ m_1 (v_{1i}^2 - v_{1f}^2) &= m_2 (v_{2f}^2 - v_{2i}^2) \end{aligned} \quad (3)$$

Y desde la ecuación (1) :

$$m_1 (v_{1i} - v_{1f}) = m_2 (v_{2i} - v_{2f}) \quad (4)$$

realizando el cociente entre la (3) y la (4) y reordenando términos, se tiene:

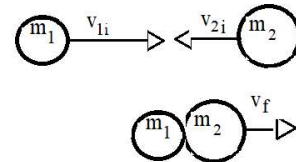
$$(v_{1i} - v_{2i}) = -(v_{1f} - v_{2f}) \quad (5)$$

Que permite resolver, junto con las expresiones anteriores, situaciones donde se da el choque elástico

Colisiones perfectamente inelásticas

Se considera sistema aislado a las masas m_1 y m_2 . Las velocidades iniciales son v_{1i} y v_{2i} respectivamente. La cantidad de movimiento inicial será igual inmediatamente antes y después del choque. Entonces:

$$m_1 \cdot v_{1i} + m_2 \cdot v_{2i} = (m_1 + m_2) v_f \quad (6)$$



El 2º miembro indica que los objetos al chocar se deforman y quedan adheridos formando un solo bloque con una velocidad final común.

Se puede querer averiguar la velocidad final (v_f) después del choque. De la (6) se puede despejar directamente:

$$v_f = \frac{m_1 \cdot v_{1i} + m_2 \cdot v_{2i}}{(m_1 + m_2)} \quad (7)$$

Ejemplo:

Se analiza el caso del dispositivo de la figura, que se emplea como adorno y antistress:

Las esferas son macizas, del mismo tamaño y material, y de la misma masa. Son suficientemente rígidas como para considerar que el choque entre ellas es elástico. Se considera al sistema de las 5 esferas, aislado. Al separar la esfera de la izquierda y luego liberarla, colisionará contra la esfera 2 en un choque considerado elástico. Al conservarse la cantidad de movimiento y la energía cinética, y ser todas las esferas iguales, el choque de la esfera 1 sobre la 2 transfiere su cantidad de movimiento a la 2, que hace lo propio con la esfera 3 y a su vez se repite esta transferencia con la esfera 4. Estas tres esferas (2, 3 y 4) no se moverán, solo transferirán la cantidad de movimiento de la esfera 1 a la 5, esta última se moverá súbitamente hacia la derecha (figura 3b)) La cantidad de movimiento inicial es $m_1 \cdot v_{1i}$. La pregunta es: puede darse el caso donde las esferas 4 y 5 se muevan juntas luego del choque de la esfera 1? (figura 3c)).

Como se asume que se trata de un choque elástico y el sistema de las cinco esferas es aislado, la cantidad de movimiento se conserva, entonces:

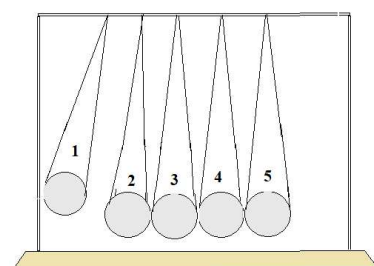


Figura 3a): previo a la colisión

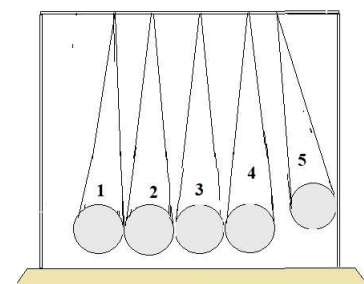


Figura 3b): luego de la colisión

$$m_1 \cdot v_{1i} = m_4 \cdot \frac{v_{1i}}{2} + m_5 \cdot \frac{v_{1i}}{2}$$

$$m_1 \cdot v_{1i} = (m_4 + m_5) \cdot \frac{v_{1i}}{2}$$

También se debe conservar la energía cinética:

$$\underbrace{\frac{1}{2} m_1 \cdot v_{1i}^2}_{E_{ci}} \neq \underbrace{\frac{1}{2} m_4 \left(\frac{v_{1i}}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} m_5 \left(\frac{v_{1i}}{2}\right)^2}_{E_{cf}} = \frac{1}{4} \cdot m_1 \cdot v_{1i}^2$$

Pero esto no sucede, no se cumple el Principio de Conservación de Energía. Por lo tanto no se puede dar el caso de la figura 3c)

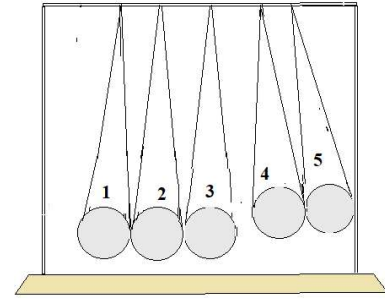


Figura 3c)

Colisión en dos dimensiones

Las colisiones en dos dimensiones son comunes, un ejemplo es el juego de billar y de Pool. En el juego de billar, por ejemplo, la bola a la que se impacta con el taco colisiona contra otra bola de igual dimensión. Según cómo impacta una bola sobre la otra (ambas de igual masa) la trayectoria final se describe en un plano bidimensional. Se considera que ambas esferas forman un sistema aislado y que el choque, debido a la rigidez de las mismas, puede suponerse elástico.

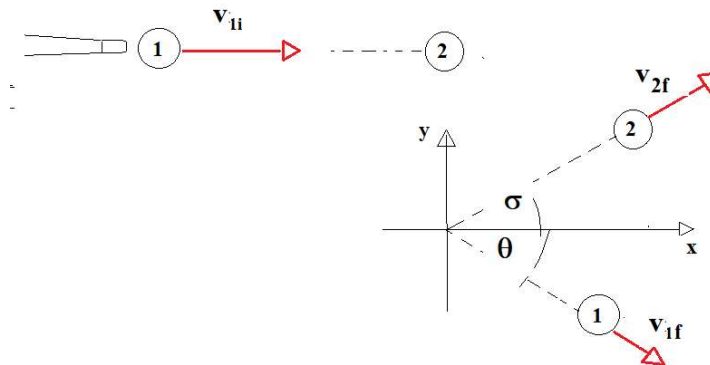


Figura 4: juego de billar: momento anterior y posterior a la colisión de las bolas 1 y 2

Luego, se realiza el análisis en función de las componentes x (ecuación 8a)) e y (ecuación 8b)):

$$m_1 \cdot v_{1i} = m_1 \cdot v_{1f} \cos \sigma + m_2 \cdot v_{1f} \cos \theta \quad (8' a)$$

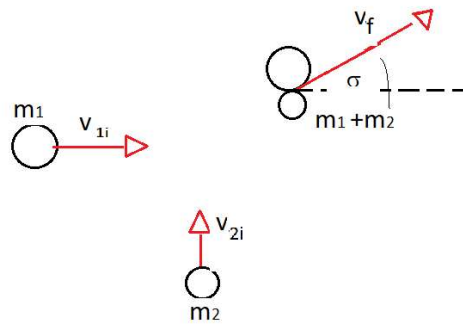
$$0 = m_1 \cdot v_{1f} \sin \sigma - m_2 \cdot v_{1f} \sin \theta \quad (8 b)$$

Aplicando el Principio de Conservación de Energía

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{1i}^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{1f}^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{2f}^2 \quad (9)$$

Normalmente se conocen las masas y la velocidad inicial del objeto que se mueve (en este caso, la bola 1). Se desea conocer la velocidad final de ambas masas y al menos uno de los ángulos que una de ellas forma con la horizontal, para poder resolver el problema.

Si la colisión es perfectamente inelástica entonces los objetos que chocan quedan adheridos y su trayectoria posterior al choque como su velocidad final es común a ambos objetos:



$$m_1 \cdot v_{1i} = (m_1 + m_2) v_f \cos \sigma \quad (10a)$$

$$m_2 \cdot v_{2i} = (m_1 + m_2) v_f \sin \sigma \quad (10b)$$

Referencias:

Serway, R.; Jewett, J. - 'Física para Ciencias e Ingeniería' Cap 9. Vol. 1 – 7ª edición- Cengage Learnig (2008).

Sears, F., Semansky, M. Young, H.; Fredman, R. 'Física Universitaria' Cap.8- Vol 1- 12ª Edición- México- Pearson (2009)