Carrera: Ingeniería Electrónica.

Asignatura: Física I.

Cinemática del punto- MRUV: a) Casos especiales-

b) Movimiento en dos dimensiones

a) *MRUV: Casos especiales*

Se ha estudiado en la clase anterior el movimiento rectilíneo de un cuerpo afectado por una aceleración y se ha visto que la aceleración (como magnitud vectorial) puede presentar dos sentidos en esta clase de movimiento. Hoy se estudiará un caso especial dentro del MRUV: la caída libre. La particularidad de este movimiento MRUV es la aceleración que se observa en todo objeto cuando cae libremente desde una determinada altura. Un ejemplo de este caso se da cuando se deja caer, por ejemplo, una piedra (o cualquier otro objeto) desde la azotea de un edificio o simplemente desde la terraza de una casa. Se habla de caída libre porque no se arroja al objeto imprimiéndole una fuerza adicional hacia el suelo por ejemplo, con nuestras manos, simplemente el objeto es liberado y comienza su recorrido vertical descendente hasta chocar contra el suelo.

Se considera en este análisis que el objeto en caída libre está afectado solamente por la fuerza peso propia y no se incluyen otras fuerzas (resistivas del aire, por ejemplo).

Se observa en esta experiencia que el objeto (inicialmente sostenido por la mano) comienza a moverse en el sentido descendente, como se observa en la figura 1. Se puede ver también que va adquiriendo velocidad que aumenta en el tiempo. Esa velocidad aumenta en 9,80 m/s por cada segundo que transcurre. Este valor de la aceleración se lo denomina aceleración de la gravedad terrestre y se simboliza con la letra g, donde $g = 9,80\ m/s^2$ es un valor que se acepta como promedio a nivel del mar pues g varía con la latitud y con la altura. Para los fines del curso de Física 1 este valor es aceptable y suficiente.

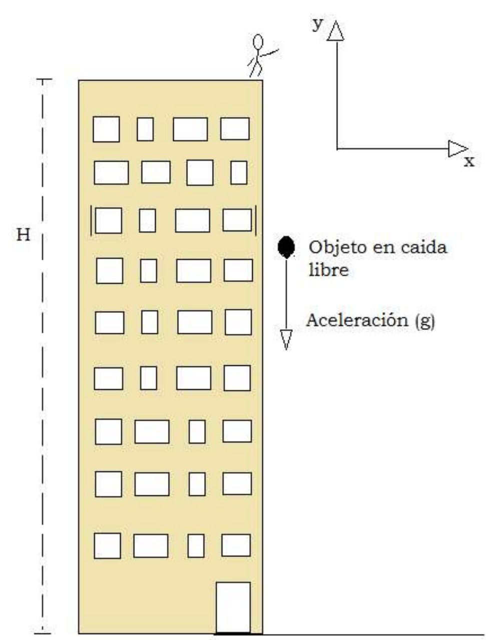

Figura 1 : objeto en caída libre

La gravedad, como aceleración que afecta a todo objeto en el campo gravitacional terrestre tiene la magnitud $[m/s^2]$ que resulta del cociente entre la velocidad y el tiempo.

Dato: la gravedad en la superficie lunar tiene un valor de $1,62 m/s^2$, es decir, 1/6 de la gravedad terrestre.

Retomando el estudio de caída libre, se puede averiguar a qué altura sobre el nivel del suelo se encontrará la piedra a los 3 segundos de haber sido soltada si la azotea del edificio de la figura 1 está a una altura de 45 metros respecto del nivel del suelo. Se aplica para ello la ecuación de posición (ver en el apunte sobre MRUV):

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad (1)$$

donde la aceleración a tiene el valor de g:

$$y(t) = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \quad (2)$$

Siendo el movimiento vertical e indicando el eje vertical con la letra y, la ecuación 1 se escribe como se observa en 2.

Se puede considerar el nivel de la azotea como valor cero o el nivel del suelo tomar ese valor. En cualquiera de los casos se obtiene el mismo resultado, se debe tener cuidado de asignar los valores correctos a la altura en uno y otro caso, como se muestra a continuación:

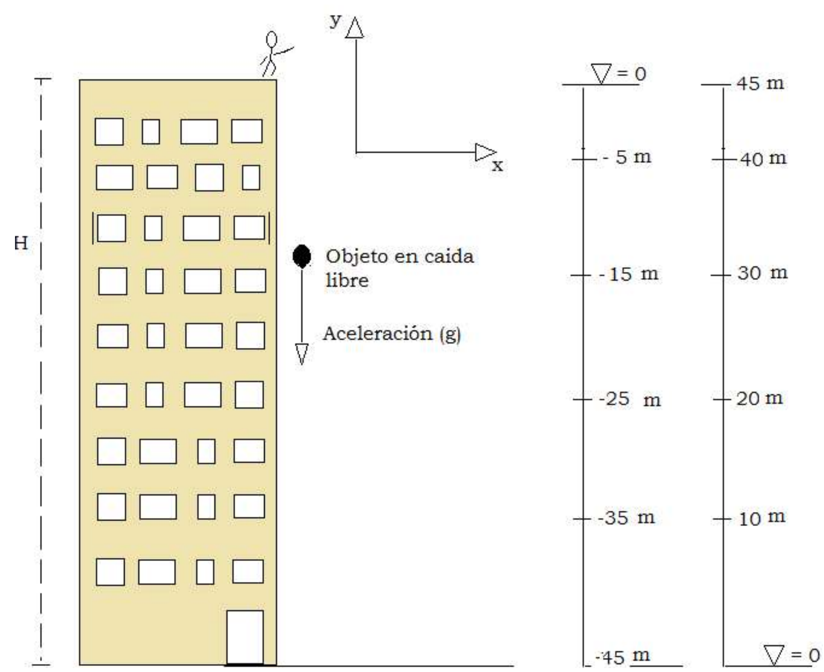

Figura 2

Si el valor cero se indica en la azotea del edificio y el sentido positivo del eje vertical (y) se ha elegido en el sentido ascendente, todo valor en una altura menor a la azotea es negativo. Si ese valor cero se ubica en el suelo, todos los valores en altura son positivos pues están sobre el suelo (considerando el eje y positivo ascendente). Por otra parte, la velocidad, su sentido, es descendente, la aceleración de la gravedad también es descendente (el vector aceleración está dibujado en la figura 2) y como el sentido de ambos vectores es opuesto al sentido positivo del eje y, entonces la velocidad como la aceleración son negativas independientemente del valor cero elegido como referencia.

Se está, ahora, en condiciones de aplicar la ecuación (2) para calcular la posición (altura) de la piedra a los tres segundos (se realiza el cálculo tomando la referencia 'altura cero' en el suelo):

$$y(3\ \text{seg.}) = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t)^2$$

Donde y_0 es el valor de la posición inicial, v_0 es la velocidad inicial del objeto ¿qué valor tiene? y la aceleración g toma el valor antes indicado (positivo o negativo?).

Otra variable que se puede calcular es la velocidad en algún instante de tiempo, por ejemplo, la velocidad de la piedra a los 3 segundos (realicen el cálculo):

$$g = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} \quad \Rightarrow \quad v_f = v_i + g \cdot (t_f - t_i) \tag{3}$$

Nota: el subíndice 0 ó i indican el estado inicial de esa variable: v0 = vi = velocidad en el instante 0.

La aceleración es una constante (en las condiciones anteriormente comentadas) y el valor que se va a emplear es 9,80 m/s2.

Graficas de las variables

La velocidad en función del tiempo genera una gráfica lineal: Siendo el tiempo inicial (t_1) igual a cero, la ecuación queda:

$$v_f = v_i + g \cdot t_f \tag{4}$$

Realizando una tabla de velocidad en función del tiempo se tiene:

v [m/s]	t [s]
0	0
-9,80	1
-19,60	2
-29,40	3

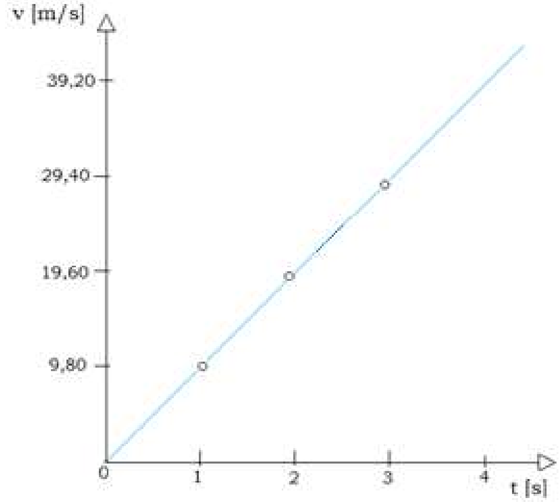

Figura 3

La representación gráfica de la caída de la piedra desde la azotea es una recta que muestra la velocidad (instantánea) en cualquier instante (t) dentro del intervalo de tiempo del evento: *caída libre*

<u>Aceleración</u> (g) en función del tiempo. Como la gravedad es una constante (y toda aceleración que afecte la velocidad de un objeto para en el MRUV es constante), la gráfica presenta la forma siguiente:

g [m/s^2]	t [s]
-9,80	0
-9,80	1
-9,80	2
-9,80	3

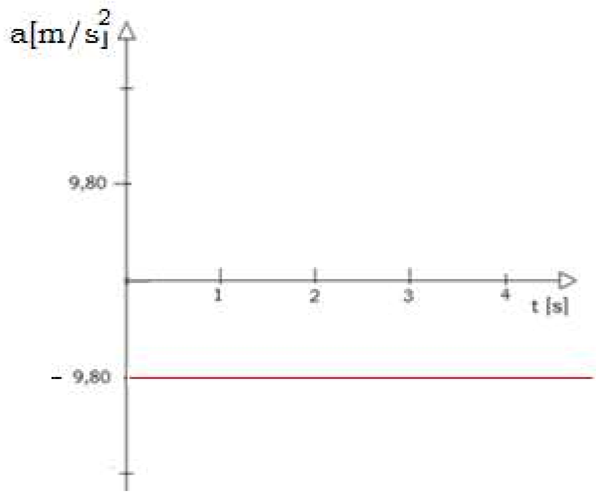

Figura 4

La <u>posición</u> de la piedra en la caída presenta una gráfica no lineal, es decir que describe una forma distinta a la de recta que se ve en los dos casos anteriores (figuras 3 y 4). La ecuación (2) se aplica para obtener la tabla de datos asignando valores de tiempo y obteniendo las respectivas posiciones:

Y [m]	t [s]
45,00	0,00
40,10	1,00
25,40	2,00
0,90	3,00
0,00	3,03

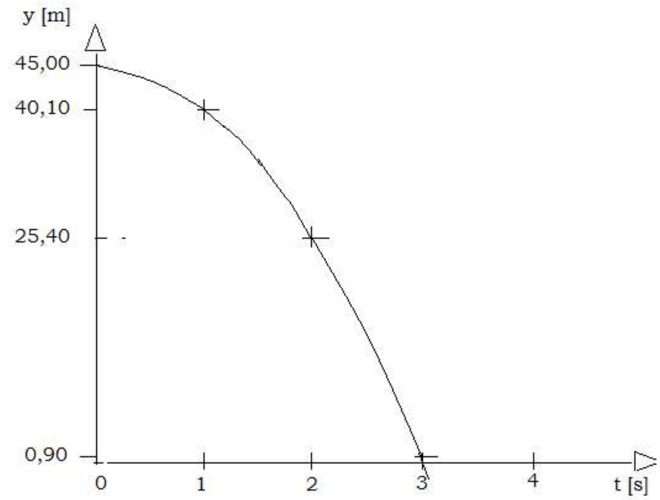

Figura 5

La grafica de la figura 5 indica las distintas posiciones (en el eje vertical) de la piedra en cada instante de tiempo, donde los trayectos verticales son cada vez mayores para cada intervalo de 1 segundo que transcurre.

Tiro Vertical

Es otro caso particular de MRUV, la aceleración que actúa sobre el objeto es también la de la gravedad. La figura 6a) muestra el lanzamiento vertical en sentido ascendente. Se sabe, por experiencia, que la piedra alcanzará una altura determinada y comenzar a caer. El descenso es una *caída libre.* Existe una velocidad inicial positiva (ver en figura 6 el signo del sentido en cada eje de coordenadas) generada por el impulso que se le da al objeto lanzado con la mano en el sentido ascendente. Ahora, la piedra asciende hasta una altura máxima y en este trayecto se observa que va reduciendo su velocidad hasta llegar a la altura máxima, donde invierte el sentido de movimiento y desde allí comienza a descender aumentando su velocidad continuamente:

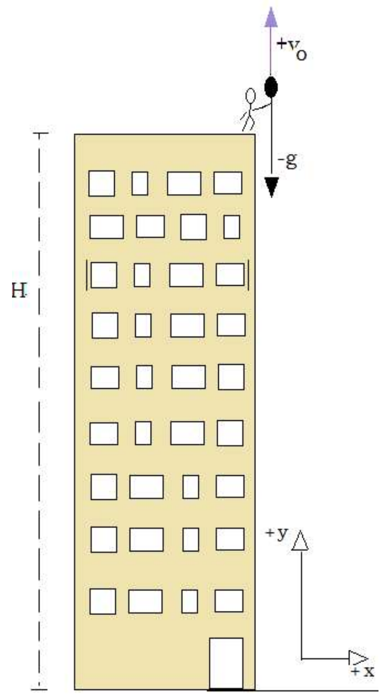

Figura 6a)

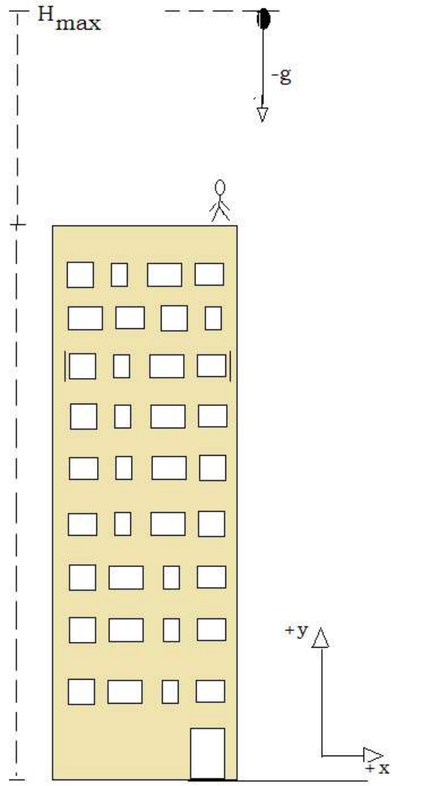

Figura 6 b)

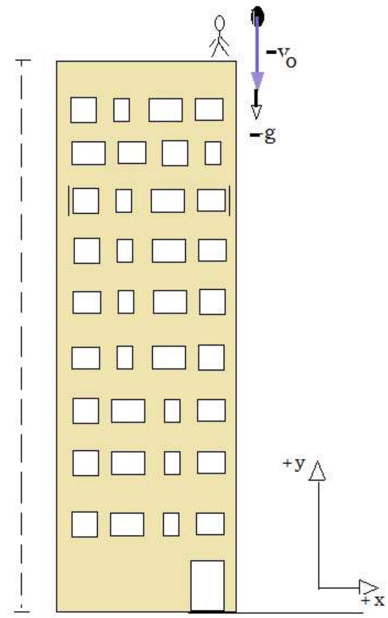

Figura 6 c)

Por qué sucede esto? En primer lugar, la acción de la aceleración g está presente en todo momento. Si bien, en este caso la piedra tiene una velocidad inicial $+v_0$ (figura 6a)), la gravedad (-g) aplica en el sentido contrario a la velocidad generando la desaceleración continua de la piedra hasta llegar a un punto donde su velocidad es cero y se detiene por un momento para comenzar a recorrer su trayectoria vertical descendente (figura 6b)).

Partiendo desde el cambio de sentido en el movimiento de la piedra (pues desde la H_{max} la piedra comienza a avanzar en sentido inverso) la velocidad indicada con el vector de color violeta marca ese sentido de movimiento (figura 6c)).

Se ve en las tres secuencias de las figuras 6) que el vector velocidad va cambiando su longitud hasta reducirse a cero (en el trayecto de ascenso) y luego comienza a crecer pero su sentido se ha invertido. El vector g, en cambio (vector color negro), se mantiene constante en todo momento tanto en 'tamaño' como en sentido.

Se puede querer saber la altura máxima (H_{max}) que alcance la piedra, entonces, conociendo que la velocidad correspondiente a la H_{max} es cero y aplicando la ecuación de posición (2) y de velocidad (3) del MRUV:

$$y(\max) = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t)^2$$

$$0 = v_0 + \left[-g \cdot (t_{Hmax} - 0) \right]$$

De la segunda ecuación se despeja t_{Hmax} (puesto que v_0 es dato):

$$0 = v_0 + \left[-g \cdot (t_{Hmax} - 0) \right] \Rightarrow \frac{-v_0}{-g} = t_{Hmax}$$

Reemplazando t_{Hmax} despejado en la ecuación de posición:

$$y(max) = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{-v_0}{-g} \right)^2$$

Para saber, por ejemplo, en qué posición estará la piedra en el instante t = $t_{Hmax} + \frac{1}{2} t_{Hmax}$. Se emplea la ecuación de posición (2):

$$y(t) = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t)^2$$

donde t , v_0 e y_0 son, en este caso, datos conocidos. Reemplazando en la ecuación (2) se tiene la posición de la piedra en ese instante.

La gráfica de la posición del objeto en función del tiempo en el tiro vertical tiene la forma que se muestra en la figura 7:

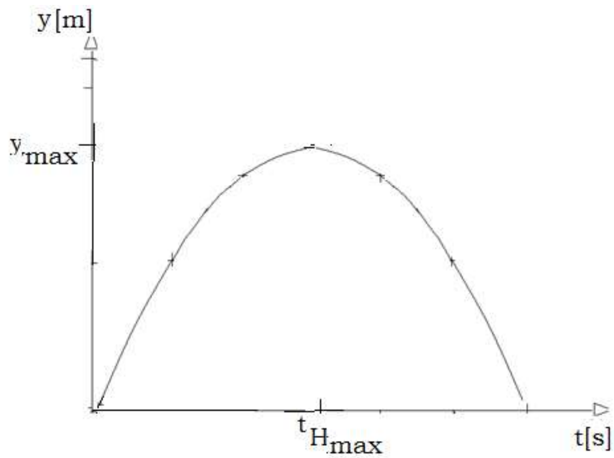

Figura 7

La distancia vertical recorrida es cada vez menor en cada instante hasta llegar a la altura máxima donde se produce una inversión en el recorrido y a partir de ese punto las distancias recorridas son cada vez mayores por cada instante de tiempo que transcurre.

Las gráficas de velocidad y aceleración se indican como tarea al alumno.

Referencias

[1] Serway, R.; Jewett, J.- 'Física para Ciencias e Ingeniería' Volumen 1 -7° edición (2008).

[2] Resnick,, R;,; Halliday, D.; Krane, K.; 'Física Grupo Editorial Patria, 1' México D.F.(2002)