CENGAGE Learning

SERWAY · JEWETT

FÍSICA

para ciencias e ingeniería

Volumen 1

Séptima edición

Física 1 - Comisión 2013-04

Clase: Jueves 11 de septiembre de 2025

Buenos días, la clase de hoy se inicia con el *Trabajo de Laboratorio*: *Cantidad de Movimiento lineal.* desde las 18,00 hs. Deben ir a esa hora al aula-laboratorio A202.

Se dará un explicación de las actividades a realizar, la forma de realizarlas y el informe que sobre este trabajo deberán entregar el día miércoles 24/9. Está en este Aula, disponible el archivo con la práctica a realizar en formato PDF y otro archivo que es un modelo de carátula. Esta actividad se realizará en la 1°parte de la clase. Se solicita la conformación de los grupos, de no más de 5 integrantes, para la realización de este trabajo. Es necesario contar con, al menos, una práctica de laboratorio impresa, por grupo. Se valorará la participación en la confección del informe por parte de TODOS los integrantes. Se debe entregar un ejemplar del informe por grupo, puede ser impreso o en formato digital.

La 2° parte de la misma se destinará a continuar con el desarrollo de teoría sobre el tema *Cantidad de movimiento lineal* y se iniciará el estudio de *Centro de Masa.* Se completa la clase de hoy con ejercitación sobre los temas desarrollados. Se solicita bajar de la carpeta '*General*' la Guía de ejercicios N°4.

Se agrega la lectura de la sección 9.4 , desde la página 242 hasta la página 244 (incluyendo el ejemplo 9.9(**245**)) y también la Sección 9.5, página 245 a 249(**250**) incluyendo el Ejemplo 9.12, del libro *Física para Ciencias e Ingeniería,* volumen 1, de *R Serway* y *J. Jewett,* (o de cualquier otro libro de la bibliografía de la asignatura).

Además, se encuentran disponibles en este Aula el apunte 14 : Cantidad de Movimiento lineal (2° parte) y el apunte 15: Centro de Masa.

Se indican realizar como actividad de aplicación, los ejercicios 53 , 57 y 58 de la guía N°3- 2021 y los ejercicios 5 y 7 de la guía N°4.

Pablo Provenzano

Problema Nº53: Una bala de 10.0 g se dispara a un bloque de madera fijo (m = 5.00 kg). La bala se incrusta en el bloque. La velocidad de la combinación bala más madera inmediatamente después de la colisión es 0.600 m/s. ¿Cuál fue la velocidad original de la bala?

Problema Nº57: Una camioneta de 1200 kg avanza en una autopista recta a 12.0 m/s. Otro auto, de masa 1800 kg y velocidad 20.0 m/s, tiene su centro de masa 40.0 m adelante del centro de masa de la camioneta (ver figura 26)

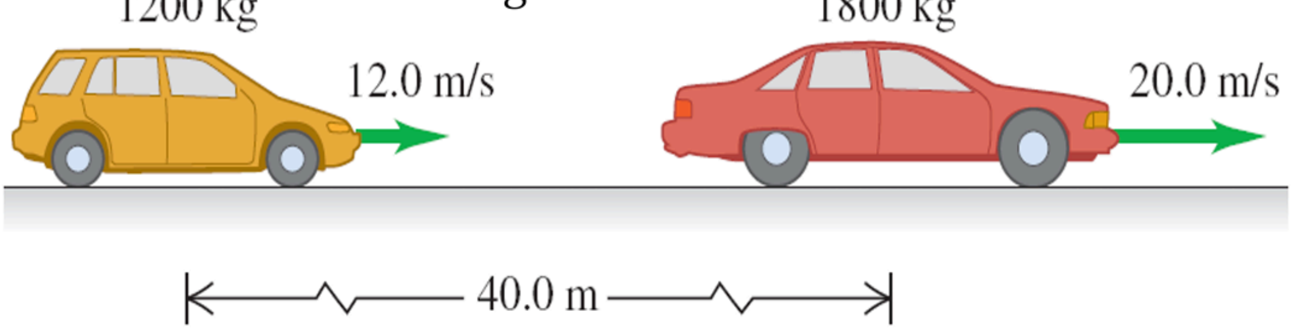


Figura 26

a) Determine la posición del centro de masa del sistema formado por los dos vehículos.
b) Calcule la magnitud del momento lineal total del sistema, a partir de los datos anteriores.
c) Calcule la velocidad del centro de masa del sistema.
d) Calcule el momento lineal total del sistema, usando la velocidad del centro de masa. Compare su resultado con el del inciso b).

Conservación de la Cantidad de movimiento en 2D

Problema Nº58: Las esferas A, de 0.020 kg, B, de 0.030 kg y C, de 0.050 kg de la figura 27, se acercan al origen deslizándose sobre una mesa de aire sin fricción. Las velocidades iniciales de A y B se indican en la figura. Las tres esferas llegan al origen simultáneamente y se pegan.

a) ¿Qué componentes x e y debe tener la velocidad inicial de C si después del choque los tres objetos tienen una velocidad de 0.50 m/s en la dirección $+x$?
b) Si C tiene la velocidad obtenida en el inciso a), ¿cuál es el cambio de la energía cinética del sistema de las tres esferas como resultado del choque?

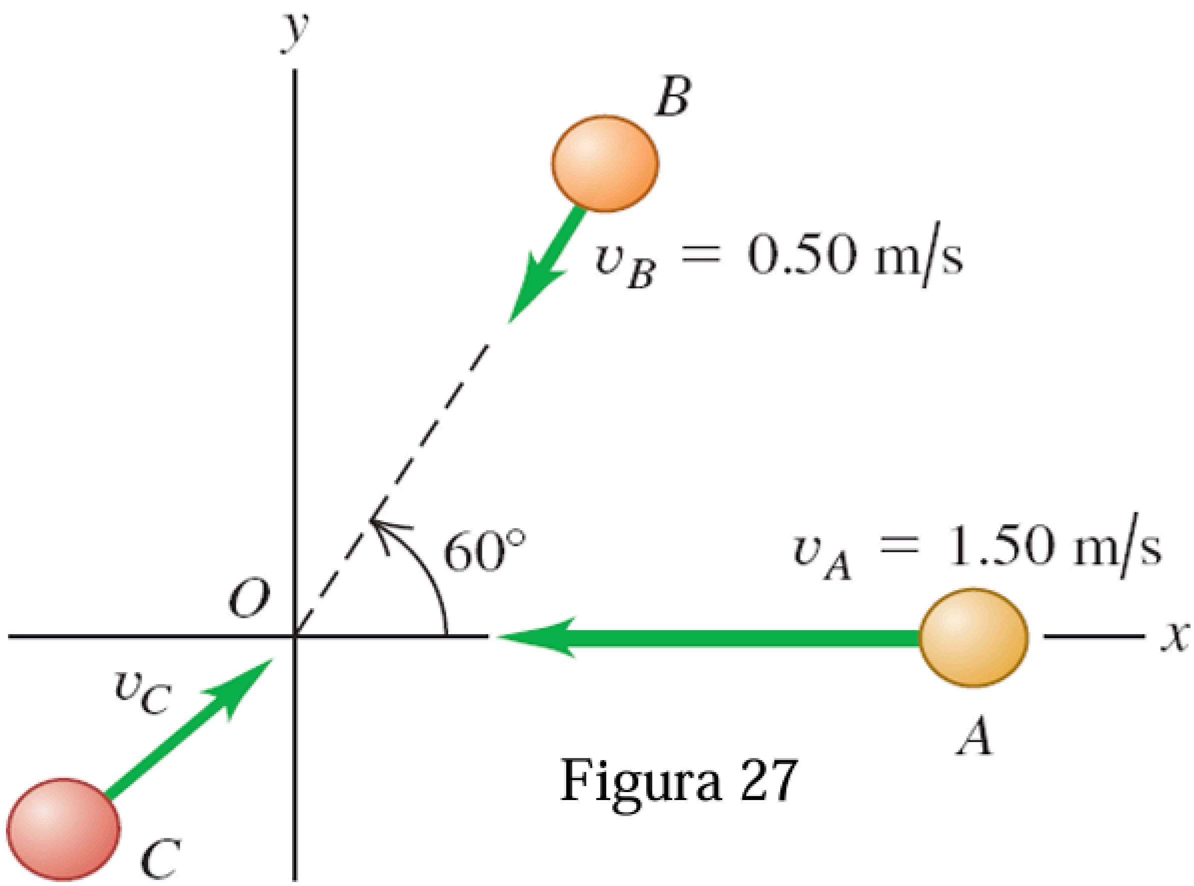


Figura 27

Problema Nº5: Un disco de 8.00 cm de radio da vueltas con una velocidad constante de 1200 rev/min en torno a su eje central. Determine:

a) Su velocidad angular.
b) La velocidad tangencial en un punto a 3.00 cm de su centro.
c) La aceleración radial de un punto sobre el borde.
d) La distancia total que recorre en 2.00 seg un punto en el borde.

Problema Nº7: Se analiza una barra rígida de masa despreciable que yacen a lo largo del eje y conectan tres partículas. El sistema da vueltas en torno al eje *x* con una velocidad angular de 2.00 rad/s.
Encuentre:

a) El momento de inercia en torno al eje *x* y la energía cinética rotacional total evaluada a partir de $\frac{1}{2}I \cdot w^2$
b) La velocidad tangencial de cada partícula y la energía cinética total evaluada a partir de $\sum \frac{1}{2}m \cdot v^2$

c) Compare las respuestas para energía cinética en los incisos a) y b).

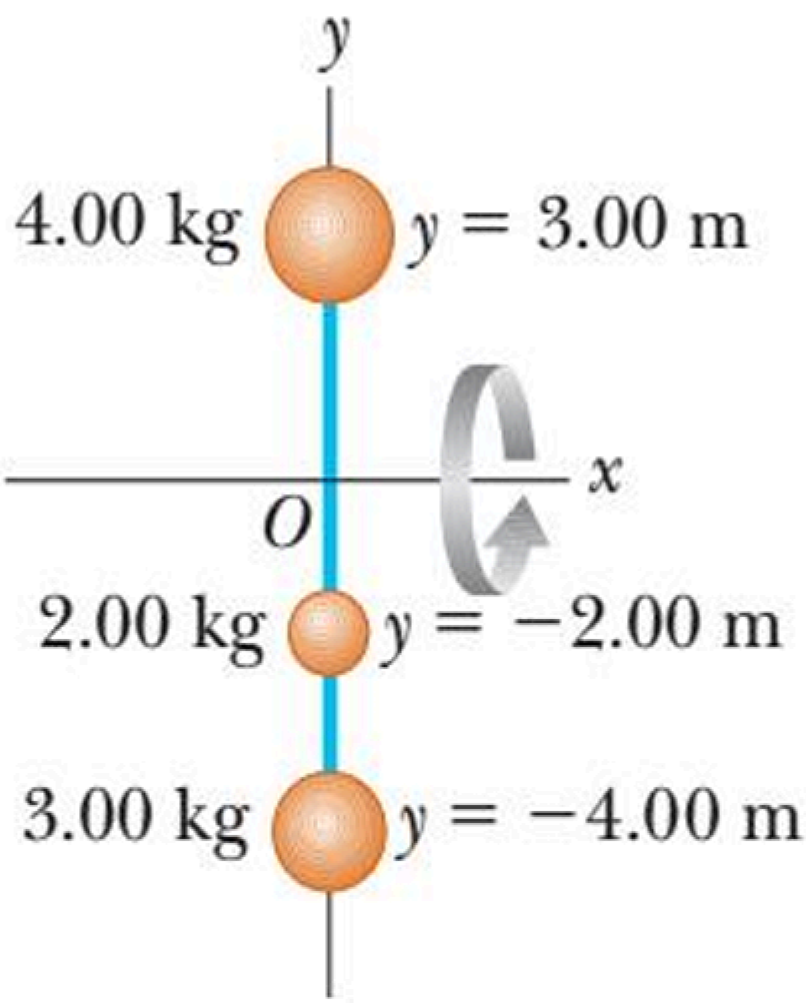
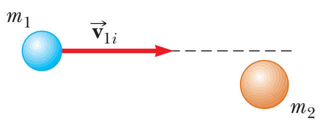
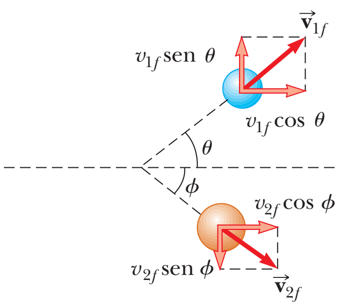


Figura 4



a) Antes de la colisión



b) Después de la colisión

Figura 9.11 Una colisión elástica indirecta entre dos partículas.

9.4 Colisiones en dos dimensiones

En la sección 9.1 se mostró que la cantidad de movimiento de un sistema de dos partículas se conserva cuando el sistema está aislado. Para cualquier colisión de dos partículas, este resultado implica que la cantidad de movimiento en cada una de las direcciones *x*, *y* y *z* se conserva. Un importante subconjunto de colisiones tiene lugar en un plano. El juego de billar es un ejemplo familiar que involucra múltiples colisiones de objetos que se mueven en una superficie en dos dimensiones. Para tales colisiones en dos dimensiones, se obtienen dos ecuaciones componentes para conservación de cantidad de movimiento:

$$m_1 v_{1ix} + m_2 v_{2ix} = m_1 v_{1fx} + m_2 v_{2fx}$$

$$m_1 v_{1iy} + m_2 v_{2iy} = m_1 v_{1fy} + m_2 v_{2fy}$$

donde tres subíndices en las componentes de velocidad en estas ecuaciones representan, respectivamente, la identificación del objeto (1, 2), los valores inicial y final (i, f) y la componente de velocidad (x, y).

Considere un problema específico en dos dimensiones en el que la partícula 1 de masa m_1 choca con la partícula 2 de masa m_2 inicialmente en reposo, como en la figura 9.11. Después de la colisión (figura 9.11b), la partícula 1 se mueve en un ángulo θ respecto a la horizontal y la partícula 2 se mueve en un ángulo ϕ respecto a la horizontal. Este evento se llama colisión *oblicua* al aplicar la ley de conservación de la cantidad de movimiento en forma de componentes y notar que la componente *y* inicial de la cantidad de movimiento del sistema de dos partículas es cero, se obtiene

$$m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f}\cos\,\theta + m_2 v_{2f}\cos\,\phi \qquad \textbf{(9.25)}$$

$$0 = m_1 v_{1f}\,\text{sen}\,\theta - m_2 v_{2f}\,\text{sen}\,\phi \qquad \textbf{(9.26)}$$

donde el signo menos en la ecuación 9.26 se incluye porque, después de la colisión, la partícula 2 tiene una componente *y* de velocidad que es hacia abajo. (Los símbolos v en estas ecuaciones particulares son magnitudes de velocidad, no componentes de velocidad. La dirección del vector componente se indica explícitamente con los signos más o menos.) Ahora se tienen dos ecuaciones independientes. Ya que no más de dos de las siete cantidades en las ecuaciones 9.25 y 9.26 sean incógnitas, se puede resolver este problema.

Si la colisión es elástica, también se puede usar la ecuación 9.17 (conservación de energía cinética) con $v_{2i} = 0$:

$$\tfrac{1}{2}m_1 {v_{1i}}^2 = \tfrac{1}{2}m_1 {v_{1f}}^2 + \tfrac{1}{2}m_2 {v_{2f}}^2 \qquad \textbf{(9.27)}$$

Al conocer la rapidez inicial de la partícula 1 y ambas masas, quedan cuatro incógnitas (v_{1f}, v_{2f}, θ y ϕ). Ya que sólo se tienen tres ecuaciones, se debe proporcionar una de las cuatro cantidades restantes para determinar el movimiento después de la colisión elástica a partir de principios de conservación.

Si la colisión es inelástica, la energía cinética *no* se conserva y la ecuación 9.27 *no* se aplica.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 9.4

No use la ecuación 9.20

La ecuación 9.20, que relaciona las velocidades relativas inicial y final de dos objetos que chocan, sólo es válida para colisiones elásticas unidimensionales. No use esta ecuación cuando analice colisiones en dos dimensiones.

ESTRATEGIA PARA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS **Colisiones bidimensionales**

Se recomienda el procedimiento siguiente cuando trate con problemas que involucran colisiones entre dos partículas en dos dimensiones.

1. *Conceptualizar.* Forme una idea de que ocurren las colisiones y predice las direcciones aproximadas en las que se moverán las partículas después de la colisión. Establezca un sistema coordenado y defina sus velocidades en términos de dicho sistema. Es conveniente que el eje x coincida con una de las velocidades iniciales. Bosqueje el sistema coordenado, dibuje y etiquete todos los vectores velocidad e incluya toda la información conocida.

2. *Categorizar.* ¿El sistema de partículas verdaderamente está aislado? Si es así, clasifique la colisión como elástica, inelástica o perfectamente inelástica.

3. *Analizar.* Escriba expresiones para las componentes x y y de la cantidad de movimiento de cada objeto antes y después de la colisión. Recuerde incluir los signos adecuados para las componentes de los vectores velocidad y ponga mucha atención a los signos.

Escriba expresiones para la cantidad de movimiento *total* en la dirección x *antes* y *después* de la colisión, e iguale las dos. Repita este procedimiento para la cantidad de movimiento total en la dirección y.

Proceda a resolver las ecuaciones de cantidad de movimiento para las cantidades desconocidas. Si la colisión es inelástica, la energía cinética *no* se conserva y es posible que se requerirá información adicional. Si la colisión es perfectamente inelástica, las velocidades finales de los dos objetos son iguales.

Si la colisión es elástica, la energía cinética se conserva y se puede igualar la energía cinética total del sistema antes de la colisión con la energía cinética total después de la colisión, lo que proporciona una relación adicional entre las magnitudes de velocidad.

4. *Finalizar.* Una vez que haya determinado su resultado, compruebe para ver si sus respuestas son consistentes con las representaciones mental y gráfica y que sus resultados sean realistas.

EJEMPLO 9.8 **Colisión en un cruce**

Un automóvil de 1 500 kg, que viaja al este con una rapidez de 25.0 m/s, choca en un cruce con una camioneta de 2 500 kg que viaja al norte con una rapidez de 20.0 m/s, como se muestra en la figura 9.12. Encuentre la dirección y magnitud de la velocidad del choque después de la colisión, y suponga que los vehículos quedan unidos después de la colisión.

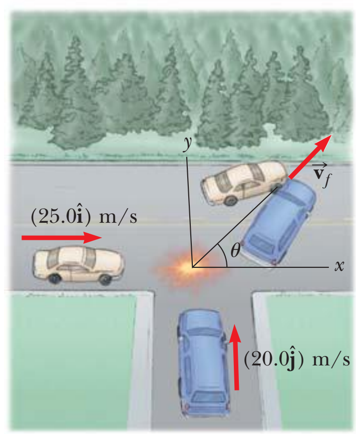


Figura 9.12 (Ejemplo 9.8) Un automóvil que viaja hacia el este choca con una camioneta que viaja hacia el norte.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La figura 9.12 debe ayudarlo a formar ideas de la situación antes y después de la colisión. Elija el este a lo largo de la dirección x positiva y el norte a lo largo de la dirección y positiva.

Categorizar Como se consideran los momentos inmediatamente antes e inmediatamente después de la colisión como definitorios del intervalo de tiempo, se ignora el efecto pequeño que la fricción tendría sobre las llantas del automóvil y el sistema de dos autos se modela como aislado. También se ignoran los tamaños de los automóviles y se les modela como partículas. La colisión es perfectamente inelástica porque los dos autos quedan unidos después de la colisión.

Analizar Antes de la colisión, el único objeto que tiene cantidad de movimiento en la dirección x es el automóvil. Por lo tanto, la magnitud de la cantidad de movimiento inicial total del sistema (automóvil más camioneta) en la dirección x sólo es la del automóvil. De igual modo, la cantidad de movimiento inicial total del sistema en la dirección y es la de la camioneta. Después de la colisión, suponga que los despojos se mueven a un ángulo θ y rapidez v_f.

Evalúe la cantidad de movimiento inicial del sistema en la dirección x:

$$\sum p_{xi} = (1\,500 \text{ kg})(25.0 \text{ m/s}) = 3.75 \times 10^4 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$$

Escriba una expresión para la cantidad de movimiento final en la dirección x:

$$\sum p_{xf} = (4\,000 \text{ kg})v_f \cos\theta$$

Iguale las cantidades de movimiento inicial y final en la dirección x:

$$1)\quad 3.75 \times 10^4 \text{ kg}\cdot\text{m/s} = (4\,000 \text{ kg})v_f \cos\theta$$

Evalúe la cantidad de movimiento inicial del sistema en la dirección y:

$$\sum p_{yi} = (2\,500 \text{ kg})(20.0 \text{ m/s}) = 5.00 \times 10^4 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$$

Escriba una expresión para la cantidad de movimiento final en la dirección y:

$$\sum p_{yf} = (4\,000 \text{ kg})v_f \operatorname{sen}\theta$$

Iguale las cantidades de movimiento inicial y final en la dirección y:

$$2)\quad 5.00 \times 10^4 \text{ kg}\cdot\text{m/s} = (4\,000 \text{ kg})v_f \operatorname{sen}\theta$$

Divida la ecuación 2) entre la ecuación 1) y resuelva para θ:

$$\frac{(4\,000 \text{ kg})v_f \operatorname{sen}\theta}{(4\,000 \text{ kg})v_f \cos\theta} = \tan\theta = \frac{5.00 \times 10^4}{3.75 \times 10^4} = 1.33$$

$$\theta = \boxed{53.1^\circ}$$

Use la ecuación 2) para encontrar el valor de v_f:

$$v_f = \frac{5.00 \times 10^4 \text{ kg}\cdot\text{m/s}}{(4\,000 \text{ kg}) \operatorname{sen} 53.1^\circ} = \boxed{15.6 \text{ m/s}}$$

Finalizar Note que el ángulo θ está cualitativamente en concordancia con la figura 9.12; además que la rapidez final de la combinación es menor que las magnitudes de velocidad iniciales de los dos automóviles. Este resultado es consistente con la energía cinética del sistema a reducir en una colisión inelástica. Puede ser útil si dibuja los vectores cantidad de movimiento de cada vehículo antes de la colisión y de los dos vehículos juntos después de la colisión.

EJEMPLO 9.9 Colisión protón–protón

Un protón choca elásticamente con otro protón que inicialmente está en reposo. El protón que entra tiene una rapidez inicial de 3.50×10^5 m/s y hace una colisión oblicua con el segundo protón, como en la figura 9.11. (En separaciones cercanas, los protones ejercen una fuerza electrostática repulsiva mutua.) Después de la colisión, un protón se aleja en un ángulo de 37.0° hacia la dirección de movimiento original y el segundo se desvía a un ángulo ϕ con el mismo eje. Encuentre las magnitudes de velocidad finales de los dos protones y el ángulo ϕ.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Esta colisión es similar a la que se muestra en la figura 9.11, que lo ayudará a formar ideas del comportamiento del sistema. El eje x se define a lo largo de la dirección del vector velocidad del protón inicialmente en movimiento.

Categorizar El par de protones forma un sistema aislado. Tanto la cantidad de movimiento como la energía cinética del sistema se conservan en esta colisión elástica oblicua.

Analizar Se sabe que $m_1 = m_2$ y $\theta = 37.0°$, y se sabe que $v_{1i} = 3.50 \times 10^5$ m/s.

Ingrese los valores conocidos en las ecuaciones 9.25, 9.26 y 9.27:

$$1)\quad v_{1f}\cos 37^\circ + v_{2f}\cos\phi = 3.50 \times 10^5 \text{ m/s}$$

$$2)\quad v_{1f}\operatorname{sen} 37.0^\circ - v_{2f}\operatorname{sen}\phi = 0$$

$$3)\quad v_{1f}{}^2 + v_{2f}{}^2 = (3.50 \times 10^5 \text{ m/s})^2 = 1.23 \times 10^{11} \text{ m}^2/\text{s}^2$$

Reordene las ecuaciones 1) y 2):

$$v_{2f}\cos\phi = 3.50 \times 10^5 \text{ m/s} - v_{1f}\cos 37.0^\circ$$

$$v_{2f}\operatorname{sen}\phi = v_{1f}\operatorname{sen} 37.0^\circ$$

Eleve al cuadrado estas dos ecuaciones y súmelas:

$$v_{2f}^2 \cos^2 \phi + v_{2f}^2 \operatorname{sen}^2 \phi$$

$$= 1.23 \times 10^{11} \text{ m}^2/\text{s}^2 - (7.00 \times 10^5 \text{ m/s})v_{1f} \cos 37.0° + v_{1f}^2 \cos^2 37.0° + v_{1f}^2 \operatorname{sen}^2 37.0°$$

$$4) \quad v_{2f}^2 = 1.23 \times 10^{11} - (5.59 \times 10^5)v_{1f} + v_{1f}^2$$

Sustituya la ecuación 4) en la ecuación 3):

$$v_{1f}^2 + [1.23 \times 10^{11} - (5.59 \times 10^5)v_{1f} + v_{1f}^2] = 1.23 \times 10^{11}$$

$$2v_{1f}^2 - (5.59 \times 10^5)v_{1f} = (2v_{1f} - 5.59 \times 10^5)v_{1f} = 0$$

Una posible solución de esta ecuación es $v_{1f} = 0$, que corresponde a una colisión frontal en la que el primer protón se detiene y el segundo continúa con la misma rapidez en la misma dirección. Esta no es la solución que se quiere.

Iguale a cero el otro factor:

$$2v_{1f} - 5.59 \times 10^5 = 0 \quad \rightarrow \quad v_{1f} = \boxed{2.80 \times 10^5 \text{ m/s}}$$

Use la ecuación 3) para encontrar v_{2f}:

$$v_{2f} = \sqrt{1.23 \times 10^{11} - v_{1f}^2} = \sqrt{1.23 \times 10^{11} - (2.80 \times 10^5)^2}$$

$$= \boxed{2.11 \times 10^5 \text{ m/s}}$$

Use la ecuación 2) para encontrar ϕ:

$$\phi = \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{v_{1f} \operatorname{sen} 37.0°}{v_{2f}}\right) = \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{(2.80 \times 10^5) \operatorname{sen} 37.0°}{2.11 \times 10^5}\right) = \boxed{53.0°}$$

Finalizar Es interesante que $\theta + \phi = 90°$. Este resultado *no* es accidental. Siempre que dos objetos de igual masa choquen elásticamente en una colisión oblicua y uno de ellos inicialmente en reposo, sus velocidades finales son mutuamente perpendiculares.

9.5 El centro de masa

En esta sección se describe el movimiento global de un sistema en términos de un punto especial llamado el **centro de masa** del sistema. El sistema puede ser un grupo de partículas, como un conjunto de átomos en un contenedor, o un objeto extendido, como un gimnasta que salta en el aire. Se verá que el movimiento traslacional del centro de masa del sistema es el mismo, como si toda la masa del sistema estuviese concentrada en dicho punto. Es decir, el sistema se mueve como si la fuerza externa neta se aplicara a una sola partícula ubicada en el centro de masa. Este comportamiento es independiente de otro movimiento, como la rotación o la vibración del sistema. Este modelo, el *modelo de partícula*, se introdujo en el capítulo 2.

Examine un sistema que consiste de un par de partículas que tienen diferentes masas y se conectan mediante una barra rígida ligera (figura 9.13). La posición del centro de masa de un sistema se describe como la *posición promedio* de la masa del sistema. El centro de masa del sistema se ubica en algún lugar en la línea que une las dos partículas y está más cerca de la partícula que tiene la masa más grande. Si se aplica una sola fuerza a un punto en la barra *arriba* del centro de masa, el sistema gira en sentido de las manecillas del reloj (vea la figura 9.13a). Si la fuerza se aplica en un punto en la barra por *abajo* del centro de masa, el sistema gira contra las manecillas del reloj (vea la figura 9.13b). Si la fuerza se aplica al centro de masa, el sistema se mueve en la dirección de la fuerza sin girar (vea la figura 9.13c). El centro de masa de un objeto se ubica con este procedimiento.

El centro de masa del par de partículas descritas en la figura 9.14 (página 246) se ubica sobre el eje x y yace en algún lugar entre las partículas. Su coordenada x está dada por

$$x_{\text{CM}} \equiv \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} \qquad \textbf{(9.28)}$$

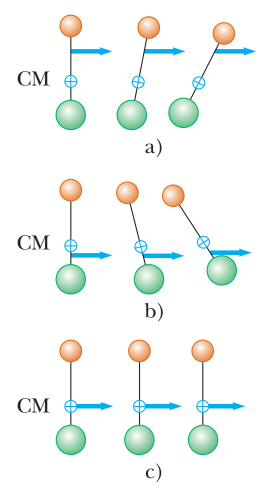


Figura 9.13 Dos partículas de distinta masa se conectan mediante una barra rígida ligera. a) El sistema gira en sentido de las manecillas del reloj cuando una fuerza se aplica arriba del centro de masa. b) El sistema gira contra las manecillas del reloj cuando una fuerza se aplica por abajo del centro de masa. c) El sistema se mueve en la dirección de la fuerza sin girar cuando una fuerza se aplica en el centro de masa.

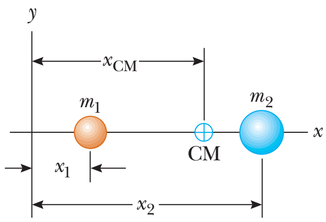


Figura 9.14 El centro de masa de dos partículas de masa distinta sobre el eje x se ubica en x_{CM}, un punto entre las partículas, más cerca de la que tiene la mayor masa.

Por ejemplo, si $x_1 = 0$, $x_2 = d$ y $m_2 = 2m_1$, se encuentra que $x_{CM} = \frac{2}{3}d$. Es decir, el centro de masa se encuentra más cerca de la partícula más pesada. Si las dos masas son iguales, el centro de masa se encuentra a medio camino entre las partículas.

Se puede extender este concepto a un sistema de muchas partículas con masas m_i en tres dimensiones. La coordenada x del centro de masa de n partículas se define como

$$x_{CM} \equiv \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + \cdots + m_nx_n}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots + m_n} = \frac{\sum_i m_ix_i}{\sum_i m_i} = \frac{\sum_i m_ix_i}{M} = \frac{1}{M}\sum_i m_ix_i \qquad \textbf{(9.29)}$$

donde x_i es la coordenada x de la i–ésima partícula y la masa total es $M \equiv \sum_i m_i$, donde la suma incluye las n partículas. Las coordenadas y y z del centro de masa se definen de igual modo por las ecuaciones

$$y_{CM} \equiv \frac{1}{M}\sum_i m_iy_i \quad \text{y} \quad z_{CM} \equiv \frac{1}{M}\sum_i m_iz_i \qquad \textbf{(9.30)}$$

El centro de masa se puede ubicar en tres dimensiones mediante su vector de posición $\vec{\mathbf{r}}_{CM}$. Las componentes de este vector son x_{CM}, y_{CM} y z_{CM}, definidas en las ecuaciones 9.29 y 9.30. Por lo tanto,

$$\vec{\mathbf{r}}_{CM} = x_{CM}\hat{\mathbf{i}} + y_{CM}\hat{\mathbf{j}} + z_{CM}\hat{\mathbf{k}} = \frac{1}{M}\sum_i m_ix_i\hat{\mathbf{i}} + \frac{1}{M}\sum_i m_iy_i\hat{\mathbf{j}} + \frac{1}{M}\sum_i m_iz_i\hat{\mathbf{k}}$$

$$\vec{\mathbf{r}}_{CM} \equiv \frac{1}{M}\sum_i m_i\vec{\mathbf{r}}_i \qquad \textbf{(9.31)}$$

donde $\vec{\mathbf{r}}_i$ es el vector de posición de la i–ésima partícula, definida por

$$\vec{\mathbf{r}}_i \equiv x_i\hat{\mathbf{i}} + y_i\hat{\mathbf{j}} + z_i\hat{\mathbf{k}}$$

Aunque ubicar el centro de masa para un objeto extendido es un poco más problemático que ubicar el centro de masa de un sistema de partículas, las ideas básicas discutidas aún se aplican. Piense en un objeto extendido como un sistema que contiene un gran número de partículas (figura 9.15). Ya que la separación de las partículas es muy pequeña, se considera que el objeto tiene una distribución de masa continua. Al dividir el objeto en elementos de masa Δm_i con coordenadas x_i, y_i, z_i, se ve que la coordenada x del centro de masa es aproximadamente

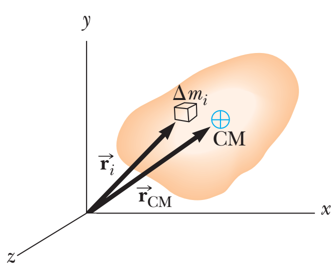


Figura 9.15 Un objeto extendido se considera como una distribución de pequeños elementos de masa Δm_i. El centro de masa se ubica en la posición vectorial $\vec{\mathbf{r}}_{CM}$, que tiene coordenadas x_{CM}, y_{CM} y z_{CM}.

$$x_{CM} \approx \frac{1}{M}\sum_i x_i\,\Delta m_i$$

con expresiones similares para y_{CM} y z_{CM}. Si se hace que el número n de elementos tienda a infinito, el tamaño de cada elemento tiende a cero y x_{CM} se conoce con precisión. En este límite, se sustituye la suma mediante una integral y Δm_i por el elemento diferencial dm:

$$x_{CM} = \lim_{\Delta m_i \to 0} \frac{1}{M}\sum_i x_i\,\Delta m_i = \frac{1}{M}\int x\,dm \qquad \textbf{(9.32)}$$

Del mismo modo, para y_{CM} y z_{CM} se obtiene

$$y_{CM} = \frac{1}{M}\int y\,dm \quad \text{y} \quad z_{CM} = \frac{1}{M}\int z\,dm \qquad \textbf{(9.33)}$$

La posición vectorial del centro de masa de un objeto extendido se expresa en la forma

$$\boxed{\vec{\mathbf{r}}_{CM} = \frac{1}{M}\int \vec{\mathbf{r}}\,dm} \qquad \textbf{(9.34)}$$

que es equivalente a las tres expresiones dadas por las ecuaciones 9.32 y 9.33.

El centro de masa de cualquier objeto simétrico se encuentra sobre un eje de simetría y sobre cualquier plano de simetría.[3] Por ejemplo, el centro de masa de una barra uniforme se encuentra a medio camino entre sus extremos. El centro de masa de una esfera o un cubo se encuentra en su centro geométrico.

El centro de masa de un objeto con forma irregular, como una llave de tuerca, se determina al suspender el objeto, primero de un punto y luego de otro. En la figura 9.16, una llave de tuerca cuelga del punto *A* y se dibuja una línea vertical *AB* (que se puede establecer con una plomada) cuando la llave de tuerca deja de balancearse. Luego la llave de tuerca se cuelga del punto *C*, y se dibuja una segunda línea vertical *CD*. El centro de masa está a la mitad a través del grosor de la llave de tuerca, bajo la intersección de estas dos líneas. En general, si la llave de tuerca cuelga libremente de cualquier punto, la línea vertical a través de este punto debe pasar a través del centro de masa.

Ya que un objeto extendido es una distribución de masa continua, en cada elemento pequeño de masa actúa la fuerza gravitacional. El efecto neto de todas estas fuerzas es equivalente al efecto de una sola fuerza $M\vec{\mathbf{g}}$ que actúa a través de un punto especial, llamado **centro de gravedad**. Si $\vec{\mathbf{g}}$ es constante sobre la distribución de masa, el centro de gravedad coincide con el centro de masa. Si un objeto extendido gira sobre un eje en su centro de gravedad, se equilibra en cualquier orientación.

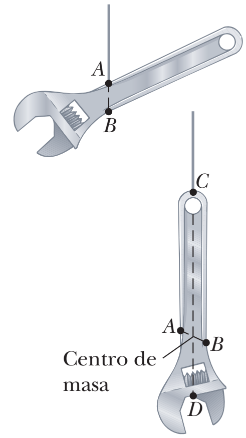


Figura 9.16 Una técnica experimental para determinar el centro de masa de una llave de tuerca. La llave de tuerca cuelga libremente, primero del punto *A* y luego del punto *C*. La intersección de las dos líneas *AB* y *C* ubica el centro de masa.

Pregunta rápida 9.7 Un bat de beisbol de densidad uniforme se corta en la ubicación de su centro de masa, como se muestra en la figura 9.17. ¿Cuál trozo tiene la menor masa? a) el de la derecha, b) el de la izquierda, c) ambos trozos tienen la misma masa, d) imposible de determinar.

Figura 9.17 (Pregunta rápida 9.7) Un bat de beisbol cortado en la ubicación de su centro de masa.

EJEMPLO 9.10 El centro de masa de tres partículas

Un sistema consiste de tres partículas ubicadas como se muestra en la figura 9.18. Encuentre el centro de masa del sistema.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La figura 9.18 muestra las tres masas. Su intuición debe decirle que el centro de masa se ubica en alguna parte en la región entre la partícula anaranjada y el par de partículas coloreadas en azul y verde, como se muestra en la figura.

Categorizar Este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución porque se usarán las ecuaciones para el centro de masa desarrolladas en esta sección.

El problema se configuró al etiquetar las masas de las partículas como se muestra en la figura, con $m_1 = m_2 = 1.0$ kg y $m_3 = 2.0$ kg.

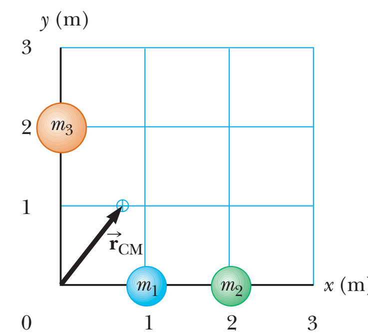


Figura 9.18 (Ejemplo 9.10) Dos partículas de 1.0 kg se ubican en el eje *x*, y una sola partícula de 2.0 kg se ubica en el eje *y* como se muestra. El vector indica la ubicación del centro de masa del sistema.

[3] Esta afirmación sólo es válida para objetos que tienen una densidad uniforme.

Use las ecuaciones definitorias para las coordenadas del centro de masa y note que $z_{CM} = 0$:

$$x_{CM} = \frac{1}{M}\sum_i m_i x_i = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$= \frac{(1.0 \text{ kg})(1.0 \text{ m}) + (1.0 \text{ kg})(2.0 \text{ m}) + (2.0 \text{ kg})(0)}{1.0 \text{ kg} + 1.0 \text{ kg} + 2.0 \text{ kg}}$$

$$= \frac{3.0 \text{ kg}\cdot\text{m}}{4.0 \text{ kg}} = 0.75 \text{ m}$$

$$y_{CM} = \frac{1}{M}\sum_i m_i y_i = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$= \frac{(1.0 \text{ kg})(0) + (1.0 \text{ kg})(0) + (2.0 \text{ kg})(2.0 \text{ m})}{4.0 \text{ kg}} = \frac{4.0 \text{ kg}\cdot\text{m}}{4.0 \text{ kg}} = 1.0 \text{ m}$$

Escriba el vector de posición del centro de masa:

$$\vec{\mathbf{r}}_{CM} \equiv x_{CM}\hat{\mathbf{i}} + y_{CM}\hat{\mathbf{j}} = \boxed{(0.75\hat{\mathbf{i}} + 1.0\hat{\mathbf{j}})\text{ m}}$$

EJEMPLO 9.11 El centro de masa de una barra

A) Demuestre que el centro de masa de una barra de masa M y longitud L se encuentra equidistante de sus extremos, si supone que la barra tiene una masa uniforme por unidad de longitud.

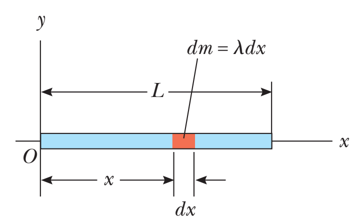


Figura 9.19 (Ejemplo 9.11) Geometría utilizada para encontrar el centro de masa de una barra uniforme.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La barra se muestra alineada a lo largo del eje x en la figura 9.19, de modo que $y_{CM} = z_{CM} = 0$.

Categorizar Este ejemplo se clasifica como un problema de análisis, porque es necesario dividir la barra en elementos para realizar la integración en la ecuación 9.32.

Analizar La masa por unidad de longitud (esta cantidad se llama *densidad de masa lineal*) se puede escribir como $\lambda = M/L$ para la barra uniforme. Si la barra se divide en elementos de longitud dx, la masa de cada elemento es $dm = \lambda\, dx$.

Use la ecuación 9.32 para encontrar una expresión para x_{CM}:

$$x_{CM} = \frac{1}{M}\int x\, dm = \frac{1}{M}\int_0^L x\lambda\, dx = \frac{\lambda}{M}\left.\frac{x^2}{2}\right|_0^L = \frac{\lambda L^2}{2M}$$

Sustituya $\lambda = M/L$:

$$x_{CM} = \frac{L^2}{2M}\left(\frac{M}{L}\right) = \boxed{\frac{L}{2}}$$

Además puede usar argumentos de geometría para obtener el mismo resultado.

B) Suponga que una barra *no es uniforme*, tal que su masa por unidad de longitud varía linealmente con x de acuerdo con la expresión $\lambda = \alpha x$, donde α es una constante. Encuentre la coordenada x del centro de masa como fracción de L.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Ya que la masa por unidad de longitud no es constante sino proporcional a x, los elementos de la barra hacia la derecha son más grandes que los elementos cerca del extremo izquierdo de la barra.

Categorizar Este problema se clasifica de manera similar al inciso A), con el sesgo añadido de que la densidad de masa lineal no es constante.

Analizar En este caso, sustituya dm en la ecuación 9.32 por $\lambda\, dx$, donde $\lambda = \alpha x$.

Use la ecuación 9.32 para encontrar una expresión para x_{CM}:

$$x_{CM} = \frac{1}{M}\int x\,dm = \frac{1}{M}\int_0^L x\lambda\,dx = \frac{1}{M}\int_0^L x\alpha x\,dx$$

$$= \frac{\alpha}{M}\int_0^L x^2\,dx = \frac{\alpha L^3}{3M}$$

Encuentre la masa total de la barra:

$$M = \int dm = \int_0^L \lambda\,dx = \int_0^L \alpha x\,dx = \frac{\alpha L^2}{2}$$

Sustituya M en la expresión para x_{CM}:

$$x_{CM} = \frac{\alpha L^3}{3\alpha L^2/2} = \boxed{\tfrac{2}{3}L}$$

Finalizar Note que el centro de masa en el inciso B) está más lejos hacia la derecha que en el inciso A). Este resultado es razonable porque los elementos de la barra se vuelven más grandes conforme uno se mueve hacia la derecha a lo largo de la barra en el inciso B).

EJEMPLO 9.12 Centro de masa de un triángulo rectángulo

Se le pide colgar una señal metálica de un alambre vertical. La señal tiene la forma triangular que se muestra en la figura 9.20a. La parte baja de la señal es paralela al suelo. ¿A qué distancia del extremo izquierdo de la señal se debe unir el alambre de soporte?

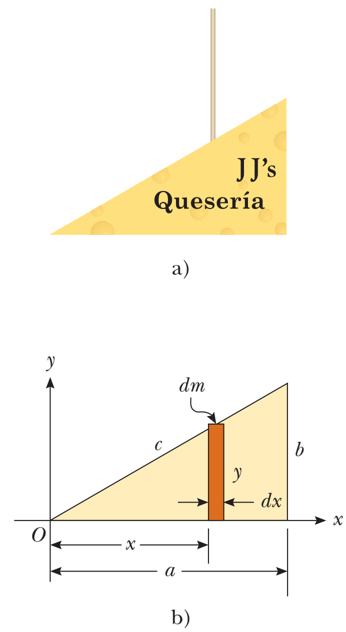


Figura 9.20 (Ejemplo 9.12) a) Una señal triangular que se colgará de un solo alambre. b) Construcción geométrica para ubicar el centro de masa.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La figura 9.20a muestra la señal que cuelga del alambre. El alambre se debe unir a un punto directamente sobre el centro de gravedad de la señal, que es el mismo que su centro de masa, porque está en un campo gravitacional uniforme.

Categorizar Como en el caso del ejemplo 9.11, este ejemplo se clasifica como un problema de análisis porque es necesario identificar elementos infinitesimales de la señal para realizar la integración en la ecuación 9.32.

Analizar Se supone que la señal triangular tiene una densidad uniforme y masa total M. Ya que la señal es una distribución de masa continua, se debe usar la expresión integral de la ecuación 9.32 para hallar la coordenada x del centro de masa.

El triángulo se divide en flejes estrechos de ancho dx y altura y, como se muestra en la figura 9.20b, donde y es la altura de la hipotenusa del triángulo arriba del eje x para un valor conocido del fleje de x. La masa de cada fleje es el producto del volumen del fleje y la densidad ρ del material del que está hecho la señal: $dm = \rho yt\,dx$, donde t es el grosor de la señal metálica. La densidad del material es la masa total de la señal dividida entre su volumen total (área del triángulo por grosor).

Evalúe dm:

$$dm = \rho yt\,dx = \left(\frac{M}{\frac{1}{2}abt}\right)yt\,dx = \frac{2My}{ab}\,dx$$

Aplique la ecuación 9.32 para encontrar la coordenada x del centro de masa:

$$1)\quad x_{CM} = \frac{1}{M}\int x\,dm = \frac{1}{M}\int_0^a x\frac{2My}{ab}\,dx = \frac{2}{ab}\int_0^a xy\,dx$$

Para proceder aún más y evaluar la integral, debe expresar y en términos de x. La línea que representa la hipotenusa del triángulo en la figura 9.20b tiene una pendiente de b/a y pasa a través del origen, de modo que la ecuación de esta línea es $y = (b/a)x$.

Sustituya para y en la ecuación 1):

$$x_{\text{CM}} = \frac{2}{ab}\int_0^a x\left(\frac{b}{a}x\right)dx = \frac{2}{a^2}\int_0^a x^2 dx = \frac{2}{a^2}\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^a$$
$$= \boxed{\tfrac{2}{3}a}$$

Por lo tanto, el alambre se debe unir a la señal a una distancia dos tercios la longitud del borde inferior desde el extremo izquierdo.

Finalizar Esta respuesta es idéntica a la del inciso B) del ejemplo 9.11. Para la señal triangular, el aumento lineal en altura y con la posición x significa que los elementos en la señal aumentan en masa linealmente, lo que refleja el aumento lineal en densidad de masa en el ejemplo 9.11. También se podría encontrar la coordenada y del centro de masa de la señal, pero esto no es necesario para determinar dónde se debe unir el alambre. Puede intentar cortar un triángulo rectángulo de cartulina y colgarlo de una cuerda de modo que la base larga sea horizontal. ¿La cuerda necesita unirse a $\frac{2}{3}a$?

Nueva edición de la ya conocida obra de Raymond A. Serway y John W. Jewett Jr. Esta séptima edición, además de conservar la gran capacidad didáctica que la ha caracterizado, cuenta con el soporte de herramientas tecnológicas que proveen de más apoyo al usuario durante el desarrollo del curso.

Características

- En el capítulo 2 permanece la sección sobre la estrategia para resolver problemas.
- A lo largo de los capítulos 3 a 5 se utiliza explícitamente dicha estrategia, para que el alumno aprenda a emplearla.
- Los capítulos 7 y 8 se reorganizaron completamente para preparar al estudiante para el planteamiento de energía que se hace a través del libro.
- Una nueva sección en el capítulo 9 enseña al estudiante cómo analizar sistemas deformables con la ecuación de la conservación de la energía y el teorema de impulso-momentum.
- Aproximadamente el 23% de los problemas son nuevos.
- Se mantiene la sección *¿Qué pasaría si?* en los ejemplos resueltos, para ofrecer una variación al ejemplo que estimule la capacidad de razonamiento del estudiante.

Estas características, entre muchas otras que descubrirá al interior del texto, aunadas al lenguaje claro y accesible con el que desarrolla los temas, lo harán sin duda alguna, su libro de física favorito; tanto si usted es docente como si es estudiante de alguna licenciatura en el área de ingeniería o ciencias.

ISBN-13: 978-607481357-9
ISBN-10: 607481357-4
9 786074 813579

CENGAGE Learning™

http://latinoamerica.cengage.com