CENGAGE Learning

SERWAY · JEWETT

FÍSICA

para ciencias e ingeniería

Volumen 1

Séptima edición

Física 1 - Comisión 2013-04

Clase: 14 de agosto de 2025

Buenos días: la clase del día de hoy continuaremos avanzando sobre el capítulo *Energía y Trabajo*.
La clase se dará en forma virtual, a partir de las 18,30 hs.

Está disponible en este aula el apunte N°9 sobre este tema.
Se indica, además, leer desde la página 163 hasta la página 177, sin incluir la sección 7.6, del libro 'Física 1' de R. Serway (o de cualquier otro libro de Física indicado en la bibliografía de la Cátedra).

La guía de ejercicios N°3 que corresponde a estos temas, se encuentra disponible en la solapa 'General'.

Las notas de los parciales serán enviadas por correo a cada alumno y estará disponible el parcial para quien quiera verlo, en la próxima clase presencial (jueves 21/8).

Queda abierto el Foro de Energía y Trabajo, espacio donde pueden dejar consultas sobre estos temas.

Link de acceso a la clase virtual del 14/8, 18,30 hs:
https://us05web.zoom.us/j/82636288556?pwd=k3bQJYA7Z3OMwAarbSb3ZsAdEwhiQw.1

Pablo Provenzano

En una granja de viento, el aire en movimiento realiza trabajo sobre las aspas de los molinos, lo que hace girar las aspas y el rotor de un generador eléctrico. La energía se transfiere afuera del sistema del molino de viento mediante electricidad. (Billy Hustace/Getty Images)

7 Energía de un sistema

Las definiciones de cantidades como posición, velocidad, aceleración y fuerza junto a principios como la segunda ley de Newton han permitido encontrar muchas soluciones. Sin embargo algunos problemas, que podrían resolverse teóricamente con las leyes de Newton, son muy difíciles en la práctica, pero es posible simplificarlos con un planteamiento diferente. Aquí, y en los capítulos siguientes, se investigará este nuevo planteamiento que incluirá definiciones de cantidades que tal vez no le sean familiares. Otras cantidades pueden sonar familiares, pero adquieren significados más específicos en física que en la vida cotidiana. El análisis comienza al explorar la noción de *energía*.

El concepto de energía es uno de los temas más importantes en ciencia e ingeniería. En la vida cotidiana se piensa en la energía en términos de combustible para transporte y calentamiento, electricidad para luz y electrodomésticos, y alimentos para el consumo. No obstante, estas ideas no definen la energía; sólo dejan ver que los combustibles son necesarios para realizar un trabajo y que dichos combustibles proporcionan algo que se llama energía.

La energía está presente en el Universo en varias formas. *Todo* proceso físico que ocurra en el Universo involucra energía y transferencias o transformaciones de energía. Por desgracia, a pesar de su extrema importancia, la energía no es fácil de definir. Las variables en los capítulos previos fueron relativamente concretas; se tiene experiencia cotidiana con velocidades y fuerzas, por ejemplo. Aunque se tengan *experiencias* con la energía, como cuando se acaba la gasolina o con la pérdida del servicio eléctrico después de una tormenta violenta, la *noción* de energía es más abstracta.

El concepto de energía se aplica a sistemas mecánicos sin recurrir a las leyes de Newton. Además, en capítulos posteriores del libro la aproximación de energía permite comprender fenómenos térmicos y eléctricos, para los que las leyes de Newton no son útiles.

Las técnicas para resolución de problemas que se presentaron en capítulos anteriores respecto al movimiento de una partícula o un objeto que podría representarse como una partícula. Dichas técnicas aplican el *modelo de partícula*. El nuevo planteamiento comienza al dirigir la atención sobre un *sistema* y desarrollar técnicas para aplicar en un *modelo de sistema*.

7.1 Sistemas y entornos

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 7.1
Identifique el sistema

La primera etapa más importante a considerar en la solución de un problema aplicando el planteamiento de energía es identificar el sistema de interés adecuado.

En el modelo de sistema la atención se dirige a una porción pequeña del Universo, el **sistema**, y se ignoran detalles del resto del Universo afuera del sistema. Una habilidad vital para aplicar el modelo de sistema a problemas es la *identificación del sistema*. Un sistema válido

- puede ser un objeto simple o partícula
- puede ser una colección de objetos o partículas
- puede ser una región de espacio (como el interior del cilindro de combustión de un motor de automóvil)
- puede variar en tamaño y forma (como una bola de goma, que se deforma al golpear una pared)

Identificar la necesidad de un enfoque de sistema para resolver un problema (en oposición al enfoque de partícula) es parte del paso Categorizar en la "Estrategia general para resolver problemas" que se destacó en el capítulo 2. Identificar el sistema particular es una segunda parte de esta etapa.

No importa cuál sea el sistema particular en un problema dado, se identifica una **frontera de sistema**, una superficie imaginaria (que no necesariamente coincide con una superficie física) que divide al Universo del sistema y el **entorno** que lo rodea.

Como ejemplo, examine una fuerza aplicada a un objeto en el espacio vacío. Se puede definir el objeto como el sistema y su superficie como la frontera del sistema. La fuerza aplicada a él es una influencia sobre el sistema desde el entorno que actúa a través de la frontera del sistema. Se verá cómo analizar esta situación desde un enfoque de sistema en una sección posterior de este capítulo.

Otro ejemplo se vio en el ejemplo 5.10, donde el sistema se define como la combinación de la bola, el bloque y la cuerda. La influencia del entorno incluye las fuerzas gravitacionales sobre la bola y el bloque, las fuerzas normal y de fricción sobre el bloque, y la fuerza ejercida por la polea sobre la cuerda. Las fuerzas que ejerce la cuerda sobre la bola y el bloque son internas al sistema y debido a eso no se incluyen como una influencia del entorno.

Existen algunos mecanismos mediante los cuales un sistema recibe influencia de su entorno. El primero que se investigará es el *trabajo*.

7.2 Trabajo invertido por una fuerza constante

Casi todos los términos utilizados hasta el momento (velocidad, aceleración, fuerza, etcétera) tienen un significado similar en física como en la vida diaria. Sin embargo, ahora se encuentra un término cuyo significado en física es particularmente diferente de su significado cotidiano: *trabajo*.

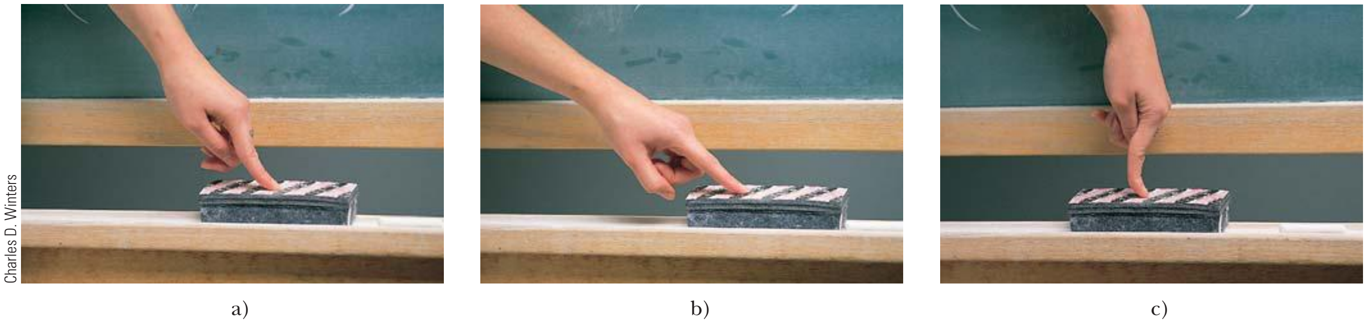

Figura 7.1 Un borrador se empuja a lo largo de un riel del pizarrón mediante una fuerza que actúa a diferentes ángulos respecto de la dirección horizontal.

Para comprender qué significa trabajo en física, considere la situación que se ilustra en la figura 7.1. Se aplica una fuerza $\vec{\mathbf{F}}$ a un borrador, qué se identifica como el sistema, y el borrador se desliza a lo largo del riel. Si quiere saber qué tan efectiva es la fuerza para mover el borrador, debe considerar no sólo la magnitud de la fuerza sino también su dirección. Si supone que la magnitud de la fuerza aplicada es la misma en las tres fotografías, el empujón que se aplica en la figura 7.1b hace más para mover el borrador que el empujón de la figura 7.1a. Por otra parte, la figura 7.1c muestra una situación en que la fuerza aplicada no mueve el borrador en absoluto, sin importar cuán fuerte se empuje (a menos, desde luego, ¡que se aplique una fuerza tan grande que rompa el riel!). Estos resultados sugieren que, cuando se analizan fuerzas para determinar el trabajo que realizan, se debe considerar la naturaleza vectorial de las fuerzas. También se debe conocer el desplazamiento $\Delta\vec{\mathbf{r}}$ del borrador mientras se mueve a lo largo del riel si se quiere determinar el trabajo invertido sobre él por la fuerza. Mover el borrador 3 m a lo largo del riel requiere más trabajo que moverlo 2 cm.

Examine la situación de la figura 7.2, donde el objeto (el sistema) experimenta un desplazamiento a lo largo de una línea recta mientras sobre él actúa una fuerza constante de magnitud F que forma un ángulo θ con la dirección del desplazamiento.

El **trabajo** W invertido sobre un sistema por un agente que ejerce una fuerza constante sobre el sistema es el producto de la magnitud F de la fuerza, la magnitud Δr del desplazamiento del punto de aplicación de la fuerza y $\cos\theta$, donde θ es el ángulo entre los vectores fuerza y desplazamiento:

$$W \equiv F\,\Delta r\cos\theta \qquad \textbf{(7.1)}$$

◀ Trabajo invertido por una fuerza constante

Note en la ecuación 7.1 que el trabajo es un escalar, aun cuando se defina en términos de dos vectores, una fuerza $\vec{\mathbf{F}}$ y un desplazamiento $\Delta\vec{\mathbf{r}}$. En la sección 7.3 se explora cómo combinar dos vectores para generar una cantidad escalar.

Como ejemplo de la distinción entre la definición de trabajo y la comprensión cotidiana de la palabra, considere sostener una pesada silla con los brazos extendidos durante 3 minutos. Al final de este intervalo de tiempo, sus cansados brazos pueden hacerle creer que realizó una cantidad considerable de trabajo sobre la silla. Sin embargo, de acuerdo con la definición, sobre ella no ha realizado ningún trabajo. Usted ejerce una fuerza para sostener la silla, pero no la mueve. Una fuerza no realiza trabajo sobre un objeto si la fuerza no se mueve a través de un desplazamiento. Si $\Delta r = 0$, la ecuación 7.1 da $W = 0$, que es la situación que se muestra en la figura 7.1c.

Advierta también de la ecuación 7.1 que el trabajo invertido por una fuerza sobre un objeto en movimiento es cero cuando la fuerza aplicada es perpendicular al desplazamiento de su punto de aplicación. Esto es, si $\theta = 90°$, por lo tanto $W = 0$ porque $\cos 90° = 0$. Por ejemplo, en la figura 7.3, el trabajo invertido por la fuerza normal sobre el objeto y el trabajo invertido por la fuerza gravitacional sobre el objeto son ambos cero porque ambas

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 7.2
¿Qué se desplaza?

El desplazamiento en la ecuación 7.1 es el *del punto de aplicación de la fuerza*. Si la fuerza se aplica a una partícula o un sistema no deformable, este desplazamiento es el mismo que el desplazamiento de la partícula o sistema. Sin embargo, para sistemas deformables, estos dos desplazamientos con frecuencia no son los mismos.

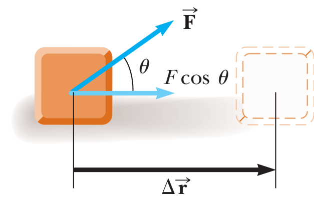

Figura 7.2 Si un objeto se somete a un desplazamiento $\Delta\vec{\mathbf{r}}$ bajo la acción de una fuerza constante $\vec{\mathbf{F}}$, el trabajo invertido por la fuerza es $F\,\Delta r\cos\theta$.

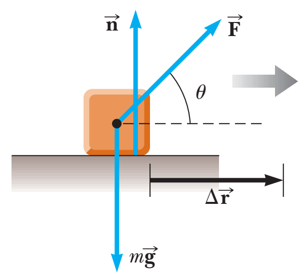

Figura 7.3 Un objeto se desplaza sobre una superficie horizontal sin fricción. La fuerza normal $\vec{\mathbf{n}}$ y la fuerza gravitacional $m\vec{\mathbf{g}}$ no trabajan sobre el objeto. En la situación que se muestra aquí, $\vec{\mathbf{F}}$ es la única fuerza que realiza trabajo sobre el objeto.

fuerzas son perpendiculares al desplazamiento y tienen componentes cero a lo largo de un eje en la dirección de $\Delta\vec{\mathbf{r}}$.

El signo del trabajo también depende de la dirección de $\vec{\mathbf{F}}$ en relación con $\Delta\vec{\mathbf{r}}$. El trabajo invertido por la fuerza aplicada sobre un sistema es positivo cuando la proyección de $\vec{\mathbf{F}}$ sobre $\Delta\vec{\mathbf{r}}$ está en la misma dirección que el desplazamiento. Por ejemplo, cuando un objeto se levanta, el trabajo invertido por la fuerza aplicada sobre el objeto es positivo, porque la dirección de dicha fuerza es hacia arriba, en la misma dirección que el desplazamiento de su punto de aplicación. Cuando la proyección de $\vec{\mathbf{F}}$ sobre $\Delta\vec{\mathbf{r}}$ está en la dirección opuesta al desplazamiento, W es negativo. Por ejemplo, conforme se levanta un objeto, el trabajo invertido por la fuerza gravitacional sobre el objeto es negativo. El factor cos θ en la definición de W (ecuación 7.1) automáticamente toma en cuenta el signo.

Si una fuerza aplicada $\vec{\mathbf{F}}$ está en la misma dirección que el desplazamiento $\Delta\vec{\mathbf{r}}$, por lo tanto $\theta = 0$ y $\cos 0 = 1$. En este caso, la ecuación 7.1 produce

$$W = F\,\Delta r$$

Las unidades de trabajo son las de fuerza multiplicada por longitud. En consecuencia, la unidad del SI de trabajo es el **newton·metro** ($\text{N} \cdot \text{m} = \text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$). Esta combinación de unidades se usa con tanta frecuencia que se le ha dado un nombre propio, **joule** (J).

Una consideración importante para un enfoque de sistema a los problemas es que **el trabajo es una transferencia de energía**. Si W es el trabajo realizado sobre un sistema y W es positivo, la energía se transfiere *al* sistema; si W es negativo, la energía se transfiere *desde* el sistema. Por lo tanto, si un sistema interactúa con su entorno, esta interacción se describe como una transferencia de energía a través de las fronteras del sistema. El resultado es un cambio en la energía almacenada en el sistema. En la sección 7.5 se aprenderá acerca del primer tipo de almacenamiento de energía, después de investigar más aspectos del trabajo.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 7.3

Trabajo realizado por… sobre…

No sólo debe identificar el sistema, también debe saber qué agente en el entorno realiza trabajo sobre el sistema. Cuando se analice el trabajo, siempre use la frase "el trabajo realizado por… sobre…". Después de "por", inserte la parte del entorno que interactúa directamente con el sistema. Después de "sobre", inserte el sistema. Por ejemplo, "el trabajo realizado por el martillo sobre el clavo" identifica al clavo como el sistema y la fuerza del martillo representa la interacción con el entorno.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 7.4

Causa del desplazamiento

Es posible calcular el trabajo realizado por una fuerza sobre un objeto, pero dicha fuerza *no* necesariamente es la causa del desplazamiento del objeto. Por ejemplo, si levanta un objeto, la fuerza gravitacional realiza trabajo sobre el objeto, ¡aunque la gravedad no es la causa de que el objeto se mueva hacia arriba!

Pregunta rápida 7.1 La fuerza gravitacional que ejerce el Sol sobre la Tierra mantiene a ésta en una órbita alrededor de aquél. Suponga que la órbita es perfectamente circular. El trabajo realizado por esta fuerza gravitacional durante un intervalo de tiempo breve, en el que la Tierra se mueve a través de un desplazamiento en su trayectoria orbital, es a) cero, b) positivo, c) negativo, d) imposible de determinar.

Pregunta rápida 7.2 La figura 7.4 muestra cuatro situaciones en las que una fuerza se aplica a un objeto. En los cuatro casos, la fuerza tiene la misma magnitud y el desplazamiento del objeto es hacia la derecha y de la misma magnitud. Clasifique las situaciones en orden del trabajo invertido por la fuerza sobre el objeto, del más positivo al más negativo.

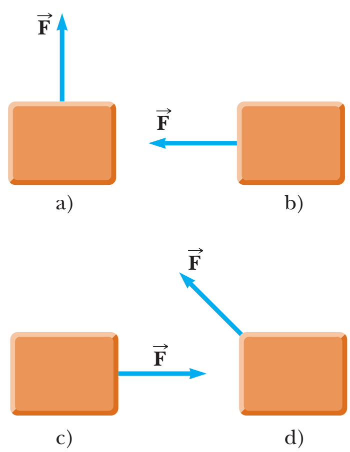

Figura 7.4 (Pregunta rápida 7.2) Se jala un bloque mediante una fuerza en cuatro direcciones diferentes. En cada caso, el desplazamiento del bloque es hacia la derecha y de la misma magnitud.

EJEMPLO 7.1 **Sr. Limpio**

Un hombre que limpia un piso jala una aspiradora con una fuerza de magnitud $F = 50.0$ N en un ángulo de 30.0° con la horizontal (figura 7.5). Calcule el trabajo consumido por la fuerza sobre la aspiradora a medida que ésta se desplaza 3.00 m hacia la derecha.

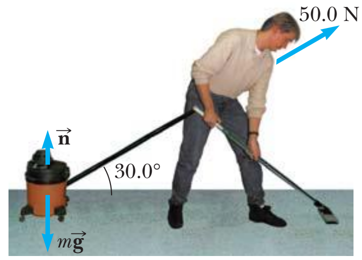

Figura 7.5 (Ejemplo 7.1) Una aspiradora se jala con un ángulo de 30.0° de la horizontal.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La figura 7.5 ayuda a formar ideas de la situación. Piense en una experiencia de su vida en la que jaló un objeto a través del piso con una soga o cuerda.

Categorizar Se aplica una fuerza sobre un objeto, un desplazamiento del objeto y el ángulo entre los dos vectores, de modo que este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución. La aspiradora se identifica como el sistema.

Aplique la definición de trabajo (ecuación 7.1):

$$W = F\,\Delta r \cos\theta = (50.0\text{ N})(3.00\text{ m})(\cos 30.0°)$$
$$= \boxed{130\text{ J}}$$

Observe en esta situación que la fuerza normal $\vec{\mathbf{n}}$ y la gravitacional $\vec{\mathbf{F}}_g = m\vec{\mathbf{g}}$ no realizan trabajo sobre la aspiradora porque estas fuerzas son perpendiculares a su desplazamiento.

7.3 Producto escalar de dos vectores

Debido a la manera en que los vectores fuerza y desplazamiento se combinan en la ecuación 7.1, es útil aplicar una herramienta matemática conveniente denominada **producto escalar** de dos vectores. Este producto escalar de los vectores $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ se escribe como $\vec{\mathbf{A}}\cdot\vec{\mathbf{B}}$ (Debido al símbolo punto, con frecuencia al producto escalar se le llama **producto punto**.)

El producto escalar de dos vectores cualesquiera $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ es una cantidad escalar igual al producto de las magnitudes de los dos vectores y el coseno del ángulo θ entre ellos:

$$\vec{\mathbf{A}}\cdot\vec{\mathbf{B}} \equiv AB\cos\theta \tag{7.2}$$

◀ Producto escalar de dos vectores cualesquiera $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$

Como es el caso con cualquier multiplicación, $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ no necesitan tener las mismas unidades.

Al comparar esta definición con la ecuación 7.1, esta ecuación se expresa como un producto escalar:

$$W = F\,\Delta r\cos\theta = \vec{\mathbf{F}}\cdot\Delta\vec{\mathbf{r}} \tag{7.3}$$

En otras palabras, $\vec{\mathbf{F}}\cdot\Delta\vec{\mathbf{r}}$ es una notación abreviada de $F\,\Delta r\cos\theta$.

Antes de continuar con el análisis del trabajo, se investigan algunas propiedades del producto punto. La figura 7.6 muestra dos vectores $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ y el ángulo θ entre ellos, que se aplica en la definición del producto punto. En la figura 7.6, $B\cos\theta$ es la proyección de $\vec{\mathbf{B}}$ sobre $\vec{\mathbf{A}}$. Debido a eso, la ecuación 7.2 significa que $\vec{\mathbf{A}}\cdot\vec{\mathbf{B}}$ es el producto de la magnitud de $\vec{\mathbf{A}}$ y la proyección de $\vec{\mathbf{B}}$ sobre $\vec{\mathbf{A}}$.[1]

Del lado derecho de la ecuación 7.2, también se ve que el producto escalar es **conmutativo**.[2] Esto es,

$$\vec{\mathbf{A}}\cdot\vec{\mathbf{B}} = \vec{\mathbf{B}}\cdot\vec{\mathbf{A}}$$

Por último, el producto escalar obedece la **ley distributiva de la multiplicación**, de este modo

$$\vec{\mathbf{A}}\cdot(\vec{\mathbf{B}}+\vec{\mathbf{C}}) = \vec{\mathbf{A}}\cdot\vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{A}}\cdot\vec{\mathbf{C}}$$

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 7.5

El trabajo es un escalar

Aunque la ecuación 7.3 define el trabajo en términos de dos vectores, *el trabajo es un escalar*; no hay dirección asociada con él. *Todas* las clases de energía y de transferencia de energía son escalares. Este hecho es una gran ventaja de la aproximación de energía, ¡porque no se necesitan cálculos vectoriales!

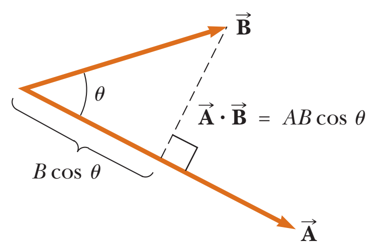

Figura 7.6 El producto escalar $\vec{\mathbf{A}}\cdot\vec{\mathbf{B}}$ es igual a la magnitud de $\vec{\mathbf{A}}$ multiplicada por $B\cos\theta$, que es la proyección de $\vec{\mathbf{B}}$ sobre $\vec{\mathbf{A}}$.

[1] Este enunciado es equivalente a afirmar que $\vec{\mathbf{A}}\cdot\vec{\mathbf{B}}$ es igual al producto de la magnitud de $\vec{\mathbf{B}}$ y la proyección de $\vec{\mathbf{A}}$ sobre $\vec{\mathbf{B}}$.

[2] En el capítulo 11 se verá otra forma de combinar vectores que resulta ser útil en física y no es conmutativa.

El producto punto es simple de evaluar a partir de la ecuación 7.2 cuando $\vec{\mathbf{A}}$ es perpendicular o paralelo a $\vec{\mathbf{B}}$. Si $\vec{\mathbf{A}}$ es perpendicular a $\vec{\mathbf{B}}$ ($\theta = 90°$), en tal caso $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = 0$. (La igualdad $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = 0$ también se cumple en el caso más trivial en el que $\vec{\mathbf{A}}$ o $\vec{\mathbf{B}}$ es cero.) Si el vector $\vec{\mathbf{A}}$ es paralelo al vector $\vec{\mathbf{B}}$ y los dos apuntan en la misma dirección ($\theta = 0$), por lo tanto $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = AB$. Si el vector $\vec{\mathbf{A}}$ es paralelo al vector $\vec{\mathbf{B}}$ pero los dos apuntan en direcciones opuestas ($\theta = 180°$), en consecuencia $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = -AB$. El producto escalar es negativo cuando $90° < \theta \leq 180°$.

Los vectores unitarios $\hat{\mathbf{i}}$, $\hat{\mathbf{j}}$ y $\hat{\mathbf{k}}$, que se definieron en el capítulo 3, se encuentran en las direcciones x, y y z positivas, respectivamente, de un sistema coordenado de mano derecha. Por lo tanto, se sigue de la definición de $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$ que los productos escalares de estos vectores unitarios son

$$\hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{i}} = \hat{\mathbf{j}} \cdot \hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{k}} = 1 \qquad \textbf{(7.4)}$$

Productos punto de vectores unitarios ►

$$\hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{k}} = \hat{\mathbf{j}} \cdot \hat{\mathbf{k}} = 0 \qquad \textbf{(7.5)}$$

Las ecuaciones 3.18 y 3.19 establecen que dos vectores $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ se expresan en forma de vector unitario como

$$\vec{\mathbf{A}} = A_x\hat{\mathbf{i}} + A_y\hat{\mathbf{j}} + A_z\hat{\mathbf{k}}$$

$$\vec{\mathbf{B}} = B_x\hat{\mathbf{i}} + B_y\hat{\mathbf{j}} + B_z\hat{\mathbf{k}}$$

Con la información que se proporciona en las ecuaciones 7.4 y 7.5 se muestra que el producto escalar de $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ se reduce a

$$\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z \qquad \textbf{(7.6)}$$

(Los detalles de la deducción se le dejan en el problema 5 al final del capítulo.) En el caso especial en el que $\vec{\mathbf{A}} = \vec{\mathbf{B}}$, se ve que

$$\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{A}} = A_x^2 + A_y^2 + A_z^2 = A^2$$

Pregunta rápida 7.3 ¿Cuál de los siguientes enunciados es verdadero respecto a la correspondencia entre el producto punto de dos vectores y el producto de las magnitudes de los vectores? a) $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$ es mayor que AB. b) $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$ es menor que AB. c) $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$ podría ser mayor o menor que AB, dependiendo del ángulo entre los vectores. d) $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$ podría ser igual a AB.

EJEMPLO 7.2 El producto escalar

Los vectores $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ se conocen por $\vec{\mathbf{A}} = 2\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}}$ y $\vec{\mathbf{B}} = -\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}}$.

A) Determine el producto escalar $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$.

SOLUCIÓN

Conceptualizar No hay sistema físico a imaginar aquí. En vez de ello, es un ejercicio matemático que involucra dos vectores.

Categorizar Puesto que se tiene una definición para el producto escalar, este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución.

Sustituya las expresiones vectoriales específicas para $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$:

$$\begin{aligned}\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} &= (2\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}}) \cdot (-\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}}) \\ &= -2\hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{i}} \cdot 2\hat{\mathbf{j}} - 3\hat{\mathbf{j}} \cdot \hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}} \cdot 2\hat{\mathbf{j}} \\ &= -2(1) + 4(0) - 3(0) + 6(1) = -2 + 6 = \boxed{4}\end{aligned}$$

Se obtiene el mismo resultado cuando se aplica directamente la ecuación 7.6, donde $A_x = 2$, $A_y = 3$, $B_x = -1$ y $B_y = 2$.

B) Encuentre el ángulo θ entre $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$.

SOLUCIÓN

Evalúe las magnitudes de $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ con el teorema de Pitágoras:

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{(2)^2 + (3)^2} = \sqrt{13}$$

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \sqrt{(-1)^2 + (2)^2} = \sqrt{5}$$

Aplique la ecuación 7.2 y el resultado del inciso (A) para encontrar el ángulo:

$$\cos\theta = \frac{\vec{\mathbf{A}}\cdot\vec{\mathbf{B}}}{AB} = \frac{4}{\sqrt{13}\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{65}}$$

$$\theta = \cos^{-1}\frac{4}{\sqrt{65}} = \boxed{60.3°}$$

EJEMPLO 7.3 **Trabajo consumido por una fuerza constante**

Una partícula móvil en el plano xy se somete a un desplazamiento conocido por $\Delta\vec{\mathbf{r}} = (2.0\hat{\mathbf{i}} + 3.0\hat{\mathbf{j}})$ m cuando una fuerza constante $\vec{\mathbf{F}} = (5.0\hat{\mathbf{i}} + 2.0\hat{\mathbf{j}})$ N actúa sobre la partícula.

A) Calcule las magnitudes de la fuerza y el desplazamiento de la partícula.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Aunque este ejemplo es un poco más físico que el anterior, en cuanto que identifica una fuerza y un desplazamiento, es similar en términos de su estructura matemática.

Categorizar Ya que se proporcionan dos vectores y se pide encontrar sus magnitudes, este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución.

Aplique el teorema de Pitágoras para encontrar las magnitudes de la fuerza y el desplazamiento:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(5.0)^2 + (2.0)^2} = \boxed{5.4\ \text{N}}$$

$$\Delta r = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} = \sqrt{(2.0)^2 + (3.0)^2} = \boxed{3.6\ \text{m}}$$

B) Calcule el trabajo consumido por $\vec{\mathbf{F}}$ en la partícula.

SOLUCIÓN

Sustituya las expresiones para $\vec{\mathbf{F}}$ y $\Delta\vec{\mathbf{r}}$ en la ecuación 7.3 y aplique las ecuaciones 7.4 y 7.5:

$$W = \vec{\mathbf{F}}\cdot\Delta\vec{\mathbf{r}} = [(5.0\hat{\mathbf{i}} + 2.0\hat{\mathbf{j}})\ \text{N}]\cdot[(2.0\hat{\mathbf{i}} + 3.0\hat{\mathbf{j}})\ \text{m}]$$

$$= (5.0\hat{\mathbf{i}}\cdot 2.0\hat{\mathbf{i}} + 5.0\hat{\mathbf{i}}\cdot 3.0\hat{\mathbf{j}} + 2.0\hat{\mathbf{j}}\cdot 2.0\hat{\mathbf{i}} + 2.0\hat{\mathbf{j}}\cdot 3.0\hat{\mathbf{j}})\ \text{N}\cdot\text{m}$$

$$= [10 + 0 + 0 + 6]\ \text{N}\cdot\text{m} = \boxed{16\ \text{J}}$$

7.4 Trabajo consumido por una fuerza variable

Considere una partícula que se desplaza a lo largo del eje x bajo la acción de una fuerza que varía con la posición. La partícula se desplaza en la dirección de x creciente, desde $x = x_i$ a $x = x_f$. En tal situación, no se aplica $W = F\,\Delta r\cos\theta$ para calcular el trabajo consumido por la fuerza, porque esta correspondencia sólo se aplica cuando $\vec{\mathbf{F}}$ es constante en magnitud y dirección. Sin embargo, si piensa que la partícula se somete a un desplazamiento muy pequeño Δx, como se muestra en la figura 7.7a, la componente x de la fuerza, F_x, es aproximadamente constante en este intervalo pequeño; para este desplazamiento pequeño, se puede aproximar el trabajo invertido en la partícula mediante la fuerza como

$$W \approx F_x\,\Delta x$$

que es el área del rectángulo sombreado en la figura 7.7a. Si toma en cuenta F_x en función de la curva x dividida en un gran número de tales intervalos, el trabajo total consumido por

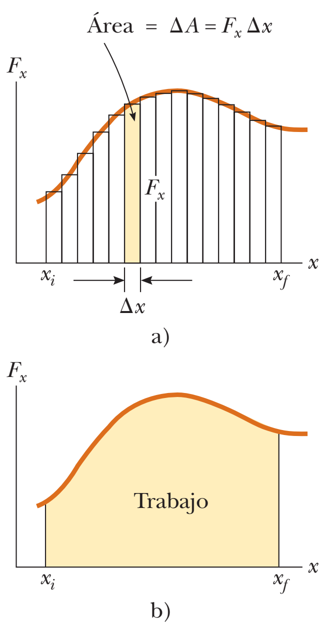

Figura 7.7 a) El trabajo consumido en una partícula por la componente de fuerza F_x para el desplazamiento pequeño Δx es $F_x\,\Delta x$, que es igual al área del rectángulo sombreado. El trabajo total consumido por el desplazamiento de x_i a x_f es aproximadamente igual a la suma de las áreas de todos los rectángulos. b) El trabajo invertido por la componente F_x de la fuerza variable cuando la partícula se traslada de x_i a x_f es *exactamente* igual al área bajo esta curva.

el desplazamiento desde x_i a x_f es aproximadamente igual a la suma de un gran número de tales términos:

$$W \approx \sum_{x_i}^{x_f} F_x \Delta x$$

Si se permite que el tamaño de los desplazamientos pequeños se aproxime a cero, el número de términos en la suma aumenta sin límite, pero el valor de la suma se aproxima a un valor definido que es igual al área limitada por la curva F_x y el eje x:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \sum_{x_i}^{x_f} F_x\,\Delta x = \int_{x_i}^{x_f} F_x\,dx$$

En consecuencia, el trabajo invertido por F_x en la partícula conforme se traslada de x_i a x_f se puede expresar como

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x\,dx \tag{7.7}$$

Esta ecuación se reduce a la ecuación 7.1 cuando la componente $F_x = F\cos\theta$ es constante.

Si más de una fuerza actúa sobre un sistema *y el sistema se puede modelar como una partícula*, el trabajo total consumido en el sistema es justo el trabajo invertido por la fuerza neta. Si la fuerza neta en la dirección x se expresa como $\sum F_x$, el trabajo total, o *trabajo neto*, consumido cuando la partícula se traslada de x_i a x_f es

$$\sum W = W_{\text{neto}} = \int_{x_i}^{x_f} \left(\sum F_x\right) dx$$

Para el caso general de una fuerza neta $\sum \vec{\mathbf{F}}$ cuya magnitud y dirección puede variar, se aplica el producto escalar,

$$\sum W = W_{\text{neto}} = \int \left(\sum \vec{\mathbf{F}}\right) \cdot d\vec{\mathbf{r}} \tag{7.8}$$

donde la integral se calcula sobre la trayectoria que toma la partícula a través del espacio.

Si no es posible modelar el sistema como una partícula (por ejemplo, si el sistema consiste de múltiples partículas que se mueven unas respecto de otras), no se puede usar la ecuación 7.8, porque fuerzas diferentes sobre el sistema pueden moverse a través de diferentes desplazamientos. En este caso, se debe evaluar el trabajo invertido por cada fuerza por separado y después sumar algebraicamente los trabajos para encontrar el trabajo neto invertido en el sistema.

EJEMPLO 7.4 **Cálculo del trabajo total a partir de una gráfica**

Una fuerza que actúa sobre una partícula varía con x como se muestra en la figura 7.8. Calcule el trabajo consumido por la fuerza en la partícula conforme se traslada de $x = 0$ a $x = 6.0$ m.

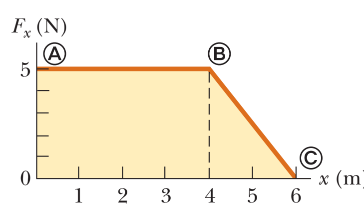

Figura 7.8 (Ejemplo 7.4) La fuerza que actúa sobre una partícula es constante para los primeros 4.0 m de movimiento y después disminuye linealmente con x de $x_{Ⓑ} = 4.0$ m a $x_{Ⓒ} = 6.0$ m. El trabajo neto invertido por esta fuerza es el área bajo la curva.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Considere una partícula sometida a la fuerza de la figura 7.8. Observe que la fuerza permanece constante a medida que la partícula se traslada a través de los primeros 4.0 m y después disminuye linealmente a cero en 6.0 m.

Categorizar Ya que la fuerza varía durante todo el movimiento de la partícula, se deben aplicar las técnicas para el trabajo invertido por fuerzas variables. En este caso, se aplica la representación gráfica de la figura 7.8 para evaluar el trabajo consumido.

Analizar El trabajo consumido por la fuerza es igual al área bajo la curva de $x_{Ⓐ} = 0$ a $x_{Ⓒ} = 6.0$ m. Esta área es igual al área de la sección rectangular de Ⓐ hasta Ⓑ más el área de la sección triangular de Ⓑ hasta Ⓒ.

Evalúe el área del rectángulo: $W_{\textcircled{A}\textcircled{B}} = (5.0\ \text{N})(4.0\ \text{m}) = 20\ \text{J}$

Hallar el valor numérico del área del triángulo: $W_{\textcircled{B}\textcircled{C}} = \frac{1}{2}(5.0\ \text{N})(2.0\ \text{m}) = 5.0\ \text{J}$

Encuentre el trabajo total consumido por la fuerza en la partícula: $W_{\textcircled{A}\textcircled{C}} = W_{\textcircled{A}\textcircled{B}} + W_{\textcircled{B}\textcircled{C}} = 20\ \text{J} + 5.0\ \text{J} = \boxed{25\ \text{J}}$

Finalizar Ya que la gráfica de la fuerza consiste de líneas rectas, se pueden usar reglas para la búsqueda de las áreas de formas geométricas simples para evaluar el trabajo total invertido en este ejemplo. En un caso en el que la fuerza no varíe linealmente, tales reglas no se pueden aplicar y la función fuerza se debe integrar como en las ecuaciones 7.7 o 7.8.

Trabajo consumido en un resorte

En la figura 7.9 se muestra un modelo de sistema físico común para el que la fuerza varía con la posición. Un bloque sobre una superficie horizontal sin fricción se conecta a un resorte. Para muchos resortes, si el resorte está estirado o comprimido una distancia pequeña desde su configuración sin estirar (en equilibrio), ejerce en el bloque una fuerza que se puede representar matemáticamente como

$$\boxed{F_s = -kx} \tag{7.9}$$

◀ Fuerza de resorte

donde x es la posición del bloque en relación con su posición de equilibrio ($x = 0$) y k es una constante positiva llamada **constante de fuerza** o **constante de resorte** del resorte.

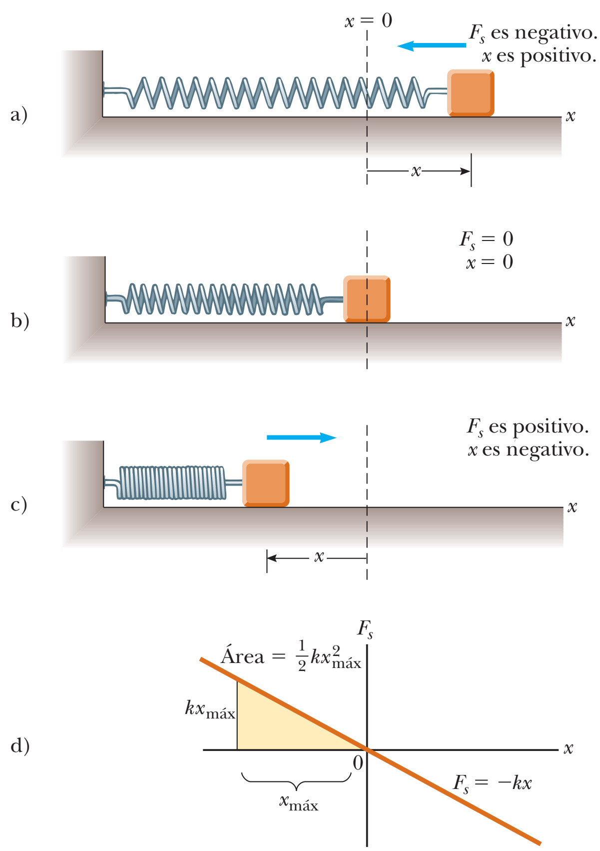

Figura 7.9 La fuerza que ejerce un resorte sobre un bloque varía con la posición x del bloque en relación con la posición de equilibrio $x = 0$. a) Cuando x es positivo (resorte estirado), la fuerza del resorte se dirige hacia la izquierda. b) Cuando x es cero (longitud natural del resorte), la fuerza del resorte es cero. c) Cuando x es negativo (resorte comprimido), la fuerza del resorte se dirige hacia la derecha. d) Gráfica de F_s en función de x para el sistema bloque–resorte. El trabajo invertido por la fuerza del resorte en el bloque cuando se traslada desde $-x_{\text{máx}}$ a 0 es el área del triángulo sombreado, $\frac{1}{2}kx^2_{\text{máx}}$.

En otras palabras, la fuerza que se requiere para estirar o comprimir un resorte es proporcional a la cantidad de estiramiento o compresión x. Esta ley de fuerza para resortes se conoce como **ley de Hooke**. El valor de k es una medida de la *rigidez* del resorte. Los resortes rígidos tienen grandes valores k, y los resortes suaves tienen pequeños valores k. Como se puede ver de la ecuación 7.9, las unidades de k son N/m.

La forma vectorial de la ecuación 7.9 es

$$\vec{\mathbf{F}}_s = F_s\hat{\mathbf{i}} = -kx\hat{\mathbf{i}} \tag{7.10}$$

donde el eje x se eligió en la dirección de extensión o compresión del resorte.

El signo negativo en las ecuaciones 7.9 y 7.10 significa que la fuerza que ejerce el resorte siempre tiene una dirección *opuesta* al desplazamiento de equilibrio. Cuando $x > 0$, como en la figura 7.9a, de modo que el bloque está a la derecha de la posición de equilibrio, la fuerza del resorte se dirige hacia la izquierda, en la dirección x negativa. Cuando $x < 0$, como en la figura 7.9c, el bloque está a la izquierda del equilibrio y la fuerza del resorte se dirige hacia la derecha, en la dirección x positiva. Cuando $x = 0$, como en la figura 7.9b, el resorte no está estirado y $F_s = 0$. Puesto que la fuerza del resorte siempre actúa hacia la posición de equilibrio ($x = 0$), a veces se le llama *fuerza de restitución*.

Si el resorte se comprime hasta que el bloque está en el punto $-x_{\text{máx}}$ y después se libera, el bloque se traslada de $-x_{\text{máx}}$ a través de cero hasta $+x_{\text{máx}}$. Después invierte la dirección, regresa a $-x_{\text{máx}}$ y continúa oscilando de ida y vuelta.

Suponga que el bloque se empuja hacia la izquierda a una posición $-x_{\text{máx}}$ y después se libera. Identifique el bloque como el sistema y calcule el trabajo W_s invertido por la fuerza del resorte en el bloque conforme éste se traslada de $x_i = -x_{\text{máx}}$ a $x_f = 0$. Al aplicar la ecuación 7.8 y suponer que el bloque se puede modelar como una partícula, se obtiene

$$W_s = \int \vec{\mathbf{F}}_s \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int_{x_i}^{x_f} (-kx\hat{\mathbf{i}}) \cdot (dx\hat{\mathbf{i}}) = \int_{-x_{\text{máx}}}^{0} (-kx)\,dx = \tfrac{1}{2}kx_{\text{máx}}^2 \tag{7.11}$$

donde se aplicó la integral $\int x^n dx = x^{n+1}/(n+1)$ con $n = 1$. El trabajo consumido por la fuerza del resorte es positivo porque la fuerza está en la misma dirección que su desplazamiento (ambos hacia la derecha). Puesto que el bloque llega en $x = 0$ con cierta rapidez, continuará móvil hasta que alcance una posición $+x_{\text{máx}}$. El trabajo invertido por la fuerza del resorte sobre el bloque conforme se traslada de $x_i = 0$ a $x_f = x_{\text{máx}}$ es $W_s = -\frac{1}{2}kx_{\text{máx}}^2$ porque para esta parte del movimiento la fuerza del resorte es hacia la izquierda y su desplazamiento es hacia la derecha. En consecuencia, el trabajo *neto* invertido por la fuerza del resorte en el bloque conforme se traslada de $x_i = -x_{\text{máx}}$ a $x_f = x_{\text{máx}}$ es *cero*.

La figura 7.9d es una gráfica de F_s en función de x. El trabajo calculado en la ecuación 7.11 es el área del triángulo sombreada, que corresponde al desplazamiento desde $-x_{\text{máx}}$ hasta 0. Ya que el triángulo tiene base $x_{\text{máx}}$ y altura $kx_{\text{máx}}$, su área es $\frac{1}{2}kx_{\text{máx}}^2$, el trabajo invertido por el resorte que se proporciona por la ecuación 7.11.

Si el bloque se somete a un desplazamiento arbitrario desde $x = x_i$ hasta $x = x_f$, el trabajo invertido por la fuerza del resorte en el bloque es

Trabajo consumido por un resorte ►

$$W_s = \int_{x_i}^{x_f} (-kx)\,dx = \tfrac{1}{2}kx_i^2 - \tfrac{1}{2}kx_f^2 \tag{7.12}$$

De la ecuación 7.12 se ve que el trabajo invertido por la fuerza del resorte es cero para cualquier movimiento que termine donde comenzó ($x_i = x_f$). En el capítulo 8 se usará este resultado importante cuando se describa con mayor detalle el movimiento de este sistema.

Las ecuaciones 7.11 y 7.12 describen el trabajo empleado por el resorte sobre el bloque. Ahora considere el trabajo invertido en el bloque por un *agente externo* conforme el agente aplica una fuerza sobre el bloque y el bloque se mueve *muy lentamente* de $x_i = -x_{\text{máx}}$ a $x_f = 0$, como en la figura 7.10. Se puede calcular este trabajo al notar que, en cualquier valor de la posición, la *fuerza aplicada* $\vec{\mathbf{F}}_{\text{ap}}$ es igual en magnitud y opuesta en dirección a la fuerza del resorte $\vec{\mathbf{F}}_s$, de modo que $\vec{\mathbf{F}}_{\text{ap}} = F_{\text{ap}}\hat{\mathbf{i}} = -\vec{\mathbf{F}}_s = -(-kx\hat{\mathbf{i}}) = kx\hat{\mathbf{i}}$. Debido a eso, el trabajo realizado por esta fuerza aplicada (el agente externo) en el sistema bloque–resorte es

$$W_{ap} = \int \vec{\mathbf{F}}_{ap} \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int_{x_i}^{x_f} (kx\hat{\mathbf{i}}) \cdot (dx\hat{\mathbf{i}}) = \int_{-x_{máx}}^{0} kx\,dx = -\tfrac{1}{2}kx_{máx}^2$$

Este trabajo es igual al negativo del trabajo invertido por la fuerza del resorte para este desplazamiento (ecuación 7.11). El trabajo es negativo porque el agente externo debe empujar hacia adentro sobre el resorte para evitar que se expanda y esta dirección es opuesta a la dirección del desplazamiento del punto de aplicación de la fuerza conforme el bloque se traslada desde $-x_{máx}$ a 0.

Para un desplazamiento arbitrario del bloque, el trabajo consumido en el sistema por el agente externo es

$$W_{ap} = \int_{x_i}^{x_f} kx\,dx = \tfrac{1}{2}kx_f^2 - \tfrac{1}{2}kx_i^2 \qquad \textbf{(7.13)}$$

Advierta que esta ecuación es el negativo de la ecuación 7.12.

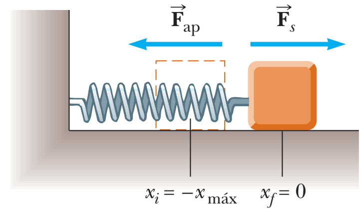

Figura 7.10 Un bloque se traslada desde $x_i = -x_{máx}$ a $x_f = 0$ sobre una superficie sin fricción conforme se aplica una fuerza $\vec{\mathbf{F}}_{ap}$ al bloque. Si el proceso se realiza muy lentamente, la fuerza aplicada es igual en magnitud y opuesta en dirección a la fuerza del resorte en todo momento.

Pregunta rápida 7.4 Un dardo se carga en una pistola de juguete, la cual se activa por un resorte al empujarlo hacia adentro una distancia x. Para la carga siguiente, el resorte se comprime una distancia $2x$. ¿Cuánto trabajo se requiere para cargar el segundo dardo en comparación con el que se requiere para cargar el primero? a) cuatro veces más, b) dos veces más, c) el mismo, d) la mitad, e) una cuarta parte.

EJEMPLO 7.5 Medición de *k* para un resorte

Una técnica común aplicada para medir la constante de fuerza de un resorte se demuestra por la configuración de la figura 7.11. El resorte cuelga verticalmente (figura 7.11a) y un objeto de masa m se une a su extremo inferior. Bajo la acción de la "carga" mg, el resorte se estira una distancia d desde su posición de equilibrio (figura 7.11b).

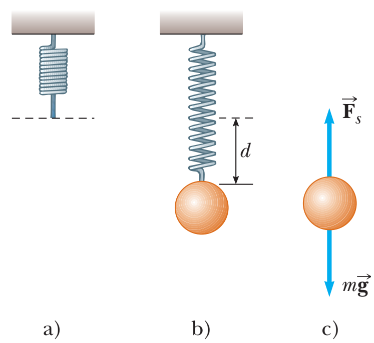

Figura 7.11 (Ejemplo 7.5) Determinación de la constante de fuerza k de un resorte. La elongación d la produce un objeto unido, que tiene un peso mg.

A) Si un resorte se estira 2.0 cm por un objeto suspendido que tiene una masa de 0.55 kg, ¿cuál es la constante de fuerza del resorte?

SOLUCIÓN

Conceptualizar Considere la figura 7.11b, que muestra lo que le ocurre al resorte cuando el objeto se une a él. Simule esta situación al colgar un objeto sobre una banda elástica.

Categorizar El objeto en la figura 7.11b no acelera, de modo que se le modela como una partícula en equilibrio.

Analizar Puesto que el objeto está en equilibrio, la fuerza neta sobre él es cero y la fuerza hacia arriba del resorte equilibra la fuerza gravitacional hacia abajo $m\vec{\mathbf{g}}$ (figura 7.11c).

Al aplicar la ley de Hooke produce $|\vec{\mathbf{F}}_s| = kd = mg$ y al resolver para k:

$$k = \frac{mg}{d} = \frac{(0.55\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)}{2.0 \times 10^{-2}\text{ m}} = \boxed{2.7 \times 10^2\text{ N/m}}$$

B) ¿Cuánto trabajo invierte el resorte sobre el objeto conforme se estira esta distancia?

SOLUCIÓN

Aplique la ecuación 7.12 para encontrar el trabajo invertido por el resorte sobre el objeto:

$$W_s = 0 - \tfrac{1}{2}kd^2 = -\tfrac{1}{2}(2.7 \times 10^2\text{ N/m})(2.0 \times 10^{-2}\text{ m})^2$$
$$= \boxed{-5.4 \times 10^{-2}\text{ J}}$$

Finalizar A medida que el objeto se mueve a través de los 2.0 cm de distancia, la fuerza gravitacional también realiza trabajo sobre él. Este trabajo es positivo porque la fuerza gravitacional es hacia abajo y así es el desplazamiento del punto de aplicación de esta fuerza. Respecto a la ecuación 7.12 y la discusión posterior, ¿esperaría que el trabajo realizado por la fuerza gravitacional sea $+5.4 \times 10^{-2}$ J? Descúbralo.

Evalúe el trabajo invertido por la fuerza gravitacional en el objeto:

$$W = \vec{\mathbf{F}} \cdot \Delta\vec{\mathbf{r}} = (mg)(d)\cos 0 = mgd$$

$$= (0.55 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2)(2.0 \times 10^{-2} \text{ m}) = 1.1 \times 10^{-1} \text{ J}$$

Si usted esperaba que el trabajo invertido por la gravedad simplemente fuera el invertido por el resorte con un signo positivo, ¡es posible que le sorprenda este resultado! Para comprender por qué éste no es el caso, es necesario explorar más, como se hace en la siguiente sección.

7.5 Energía cinética y el teorema trabajo–energía cinética

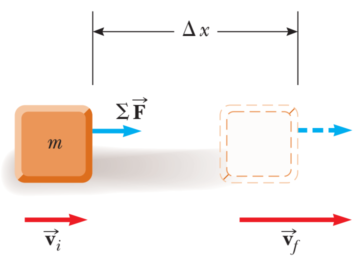

Figura 7.12 Un objeto que se somete a un desplazamiento $\Delta\vec{\mathbf{r}} = \Delta x\hat{\mathbf{i}}$ y un cambio en velocidad bajo la acción de una fuerza neta constante $\Sigma\,\vec{\mathbf{F}}$.

Ya se investigó el trabajo y se le identificó como un mecanismo de transferencia de energía en un sistema. Un resultado posible de hacer trabajo sobre un sistema es que el sistema cambia su rapidez. En esta sección se investiga esta situación y se introduce el primer tipo de energía que un sistema puede tener, llamada *energía cinética*.

Considere un sistema que consiste de un solo objeto. La figura 7.12 muestra un bloque de masa m que se mueve a través de un desplazamiento dirigido hacia la derecha bajo la acción de una fuerza neta $\Sigma\,\vec{\mathbf{F}}$, también dirigida hacia la derecha. Se sabe de la segunda ley de Newton que el bloque se mueve con una aceleración $\vec{\mathbf{a}}$. Si el bloque (y por tanto la fuerza) se mueven a través de un desplazamiento $\Delta\vec{\mathbf{r}} = \Delta x\hat{\mathbf{i}} = (x_f - x_i)\,\hat{\mathbf{i}}$, el trabajo neto realizado sobre el bloque por la fuerza neta $\Sigma\,\vec{\mathbf{F}}$ es

$$W_{\text{neto}} = \int_{x_i}^{x_f} \sum F\,dx \qquad \textbf{(7.14)}$$

Al aplicar la segunda ley de Newton, se sustituye para la magnitud de la fuerza neta $\Sigma F = ma$ y después se realizan las siguientes manipulaciones de la regla de la cadena en el integrando:

$$W_{\text{neto}} = \int_{x_i}^{x_f} ma\,dx = \int_{x_i}^{x_f} m\frac{dv}{dt}\,dx = \int_{x_i}^{x_f} m\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt}\,dx = \int_{v_i}^{v_f} mv\,dv \qquad \textbf{(7.15)}$$

$$W_{\text{neto}} = \tfrac{1}{2}mv_f^{\,2} - \tfrac{1}{2}mv_i^{\,2}$$

donde v_i es la rapidez del bloque cuando está en $x = x_i$ y v_f es su rapidez en x_f.

La ecuación 7.15 se generó por la situación específica de movimiento unidimensional, pero es un resultado general. Dice que el trabajo invertido por la fuerza neta en una partícula de masa m es igual a la diferencia entre los valores inicial y final de una cantidad $\frac{1}{2}mv^2$. La cantidad $\frac{1}{2}mv^2$ representa la energía asociada con el movimiento de la partícula. Esta cantidad es tan importante que se le ha dado un nombre especial, **energía cinética**:

Energía cinética ▶

$$K \equiv \tfrac{1}{2}mv^2 \qquad \textbf{(7.16)}$$

La energía cinética es una cantidad escalar y tiene las mismas unidades que el trabajo. Por ejemplo, un objeto de 2.0 kg que se mueve con una rapidez de 4.0 m/s tiene una energía cinética de 16 J. La tabla 7.1 menciona las energías cinéticas de diferentes objetos.

La ecuación 7.15 afirma que el trabajo realizado en una partícula por una fuerza neta $\Sigma\,\vec{\mathbf{F}}$ que actúa sobre él es igual al cambio en energía cinética de la partícula. Con frecuencia es conveniente escribir la ecuación 7.15 en la forma

$$W_{\text{neto}} = K_f - K_i = \Delta K \qquad \textbf{(7.17)}$$

Otra forma de escribirla es $K_f = K_i + W_{\text{neto}}$, que dice que la energía cinética final de un objeto es igual a su energía cinética inicial más el cambio debido al trabajo neto invertido sobre él.

TABLA 7.1

Energías cinéticas de diferentes objetos

Objeto	Masa (kg)	Rapidez (m/s)	Energía cinética (J)
Tierra que orbita el Sol	5.98×10^{24}	2.98×10^{4}	2.66×10^{33}
Luna que orbita la Tierra	7.35×10^{22}	1.02×10^{3}	3.82×10^{28}
Cohete que se mueve con rapidez de escape[a]	500	1.12×10^{4}	3.14×10^{10}
Automóvil a 65 mi/h	2 000	29	8.4×10^{5}
Atleta que corre	70	10	3 500
Piedra que se deja caer desde 10 m	1.0	14	98
Pelota de golf con rapidez terminal	0.046	44	45
Gota de lluvia con rapidez terminal	3.5×10^{-5}	9.0	1.4×10^{-3}
Molécula de oxígeno en aire	5.3×10^{-26}	500	6.6×10^{-21}

[a] Rapidez de escape es la rapidez mínima que un objeto debe lograr cerca de la superficie de la Tierra para alejarse infinitamente de ésta.

La ecuación 7.17 se generó al suponer que se realiza trabajo en una partícula. También se podría hacer trabajo sobre un sistema deformable, en el que las partes del sistema se muevan unas respecto de otras. En este caso, también se encuentra que la ecuación 7.17 es válida en tanto el trabajo neto se encuentre al sumar los trabajos invertidos por cada fuerza y sumarlos, tal como se discutió anteriormente en relación con la ecuación 7.8.

La ecuación 7.17 es un resultado importante conocido como **teorema trabajo–energía cinética**:

> Cuando se consume trabajo en un sistema, y el único cambio en el sistema es en su rapidez, el trabajo neto consumido en el sistema es igual al cambio en energía cinética del sistema.

◄ Teorema trabajo–energía cinética

El teorema trabajo–energía cinética indica que la rapidez de un sistema *aumenta* si el trabajo neto invertido sobre él es *positivo* porque la energía cinética final es mayor que la energía cinética inicial. La rapidez *disminuye* si el trabajo neto es *negativo* porque la energía cinética final es menor que la energía cinética inicial.

Puesto que hasta el momento sólo se ha investigado movimiento traslacional a través del espacio, se llegó al teorema trabajo–energía cinética al analizar situaciones que involucran movimiento traslacional. Otro tipo de movimiento es el *movimiento rotacional*, en el que un objeto gira en torno a un eje. Este tipo de movimiento se estudiará en el capítulo 10. El teorema trabajo–energía cinética también es válido para sistemas que se someten a un cambio en la rapidez rotacional debido al trabajo realizado sobre el sistema. El molino de viento en la fotografía al principio de este capítulo es un ejemplo de trabajo que causa movimiento rotacional.

El teorema trabajo–energía cinética pondrá en claro un resultado visto anteriormente en este capítulo que puede parecer extraño. En la sección 7.4 se llegó a un resultado de trabajo neto realizado cero cuando un resorte empujó un bloque de $x_i = -x_{\text{máx}}$ a $x_f = x_{\text{máx}}$. Note que, ya que la rapidez del bloque cambia continuamente, puede parecer complicado analizar este proceso. Sin embargo, la cantidad ΔK en el teorema trabajo–energía cinética sólo se refiere a los puntos inicial y final para las magnitudes de velocidad; no depende de los detalles de la trayectoria seguida entre dichos puntos. Por lo tanto, dado que la rapidez es cero tanto en el punto inicial como en el final del movimiento, el trabajo neto invertido en el bloque es cero. Con frecuencia este concepto de independencia con la trayectoria se verá en planteamientos similares de problemas.

Además se regresa al final del ejemplo 7.5 para el misterio en la etapa finalizar. ¿Por qué el trabajo invertido por la gravedad no fue sólo el trabajo consumido por el resorte con un signo positivo? Note que el trabajo invertido por la gravedad es mayor que la magnitud del trabajo consumido por el resorte. Por lo tanto, el trabajo total invertido por todas las fuerzas en el objeto es positivo. Ahora piense cómo crear la situación en que las *únicas* fuerzas sobre el objeto son la fuerza del resorte y la fuerza gravitacional. Debe soportar el objeto en el punto más alto y después *quitar* su mano y dejar que el objeto caiga. Si lo hace,

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 7.6

Condiciones para el teorema trabajo–energía cinética

El teorema trabajo–energía cinética es importante pero limitado en su aplicación; no es un principio general. En muchas situaciones, otros cambios en el sistema ocurren además de su rapidez, y existen otras interacciones con el entorno además del trabajo. Un principio más general que involucra energía es la *conservación de energía* en la sección 8.1.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 7.7

El teorema trabajo–energía cinética: rapidez, no velocidad

El teorema trabajo–energía cinética relaciona el trabajo con un cambio en la *rapidez* de un sistema, no con un cambio en su velocidad. Por ejemplo, si un objeto está en movimiento circular uniforme, su rapidez es constante. Aun cuando su velocidad cambie, no se realiza trabajo sobre el objeto por la fuerza que causa el movimiento circular.

sabe que, cuando el objeto alcanza una posición 2.0 cm abajo de su mano, se estará *moviendo*, que es consistente con la ecuación 7.17. En el objeto se invierte trabajo neto positivo y el resultado es que tiene una energía cinética conforme pasa a través del punto 2.0 cm. La única manera de evitar que el objeto tenga una energía cinética después de moverse 2.0 cm es bajarlo lentamente con su mano. Sin embargo, después, existe una tercera fuerza invirtiendo trabajo en el objeto, la fuerza normal de su mano. Si este trabajo se calcula y suma al invertido por la fuerza del resorte y la fuerza gravitacional, el trabajo neto invertido en el objeto es cero, que es consistente porque no es móvil en el punto 2.0 cm.

Antes se indicó que el trabajo se considera un mecanismo para la transferencia de energía en un sistema. La ecuación 7.17 es un enunciado matemático de este concepto. Cuando se invierte trabajo en un sistema W_{neto}, el resultado es una transferencia de energía a través de la frontera del sistema. El resultado en el sistema, en el caso de la ecuación 7.17, es un cambio ΔK de energía cinética. En la siguiente sección se investiga otro tipo de energía que se puede almacenar en un sistema como resultado de realizar trabajo en el sistema.

Pregunta rápida 7.5 Se carga un dardo en una pistola de juguete, accionada por resorte, al empujar el resorte hacia adentro una distancia x. Para la siguiente carga, el resorte se comprime una distancia $2x$. ¿Qué tan rápido deja la pistola el segundo dardo, en comparación con el primero? a) cuatro veces más rápido, b) dos veces más rápido, c) la misma, d) la mitad de rápido, e) un cuarto de rápido.

EJEMPLO 7.6 Un bloque que se jala sobre una superficie sin fricción

Un bloque de 6.0 kg, inicialmente en reposo, se jala hacia la derecha, a lo largo de una superficie horizontal sin fricción, mediante una fuerza horizontal constante de 12 N. Encuentre la rapidez del bloque después de que se ha movido 3.0 m.

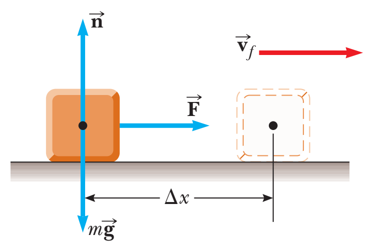

Figura 7.13 (Ejemplo 7.6) Bloque que se jala hacia la derecha sobre una superficie sin fricción mediante una fuerza horizontal constante.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La figura 7.13 ilustra esta situación. Suponga que jala un carro de juguete a través de una mesa con una banda elástica horizontal unida al frente del carro. La fuerza se mantiene constante al asegurar que la banda elástica estirada siempre tiene la misma longitud.

Categorizar Se podrían aplicar las ecuaciones de cinemática para determinar la respuesta, pero practique la aproximación de energía. El bloque es el sistema y tres fuerzas externas actúan en el sistema. La fuerza normal equilibra la fuerza gravitacional en el bloque y ninguna de estas fuerzas que actúan verticalmente realiza trabajo sobre el bloque porque sus puntos de aplicación se desplazan horizontalmente.

Analizar La fuerza externa neta que actúa sobre el bloque es la fuerza horizontal de 12 N.

Hallar el trabajo invertido por esta fuerza en el bloque:

$$W = F\,\Delta x = (12\text{ N})(3.0\text{ m}) = 36\text{ J}$$

Use el teorema trabajo–energía para el bloque y note que su energía cinética inicial es cero:

$$W = K_f - K_i = \tfrac{1}{2}mv_f^2 - 0$$

Resuelva para v_f:

$$v_f = \sqrt{\frac{2W}{m}} = \sqrt{\frac{2(36\text{ J})}{6.0\text{ kg}}} = \boxed{3.5\text{ m/s}}$$

Finalizar Le sería útil resolver este problema de nuevo, al representar el bloque como una partícula bajo una fuerza neta para encontrar su aceleración y luego como una partícula bajo aceleración constante para encontrar su velocidad final.

¿Qué pasaría si? Suponga que la magnitud de la fuerza en este ejemplo se duplica a $F' = 2F$. El bloque de 6.0 kg acelera a 3.5 m/s debido a esta fuerza aplicada mientras se mueve a través de un desplazamiento $\Delta x'$. ¿Cómo se compara el desplazamiento $\Delta x'$ con el desplazamiento original Δx?

Respuesta Si se jala más fuerte, el bloque debe acelerar a una cierta rapidez en una distancia más corta, así que se espera que $\Delta x' < \Delta x$. En ambos casos, el bloque experimenta el mismo cambio en energía cinética ΔK. Matemáticamente, a partir del teorema trabajo–energía cinética, se encuentra que

$$W = F'\Delta x' = \Delta K = F\Delta x$$

$$\Delta x' = \frac{F}{F'}\Delta x = \frac{F}{2F}\Delta x = \tfrac{1}{2}\Delta x$$

y la distancia es más corta, como se sugiere por el argumento conceptual.

EJEMPLO CONCEPTUAL 7.7 ¿La rampa reduce el trabajo requerido?

Un hombre quiere cargar un refrigerador en una camioneta con el uso de una rampa a un ángulo θ, como se muestra en la figura 7.14. Él afirma que se debe requerir menos trabajo para cargar la camioneta si la longitud L de la rampa aumenta. ¿Esta afirmación es válida?

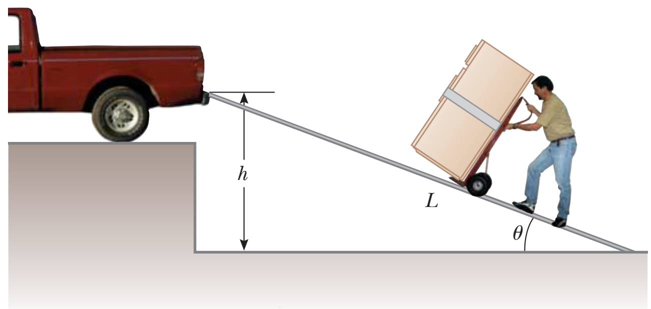

Figura 7.14 (Ejemplo conceptual 7.7) Un refrigerador unido a una carretilla con ruedas sin fricción se mueve por una rampa con rapidez constante.

SOLUCIÓN

No. Suponga que el refrigerador se sube por la rampa en una carretilla con rapidez constante. En este caso, para el sistema del refrigerador y la carretilla, $\Delta K = 0$. La fuerza normal que ejerce la rampa sobre el sistema se dirige 90° al desplazamiento de su punto de aplicación y por lo tanto no realiza trabajo sobre el sistema. Puesto que $\Delta K = 0$, el teorema trabajo–energía cinética produce

$$W_{\text{neto}} = W_{\text{por hombre}} + W_{\text{por gravedad}} = 0$$

El trabajo invertido por la fuerza gravitacional es igual al producto del peso mg del sistema, la distancia L a través de la que se desplaza el refrigerador y $\cos(\theta + 90°)$. En consecuencia,

$$\begin{aligned} W_{\text{por hombre}} &= -W_{\text{por gravedad}} = -(mg)(L)[\cos(\theta + 90°)] \\ &= mgL \operatorname{sen}\theta = mgh \end{aligned}$$

donde $h = L \operatorname{sen}\theta$ es la altura de la rampa. Por lo tanto, el hombre debe realizar la misma cantidad de trabajo mgh sobre el sistema *sin importar* la longitud de la rampa. El trabajo sólo depende de la altura de la rampa. Aunque se requiere menos fuerza con una rampa más larga, el punto de aplicación de dicha fuerza se mueve a través de un mayor desplazamiento.

Nueva edición de la ya conocida obra de Raymond A. Serway y John W. Jewett Jr. Esta séptima edición, además de conservar la gran capacidad didáctica que la ha caracterizado, cuenta con el soporte de herramientas tecnológicas que proveen de más apoyo al usuario durante el desarrollo del curso.

Características

- En el capítulo 2 permanece la sección sobre la estrategia para resolver problemas.
- A lo largo de los capítulos 3 a 5 se utiliza explícitamente dicha estrategia, para que el alumno aprenda a emplearla.
- Los capítulos 7 y 8 se reorganizaron completamente para preparar al estudiante para el planteamiento de energía que se hace a través del libro.
- Una nueva sección en el capítulo 9 enseña al estudiante cómo analizar sistemas deformables con la ecuación de la conservación de la energía y el teorema de impulso-momentum.
- Aproximadamente el 23% de los problemas son nuevos.
- Se mantiene la sección *¿Qué pasaría si?* en los ejemplos resueltos, para ofrecer una variación al ejemplo que estimule la capacidad de razonamiento del estudiante.

Estas características, entre muchas otras que descubrirá al interior del texto, aunadas al lenguaje claro y accesible con el que desarrolla los temas, lo harán sin duda alguna, su libro de física favorito; tanto si usted es docente como si es estudiante de alguna licenciatura en el área de ingeniería o ciencias.

ISBN-13: 978-607481357-9
ISBN-10: 607481357-4

CENGAGE Learning™

http://latinoamerica.cengage.com

9 786074 813579